مجله فیزیک زمین و فضا، جلد ۳۱، شماره ۱، ۱۳۸۴، صفحهٔ ۲۷-۳۷

مدل‌سازی وارون دوبعدی داده‌های گرانی

علی نجاتی کلاته* و وحید ابراهیم‌زاده اردستانی*

*مؤسسهٔ ژئوفیزیک دانشگاه تهران، صندوق پستی ۶۴۶۶-۱۴۱۵۵

(دریافت مقاله: ۸۳٫۶٫۷ ، پذیرش مقاله: ۸۴٫۳٫۱۰)

چکیده

در این مقاله از روش مدل‌سازی خطی نوینی به نام وارون‌سازی فشرده (compact inversion) برای تفسیر داده‌های گرانی‌سنجی استفاده شده است. مبنای کار در روش وارون فشرده کمینه کردن حجم چشمهٔ بی‌هنجاری است. این امر معادل بیشینه کردن فشردگی (compactness) چشمهٔ بی‌هنجاری است. توزیع چگالی با استفاده از روشی بر مبنای تکرارهای متوالی با همگرایی قابل ملاحظه محاسبه می‌شود. این روش را می‌توان به آسانی برای مدل‌هایی که در آنها چگالی بی‌هنجاری را می‌توان به صورت مقداری معین در کل توده در نظر گرفت، به‌کار برد. در این روش رفتار نوفه در داده‌ها برای وارون‌سازی داده‌ها در نظر گرفته شده است. ابتدا به توضیح روش و سپس به کاربرد عملی آن در مورد داده‌های مصنوعی و واقعی خواهیم پرداخت.

واژه‌های کلیدی: مدل‌سازی معکوس، معدن کرومیت، معکوس فشرده، روش تیخونوف

۱ مقدمه

مسئلهٔ اصلی در تفسیرهای گرانی همانند سایر روش‌های ژئوفیزیکی دیگر، تشخیص بی‌هنجاری با استفاده از مشاهدات روی سطح زمین است. به‌طور قطع وارون‌سازی داده‌ها در گرانی‌سنجی غیر یکتاست. این امر به دلیل وجود جواب‌های همگن در یک دستگاه معادلات به‌وجود می‌آید. به‌طور خلاصه دو روش اساسی در تفسیر داده‌های گرانی وجود دارد:

- اولین روش شامل مدل‌سازی‌هایی است که در آنها یک یا چند تباین چگالی، به همراه یک هندسهٔ متغیر مد نظر است. این هندسهٔ متغیر می‌تواند به‌صورت اشکال منظم هندسی یا مجموعه‌ای از منشورهای مکعبی شکل باشد. در این روش، هندسهٔ جسم مورد نظر با تعدیل مدل اولیه به‌دست می‌آید. این روش، هم به صورت آزمون و خطا و هم به صورت خودکار، با روش‌هایی مانند مارکوارت (marquardt) قابل استفاده است.

نکتهٔ مثبت در مورد این نوع تفاسیر، اطمینان از به‌دست آوردن جسمی همگن با استفاده از چگالی مفروض است. اما در این نوع مدل‌سازی رابطهٔ بین داده‌ها و پارامترهای مدل (که در این‌جا همان پارامترهای هندسی مدل هستند) به‌صورت غیرخطی است و معمولاً برای تبدیل این دستگاه به یک دستگاه معادلات خطی باید از تقریب‌های متداول نظیر بسط تیلور استفاده کرد. یکی دیگر از نقاط ضعف این‌گونه مدل‌ها نبود انعطاف در برخی از مدل‌ها به دلیل محدودیت‌های غیر قابل انکار پارامترهای مدل است. باید تأکید کرد که در این‌گونه مدل‌سازی‌ها، همواره در مورد رفتار نوفه در داده‌ها ابهامی باقی می‌ماند.

