

توسعه و ارزیابی هسته دینامیکی ناآبایستایی مدل جهانی جوی دانشگاه تهران (NH-UTGAM)

چکیده

در این مقاله، تغییرات انجام شده برای ساخت هسته دینامیکی ناآبایستایی کامل‌تر اکامپذیر NH-UTGAM ارائه می‌شود. این مدل در واقع توسعه هسته دینامیکی مدل جوی آبایستایی دانشگاه تهران برپایه الگوریتم DCASL است. همچون مدل آبایستایی، مدل جدید از مختصه قائم تعیین یافته بهره می‌برد و با تعریف جدید سیگما بر حسب فشار آبایستایی هر دو امکان سیگما-تتا و سیگما-بی را فراهم می‌کند. بنابراین مدل به راحتی می‌تواند با کمترین تغییر و با حفظ اصالت خود، در حل معادلات از حالت ناآبایستایی به آبایستایی و به عکس تغییر یابد. بدین منظور، در راستای قائم برای مهار انتشار قائم امواج صوتی از روش ضمنی و در راستای افقی از روش صریح استفاده شده است. برای بررسی عملکرد مدل جدید در هر دو مقیاس همدیدی و میانی، پس از ارائه فرمول بندی و تغییرات صورت گرفته، به ترتیب از آزمون‌های آرمانی موج کثفشار یابلونوسکی - ویلیامسون و موج کوهستان استفاده شد. به طور کلی، نتایج حاصل از این آزمون‌ها مطابق با مدل‌های مطرح جهانی بوده و بیانگر درستی عملکرد هسته دینامیکی مدل جدید است. در پایان، با کاربست مجموعه‌ای از طرحواره‌های پارامترسازی فیزیک کامل، مبادرت به ارزیابی مدل ناآبایستایی در یک پیش‌بینی پنج روزه وضع هوا شد. مقایسه‌ای با دو مدل جهانی مرجع GFS با تفکیک افقی 5° درجه و داده‌های بازتحلیل ERA5 از ECMWF با تفکیک افقی 25° درجه نیز انجام شد. عملکرد مدل توسعه یافته در مقایسه با مدل‌های مرجع، با درنظر گرفتن تفکیک مکانی به مراتب بالاتر آنها و نیز تنظیمات دقیق‌تر موارد فیزیکی مدل همچون لایه مرزی، شارهای تلاطم سطح و همرفت کومهای، قابل قبول است.

واژه‌های کلیدی: مدل جوی ناآبایستایی، الگوریتم DCASL، آزمون موج کثفشار یابلونوسکی - ویلیامسون، آزمون موج کوهستان، پارامترسازی فیزیکی

Development and assessment of the non-hydrostatic dynamical core of the University of Tehran Global Atmospheric Model (NH-UTGAM)

Summary

The changes made to build a fully compressible global atmospheric model are presented. The non-hydrostatic dynamical core named NH-UTGAM is based on the atmospheric and hydrostatic model developed by University of Tehran, built on the DCASL algorithm for its dynamical core. The distinct feature of the DCASL algorithm is the simultaneous use of a contour and a grid representation for a potential vorticity (PV) like variable, enabling it to achieve effective resolutions for the PV-like variable much higher than that of conventional grid-based algorithms. With the inclusion of non-hydrostatic processes, this model is able to represent scales as small as kilometer in horizontal direction. Like the hydrostatic model, the new model uses the hybrid generalized vertical coordinate, with the definition of sigma in terms of hydrostatic pressure, which provides both the possibility of sigma-theta and sigma-pressure vertical coordinates. Therefore, while maintaining its originality, the model will be able to switch from non-hydrostatic to hydrostatic and vice versa with minimal changes. For this purpose, in the vertical direction, an implicit method is used to suppress the vertical propagation of sound waves, which is combined with an explicit method in the horizontal direction, leading to the HEVI (Horizontally Explicit – Vertically Implicit) scheme. After presenting the formulation and the changes made, as a first assessment, the way the new model works in simulating the evolution of synoptic-scale Rossby waves in mid-latitudes is discussed. This is done through implementation of the (dry) Jablonowski–Williamson baroclinic wave test. The performance of the models constructed are then investigated in the face of meso-scale waves such as the mountain wave. This is done by simulating non-hydrostatic gravity waves through the ideal test of the mountain wave presented in the reference tests of the Dynamical Core Model Intercomparison Project (DCMIP). The results obtained for this test are comparable to those by the world-famous models available and indicate the power of the dynamical core of

the new model in the detection and time evolution of meso-scale and non-hydrostatic scale waves. Finally, by using a set of full physics parameterization schemes, the non-hydrostatic model has been evaluated in a five-day weather forecast. The output of the rainfall field as a clear example of the model's performance and rainfall forecast has been compared with the results obtained from the hydrostatic version of the model with similar horizontal and vertical resolution. Comparison with two global reference models has also been carried out: GFS (Global Forecast System) with horizontal resolution of 0.5 degrees and ERA5 reanalysis data from ECMWF (European Centre for Medium Range Weather Forecasts) with horizontal resolution of 0.25 degrees. In general, the performance of the developed UTGAM model is acceptable compared to the reference models given their much higher spatial resolution and more accurate settings related to the physical parameterizations of the model such as the boundary layer, surface turbulence fluxes, and cumulus convection.

Keywords: Non-hydrostatic atmospheric model, DCASL algorithm, Jablonowski–Williamson baroclinic wave test, mountain wave test, physical parameterization

۱ مقدمه

توسعه مدل‌های پیش‌بینی وضع هوا و اقلیم در راستای یکپارچه‌سازی کامل آنها حرکت می‌کند، بدین معنی که برای پیش‌بینی میدان‌های مختلف جوی، چنین مدل‌های با مقیاس‌های گوناگون مکانی و زمانی قابلیت حل صریح و یک‌جای دینامیکی معادلات مربوطه را خواهد داشت. برای نمونه، به مرور گرایش مدل‌ها به آن است که به جای پارامترسازی همرفت، به حل مستقیم معادلات دینامیکی در مقیاس‌های هرچه خودتر بپردازند. در راستای تلفیق دینامیک و فیزیک همرفت، که گام مهم و جالبی در توسعه مدل‌های جوی بوده است، در سال‌های اخیر اکثر مراکز عملیاتی پیش‌بینی عددی وضع هوا به ارائه نسخه‌های ناآب‌ایستایی مدل‌های خود پرداخته‌اند. کارهای انجام شده توسط [اسکاماروک و همکاران \(۲۰۱۵\)](#) و [کلمپ و همکاران \(۲۰۲۱\)](#) و [MPAS](#) در مورد مدل [کوهن لاین و همکاران \(۲۰۱۹\)](#) در مورد مدل [IFS-FVM ECMWF](#) را می‌توان تنها نمونه‌هایی در این راستا برشمود. به دلیل داشتن ویژگی‌های منحصر به‌فرد، مدل‌های ناآب‌ایستایی برای ساخت مدل‌های جهانی با قابلیت تشخیص و حل دینامیکی ابرها یا GCRM‌ها (Global Cloud Resolving Model) در حد تفکیک‌پذیری کیلومتر به کار رفته‌اند. این مسئله با پیشنهاد حدود سه دهه پیش ناکاجیما و ماتسوно (۱۹۸۸) در خصوص توسعه مدل‌های جهانی ناآب‌ایستایی به عنوان یک GCRM برای پروژه شبیه‌ساز زمین توسط آبرایانه (ساتو و همکاران، ۲۰۰۸؛ استیونس و همکاران، ۲۰۱۹) اهمیت بیشتری یافته است.

چند مقیاس بودن یک مدل، مدیون پیشرفت‌های حاصل شده در زمینه‌های محاسباتی عددی و همچنین الگوریتم‌هایی است که از درک عمیق‌تر و دقیق‌تر حرکات شاره و دینامیک جو به دست آمده است. افزایش تفکیک مکانی مستلزم توانایی مدل در نمایش ساختار جو در مقیاس ناآب‌ایستایی (تفکیک مکانی افقی در حدود کمتر از ۱۰ کیلومتر) و همچنین مهار انتشار قائم امواج صوتی و در نتیجه تحول زمانی چکالی و محاسبه مستقیم شتاب قائم خواهد بود، که این موارد خود از دلایل توسعه مدل‌های جوی با هسته دینامیکی ناآب‌ایستایی کاملاً تراکم‌پذیر هستند.

مدل‌های جوی بر مبنای تاوایی پتانسیلی، بهویژه با مختصه‌های قائم مبتنی بر دمای پتانسیلی، در نمایش فرایندهای متوازن و نامتوازن دقت و کارایی بهتری دارند (محب‌الحججه و همکاران، ۲۰۱۶). مدل جوی دانشگاه تهران به نام UTGAM (برای اختصار University of Tehran Global Atmospheric Model) که در نسخه عملیاتی خود از ساختار قائم تعیین یافته هیریدی سیگما-تنا بهره می‌برد، بر مبنای تاوایی پتانسیلی بوده و در معادلات پیش‌یابی خود از الگوریتم DCASL (Diabatic Contour-Advectional) یا فرابرد پربندی نیمه‌لاگرانژی بادررور استفاده می‌کند. لازم به ذکر است که در طی مراحل مختلف توسعه این مدل، الگوریتم DCASL از معادلات شبزمینگرد بوسینسک تا معادلات بسیط آب‌ایستا، از هندسه دودورهای تا کروی و همچنین در مختصه‌های قائم مختلف به کار برده شده است (دریچل و آمبام، ۱۹۹۷؛ دریچل و همکاران، ۱۹۹۹؛ محب‌الحججه و دریچل، ۲۰۰۴، ۲۰۰۷ و ۲۰۰۹؛ میرزائی و همکاران، ۲۰۱۲؛ محب‌الحججه و همکاران، ۲۰۱۶؛ لقائی‌زاده و همکاران، ۲۰۲۰). لذا کاربست الگوریتم

DCASL به معادلات ناآبایستا در تکمیل زنجیره توسعه فوق انجام گرفته است.

هدف این مقاله بررسی توسعه هسته دینامیکی UTGAM در زمینه تبدیل این مدل به مدلی با احتساب دینامیک ناآبایستایی است. بدین منظور پس از مقدمه و در بخش دوم، فرمولبندی هسته دینامیکی مدل جدید و تغییرات صورت گرفته نسبت به نسخه آبایستایی ارائه می شود. بخش سوم به ارائه و تحلیل نتایج کیفی و کمی آزمون موج کژفشار خشک یابلونوسکی-ویلیامسون برای شبیه سازی تحول موج در مقایس همدیدی و عرض های میانه اختصاص دارد. در بخش چهارم، عملکرد مدل جدید در مواجهه با امواج میان مقیاس همچون موج کوهستان بررسی می شود. این کار با شبیه سازی تحول امواج گرانی ناآبایستایی پس از برخورد جریان با کوه و یا پیاده سازی آزمون آرمانی موج کوهستان پروژه مقایسه متقابله دینامیکی مدل ها موسم به مقیاس، برای اولین بار مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش پنجم، به ارزیابی عملکرد مدل NH-UTGAM با تفکیک افقی ۲۵۶ × ۵۱۲ معادل فاصله شبکه ای تقریباً ۸۰ کیلومتر در راستای نصف النهاری و درنظر گرفتن فیزیک کامل در دو ساختار قائم مختلف سیگما-تا و سیگما-پی در مقایسه با مدل آبایستایی متاظر و همچنین چند مدل جهانی مرجع پرداخته می شود. بخش پایانی مقاله به نتیجه گیری اختصاص خواهد داشت.

۲ فرمولبندی هسته دینامیکی مدل جدید

۱-۲ معادلات حاکم

الگوریتم DCASL برای پیش یابی متغیر شبه تاوایی Q با افزایش این متغیر به دو بخش بادررو و بی دررو به حل ترکیبی می پردازد. در این راستا، DCASL با استفاده از الگوریتم فرآبرد پربندی برای بخش بی دررو متغیر یعنی Q_a و حل شبکه محور (در اینجا روش نیمه لاغرانژی) برای بخش بادرروی متغیر یعنی Q_d عمل می کند، یعنی به زبان ریاضی

$$\frac{DQ}{Dt} = \frac{D(Q_a + Q_d)}{Dt} = S_Q \leftrightarrow \begin{cases} \frac{DQ_a}{Dt} = 0 & \text{(CA)} \\ \frac{DQ_d}{Dt} = S_Q & \text{(SL)} \end{cases}$$

در اینجا D / Dt عملگر مشتق تام افقی و S_Q دربردانده جملات مربوط به فرارفت قائم و اثرات ناپایستار است. سایر متغیرهای پیش یابی به روش تبدیل طیفی در راستای مداری و تفاضل متناهی با روش فشرده مرتبه چهارم در راستای نصف النهاری همراه با پالیه های زمانی و کاربست میرایی مناسب از جمله برای متغیر واگرایی محاسبه و حل می شوند (برای جزئیات بیشتر رجوع شود به محب الحجه و همکاران، ۲۰۱۶؛ لقائی زاده و همکاران، ۲۰۲۰).

به منظور رسیدن به معادلات پیش یابی هسته دینامیکی مدل توسعه یافته NH (ناآبایستایی)، علاوه بر تغییرات انجام شده در معادلات افقی، از جمله نیروی گرادیان فشار، روشی برای محاسبه تکانه و سرعت قائم که در مدل آبایستایی متغیر پیش یابی نیست و امکان برآورد مستقیم ندارد، ارائه خواهد شد. در اینجا معادلات حاکم در شکل ناآبایستایی و در مختصه قائم تعمیم یافته گی به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\begin{aligned}\frac{DQ}{Dt} &= S_Q \\ \frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} &= -\nabla \cdot [(1+\tilde{h})\mathbf{v}] + S_{\tilde{h}} \\ \frac{\partial \delta}{\partial t} &= \gamma - 2 \left[\frac{\partial u}{a\partial\phi} \left(\frac{\partial u}{a\partial\phi} + \zeta \right) + \frac{\partial v}{a\partial\phi} \left(\frac{\partial u}{a\partial\phi} - \delta \right) \right] - \nabla \cdot (\delta \mathbf{v}) - \frac{|\mathbf{v}|^2}{a^2} + S_\delta \quad (1) \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= -\mathbf{V} \cdot \nabla w - \dot{\xi} \frac{\partial w}{\partial \xi} + g \frac{\partial p}{\partial p_h} - g \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= -\mathbf{V} \cdot \nabla \Phi - \dot{\xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + gw\end{aligned}$$

$$S_Q = Q \left\{ \frac{1}{\partial p / \partial \xi} \left(\dot{\xi} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{f + \zeta} \mathbf{k} \cdot \left[\nabla \times \left(\Pi' \nabla \theta' - \left(\frac{\partial p}{\partial p_h} \right)' \nabla \Phi - \dot{\xi} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \xi} \right) \right] \right\}$$

$$\tilde{h} \text{ به ترتیب چشمه‌های } Q \text{ متغیر شبه‌تاوایی پتانسیلی،} \\ S_\delta = \nabla \cdot \left(\Pi' \nabla \theta' - \left(\frac{\partial p}{\partial p_h} \right)' \nabla \Phi - \dot{\xi} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \xi} \right) \text{ و} \\ S_{\tilde{h}} = -\frac{1}{\partial p / \partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\dot{\xi} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right)$$

متغیر ضخامت فشاری بهنجارشده و δ متغیر واگرایی هستند. $\mathbf{V} = (u, v, w) = (u, v, w)$ بردار سه بعدی سرعت با مولفه‌های u , v و w به ترتیب در راستاهای مداری، نصف‌النهاری و قائم، $\dot{\xi}$ مختصه قائم تعیین یافته که در قسمت ۲-۲ تعریف خواهد شد، g شتاب گرانی، Φ ژئوپتانسیل، p_h فشار آب‌ایستایی و $\Pi = c_p(p/p_0)^{\gamma}$ تابع اکسر به ازای c_p ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت و $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ است.

برای مهار مُدهای آکوستیکی انتشاریابنده در راستای قائم که محدودیت بسیار زیادی بر روی گام زمانی ایجاد می‌کند، از روش افقی صریح-قائم‌ضمنی (horizontally explicit-vertically implicit) استفاده می‌شود (توی، ۲۰۱۳؛ کلمپ و همکاران، ۲۰۱۸؛ ژنگ و همکاران، ۲۰۱۸؛ چن و همکاران، ۲۰۲۳). ایده اصلی در این روش، گسترش‌سازی ضمنی جملات عامل ایجاد مُدهای صوتی انتشاریابنده در راستای قائم و گسترش‌سازی صریح سایر بخش‌ها در طرحواره زمانی است. براساس کارهای قبلی، در اینجا روش افقی صریح-قائم‌ضمنی به مختصه قائم کلی $\dot{\xi}$ تعیین داده شده است. برای این کار، ابتدا معادله حالت برای هوای خشک

$$p = R_d \rho T \quad (2)$$

بر حسب دمای پتانسیلی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$p = p_0 \left(\frac{R_d \rho \theta}{p_0} \right)^\gamma \quad (3)$$

که در آن $c_p / c_v = \gamma$ نسبت ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت به ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت است. پس از گرفتن مشتق لگاریتمی و استفاده از تعریف فشار آب‌ایستایی $\rho / \partial p_h = -1 / \partial \Phi / \partial p_h$ داریم:

$$\frac{dp}{p} = \gamma \left[\frac{d\theta}{\theta} + \frac{d\rho}{\rho} \right] = \gamma \left[\frac{d\theta}{\theta} + \frac{d(\partial \Phi / \partial p_h)}{\partial \Phi / \partial p_h} \right] \quad (4)$$

با توجه به رابطه $\frac{\partial \Phi}{\partial p_h} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial p_h}$ و پس از مقداری عملیات جبری می‌توان نشان داد:

$$\frac{dp}{p} = \gamma \left[\frac{d\theta}{\theta} - \frac{d(\partial\Phi/\partial\xi)}{\partial\Phi/\partial\xi} + \frac{d(\partial p_h/\partial\xi)}{\partial p_h/\partial\xi} \right] \quad (5)$$

که پس از گسترش پیش رو می توان رابطه فوق را اینگونه نوشت:

$$\begin{aligned} p^{n+1} - p^n &= \gamma p^n \left[\frac{\theta^{n+1} - \theta^n}{\theta^n} - \frac{(\partial\Phi/\partial\xi)^{n+1} - (\partial\Phi/\partial\xi)^n}{(\partial\Phi/\partial\xi)^n} + \frac{(\partial p_h/\partial\xi)^{n+1} - (\partial p_h/\partial\xi)^n}{(\partial p_h/\partial\xi)^n} \right] \\ &= \gamma p^n \left[\frac{\theta^{n+1}}{\theta^n} - \frac{(\partial\Phi/\partial\xi)^{n+1}}{(\partial\Phi/\partial\xi)^n} + \frac{(\partial p_h/\partial\xi)^{n+1}}{(\partial p_h/\partial\xi)^n} - 1 \right] \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن بالانویس n مربوط به مقدار در گام زمانی n است. حال معادلات پیش یابی سرعت قائم و ژئوپتانسیل در راستای قائم به صورت زیر گسترش پیش می شوند:

$$\begin{cases} w^{n+1} = w^{n-1} - 2\Delta t \left(\mathbf{v} \cdot \nabla w + \dot{\xi} \frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^n + 2\Delta t g \left[C_\alpha \left(\frac{\partial p / \partial \xi}{\partial p_h / \partial \xi} \right)^{n-1} + C_\beta \left(\frac{\partial p / \partial \xi}{\partial p_h / \partial \xi} \right)^{n+1} - 1 \right] \\ \Phi^{n+1} = \Phi^{n-1} - 2\Delta t \left(\mathbf{v} \cdot \nabla \Phi + \dot{\xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right)^n + 2\Delta t g \left[C_\alpha w^{n-1} + C_\beta w^{n+1} \right] \end{cases} \quad (7)$$

که در آن C_α و C_β وزن گام های زمانی به ترتیب w^{n-1} و w^{n+1} در طرحواره زمانی هستند. بر حسب متغیرها در گام زمانی 1 و با تعریف متغیرهای کمکی w^* و Φ^* ، رابطه (7) به صورت زیر مرتب می شود:

$$\begin{cases} w^{n+1} = w^* + 2\Delta t g C_\beta \left(\frac{\partial p / \partial \xi}{\partial p_h / \partial \xi} \right)^{n+1} \\ \Phi^{n+1} = \Phi^* + 2\Delta t g C_\beta w^{n+1} \end{cases} \quad (8)$$

در ادامه با مشتق گیری نسبت به مختصات قائم معادله فشار (رابطه 6) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial p^{n+1}}{\partial \xi} = \frac{\partial p^n}{\partial \xi} + \gamma \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ p^n \left[\frac{\theta^{n+1}}{\theta^n} - \frac{(\partial\Phi^*/\partial\xi)}{(\partial\Phi/\partial\xi)^n} - \frac{2\Delta t g C_\beta (\partial w^{n+1}/\partial\xi)}{(\partial\Phi/\partial\xi)^n} + \frac{(\partial p_h/\partial\xi)^{n+1}}{(\partial p_h/\partial\xi)^n} - 1 \right] \right\} \quad (9)$$

با جایگذاری معادله (9) در معادله اول رابطه (8)، سرعت قائم در گام زمانی $n+1$ به دست خواهد آمد:

(10)

$$\begin{aligned} w^{n+1} &= w^* + \frac{2\Delta t g C_\beta}{(\partial p_h / \partial \xi)^{n+1}} \left\{ \frac{\partial p^n}{\partial \xi} + \gamma \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ p^n \left[\frac{\theta^{n+1}}{\theta^n} - \frac{(\partial\Phi^*/\partial\xi)}{(\partial\Phi/\partial\xi)^n} - \frac{2\Delta t g C_\beta (\partial w^{n+1}/\partial\xi)}{(\partial\Phi/\partial\xi)^n} + \frac{(\partial p_h/\partial\xi)^{n+1}}{(\partial p_h/\partial\xi)^n} - 1 \right] \right\} \right\} \\ &= w^{**} - (2\Delta t g C_\beta)^2 \gamma \frac{\partial}{\partial p_h} \left[\frac{p^n (\partial w^{n+1}/\partial\xi)}{(\partial\Phi/\partial\xi)^n} \right] \end{aligned}$$

که در رابطه فوق:

$$w^{**} = w^* + \frac{2\Delta t g C_\beta}{(\partial p_h / \partial \xi)^{n+1}} \left\{ \frac{\partial p^n}{\partial \xi} + \gamma \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ p^n \left[\frac{\theta^{n+1}}{\theta^n} - \frac{(\partial\Phi^*/\partial\xi)}{(\partial\Phi/\partial\xi)^n} + \frac{(\partial p_h/\partial\xi)^{n+1}}{(\partial p_h/\partial\xi)^n} - 1 \right] \right\} \right\} \quad (11)$$

در معادله (۱۰)، پس از گرفتن تفاضل متناهی در راستای قائم و مرتب کردن جملات، می‌توان معادله زیر را برای سرعت قائم به دست آورد (پایین نویس k مربوط به تراز قائم می‌باشد):

$$\begin{aligned} \left(2\Delta t g C_\beta\right)^2 \left(\frac{\gamma p^n}{\Delta \Phi^n}\right)_k w_{k-1/2}^{n+1} + \left[\Delta p_{h,k+1/2}^{n+1} - \left(2\Delta t g C_\beta\right)^2 \left(\frac{\gamma p^n}{\Delta \Phi^n}\right)_{k+1} - \left(2\Delta t g C_\beta\right)^2 \left(\frac{\gamma p^n}{\Delta \Phi^n}\right)_k \right] w_{k+1/2}^{n+1} + \\ \left(2\Delta t g C_\beta\right)^2 \left(\frac{\gamma p^n}{\Delta \Phi^n}\right)_{k+1} w_{k+3/2}^{n+1} = \Delta p_{h,k+1/2}^{n+1} w^{**} \end{aligned} \quad (12)$$

در اینجا برای مرز بالا، $w_{1/2}^{n+1}$ برابر صفر و برای مرز پایین، شرط مرزی جنبشی $w_{L+1/2}^{n+1} = \mathbf{v}^{n+1} \cdot \nabla \Phi_s / g$ به ازای Φ_s ژئوپتانسیل سطح زمین، به کار گرفته می‌شود. شایان ذکر است که چون فاصله شبکه‌ای در راستای قائم متغیر است، علیرغم به کاربردن تفاضل مرکزی، گسسته‌سازی منجر به معادله (۱۲) دارای درستی از مرتبه یکم است. معادله (۱۲) را می‌توان به شکل یک معادله ماتریسی سه‌قطري برای بردار ستونی مشتمل از سرعت قائم در ترازهای کسری (لقائی زاده و همکاران، ۲۰۲۰) هر نقطه از شبکه افقی درآورد که روش استاندارد سریع برای حل آن الگوریتم توماس (دوران، ۲۰۱۰) است.

برای مدل آب‌ایستایی، نیروی گرادیان فشار در مختصه قائم تعیین یافته به صورت زیر نوشته می‌شود (محب‌الحجہ و همکاران، ۲۰۱۶):

$$-\nabla M + \Pi \nabla \theta = -\nabla M + (\bar{\Pi} + \Pi') \nabla \theta = -\nabla(M - \bar{\Pi} \theta') + \Pi' \nabla \theta' \quad (13)$$

در همین راستا و به طور مشابه، اما در حالت نآب‌ایستایی، پس از برخی محاسبات جبری می‌توان نشان داد که روابط زیر برقرارند:

$$\begin{aligned} -\theta \nabla \Pi + \theta \frac{\partial \Pi}{\partial z} \nabla z &= -\nabla(\theta \Pi) + \Pi \nabla \theta + \theta \frac{\partial \Pi}{\partial z} \nabla z \\ &= -\nabla(\theta \Pi - \bar{\Pi} \theta') + \Pi' \nabla \theta' + \theta \frac{\partial \Pi}{\partial z} \nabla z \end{aligned} \quad (14)$$

با استفاده از تعریف $\Pi = c_p (p / p_0)^\kappa$ برای تابع اکسنر و گرفتن مشتق لگاریتمی از آن نسبت به z خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial z} &= \frac{\Pi}{c_p} \frac{R_d}{p} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{T}{\theta} \frac{R_d}{p} \frac{\partial p}{\partial z} \\ &= \frac{1}{\rho \theta} \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{g}{\theta} \frac{\partial p / \partial z}{\partial p_h / \partial z} = -\frac{g}{\theta} \frac{\partial p}{\partial p_h} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\theta \frac{\partial \Pi}{\partial \Phi} = -\frac{\partial p}{\partial p_h} = -\left[1 + \left(\frac{\partial p}{\partial p_h} \right)' \right] \quad (15)$$

با جایگذاری رابطه (۱۵) در (۱۴) و استفاده از رابطه $\Pi \theta = c_p T$ خواهیم داشت:

$$-\theta \nabla \Pi + \theta \frac{\partial \Pi}{\partial z} \nabla z = -\nabla(M - \bar{\Pi} \theta') + \Pi' \nabla \theta' - \left(\frac{\partial p}{\partial p_h} \right)' \nabla \Phi \quad (16)$$

با مقایسه روابط (۱۶) و (۱۳) مشاهده می‌شود که در نیروی گرادیان فشار، آخرین جمله سمت راست رابطه (۱۶) در معادلات ناآب‌ایستایی افزوده می‌شود و بنابراین در مدل ناآب‌ایستایی این جمله مدّ نظر قرار خواهد گرفت.

۲-۲ مختصات قائم

مختصه قائم تعیین یافته و دنبال کننده سطح سیگما-تا، طبق ایده گُنور و آراکاوا (۱۹۹۷) با رابطه $\sigma = F(\sigma, \theta) = f(\sigma) + \theta g(\sigma)$ و پس از انتخاب مناسب توابع f ، g و σ به گونه‌ای تعریف می‌شود که تغییر ملایمی از مختصه سیگما در سطح زمین به دمای پتانسیلی یا تنا در بام مدل را ایجاد کند. در این رابطه، متغیر سیگما بر حسب فشار سطح زمین p_s و فشار در بام مدل p_{top} به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma = \frac{p - p_{top}}{p_s - p_{top}} \quad (17)$$

با مختصه قائم ترکیبی سیگما-تا، امکان چیدمان متغیرها در راستای قائم به صورت شبکه‌بندی چارنی-فیلیپس به طور طبیعی فراهم می‌شود (لقائی‌زاده و همکاران، ۲۰۲۰). برای مدل ناآب‌ایستایی، می‌توان به راحتی مختصه قائم سیگما-تا در مدل آب‌ایستایی را با استفاده از فشار آب‌ایستایی به جای فشار در رابطه (۱۷) تعیین داد. این کار با روش‌های معمول براساس ساختار قائم ترکیبی دنبال کننده کوهساری فشار-آب‌ایستایی یا مختصه حرموی (پرازی، ۱۹۹۲) مشابهت دارد. در ادامه بدون تاکید بر نام فشار آب‌ایستایی، جاگایی که فشار به کار رفته منظور همان فشار آب‌ایستایی است و در این مقاله از نام دو مختصه قائم سیگما-تا و سیگما-پی استفاده خواهیم کرد.