- روش دوم، مدل‌سازی با هندسهٔ ثابت است مثلاً یک آرایه از بلوک‌های مکعبی در دو یا سه بعد به صورتی که چگالی می‌تواند در هر بلوک تغییر کند. در این روش رابطهٔ بین داده‌ها و پارامترهای مدل (یعنی چگالی در هر بلوک) رابطهٔ خطی است و همین امر به

مدل انعطاف پذیری نسبتاً خوبی می‌دهد.

روش‌های متفاوتی وجود دارد که هر کدام معیارهای گوناگونی را به‌منظور رفع ابهام از توزیع چگالی طرح می‌کنند. ماتل و متلوا (۱۹۷۲) از برنامه‌نویسی خطی برای پیدا کردن مدل‌های تک چگالی استفاده کردند. گرین (۱۹۷۵) از فاکتور کمینهٔ فاصلهٔ وزن داده شده به همراه چندین روش جانبی در به‌دست آوردن مدل‌های تک چگالی استفاده کرد.

سافون و همکاران (۱۹۷۷) از برنامه‌نویسی خطی به همراه استفاده از ممان‌های چگالی به منظور کاهش عدم قطعیت بهره گرفتند. روش وارون فشرده که در این بررسی از آن استفاده شده است، با بیشینه کردن فشردگی یا کمینه کردن حجم با بهره‌گیری از روند تکرار، به وارون‌سازی داده‌های گرانی می‌پردازد.

۲ انتخاب مدل

مدلی که در این‌جا به‌کار رفته است، مدلی شناخته شده با استفاده از آرایه‌ای مستطیلی است که با ثابت نگه داشتن هندسه به هر بلوک اجازه می‌دهد تا چگالی متغیر داشته باشد. مدل در نظر گرفته شده را می‌توان در شکل ۱ مشاهده کرد. برای چنین مدلی گرانی نقطهٔ iام از داده‌های مشاهده‌ای به صورت زیر است: (لاست و کوبیک، ۱۹۸۳).

$$g_i = \sum_{i=1}^{M} a_{ij} v_j + e_i \qquad i = 1,2,\dots,N \qquad (۱)$$

که در آن v_j چگالی بلوک jام و e_i نوفه در دادهٔ iام و a_{ij} ماتریس کرنل داده‌هاست. برای a_{ij} می‌توان گفت:

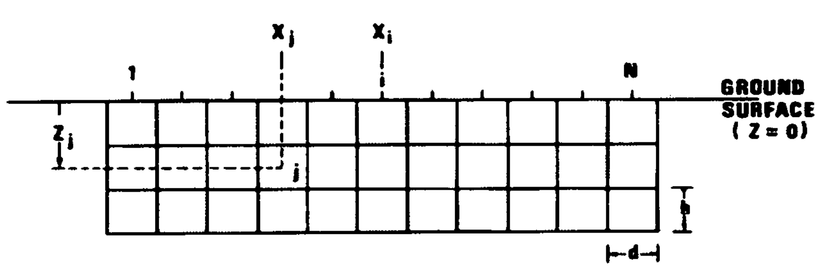
$$\begin{aligned} a_{ij} = 2\gamma[&(x_i - x_j + d/2)\log(r_2 r_3 / r_1 r_4) \\ &+ d\log(r_4/r_3) - (z_i - h/2)(\theta_4 - \theta_2) \\ &+ (2j - h/2)(\theta_3 - \theta_1)] \end{aligned} \qquad (۲)$$

که در آن:

$$r_1^2 = (z_j - h/2)^2 + (x_i - x_j - d/2)^2 ,$$
$$r_2^2 = (z_j + h/2)^2 + (x_i - x_j - d/2)^2$$
$$r_3^2 = (z_j - h/2)^2 + (x_i - x_j + d/2)^2 ,$$
$$r_4^2 = (z_j + h/2)^2 + (x_i - x_j - d/2)^2$$
$$\theta_1 = a\tan(x_i - x_j + d/2)/(z_j - h/2) ,$$
$$\theta_2 = a\tan(x_i - x_j + d/2)/(z_j + h/2)$$
$$\theta_3 = a\tan(x_i - x_j - d/2)/(z_j - h/2) \qquad (۳)$$