با اشاره‌ای گذرا به مختصه سیگما-پی، می‌توان گفت اگر در مختصه قائم تعیین یافته فوق، تابع $g = 0$ در نظر گرفته شود، متغیر ζ فقط تابعی از سیگما یعنی فقط بر حسب p و p_s خواهد بود. این وضعیت با تعریف فشار در ترازهای کسری و به صورت رابطه (۱۸)، مدل سیگما-پی با شبکه‌بندی چارنی-فیلیپس و متغیرهای پیش‌یابی (Q, θ, δ) خواهد ساخت:

$$p_{k+\frac{1}{2}} = a_{k+\frac{1}{2}} p_{ref} + b_{k+\frac{1}{2}} p_s \quad (18)$$

که در آن $p_{ref} = 10^5 \text{ Pa}$ و ضرایب a و b مطابق جداول مرجع همچون مقاله یابلونوسکی و ویلیامسون (۲۰۰۶) تنظیم می‌شوند. در صورتی که مطابق مقاله سیمونز-بریج (۱۹۸۱) به ترکیب ساختار قائم پردازیم، مدل سیگما-پی با شبکه‌بندی لورنتس و متغیرهای پیش‌یابی (Q, T, δ) خواهیم داشت [جزئیات بیشتر و تنظیمات ساختار قائم در محب‌الحججه و همکاران (۲۰۱۶) و همچنین لقائی‌زاده و همکاران (۲۰۲۰) آمده است] که برای مدل ناآب‌ایستایی پیاده‌سازی نشده است.

۳ نتایج

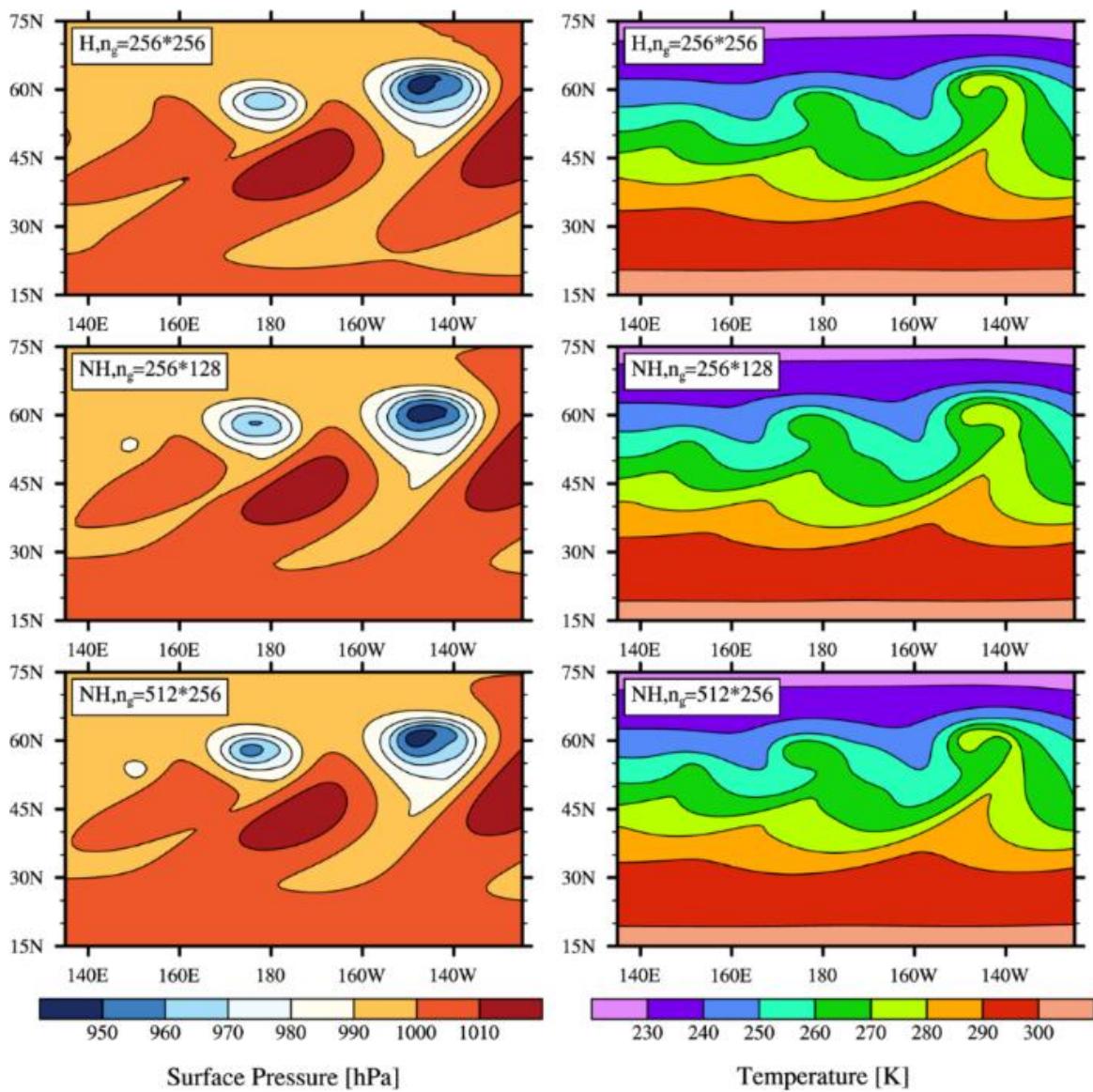
در این بخش به بررسی عملکرد هسته دینامیکی مدل ناآب‌ایستایی با استفاده از چند آزمون آرمانی و همچنین آزمونی عملیاتی با فیزیک کامل خواهیم پرداخت.

۳-۱ آزمون موج کُر فشار

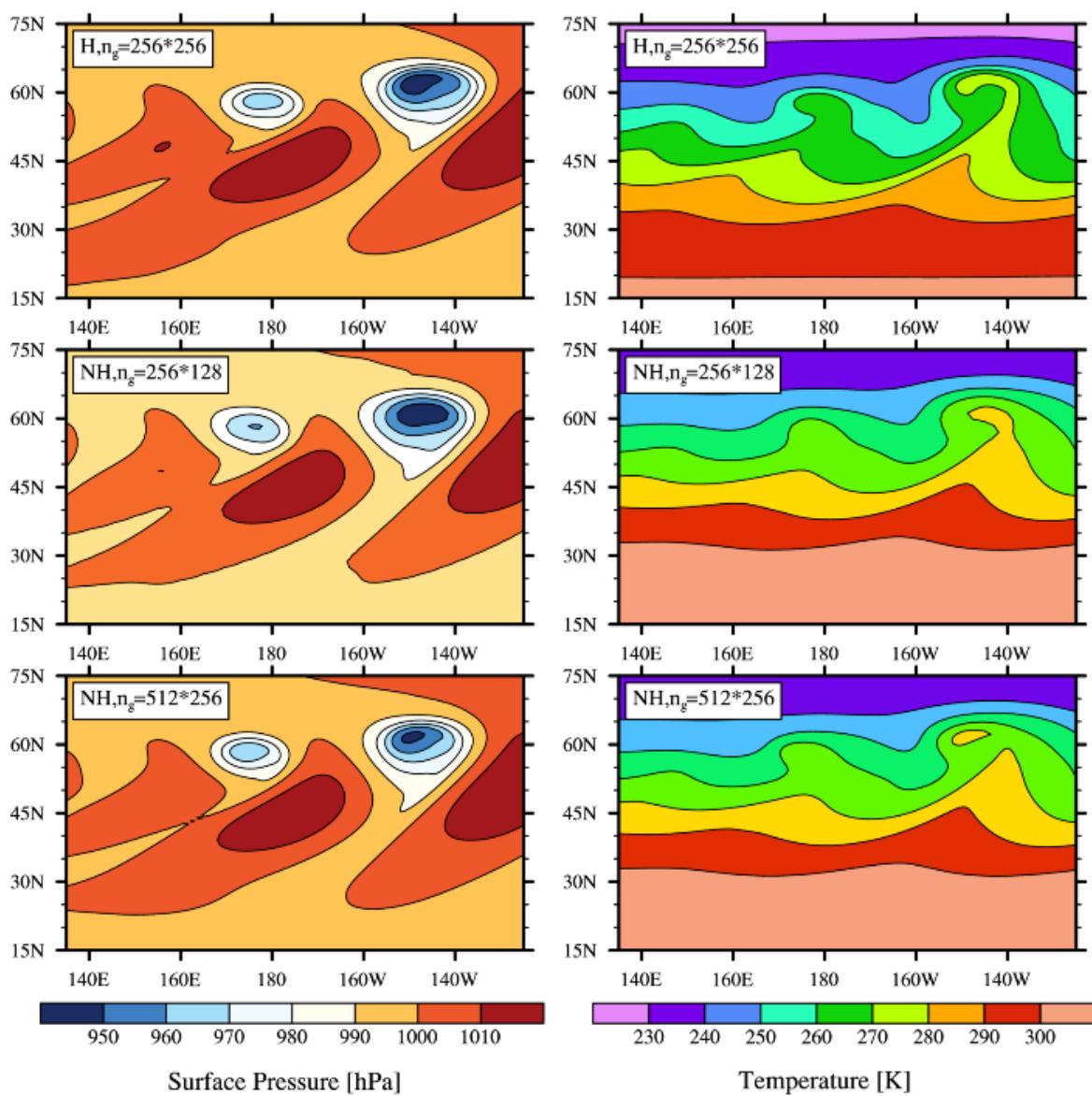
یکی از آزمون‌های آرمانی مطرح در مقیاس همدیدی برای ارزیابی عملکرد هسته دینامیکی مدل‌های جوی از نظر طراحی الگوریتمی و شبکه‌بندی افقی، آزمون موج کُر فشار یابلونوسکی و ویلیامسون (۲۰۰۶) است که برای ارجاع به آن از اختصار JW06 استفاده می‌کنیم. این آزمون برای حالت‌های خشک و مرطوب و در مراحل مختلف سنجش یک مدل به کار گرفته می‌شود که در این قسمت

به آزمون خشک خواهیم پرداخت. حالت اولیه در این آزمون شامل جت متقارن مداری آرمانی است که به طور کژفشار ناپایدار بوده و امواج کژفشار در عرض‌های میانی با افزودن پریشیدگی فشارورد ضعیفی بر روی میدان باد اولیه راهاندازی می‌شود. به استثنای مقدار فشار بر روی ترازهای مدل برای مختصه قائم سیگما-تتا که با حل عددی معادله‌ای غیرخطی به روش نیوتن به دست می‌آید، آغازگری هسته دینامیکی با روابط تحلیلی انجام و پس از ساخته شدن حالت اولیه متوازن، مدل به مدت ۳۰ روز اجرا می‌شود. طی این شبیه‌سازی، مراحل مختلف رشد آشفتگی موج کژفشار شامل چرخندزایی، شکست موج، توسعه جبهه‌های دمایی قوی متناظر با سامانه‌های پرفشار و کم‌فشار و همچنین خارج از بازه زمانی پیش‌بینی پذیری با قطعیت انجام می‌پذیرد.

برای مدل NH-UTGAM که از این به بعد با NH از آن یاد می‌کنیم، اجرای آزمون یابلونوسکی و ویلیامسون (۲۰۰۶) با دو تفکیک افقی 128×256 و 512×256 (مشخص کننده تعداد نقاط شبکه‌ای به ترتیب در راستاهای نصف‌النهاری و مداری) **که به ترتیب معادل فاصله شبکه‌ای تقریباً ۱۶۰ و ۸۰ کیلومتر در راستای نصف‌النهاری هستند**، انجام پذیرفته است. میدان‌های فشار سطح، دما و تاوایی نسبی تراز 85°C هکتوپاسکال طی دوره زمانی و روزهای مهم‌تر آزمون از نظر دینامیکی، همچون روزهای تقویت و شکست موج و نیز ظهور جبهه‌های مختلف و هماهنگ با روزهای موجود در آزمون مذکور برای مدل‌های مرجع، در شکل‌های ۱ تا ۴ ارائه شده‌اند. در این شکل‌ها، مقایسه نتایج مدل با مختصه‌های قائم گوناگون و همچنین مقایسه با مدل‌های آب‌ایستایی متناظر که از این به بعد با H از آنها یاد می‌کنیم، نیز آورده شده است.



شکل ۱، مقایسه میدان های فشار (پریندهای مشکی و سایه روش رنگی با فاصله پریندی 10 hPa) و دمای سطح (پریندهای مشکی و سایه روش رنگی با فاصله پریندی 10 K) مدل های NH و H سیگما-تتا طی روز نهم آزمون JW06. شکل بالا مدل H با تفکیک 256×256 و شکل های وسط و پائین بهتر تبی مدل NH با تفکیک های 128×256 و 512×256 می باشند.



شکل ۲. مشابه شکل ۱ ولی برای مدل‌های NH و H سیگما-پی.

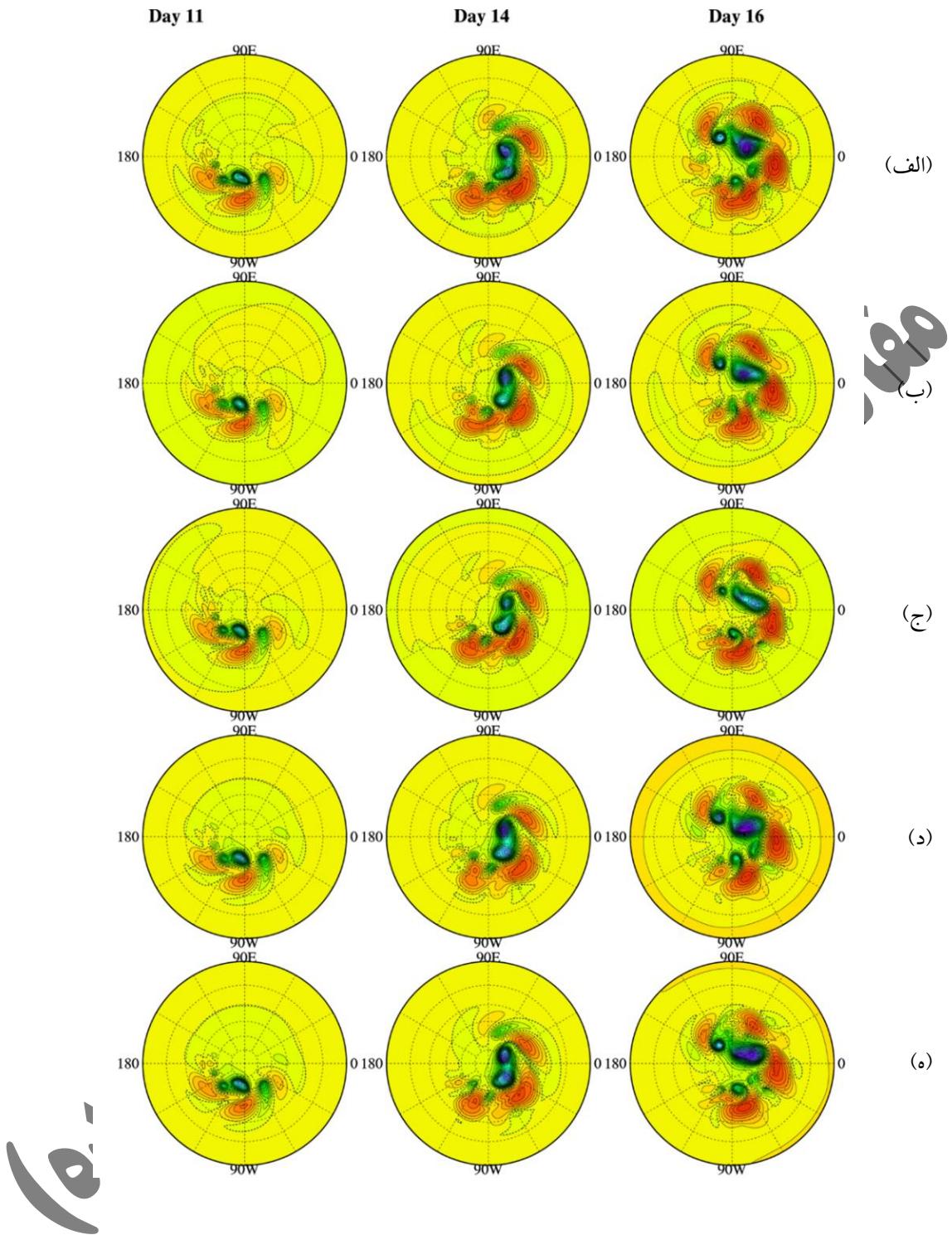
دقت مدل جدید با تفکیک‌های تقریباً برابر، در مقایسه با حالات گوناگون همانند مدل H، در شبیه‌سازی میدان‌های مختلف پس از اجرای آزمون قابل ملاحظه است. همان‌طور که در شکل‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌شود، خروجی میدان‌های فشار و دمای سطح مدل NH بهویژه در مختصه سیگما-تتا، حتی با تفکیک افقی کمتر همانند حالت H در شبیه‌سازی مراکز کم فشار و جبهه‌ها و همچنین شکست موج دقیق می‌باشد. تنها مدل NH سیگما-پی در تحول میدان دمای سطح و نمایش دقیق جبهه‌های دمایی نسبت به بقیه حالات دارای کمی خطأ است.

تا اینجا به بررسی روز نهم اجرای آزمون که رخداد شکست موج کژفشار انجام می‌گیرد، پرداخته شد. این موضوع نیز حائز اهمیت است که پس از روز دهم، در زمانی خارج از بازه پیش‌بینی پذیری با قطعیت شارش، توسعه سامانه‌ها چگونه خواهد بود. از این نظر، با مقایسه عملکرد پس از روز دهم اجرای مدل (شکل ۳)، شاهد گستردگی بیشتر سامانه‌های پرفشار و کم فشار در مدل H

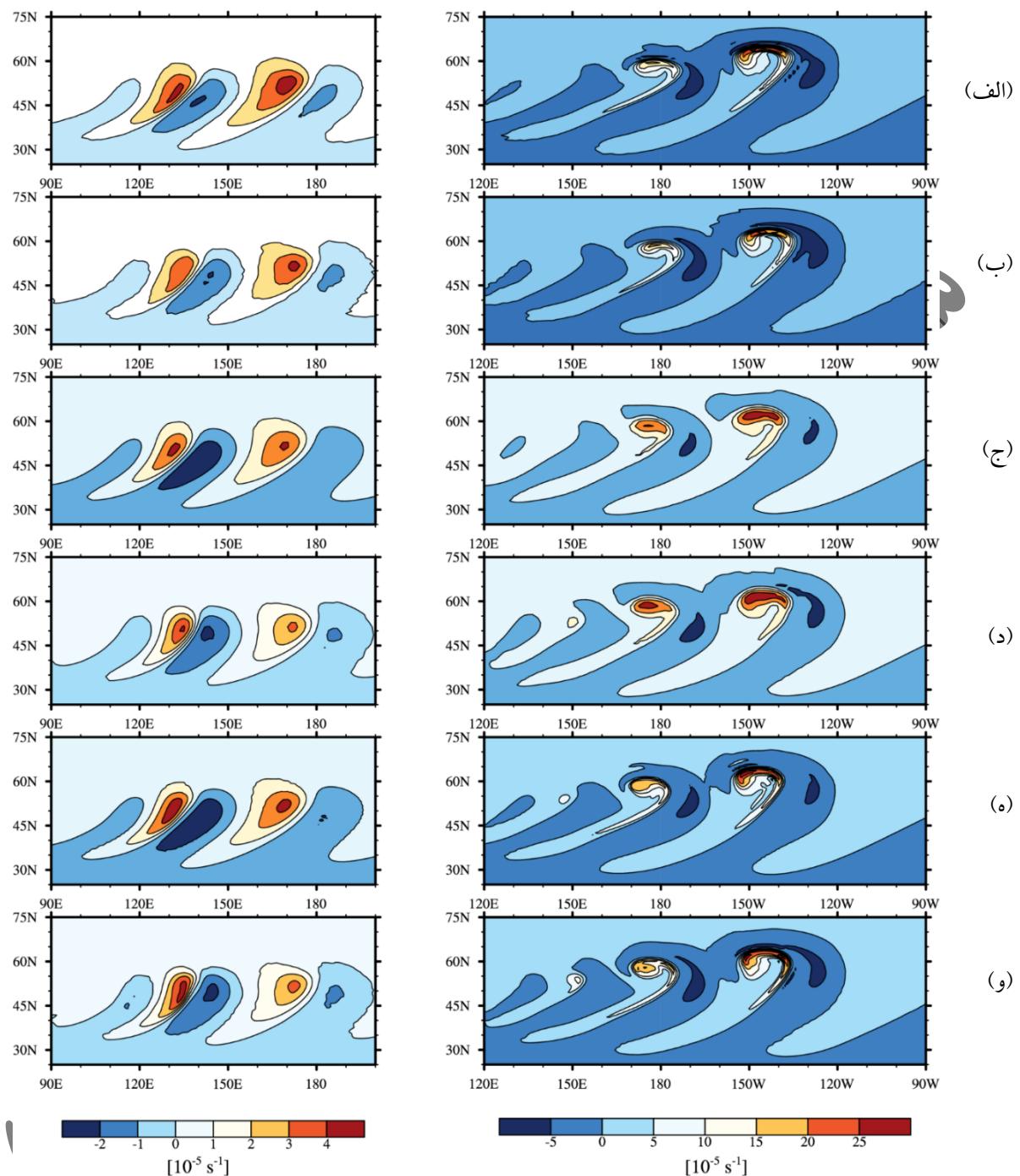
هستیم. شایان ذکر است که در تفکیک بالاتر مدل NH، بهویژه سیگما-تتا، تعداد مراکز و ظرفت جبهه‌های نمایش داده شده بیشتر ولی گستردگی آنها ضعیف‌تر به نظر می‌رسند. در تفکیک‌های بالاتر مدل NH چنانچه انتظار می‌رود به جای به‌هم پیوستگی، نواحی کم‌فشار و پرفشار مجزا‌تر هستند. در مجموع می‌توان گفت که تا روز شانزدهم، مدل H با وجود تفکیک کمتر، در شبیه‌سازی فشار سطح قوی‌تر عمل کرده است و مراکز و سامانه‌های بیشتری را طی روزهای پس از روز دهم اجرای مدل می‌بینیم. نتایج مدل NH نیز همچون نسخه H مدل، در مقایسه همدیدی و پس از روز دهم آزمون قابل قیاس با مدل‌های مرجع می‌باشد (مقایسه شود با شکل ۹ یابلونوسکی و ویلیامسون، ۲۰۰۶).

بررسی میدان تاوایی نسبی تراز ۸۵۰ هکتوپاسکال طی روزهای هفتم و نهم اجرای آزمون نیز به وضوح از عملکرد مناسب مدل NH بهویژه در مختصه قائم سیگما-تتا حکایت دارد که مشخصه اصلی آن تعداد بیشتر مراکز و همگرایی قوی‌تر در رفتن به تفکیک بالاتر در مقایسه با NH سیگما-پی است (مقایسه شکل ۴-ج با شکل ۴-د یا شکل ۴-ه با شکل ۴-و). البته در مقایسه با نتایج لقائی زاده و همکاران (۲۰۲۰) برای مدل H باید به تفاوت در تفکیک مداری توجه داشت. با مقایسه شکل‌های ۴-ب و ۴-د مشاهده می‌شود که مدل NH سیگما-تتا، با وجود تفکیک افقی کمتر، در شبیه‌سازی میدان تاوایی نسبی به خوبی و قابل قیاس با نتایج مدل‌های جهانی مرجع (مثلًاً مدل حجم متاهی CAM، Community Atmospheric Model)، با تفکیک افقی بالاتر $0.625 \times 0.5^{\circ}$ در شکل ۸ یابلونوسکی و ویلیامسون، ۲۰۰۶ عمل کرده است.

در ارزیابی هسته‌های دینامیکی، افزون بر مقایسه کیفی و شهودی تحول موج کژفشار، برخی محاسبات کمی نیز طی این آزمون در ارتباط با مقادیر انرژی، تکانه زاویه‌ای، نرم جهانی میدان‌های گوناگون و طیف انرژی جنسی انجام گرفته است که این معیارهای کمی نیز یانگر عملکرد مناسب مدل NH هستند.



شکل ۳. تصویر بر جسته نگاشت قطب شمال (Northpolar-stereographic projection) از میدان فشار سطح (فاصله پریندی ۱۰۰۰ hPa؛ پریندی ۵ hPa) هکتوپاسکال با نقطه چین مشخص گردیده و رنگ های قرمز و آبی به ترتیب نشان دهنده مراکز و پربندهای پرفشار و کم فشار هستند) طی روزهای ۱۶، ۱۴، ۱۱ و (الف) مدل JW06 سیگما-تا با تفکیک افقی ۲۵۶×۲۵۶، (ب) و (ج) مدل NH سیگما-پی با تفکیک های افقی ۱۲۸×۱۲۸ و ۲۵۶×۲۵۶، (د) و (ه) مدل NH سیگما-تا با تفکیک های افقی ۲۵۶×۲۵۶ و ۵۱۲×۵۱۲.



شکل ۴. مقایسه میدان تاوایی نسبی تراز ۸۵۰ هکتوپاسکال (سایه روشن رنگی با یکای 10^{-5} s^{-1}) حالت‌های مختلف مدل طی روزهای ۷ و ۹ پس از اجرای آزمون JW06 (ستون چپ مریبوط به روز ۷ و ستون راست مریبوط به روز ۹؛ (الف) مدل H سیگما-تتا با تفکیک افقی 256×256 ، (ب) و (ج) مدل NH سیگما-پی با تفکیک افقی 128×128 و 256×256 ، (د) و (ه) مدل NH سیگما-تتا با تفکیک افقی 128×256 و 512×256).

با تعریف نرم I_2 به صورت زیر می‌توان به محاسبه اختلاف مقادیر میدان‌های گوناگون همچون میدان فشار سطح دو مدل با جمع کردن روی کلیه نقاط شبکه (λ_i, φ_i) پرداخت:

(۱۹)

$$\begin{aligned}
l_2^2(p_s(t)) &= \left\| p_{s_1}(t) - p_{s_2}(t) \right\|_2^2 = \left\langle p_{s_1}(t), p_{s_2}(t) \right\rangle^2 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ p_{s_1}(\lambda, \varphi, t) - p_{s_2}(\lambda, \varphi, t) \right\}^2 \cos \varphi d\varphi d\lambda \approx \\
&\approx \frac{\sum_i \sum_j \left(p_{s_1}(\lambda_i, \varphi_i, t) - p_{s_2}(\lambda_i, \varphi_i, t) \right)^2 \cos \varphi_{i,j}}{\sum_i \sum_j \cos \varphi_{i,j}}
\end{aligned} \tag{19}$$

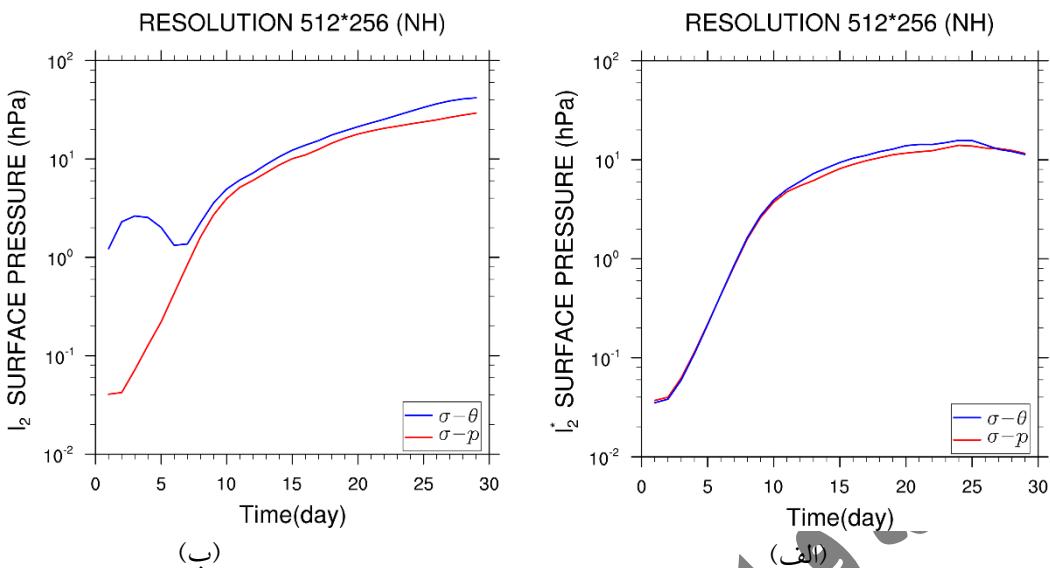
از رابطه فوق در تعیین اختلاف فشار سطح مدل NH با نتایج مدل مرجع به کار رفته استفاده می شود. با توجه به رابطه (۱۹) به عنوان اوّلین مقایسه کمی، برای میدان فشار سطح با تعریف این اختلاف با نرم l_2 زیر، خواهیم داشت:

$$\left\| p_s - p_{s,ref} \right\|_2 = \left[\frac{\sum_i \sum_j \left(p_s - p_{s,ref} \right)^2 \cos \varphi_{i,j}}{\sum_i \sum_j \cos \varphi_{i,j}} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{20}$$

مشابه رابطه فوق و با درنظر گرفتن $\left\| p_s^* - p_{s,ref}^* \right\|_2$ به عنوان پریشیدگی فشار سطح p_s از میانگین مداری، اگر نرم l_2 مربوطه یعنی $\left\| p_s^* - p_{s,ref}^* \right\|_2$ را l_2^* بنامیم، l_2^* نیز به منظور مقایسه ای کمی محاسبه شده است. مدل مرجع به کار رفته در این آزمون برگرفته از مدل اویلری CAM3 (Community Atmospheric Model) T170 است.