و γ ثابت جهانی جاذبه است. دستگاه معادلات (۱) در شکل ماتریسی به صورت زیر است:

$$G = AV + E \qquad (۴)$$



شکل ۱. مدل دوبعدی در شکل بالا نقطهٔ مشاهدهٔ iام و بلوک هم نشان داده شده است. h و d به ترتیب طول و عرض بلوک‌ها هستند (لاست و کوبیک، ۱۹۸۳).

۳ نظریهٔ وارون‌سازی داده‌ها

می‌دانیم در مورد سیستم‌های خطی می‌توان گفت:

$$G = AX + \varepsilon \qquad (۵)$$

G: بردار داده‌ها است که مؤلفه‌های آن در n نقطه اندازه‌گیری شده‌اند.

A: ماتریس کرنل با مؤلفه‌های a_{ij} است که مؤلفهٔ a_{ij}ام شتاب، شتاب قائم گرانی ناشی از بلوک jام با چگالی واحد را روی نقطهٔ iام مشاهده‌ها بیان می‌کند.

X: بردار پارامترهای مدل شامل m مؤلفه.

ε: برداری است که مؤلفه‌های آن نوفه و خطای همراه داده را نشان می‌دهند.

تیخونوف به منظور حل دستگاه معادلات (۵) برای حالاتی که تعداد پارامترهای مدل از تعداد معادلات بیشتر است از کمینه‌سازی تابع زیر استفاده کرد:

$$\begin{aligned}\Phi^{\mu} =&< C_g^{-1}(A\overline{X}-G), A\overline{X}\\ &-G> +\mu < C_m^{-1}\overline{X}, \overline{X}>\end{aligned} \qquad (۶)$$

که در آن C_g ماتریس واریانس یا کوواریانس مشاهدات و μ پارامتر تنظیم کنندهٔ تیخونوف است (تیخونوف و آرسنین، ۱۹۷۷). نتیجهٔ کمینه کردن (۶) به روش معروف تنظیم کنندهٔ تیخونوف (Tikhonov regularization) موسوم است. در این روش پارامترهای مدل به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\overline{X} = C_m A^T \left(AC_m A^T + \mu C_g\right)^{-1} G \qquad (۷)$$

ایلک (۱۹۹۳) ماتریس‌های وزنی W_m, W_g را به صورت زیر تعریف کرد:

$$W_g = \frac{1}{\sigma_g^{-1}} C_g^{-1} \ , W_m = \frac{1}{\sigma_m^{-1}} C_m^{-1} \qquad (۸)$$

که σ_g و σ_m واریانس داده‌ها و پارامترها هستند و ماتریس‌های C_g و C_m کوواریانس پارامترهای مدل و داده‌ها هستند. با جای‌گذاری معادلات (۸) در (۷) داریم:

(۹)

$$\overline{X} = W_m^{-1} A^T \left(A W_m^{-1} A^T + \mu \frac{\sigma_m^2}{\sigma_g^2} W_g^{-1} \right)^{-1} G$$

مسئله انتخاب پارامتر تنظیم‌کننده (regularization-parameter) است که در حکم مسئله‌ای پایدارکننده در روند معکوس‌سازی نباید کم‌ترین تأثیر را در حل داشته باشد. در روشی که لوی (۱۹۹۷) عرضه کرد، μ به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که بستگی به مشاهدات و مدل به‌دست آمده در تکرار قبل دارد. یعنی:

$$\mu^{(k)} = \frac{\sigma_g^2}{1 + \left(\sigma_e^2\right)^{(k-1)}} \qquad (۱۰)$$

که $\mu^{(k)}$ پارامتر تنظیم کننده در تکرار kام است.