شکل ۵ نتایج حاصل از محاسبه دو نرم فوق طی ۳۰ روز آزمون موج کثفشار JW06 را برای فشار سطح و پریشیدگی فشار سطح نشان می دهد. پس از بررسی مقایسه کمی به دست آمده دو مختصه قائم متفاوت مشاهده می شود که مدل NH نیز همچون حالت H مدل با مختصه قائم سیگما-پی، بهویژه در شش روز اوّل اجرای آزمون، تفاوت نرم کمتری در میدان فشار سطح نسبت به مدل مرجع جهانی به کار رفته دارد (شکل ۵-الف). این اختلاف فشار سطح مدل NH با مختصه سیگما-تتا طی شش روز اوّل، همانند مدل H سیگما-تتا، مربوط به مشکل آغازگری مدل با مختصه سیگما-تتا است. در l_2^* یا نرم پریشیدگی فشار سطح اثر چندانی از مشکل آغازگری نیست و هر دو نسخه مدل NH اختلاف نرم مشابه با یکدیگر نسبت به مرجع دارند (شکل ۵-ب).

از مقایسه شکل ۵ با شکل متاظر برای مدل H (شکل ۵ در مقاله لقائی زاده و همکاران، ۲۰۲۰)، می توان گفت که براساس نرم l_2 ، مدل H سیگما-تتا نسبت به مدل H سیگما-تتا تا اندازه ای دارای اختلاف فشار سطح بیشتری نسبت به مدل مرجع است؛ حتی مدل NH سیگما-پی هم تا حدود هفتۀ اوّل همین وضعیت را دارد، یعنی تفاوت بیشتری میان این مدل با مدل مرجع در میدان فشار سطح نسبت به مدل H سیگما-پی مشاهده می شود. در مورد نرم پریشیدگی نیز، بهویژه در ۲۰ روز ابتدایی، این حالت وجود دارد و کمترین اختلاف در میان چهار حالت موجود مربوط به مدل H سیگما-پی است.



شکل ۵. مقایسه کمی تغییرات زمانی میزان اختلاف (الف) فشار سطح و (ب) پریشیدگی فشار سطح با مدل مرجع (نمودار I_2 با یکای hPa) در دو حالت سیگما-تا (خط آبی) و سیگما-پی (خط قرمز) مدل NH.

در ادامه تحلیل کمی آزمون موج کژفشار برای مدل NH، به موارد انرژی و تکانه زاویه‌ای می‌پردازیم. رابطه صورت آب-ایستایی انرژی کل برابر است با

$$E = \int_A \frac{1}{g} \left[\int_{\xi_{top}}^{\xi_s} \left(\frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}{2} + c_p T \right) \frac{\partial p}{\partial \xi} d\xi + \Phi_s p_s \right] dA \quad (21)$$

همچنین، مقدار تکانه زاویه‌ای کل، با صرفنظر از سهم مستقل از شارش، به صورت زیر درمی‌آید:

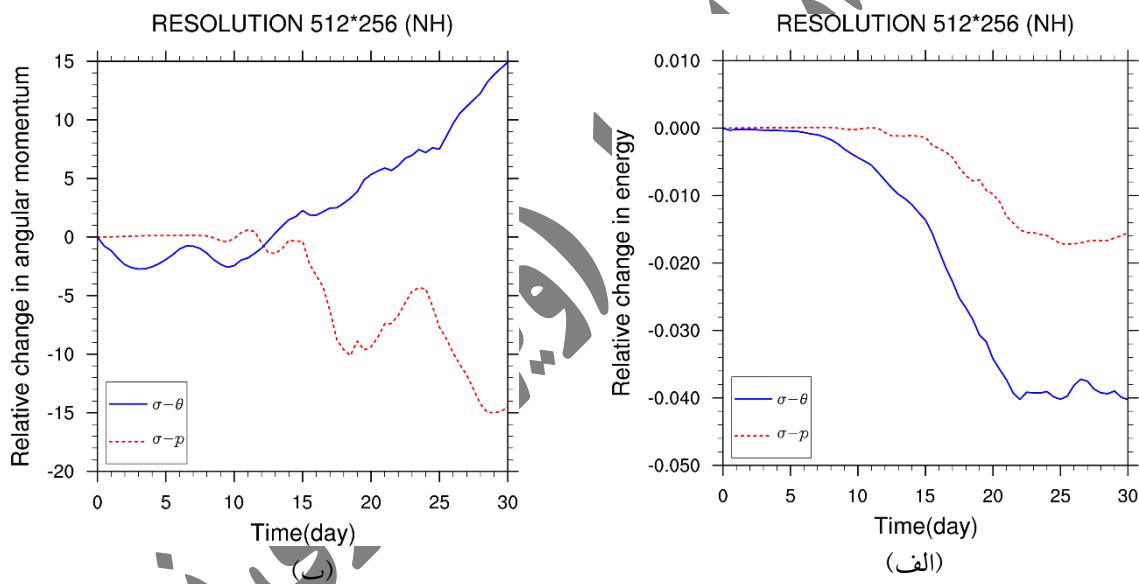
$$J = \int_A \int_{\xi_{top}}^{\xi_s} \left(u \frac{\partial p}{\partial \xi} + \Omega \cos \varphi \frac{\partial p'}{\partial \xi} \right) A \cos \varphi d\xi dA \quad (22)$$

که منظور از Ω سرعت زاویه‌ای است. برای E درصد تغییرات نسبی با رابطه $E(t) = ((E(t) - E(0)) / E(0)) \times 100$ و رابطه متناظری هم برای تکانه زاویه‌ای تعریف می‌شود.

همان‌طور که در شکل ۶-الف مربوط به سری زمانی انرژی کل روی کره مشاهده می‌شود، درصد تغییرات انرژی نسبت به حالت اوّلیه پس از حدود روز پنجم در مدل NH سیگما-تا بیشتر است. تا روز پانزدهم این کاهش در حدود یک درصد، به نسبت مدل NH سیگما-پی که تقریباً افت انرژی ندارد، کاملاً مشهود است و از این منظر می‌توان مدل سیگما-پی را در حالت خشک، در وضعیت مناسب‌تری دید. این روند در ادامه و پس از روز پانزدهم محسوس‌تر می‌شود، تا آنجا که کاهش نسبی انرژی در پایان آزمون خشک برای نسخه سیگما-تا به حدود ۴۰٪ درصد هم می‌رسد، حال آنکه مدل سیگما-پی انرژی کمتری از دست می‌دهد. البته این مقادیر تغییرات انرژی برای حالت مرطوب مدل‌ها که تبدیلات انرژی مربوط به گرمایی نهان نیز قابل توجه است باید مورد آزمون و بررسی قرار گیرند. مقایسه بین مدل‌های NH و H طی این آزمون از لحاظ تغییرات انرژی و تکانه زاویه‌ای با استفاده از شکل ۶ مقاله لقائی زاده و همکاران (۲۰۲۰) امکان‌پذیر است. به‌طور کلی برای مختصّه قائم سیگما-پی، در مقابل رفتار مناسب‌تر مدل NH و حالت نسبتاً یکنواخت مدل H با شبکه‌بندی لورنتس در پایستاری انرژی، پس از هفته دوم با افزایش انرژی در مدل H سیگما-پی و افت شدید انرژی در مدل NH سیگما-تا مواجه هستیم.

با مقایسه تکانه زاویه‌ای مدل‌های NH و H، مجدداً با استفاده از مقاله لقائی‌زاده و همکاران (۲۰۲۰) می‌توان گفت، برخلاف مدل H سیگما-تتا که دارای روند تغییرات کمی در تکانه زاویه‌ای است و طی آزمون افت تا ۵ درصدی از خود نشان داده که تا پایان تقریباً جبران شده است (شکل ۶-ب)، در مدل NH سیگما-تتا حدوداً پس از هفته دوم افزایش نسبی تغییرات تکانه زاویه‌ای تا ۱۵ درصد دیده می‌شود. در مورد مقایسه دو مدل NH و H سیگما-پی می‌توان به وضعیت مشابه دو مدل تا حدود هفته دوم با حدود ۵ درصد افت تکانه زاویه‌ای کل اشاره کرد. تفاوت در تغییرات تکانه زاویه‌ای کل پس از آن زمان رخ می‌دهد که مدل H دارای افت با روند یکنواخت است، در حالی که در مدل NH دوره‌ای از افزایش تکانه زاویه‌ای کل هم در اثنای روند کلی افت دیده می‌شود.

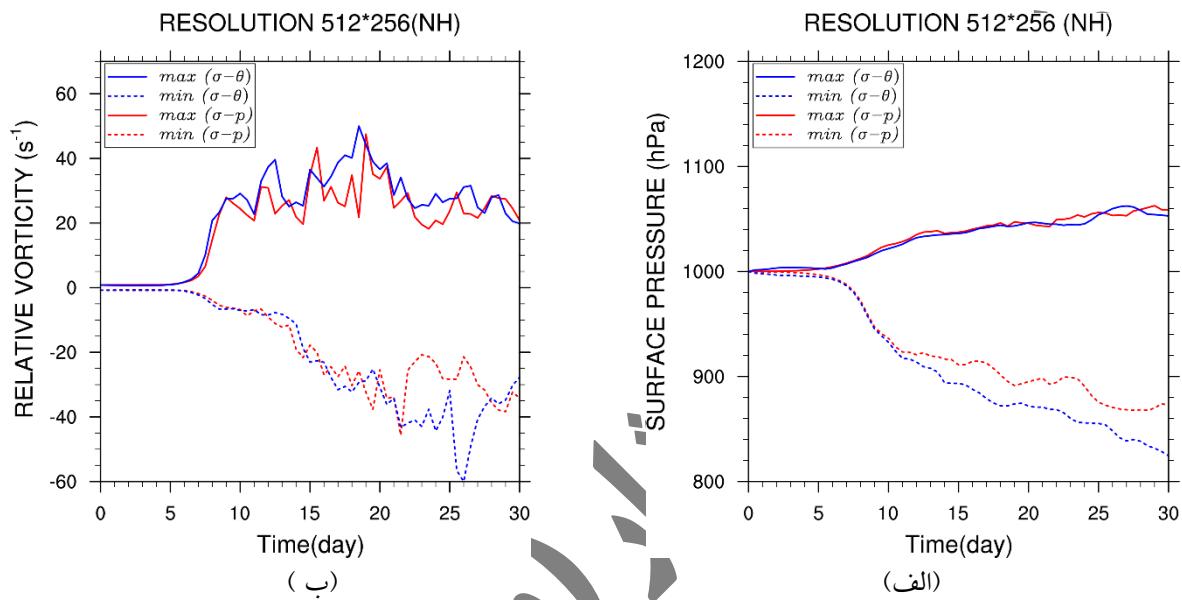
تغییرات بیشینه و کمینه فشار سطح که به ترتیب معرف مراکز سامانه‌های کم‌فشار و پرفشار حاصل از آزمون آرمانی هستند در شکل ۷-الف مشاهده می‌شود. همانند مدل‌های H (شکل ۷ لقائی‌زاده و همکاران، ۲۰۲۰)، در مدل‌های NH نیز با مختصه سیگما-تتا دارای کمینه کمتر و با مختصه سیگما-پی دارای بیشینه به نسبت بزرگ‌تری است. در ضمن، مقادیر کمینه فشار سطح در مدل NH سیگما-تتا نسبت به H سیگما-تتا نسبتاً کمتر است به طوری که در روزهای پایانی آزمون، در مدل NH سیگما-تتا مقادیر فشار سطح تا حدود ۸۲۵ هکتوپاسکال نیز می‌رسد (شکل ۷-الف).



شکل ۶. تغییرات زمانی درصد تغییرات نسبی مربوط به (الف) انرژی و (ب) تکانه زاویه‌ای برای مدل NH با مختصه‌های قائم سیگما-تتا (خط آبی) و سیگما-پی (خط قرمز).

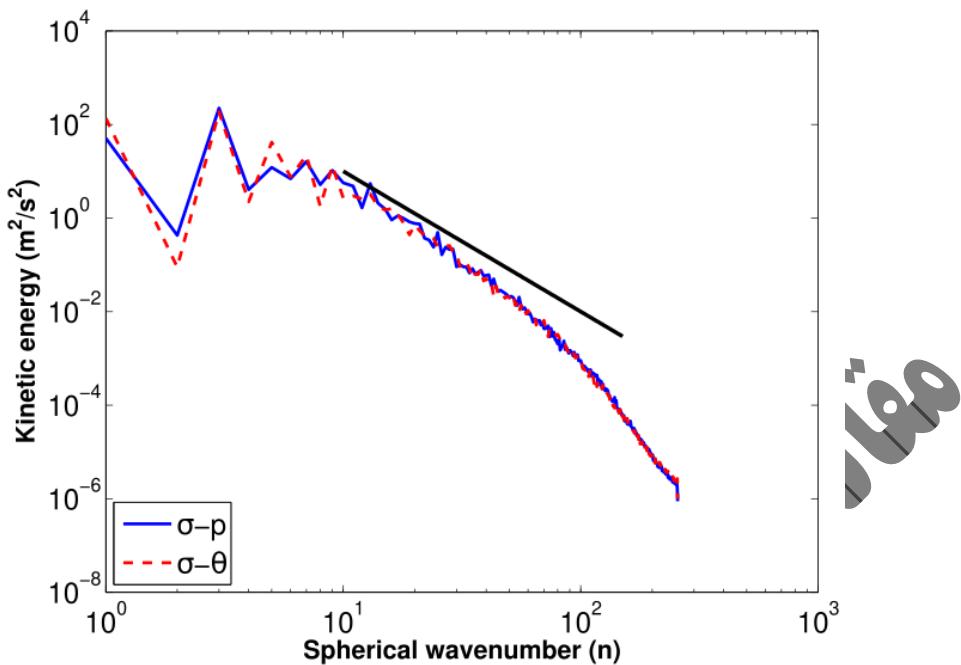
در ادامه تحلیل کمی تکانه زاویه‌ای پس از آزمون آرمانی موج کُرفشار، مشاهده می‌شود که از حدود روز دوازدهم، رشد تغییرات نسبی تکانه زاویه‌ای مدل NH با مختصه قائم سیگما-تتا در مقایسه با سیگما-پی بیشتر است (شکل ۶-ب). همچنین خروجی مدل NH با مختصه سیگما-تتا نشان‌دهنده آن است که چرخندهای قوی‌تری در مقایسه با مختصه سیگما-پی شیوه‌سازی می‌شوند، زیرا در ۱۵ روز نخست آزمون بهوضوح مقادیر کمینه فشار سطح و بیشینه تاوابی نسبی تراز ۸۵۰ هکتوپاسکال به ترتیب مقادیر کمتر و بیشتری از مدل NH سیگما-پی دارند (شکل‌های ۷-الف و ۷-ب). این مسئله با نمایش میدان فشار سطح طی روز نهم در شکل‌های ۱ و ۲ نیز سازگار است.

مقایسه میدان تاوایی نسبی تراز ۸۵۰ هکتوپاسکال مدل‌های NH و H، بهوضوح حاکی از مقادیر بزرگ‌تر بیشینه تاوایی نسبی مدل H نسبت به مدل NH است. همچنین برخلاف مدل‌های H که طی هفته دوم اجرای آزمون مقادیر کمینه تاوایی پتانسیلی بهنسبت یکنواختی در آن مشاهده می‌شود، در مدل‌های NH طی هفته مذکور این کمیت کاهشی است. بهعلاوه در هفته سوم، برخلاف مدل‌های H، تا اندازه زیادی مدل NH سیگما-تنا کمینه تاوایی پتانسیلی کوچک‌تری نسبت به مدل NH سیگما-پی دارد و همانند مدل‌های H طی این زمان، میدان تاوایی پتانسیلی دارای بیشینه بزرگ‌تری نسبت به مدل NH سیگما-پی است (شکل ۷-ب و شکل ۷، لقائی‌زاده و همکاران، ۲۰۲۰).



شکل ۷. تغییرات زمانی مقادیر بیشینه (خط پُر) و کمینه (خط چین) بر روی کلّ کره برای (الف) فشار سطح زمین (با یکای hPa) و (ب) تاوایی نسبی تراز ۸۵۰ هکتوپاسکال (با یکای s⁻¹) حاصل از اجرای مدل NH با مختصه‌های قائم سیگما-تنا (آبی) و سیگما-پی (قرمز).

شکل ۸ طیف انرژی جنبشی در تراز ۷۰۰ هکتوپاسکال در روز ۳۰ آم آزمون JW06 را برای مدل NH با دو مختصه سیگما-تنا و سیگما-پی نشان می‌دهد. در مورد این نمودار طیف انرژی جنبشی، لازم به ذکر است که طیف به دست آمده از مشاهدات جوآزاد به عدد موج وابسته است و این بستگی متناسب با k^{-3} برای مقیاس‌های بزرگ، با مشخصه تلاطم دو بعدی یا همان حرکات در مقیاس همدیدی است و سپس انتقالی در میان مقیاس متناسب با $k^{-\frac{5}{3}}$ و شب ملایم‌تر دارد. بنابراین در مدل NH متناظر با شکل ۸، در تراز ۷۰۰ هکتوپاسکال روز ۳۰ آم آزمون JW06، با توجه به اینکه در اینجا آزمون موج کثفشار در بهترین حالت با تفکیک حدود ۰/۷ درجه اجرا شده است، نمی‌توان انتظار نتایج مربوط به تفکیک طیف $k^{-\frac{5}{3}}$ برای مقیاس‌های متناظر با تلاطم سه بعدی را داشت. لذا لازم است مدل NH در تفکیک‌های بالاتر اجرا و مورد سنجش طیفی قرار گیرد تا بتوان تفکیک موثر مدل (مقیاسی که کمتر از آن، دیگر ویژگی‌های دینامیکی قابل شبیه‌سازی دقیق نبوده و پخش عددی غالب است) را به دست آورد، هرچند با آزمون‌های در مقیاس ناآب‌ایستایی نیز می‌توان به نتایجی دست یافت. با این وجود، طیف مقیاس همدیدی بهوضوح بیانگر آن است که مدل NH قادر به نمایش طیف k^{-3} مربوط به مقیاس همدیدی (تلاطم دو بعدی) است. اگرچه برای امواج با طول موج بلند، مدل NH سیگما-تنا نسبت به سیگما-پی تا اندازه‌های دارای انرژی جنبشی کمتر است، اما با افزایش عدد موج تقریباً طیف مشابهی دیده می‌شود.



شکل ۸ طیف انرژی جنبشی (با یکای m^2/s^2) در روز ۳۰ ام آزمون JW06 در تراز ۷۰۰ هکتوپاسکال برای مدل NH با دو مختصه سیگما-تا (خط قرمز) و سیگما-پی (خط آبی). خط ضخیم سیاه نشان‌دهنده شب نظری K^{-3} مربوط به تلاطم دوبعدی است.

۲-۳ آزمون موج کوهستان

امواج گرانی ناآب‌ایستایی که به‌وسیله کوهساری واداشت می‌شوند، پدیده‌های مهمی هستند که با مدل‌های آب‌ایستایی نمی‌توان شبیه‌سازی خوبی از آنها را ارائه داد. در این قسمت، به‌منظور بررسی میزان توانمندی مدل ناآب‌ایستایی موجود، به آزمون موج کوهستان بر فراز کوهی دوار از گونه Schär مطابق با آزمون ۱-۲ مرجع DCMIP2012 (اولریش و همکاران، ۲۰۱۲) خواهیم پرداخت. حالته که در آن، جریان جوی با چینش ثابت باد بر روی سطح ناهموار کوه واقع بر کره‌ای بدون چرخش که شعاع آن با ضریب X کاهیده شده است، شارش می‌یابد. تقریب سیاره کوچک، این امکان را فراهم می‌سازد تا با هزینه محاسباتی بسیار کمتری بتوان به تفکیک‌های لازم برای مقیاس‌های دربردارنده اثر ناآب‌ایستایی دست یافت. در اینجا مقدار ضریب کاهش، برخلاف مرجع فوق، برابر $X=166.7$ اختیار شده است. از این‌رو، به‌دلیل کمتر شدن اثر خمیدگی و همین‌طور اثر برهم‌نیه امواج طی ۲ ساعت انتگرال‌گیری، با چرخیدن موج به دور زمین در مقایسه با پیشنهاد $X=500$ در آزمون استاندارد DCMIP، کره کاهیده بزرگ‌تر در نظر گرفته شده است. مقدار بر اولیه دمای جو هم‌دمای T_{eq} و باد U_{eq} به عنوان حالت اولیه و در استوا به ترتیب برابر 300 کلوین و 20 متر بر ثانیه فرض شده‌اند. آزمون موج کوهستان همچون آزمون موج کژفشار با دو تفکیک افقی 128×256 (تفکیک پایین) و 512×256 (تفکیک بالا) و با 60 تراز در راستای قائم از سطح زمین تا ارتفاع 30 کیلومتر انجام شده است. به این ترتیب برای تفکیک بالا، فاصله شبکه‌ای در راستاهای افقی (بر روی صفحه استوایی) و قائم به ترتیب حدود 470 و 500 متر و گام زمانی مورد استفاده نیز 25 ثانیه است.

سایر روابط لازم برای ساخت حالت اولیه، از جمله روابط باد مداری و میدان فشار اولیه متوازن که از روابط معادله آب‌ایستایی و باد گرادیان به‌دست می‌آیند، در مرجع اصلی آمده است:

$$p(\lambda, \varphi, z) = p_{eq} \exp\left(-\frac{u_{eq}^2}{2R_d T_{eq}} \sin^2 \varphi - \frac{gz}{R_d T(\varphi)}\right) \quad (23)$$

که در آن $p_{eq} = 1000 \text{ Pa}$ فشار سطح زمین مرجع در استوا، $T_{eq} = 300 \text{ K}$ دمای مرجع در استوا و $u_{eq} = 20 \text{ ms}^{-1}$ سرعت باد مداری مرجع است. میدان دما با رابطه زیر به دست می‌آید (با توجه به c ثابت، دما فقط به عرض جغرافیایی وابسته است):

$$T(\varphi) = T_{eq} \left(1 - \frac{cu_{eq}^2}{g} \sin^2 \varphi \right) \quad (24)$$

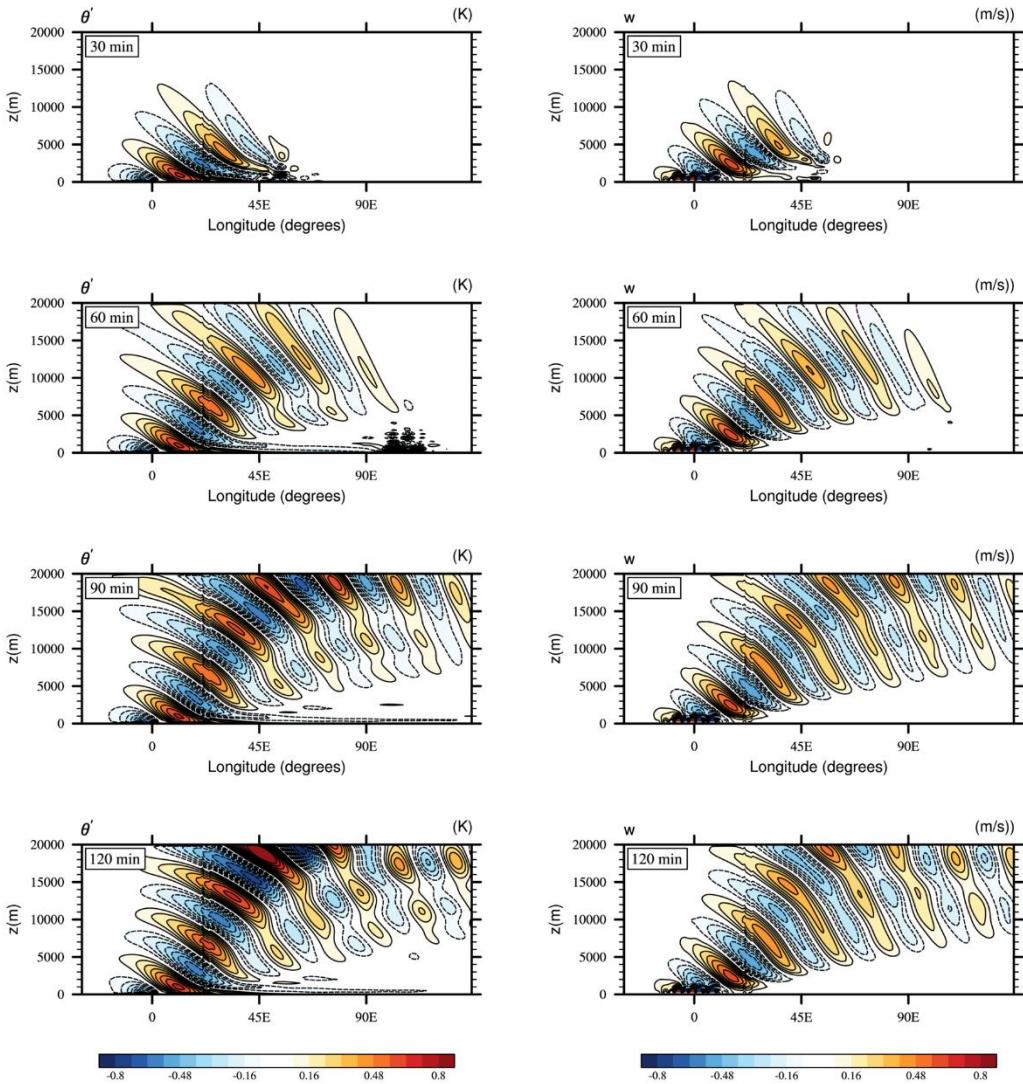
برای آزمون موج کوهستان، از کوهساری به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$r = \frac{a_{ref}}{X} \arccos \left[\sin \varphi_c \sin \varphi + \cos \varphi_c \cos \varphi \cos(\lambda - \lambda_c) \right] \quad (25)$$

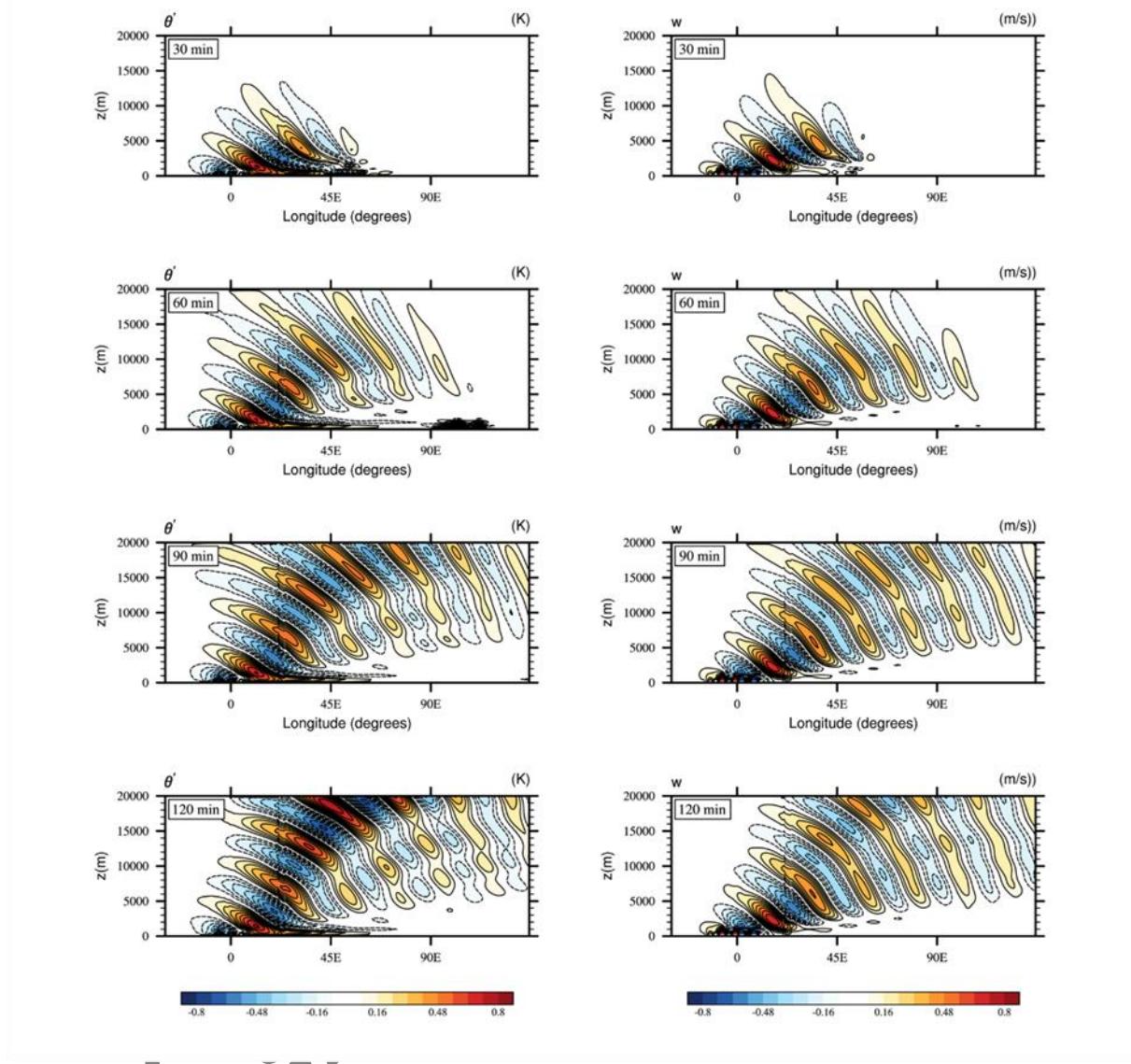
$$z_s(\lambda, \varphi) = h_0 \exp \left(-\frac{r(\lambda, \varphi)^2}{d^2} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi r(\lambda, \varphi)}{\varepsilon} \right) \quad (26)$$