با این انتخاب اگر میزان برازش (بین مشاهده‌ها و داده‌های به‌دست آمده از راه مدل) در تکرار قبلی ناچیز بوده و بنابراین σ_e دارای مقدار بالایی است. این بدان معناست که در تکرار بعدی پارامتر μ مقدار بسیاری ناچیز است (همچنین در صورتی که پارامتر μ مقدار بزرگی داشته باشد داده‌ها نقش بسیار کمی در روند معکوس‌سازی به عهده دارند). در مقابل اگر میزان برازش زیاد باشد در این صورت σ_e مقدار ناچیزی است و پارامتر μ به‌طور کامل با σ_g کنترل می‌شود.

در صورتی که هیچ‌گونه اطلاعات اولیه در ارتباط با اهمیت داده‌ها در نقاط مختلف اندازه‌گیری در دست نباشد، می‌توان ماتریس وزنی داده‌ها را به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$W_g^{-1} = I \qquad (۱۱)$$

که I همان ماتریس همانی است. با جای‌گذاری مقادیر W_g^{-1} و μ از معادلات (۱۱) و (۱۰) در معادلهٔ (۹) داریم:

(۱۲)

$$\overline{X} = W_m^{-1}A^T\left(AW_m^{-1}A^T + \frac{\sigma_m^2}{1+\sigma_e^2}I\right)^{-1}G$$

مقدار σ_m اطلاعی اولیه محسوب نمی‌شود، σ_m را می‌توان از نتایج وارون‌سازی در تکرارهای قبلی به‌دست آورد. بنابراین σ_m و σ_e به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\left[\sigma_m^2\right]^{(k)} = \frac{\sum_{j=1}^{m}[\overline{x_j}]^{(k-1)}}{(m-1)} \qquad (۱۳)$$

(۱۴)

$$\left[\sigma_e^2\right]^{(k)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{g_i - \sum_{j=1}^{m} a_{ij}[\overline{x_j}]^{(k-1)}\right\}^2}{(n-1)}$$

که $\left[\sigma_m^2\right]^{(k)}$ و $\left[\sigma_e^2\right]^{(k)}$ خطا و واریانی در تکرار kام اند.

در روشی که الگوریتم را بیان می‌کنیم، مقادیر چگالی آن دسته از بلوک‌هایی که که چگالی‌شان از چگالی هدف گذشته، با چگالی هدف در تکرار قبلی است. این بلوک‌ها به‌مثابهٔ جواب انتخاب می‌شوند و اثر آنها از روی داده‌ها با اختصاص وزن مناسب در تکرار بعدی حذف می‌شود.

۴ الگوریتم وارون‌سازی داده‌ها

۱- محاسبهٔ کرنل داده‌ها A و ذخیره کردن آن در حافظه برای کاربرد آن در طول برنامه

۲- در تکرار اول ماتریسی همانی برای ماتریس وزنی پارامترهای مدل در نظر گرفته می‌شود و مقادیر σ_m و σ_e برابر صفر محسوب می‌شوند.

۳- محاسبهٔ مقادیر σ_m و σ_e.

۴- محاسبهٔ ماتریس وزنی برای پارامترهای مدل در هر تکرار به صورت زیر: (لاست و کوبیک، ۱۹۸۳).

$$\left[W_m^{*(k)}\right]_{jj}^{-1} = \eta + \left[\overline{x}_j^{(k-1)}\right]^2 \left\{1 - \Theta[\overline{x}_j^{(k-1)}/x_0]\right\} \qquad (۱۵)$$

۵- محاسبهٔ بردار گرانی کاهش یافته (reduced gravity-vector) به منظور حذف اثر بلوک‌هایی که به‌مثابهٔ پاسخ انتخاب شده‌اند و استفاده مجدد از رابطهٔ (۱۲) در تکرار بعد.

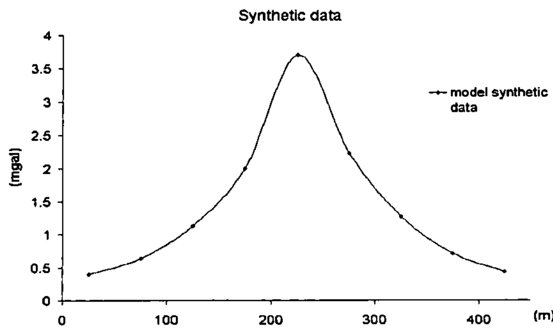
۶- مراحل ۳ تا ۵ را تکرار می‌کنیم تا مدل به همگرایی قابل قبولی برسد. همگرایی مطلوب زمانی است که تغییر فاحش در چگالی‌ها نداشته باشیم و RMS (root mean square) بین داده‌های محاسبه شده با مدل و داده‌های مشاهده‌ای از حد معینی با نظر مفسر کمتر باشد.

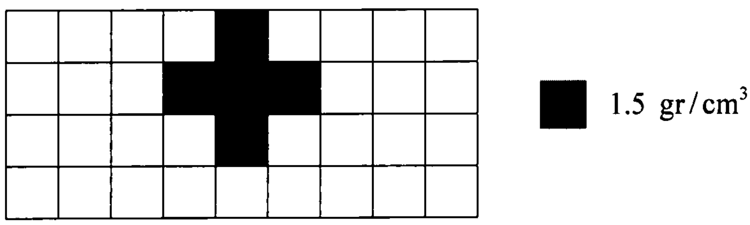
۵ وارون‌سازی داده‌های مصنوعی

به منظور بیان کارایی روش به طرح دو مثال با داده‌های بدون نوفه و بررسی مثالی با داده‌هایی همراه نوفه می‌پردازیم. توجه به یک نکته ضروری است که در اضافه کردن نویز به داده‌ها از همان روشی که لاست وکوبیک (۱۹۸۳) به‌کار بردند، استفاده شده است.

در مثال اول مدل در نظر گرفته شده به همراه بی‌هنجاری ناشی از آن در شکل ۲ نشان داده شده است. طول پروفیل ۴۰۰ متر در نظر گرفته شده و فواصل نقاط برداشت ۵۰ متر است. مدل مصنوعی با تباین چگالی $1.5\ grcm^{-3}$ با بلوک‌های تیره در شکل ۲ نشان داده شده است. در شکل ۲ نتایج تکرارهای متوالی تا رسیدن به همگرایی لازم و رسیدن به مدل مصنوعی در نظر گرفته شده نشان داده شده است.

در شکل‌های ۲ خطای میانگین مجذور (root mean-square) بین داده‌های محاسبه شده با مدل و داده‌های مصنوعی نیز آورده شده است. مشاهده می‌شود که با





-0.3	-0.3	-0.1	-12.3	100	-14.5	-0.2	-0.3	-0.2
	-0.2	-2.3	-17.2	-41.5	-15.7	-2.3	-0.2	
-0.1	-0.6	-2.3	-6.7	-10	-6.5	-2.3	-0.6	-0.1
-0.2	-0.6	-1.6	-2.9	-3.7	-2.9	-1.5	-0.6	-0.2

نتایج وارون‌سازی در تکرار اول با
$RMS = 25.3\,mgal$

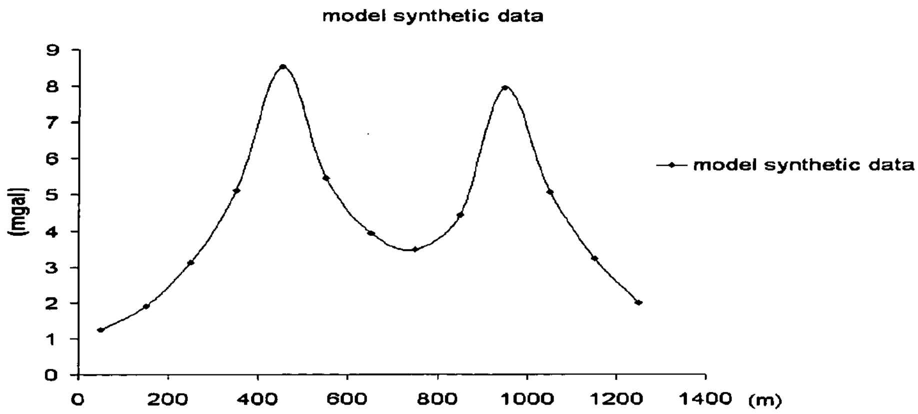
			81.6	36.8	47.7			
		0.9	62.9	246	27.8	0.3		
		0.7	6.2	11.9	3.9	0.3		
		0.2	0.9	1.3	0.7	0.1		