که در آن z ارتفاع سطح، $h_0 = 250 \text{ m}$ بیشینه ارتفاع کوهستان، $d = 5000 \text{ m}$ نیمپهنهای کوهستان، $\varepsilon = 4000 \text{ m}$ طول موج کوهستان، r فاصله دایره عظیمه از نقطه مرکز کوهستان (برحسب رادیان) و φ_c و λ_c بهترین عرض و طول جغرافیایی مرکز کوهستان هستند ($a_{ref} = 6.37122 \times 10^6 \text{ m}$)

در آزمون استاندارد به منظور جذب امواج گرانی انتشار یابنده بالاسو و جلوگیری از بازتاب آنها در بام مدل از اصطکاک رایلی برای هر سه مولفه سرعت استفاده می‌شود (بالای ۲۰ کیلومتر). برای آزمون موج کوهستان، پس از آماده‌سازی شرایط اولیه، مدل NH تا $t=7200$ ثانیه اجرا شده و میدان‌های سرعت سه بعدی، دما، ارتفاع ژئوپتانسیلی و فشار سطح در بازه‌های زمانی ۱۰۰ s محاسبه و بررسی شدند. مقایسه عملکرد تعیین سرعت قائم و نمایش نیمرخ قائم آن و همین طور نقشه‌های افقی حاصل از مدل‌های ناآب‌ایستایی در ارتفاع مثلاً ۸۰۰۰ متر از مهم‌ترین بررسی‌های مطرح در این آزمون است. در ادامه به بررسی نتایج و مقایسه آنها با نتایج مرجع خواهیم پرداخت. در اینجا نتایج میدان سرعت قائم تا ۷۲۰۰ ثانیه پس از اجرا و برای تفکیک افقی $256 \times 512 \times 60$ تراز در راستای قائم آمده است. نتایج شامل ساختار قائم این میدان در استوا و همین طور نمایش افقی در ارتفاع ۸ کیلومتر از سطح زمین است. در شکل‌های ۹ و ۱۰ نتایج پریشیدگی میدان سرعت قائم و دمای پتانسیلی بهترین در راستای قائم، برای مدل NH با مختصه قائم سیگما-پی و سیگما-تا و با فواصل زمانی نیم ساعته مشاهده می‌شود که قابل مقایسه با نتایج مدل‌های مرجع جهانی هستند. پس از ۲ ساعت اجرا، مدل، شکل‌گیری ۱۰ موج واقع در پایین دست کوه را شیوه‌سازی کرده است و انتشار موج به پایین دست و بالادست نیز نمایش درستی دارد. با مقایسه نتایج مدل NH با دو مختصه سیگما-پی و سیگما-تا تحت شرایط یکسان، از جمله محل قرارگیری لایه اسفنجی در ارتفاع ۲۰ کیلومتر، می‌توان گفت که با وجود تشابه نسبی الگوهای به وجود آمده حول استوا پس از برخورد جریان با کوه و نمایش رفتار کاملاً ناآب‌ایستایی، مدل NH سیگما-پی با گذشت زمان سرعت انتشار قائم به نسبت بیشتری دارد. به نظر می‌رسد از این جنبه، با وجود تشابه بسیار زیاد، نتایج مدل NH سیگما-تا مشابه با نتایج مراجع جهانی و همچنین جواب‌های ارائه شده در مقاله کلمپ و همکاران (۲۰۱۵) دارد. با بررسی عملکرد مدل در ساختار افقی و در راستای کوهساری در ارتفاع ۸۰۰۰ متری، برای میدان پریشیدگی دمای پتانسیلی و میدان سرعت قائم بهوضوح مشاهده می‌شود که مدل NH سیگما-تا در نمایش افقی امواج گرانی در این ارتفاع برای هر دو میدان بهتر عمل کرده و جزئیات بیشتری از امواج را تحت شرایط یکسان، نسبت به مدل NH سیگما-پی، نشان می‌دهد. (برای اختصار شکل‌ها آورده نشده).



شکل ۹. ساختار قائم پریشیدگی سرعت قائم (سمت راست؛ با یکای m/s) و دمای پتانسیلی (سمت چپ؛ با یکای K) در نیم‌رخ مداری-قائم در امتداد استوا حاصل از اجرای آزمون موج کوهستان با مدل NH سیگما-بی از بالا به پایین به ترتیب پس از ۳۰، ۶۰، ۹۰ و ۱۲۰ دقیقه.



شکل ۱۰. مانند شکل ۹ ولی برای مدل NH سیگما-تا.

۳-۳ آزمون با داده‌های واقعی

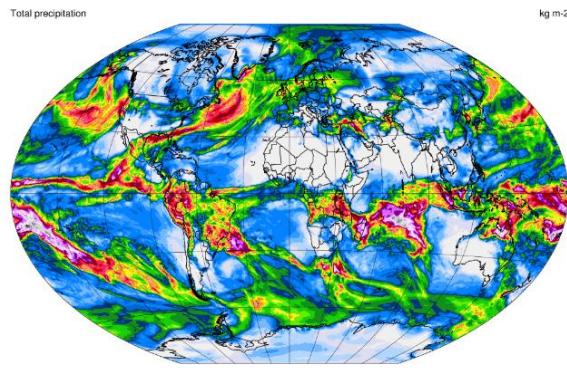
در ادامه ارزیابی عملکرد هسته دینامیکی نآب ایستایی، با توجه به امکانات موجود، به بررسی مدل با کاربست یک مجموعه از پارامترسازی‌های فیزیکی پرداخته شده است. در بخش فیزیک از طرحواره‌های RRTMG (آیکونو، ۲۰۰۴؛ کاویانی و همکاران، ۲۰۲۰) برای تابش طول موج‌های بلند و کوتاه، TNT یا تیتکه-نُردنگ-تیتکه (تیتکه، ۱۹۸۹؛ نُردنگ، ۱۹۹۴) برای همرفت، مجموعه کارهای لَهَمَنْ و روئِنْکِنْ (۱۹۹۶)، ساندکویست و همکاران (۱۹۸۹) و تامکنز (۲۰۰۲) برای خُردفیزیک ابر، TKE برای لایه مرزی (برینکاپ و روئِنْکِنْ، ۱۹۹۵) و مجموعه پودمان‌های موجود در مدل ECHAM6 (استیونس و همکاران، ۲۰۱۳) برای فرایندهای سطحی استفاده شده است. در مورد فرایندهای سطح زمین، کمیت‌های گوناگونی لازم است تعیین و به کار گرفته شوند. از این میان،

تا کنون نوع کاربری زمین (land cover type) و سپیدابی (albedo) با استفاده از داده‌های ماهواره مودیس (modis)، دمای سطح زمین (شامل خشکی‌ها، دریاها و پوشش بیخ دریا) و داده‌های GFS با تدوین و پیاده‌سازی الگوریتم‌های خاص به شبکه افقی مدل تبدیل و به کار رفته‌اند. کمیت‌های دیگر، چون نوع خاک، پس از یافتن مجموعه داده‌های مناسب برای آن در آینده استفاده خواهد شد. کوهساری از داده‌های ETOPO1 (www.ngdc.noaa.gov/mgg/global) با تفکیک مکانی یک دقیقه استخراج و به شبکه مدل تبدیل شده، سپس برای کاهش نویه کوهستان با استفاده از وارون عملگر لایاسی موجود در مدل هموار شده است. با تفکیک افقی ۰/۷ درجه و درنظر گرفتن ۲۶ تراز در راستای قائم، پیش‌بینی ۵ روزه‌ای برای بارش از روز ۱۴ فوریه ۲۰۲۴ و با آغازگری پیش‌بینی با استفاده از مدل GFS (<https://www.ncei.noaa.gov/products/weather-climate-models/global-forecast>) در این روز انجام گرفته است. با توجه به فعالیت سامانه‌های بارشی در این ایام از سال در داخل کشور، دوره انتخاب شده مورد جالبی برای مقایسه است. شایان توجه است که این اجرا در مقیاس همدیدی انجام شده و برای پیش‌بینی میان‌مقیاس، به سخت‌افزارهای پیشرفته توانیاز است.

نتایج مدل‌های مرجع شامل پیش‌بینی مدل GFS ذخیره شده با تفکیک افقی ۰/۵ درجه و داده‌های بازتحلیل ERA5 (هرسال و همکاران، ۲۰۲۰) مربوط به ECMWF با تفکیک افقی ۰/۲۵ درجه می‌باشد. مقایسه میدان بارش تجمعی پنج روزه مدل NH در دو مختصه قائم با مدل مرجع GFS در شکل ۱۱ ارائه شده است. مطابق شکل، الگوهای بارش و همچنین مراکز و شدت سامانه‌های شیوه‌سازی شده توسط مدل NH همانند مدل‌های مرجع هستند و این امر در یک دید کلی نشان‌دهنده عملکرد مطلوب مدل NH (و همین طور مدل آب‌ایستایی H) توسعه‌یافته در نمایش تحول زمانی امواج در آزمونی تجربی است. با درنظر گرفتن تفاوت در تفکیک‌های به کار رفته در اجرای مدل NH و مدل‌های مرجع، مشاهده می‌شود که برای میدان بارش، اختلاف‌ها بیشتر به صورت فروبرآوردن بارش در نواحی سرزمینی منطقه حاره، همچون جنگلهای نواحی آمازون و جنوب آفریقا، و نیز در ناحیه گلف استریم وجود دارد. از طرف دیگر، فرابرآوردن بزرگ بارش در مناطق مرتفع هیمالیا و اطراف آن به‌چشم می‌خورد که احتمالاً ریشه در نادرستی دمای سطح زمین آغازگری شده با داده‌های GFS به دلیل تفاوت در کوهساری آن با کوهساری مدل توسعه‌یافته دارد. به‌مرحال، این موارد اختلاف نیازمند بررسی بیشتر در آینده است. در شکل ۱۲ مقایسه بارش تجمعی ۲۴ ساعته روز چهارم اجرای مدل با نسخه‌های گوناگون آب‌ایستایی و نآب‌ایستایی با دو مدل مرجع ارائه شده است. براساس هر دو شکل ۱۱ و ۱۲ می‌توان گفت که با وجود موارد فروبرآوردن و فرابرآوردن اشاره شده در مقایسه با مدل‌های مرجع، مدل‌های آب‌ایستایی و NH سیگما-پی در نواحی اقیانوسی منطقه حاره، به‌ویژه جنوب شرق و جنوب آسیا و اطلس جنوبی، شیوه‌سازی بهتری نسبت به سیگما-تتا داشته‌اند. وضعیت شیوه‌سازی در بخش حاره‌ای اقیانوس آرام برعکس است و مدل‌های با مختصه سیگما-تتا نسبت به متناظرشان با مختصه سیگما-پی شرایط مناسب‌تری دارند. علاوه بر موارد ذکر شده، به‌نظر می‌رسد در کل مدل‌های با مختصه قائم سیگما-پی موفقیت بیشتری در مورد پیش‌بینی بارش منطقه و کشور ایران داشته‌اند.

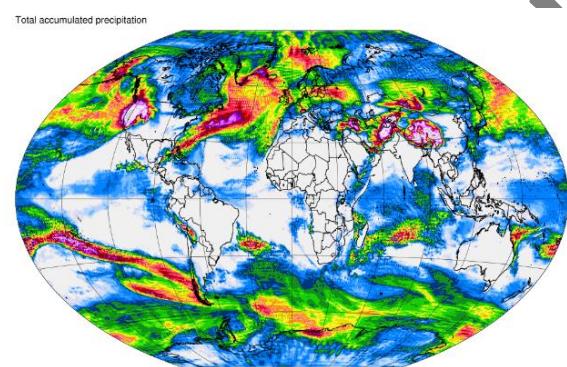
مقایسه

(استادی شناسه)



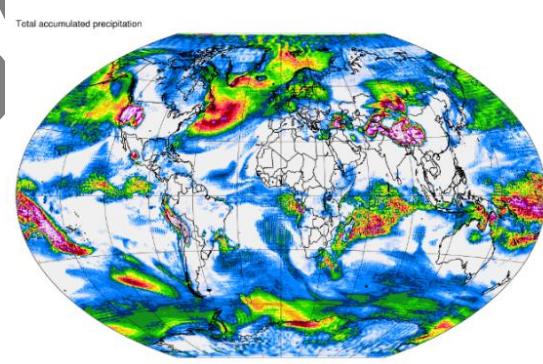
Total accumulated precipitation (kg/m^2)
0.1 0.5 1 2 3 5 7 10 15 20 25 30 35 40 45 50 60 70 80 90 100 125 150 200 300

(الف)



Total accumulated precipitation (mm)
0.1 0.5 1 2 3 5 7 10 15 20 25 30 35 40 45 50 60 70 80 90 100 125 150 200 300