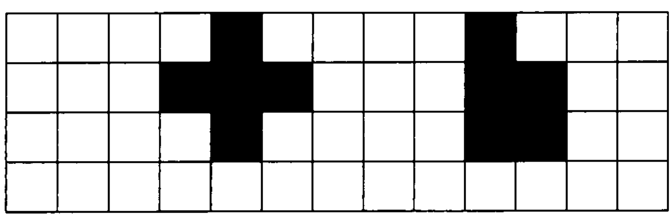
نتایج وارون‌سازی در تکرار سوم با
$RMS = 0.0016\,mgal$

				100				
			100	100	100			
				100				

نتایج وارون‌سازی در تکرار پنجم با
$RMS = 4.59 \times 10^{-11}\,mgal$

شکل ۲. نمایش مدل و بی‌هنجاری ناشی از آن با تباین چگالی $1.5\ grcm^{-3}$ و ابعاد شبکهٔ ۵۰ متر. نتایج وارون‌سازی در تکرارهای اول، سوم و پنجم نشان داده شده است. چگالی‌ها در هر بلوک به صورت درصدی از چگالی مدل نشان داده شده‌اند و بلوک‌های خالی دارای چگالی صفرند.





1.5 gr/cm^3

0.6	0.6	0.7	42	100	53		5.6	0.2	100	101	5	0.2
0.1	0.8	8.6	57	154	80	21.2	13.3	50.8	154	80	15	2.3
0.8	2.9	10.4	29	50	44.2	29.3	26	37.7	49	35	14	4.8
1.5	3.7	8.7	17	24	26	24	23	25.1	25.2	19.3	11	5.2

نتایج وارون‌سازی در تکرار اول با
RMS = 67.4 mgal

			-1	99.5	0.3				99.3	0.2	0.1	
		-0.5	100	100	89.6			3.6	119.1	100	0.9	1.8
		1	24.8	110	37.7	0.4	0.2	4.4	40	110.8	2.7	
		0.1	17.9	9	2.1	1.3	3.4	8.3	4.3	0.2		

نتایج وارون‌سازی در تکرار چهارم با
RMS = 0.0004 mgal

				100					100			
			100	100	100				100	100		
				100					100	100		
				97.1								

نتایج وارون‌سازی در تکرار ششم با
$RMS = 5.38 \times 10^{-16}$ mgal

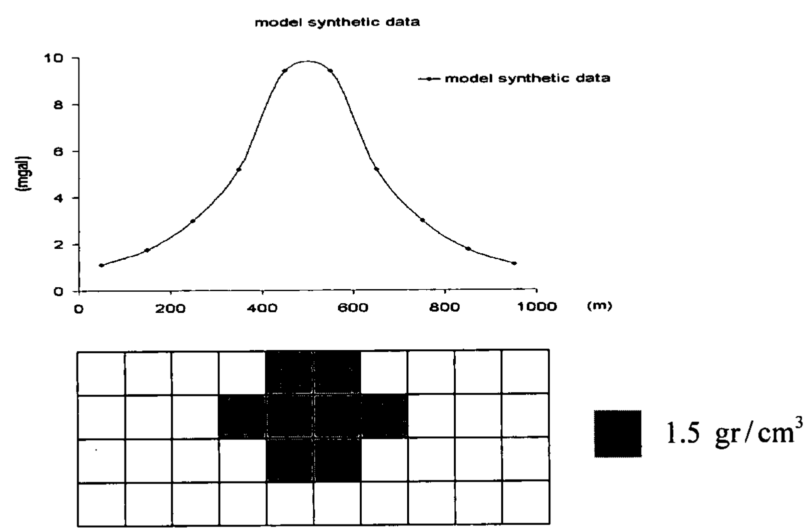
شکل ۳. نمایش مدل و بی‌هنجاری ناشی از آن با تباین چگالی $1.5\ grcm^{-3}$ و ابعاد شبکهٔ ۱۰۰ متر. نتایج وارون‌سازی در تکرارهای اول، چهارم و ششم نشان داده شده است. چگالی‌ها در هر بلوک به صورت درصدی از چگالی مدل نشان داده شده‌اند و بلوک‌های خالی دارای چگالی صفرند.

پیشرفت روند وارون‌سازی RMS نیز کاهش می‌یابد. معیار قطع وارون‌سازی نیز بر این اصل بنا شده است که بعد از همگرایی، مدل چگالی در بلوک‌ها تغییر محسوس نداشته و تکرارهای متوالی دارای RMSهای تقریباً شبیه به هم باشند.

در مثال دوم به بررسی یک بی‌هنجاری تداخلی می‌پردازیم. طول پروفیل ۱۲۰۰ متر در نظر گرفته شده و فواصل نقاط برداشت از یکدیگر ۱۰۰ متر است. مدل مصنوعی با تباین چگالی $1.5\ \mathrm{grcm}^{-3}$، با بلوک‌های تیره و بی‌هنجاری ناشی از آن در شکل ۳ نشان داده شده است.

نتایج وارون‌سازی در تکرارهای اول، چهارم و ششم در شکل ۳ نشان داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود با پیشرفت روند وارون‌سازی و افزایش همگرایی در مدل RMS در هر تکرار کم‌تر شده و در نهایت در تکرار ششم به کمترین مقدار خود رسیده است. قابل ذکر است در تکرارهای بعدی نیز RMS تقریباً ثابت می‌ماند و مدل پایدار می‌شود.

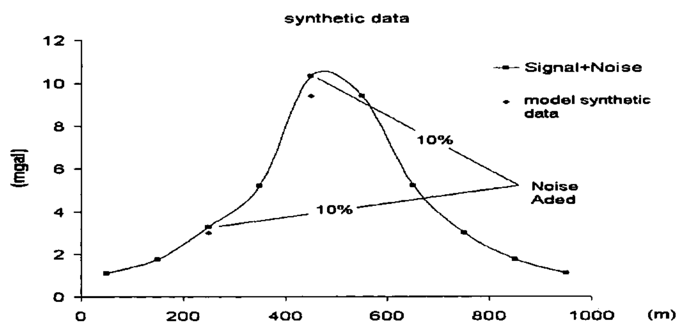
در مثال سوم به وارون‌سازی داده‌هایی همراه با نوفه می‌پردازیم. طول پروفیل ۹۰۰ متر در نظر گرفته شده و فواصل نقاط برداشت از یکدیگر ۱۰۰ متر است. مدل مصنوعی با تباین چگالی $1.5\ \mathrm{grcm}^{-3}$ توسط بلوک‌های تیره و بی‌هنجاری ناشی از آن در شکل ۴-الف نشان داده شده است. توجه کنید که مدل برای داده‌های بدون نوفه بعد از پنج تکرار همگرا شده است. برای مطالعهٔ اثر نوفه روی داده‌ها به نقاط مختلف پروفیل داده‌ها درصدهای متفاوتی از نوفه را اضافه می‌کنیم و وارون‌سازی را با داده‌های نوفه‌ای به انجام می‌رسانیم.