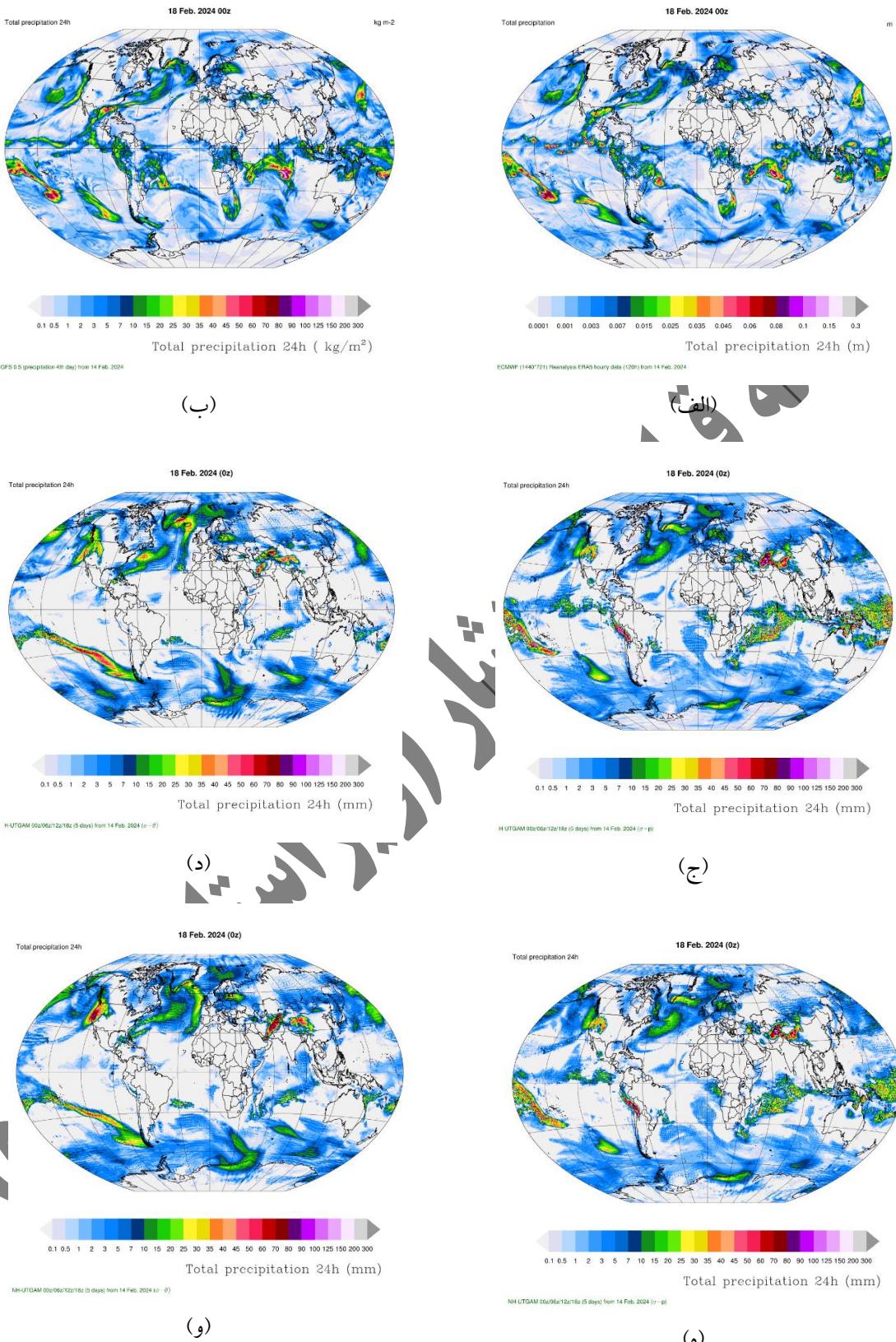
(ب)



Total accumulated precipitation (mm)
0.1 0.5 1 2 3 5 7 10 15 20 25 30 35 40 45 50 60 70 80 90 100 125 150 200 300

(ج)

شکل ۱۱. میدان بارش تجمعی پنج روزه (با یکای mm یا kg/m^2) برای (الف) مدل GFS، (ب) مدل NH سیگما-تا و (ج) مدل NH سیگما-بی.



شکل ۱۲. میدان بارش تجمعی ۲۴ ساعته (با یکای kg/m^2 یا mm) در روز چهارم پیش‌بینی مربوط به (الف) داده‌های باز تحلیل ERA5، (ب) مدل GFS، (ج) مدل آب‌ایستایی سیگما-پی، (د) مدل آب‌ایستایی سیگما-تتا، (ه) مدل NH سیگما-پی و (و) مدل NH سیگما-تتا.

۴ نتیجه‌گیری

مدل‌های جوی با دقّت بالا، نیاز به توسعه برای فرامقیاس بودن و یکپارچگی دارند و این موضوع بدون به کارگیری دینامیک ناآب-ایستایی امری محال به نظر می‌آید، اگرچه استفاده از رایانه‌های با قابلیت محاسباتی در مقیاس پتا (پتابلاپس) نیز از ملزمومات ادامه کار تحقیقاتی در سطح مطالعات دینامیک ناآب-ایستایی مدل‌ها است. مطالعه حاضر براساس امکانات موجود برای اجرای مدل جدید ناآب-ایستایی با نسخه‌های مختلف انجام شده است. در این مقاله، پس از ارائه و معرفی فرمولیندی جدید مدل جوی ناآب-ایستایی NH-UTGAM، با انجام دو آزمون استاندارد مدل‌های جوی، به بررسی عملکرد مدل جدید در دو مقیاس همدیدی و میان‌مقیاس پرداخته شد.

نتایج حاصل حاکی از حل صحیح مدل برای شبیه‌سازی امواج در هر دو مقیاس است. به علاوه، در بیشتر آزمون‌های آرمانی، مدل NH با مختصه قائم سیگما-پی نسبت به مختصه سیگما-پی دارای نتایج کیفی و کمی بهتری است. با این وجود، در ادامه و در مقیاس همدیدی نیز نمونه‌ای از عملکرد مدل با مجموعه‌ای از پارامترسازی‌های فیزیکی ارائه شد. عملکرد مدل در تشخیص و تحول سامانه‌ها بسیار خوب ولی در جزئیات احتیاج به تنظیمات فیزیکی و همچنین امکانات سخت‌افزاری بیشتر برای رفتان به تفکیک‌های بالاتر دارد. شاید بدلیل سازگاری بیشتر مدل سیگما-پی با طرحواره‌های فیزیکی باشد که مدل‌های H و NH سیگما-پی با درنظر گرفتن فیزیک کامل نتایج بهتری از خود در بیشتر مناطق کرده، از جمله برای پیش‌بینی میدان بارش در تاریخ بررسی شده روی ایران نشان می‌دهند. امیدواریم پس از این مرحله از پژوهش، برای بررسی بیشتر عملکرد مدل بتوان با انجام آزمون‌های مرتبط در هر دو مقیاس، همچون آزمون‌های ابر، آبریاخته، توفان حاره‌ای، و همچنین آزمون‌های نهایی با فیزیک کامل همچون آزمون آرمانی سیاره آبی به منظور بررسی برهمکنش پارامترسازی‌های فیزیکی پایاکدیگر و نیز با هسته دینامیکی، به تکمیل پژوهش حاضر مبادرت کرد.

مراجع

- Brinkop, S., and Roeckner, E. (1995). Sensitivity of a general circulation model to parameterizations of cloud–turbulence interactions in the atmospheric boundary layer. *Tellus A*, 47(2), 197–220.
- Chen, C., Li, X., Xiao, F. and Shen, X. (2023). A nonhydrostatic atmospheric dynamical core on cubed sphere using multi-moment finite-volume method. *Journal of Computational Physics*, 473, 111717.
- Dritschel, D. G., and Ambaum, M. H. P. (1997). A contour-advection semi-Lagrangian numerical algorithm for simulating fine-scale conservative dynamical fields. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 123, 1097–1130.
- Dritschel, D. G., and Ambaum, M. H. P. (2006). The diabatic contour advective semi-Lagrangian model. *Monthly Weather Review*, 134, 2503–2514.
- Dritschel, D. G., Polvan, L. M., and Mohebalhojeh, A. R. (1999). The contour-advection semi-Lagrangian algorithm for the shallow-water equations. *Monthly Weather Review*, 127, 1551–1565.
- Durran, D. R. (2010). Numerical Methods for Fluid Dynamics: With Applications to Geophysics. New York, NY: Springer New York.
- Hersbach, H., Bell, B., Berrisford, P., Hirahara, S., Horányi, A., Muñoz-Sabater, J., Nicolas, J., ... and Thépaut, J., (2020). The ERA5 global reanalysis. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 146, 1999–2049.
- Iacono, M. J., Delamere, J. S., Mlawer, E. J., Clough, S. A., Morcrette, J. J., and Hou, Y. T. (2004). Development and evaluation of RRTMG_SW, a shortwave radiative transfer model for general circulation model applications. In *Proceedings of the 14th atmos. radiation measurement (ARM) science team meeting, Albuquerque, New Mexico, March* (p. 22–26).

- Iacono, M. J., Mlawer, E. J., Clough, S. A., and Morcrette, J. J. (2000). Impact of an improved longwave radiation model, RRTM, on the energy budget and thermodynamic properties of the NCAR community climate model, CCM3. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 105(D11), 14873–14890.
- Jablonowski, C., and Williamson, D. L. (2006). A baroclinic instability test case for atmospheric model dynamical cores. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 132, 2943–2975.
- Kaviani, M., Ahmadi-Givi, F., Mohebalhojeh, A. R., and Yazgi, D. (2020). A quantitative assessment of the impact of increase in CO₂ concentration on baroclinic instability. In *EGU General Assembly Conference Abstracts* (p. 682).
- Konor, C. S., and Arakawa, A. (1997). Design of an atmospheric model based on a generalized vertical coordinate. *Monthly Weather Review*, 125, 1649–1673.
- Kühnlein, C., Deconinck, W., Klein, R., Malardel, S., Piotrowski, Z. P., Smolarkiewicz, P. K., ... and Wedi, N. P. (2019). FVM 1.0: a nonhydrostatic finite-volume dynamical core for the IFS. *Geoscientific Model Development*, 12(2), 651–676.
- Klemp, J. B., Skamarock, W. C., and Park, S. H. (2015). Idealized global nonhydrostatic atmospheric test cases on a reduced-radius sphere. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 7(3), 1155–1177.
- Klemp, J. B., Skamarock, W. C., and Ha, S. (2018). Damping acoustic modes in compressible horizontally explicit vertically implicit (HEVI) and split-explicit time integration schemes. *Monthly Weather Review*, 146, 1911–1923.**
- Laghaeizadeh, R., Joghataei, M., Yazgi, D., and Mohebalhojeh, A. R. (2020). The diabatic contour-advection semi-Lagrangian algorithms for the dynamical core of global models in terrain-following isentropic and pressure vertical coordinates. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 146(733), 3715–3728.
- Laprise, R. (1992). The Euler equations of motion with hydrostatic pressure as an independent variable. *Monthly weather review*, 120(1), 197–207.
- Lohmann, U., and Roeckner, E. (1996). Design and performance of a new cloud microphysics scheme developed for the ECHAM general circulation model. *Climate Dynamics*, 12, 557–572.
- Mirzaei, M., Mohebalhojeh, A. R., and Ahmadi-Givi, F. (2012). On imbalance generated by vortical flows in a two-layer spherical Boussinesq primitive equation model. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 69(9), 2819–2834.
- Mohebalhojeh, A. R., and Dritschel, D. G. (2004). Contour-advection semi-Lagrangian algorithms for many-layer primitive-equation models. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 130(596), 347–364.
- Mohebalhojeh, A. R., and Dritschel, D. G. (2007). Assessing the numerical accuracy of complex spherical shallow-water flows. *Monthly Weather Review*, 135(11), 3876–3894.
- Mohebalhojeh, A.R. and Dritschel, D. G. (2009) The diabatic contour-advection semi-Lagrangian algorithms for the spherical shallow-water equations. *Monthly Weather Review*, 137, 2979–2994.
- Mohebalhojeh, A. R., Joghataei, M. and Dritschel, D. G. (2016). Toward a PV-based algorithm for the dynamical core of hydrostatic global models. *Monthly Weather Review*, 144, 2481–2502.
- Nakajima, K., and Matsuno, T. (1988). Numerical experiments concerning the origin of cloud clusters in the tropical atmosphere. *Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II*, 66(2), 309–329.
- Nordeng, T.E., (1994). Extended versions of the convective parametrization scheme at ECMWF and their impact on the mean and transient activity of the model in the tropics. *Research Department Technical Memorandum*, 206, 1–41.
- Satoh, M., Matsuno, T., Tomita, H., Miura, H., Nasuno, T., and Iga, S. I. (2008). Nonhydrostatic icosahedral atmospheric model (NICAM) for global cloud resolving simulations. *Journal of Computational Physics*, 227(7), 3486–3514.
- Simmons, A. J. and Burridge, D. M. (1981) An energy and angular-momentum conserving vertical finite-difference scheme and hybrid vertical coordinates. *Monthly Weather Review*, 109, 748–766.
- Skamarock, W. C., Klemp, J. B., Duda, M. G., Fowler, L. D., Park, S. H., and Ringler, T. D. (2012). A multiscale nonhydrostatic atmospheric model using centroidal Voronoi tessellations and C-grid staggering. *Monthly Weather Review*, 140(9), 3090–3105.

- Skamarock, W. C., Ong, H., and Klemp, J. B. (2021). A fully compressible nonhydrostatic deep-atmosphere equations solver for MPAS. *Monthly Weather Review*, 149(2), 571–583.
- Stevens, B., Giorgetta, M., Esch, M., Mauritsen, T., Crueger, T., Rast, S., Salzmann, M., Schmidt, H., Bader, J., Block, K., Brokopf, R., Fast, I., Kinne, S., Kornblueh, L., Lohmann, U., Pincus, R., Reichler, R., and Roeckner, E. (2013). Atmospheric component of the MPI-M Earth System Model: ECHAM6. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 5, 146–172.
- Stevens, B., Satoh, M., Auger, L., Biercamp, J., Bretherton, C. S., Chen, X., ... and Zhou, L. (2019). DYAMOND: the DYnamics of the Atmospheric general circulation Modeled On Non-hydrostatic Domains. *Progress in Earth and Planetary Science*, 6(1), 1–17.
- Sundqvist, H., Berge, E., and Kristjánsson, J. E. (1989). Condensation and cloud parameterization studies with a mesoscale numerical weather prediction model.
- Tiedtke, M. (1989). A comprehensive mass flux scheme for cumulus parameterization in large-scale models. *Monthly Weather Review*, 117(8), 1779–1800.
- Tompkins, A. M. (2002). A prognostic parameterization for the subgrid-scale variability of water vapor and clouds in large-scale models and its use to diagnose cloud cover. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 59(12), 1917–1942.
- Toy, M. D. (2013). A supercell storm simulation using a nonhydrostatic cloud-resolving model based on a hybrid isentropic-sigma vertical coordinate. *Monthly Weather Review*, 141, 1204–1215.
- Ullrich, P. A., Jablonowski, C., Kent, J., Lauritzen, P. H., Nair, R. D., and Taylor, M. A. (2012). Dynamical core model intercomparison project (DCMIP) test case document. *DCMIP Summer School*, 83 pp.
- Zhang, Y., Li, J., Yu, R., Zhang, S., Liu, Z., Huang, J., and Zhou, Y., (2018). A layer-averaged nonhydrostatic dynamical framework on an unstructured mesh for global and regional atmospheric modeling: Model description, baseline evaluation, and sensitivity exploration. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*. 11, 1685–1714.