شکل ٤- الف. مدل در نظر گرفته شده برای مثال سوم. مدل با بلوک‌های تیره با تباین چگالی $1.5\ \mathrm{grcm}^{-3}$ مشخص شده است.

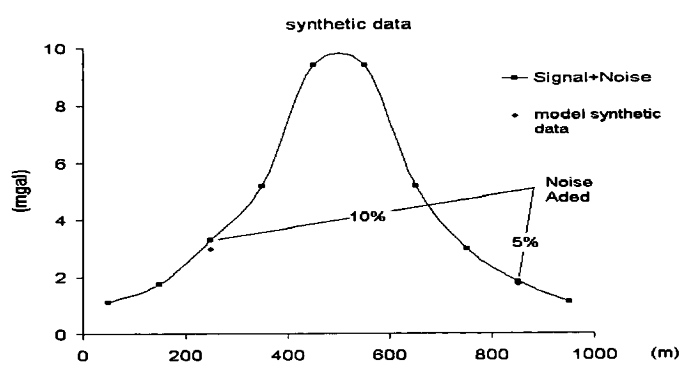
در شکل ۴- ب به دادهٔ سوم و پنجم در طول پروفیل ۱۰ درصد نوفه اضافه شده است و وارون‌سازی با داده‌های نوفه‌ای انجام شده است. نتایج وارون‌سازی بعد از هشت تکرار و $RMS = 9.16 \times 10^{-7}$ mgal نشان داده شده است.

در شکل ۴- ج به دادهٔ سوم و نهم پروفیل داده‌ها به ترتیب ۱۰ درصد و ۵ درصد نوفه اضافه شده است و وارون‌سازی با داده‌هایی که به این ترتیب به‌دست آمده‌اند در شکل یادشده آمده است. مدل بعد از هشت تکرار با RMS = 0.00628 mgal همگرا شده است.



	-1.7	10	-5	120	96.1				
	-3		100	100	100	101			
				100	96.5				

شکل ٤- ب. نتایج وارون‌سازی داده‌های نوفه‌ای در تکرار هشتم با $RMS = 9.1 \times 10^{-7}$ mgal و همگرایی مطلوب مدل.



	-2.6	9		102	103				
			90	100	85	105			
			15	100	100				

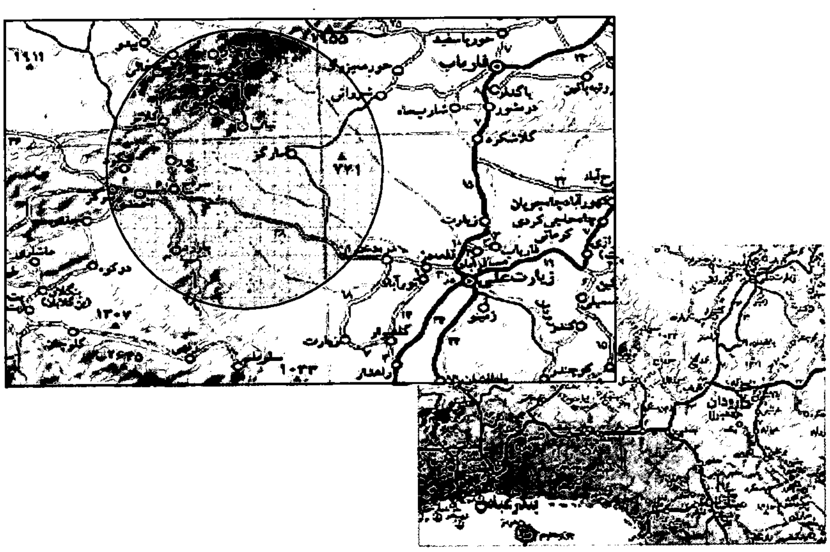
شکل ٤- ج. نتایج وارون‌سازی داده‌های نوفه‌ای در تکرار هشتم با RMS = 0.00628 mgal و همگرایی مطلوب مدل.

۵ وارون‌سازی داده‌های واقعی

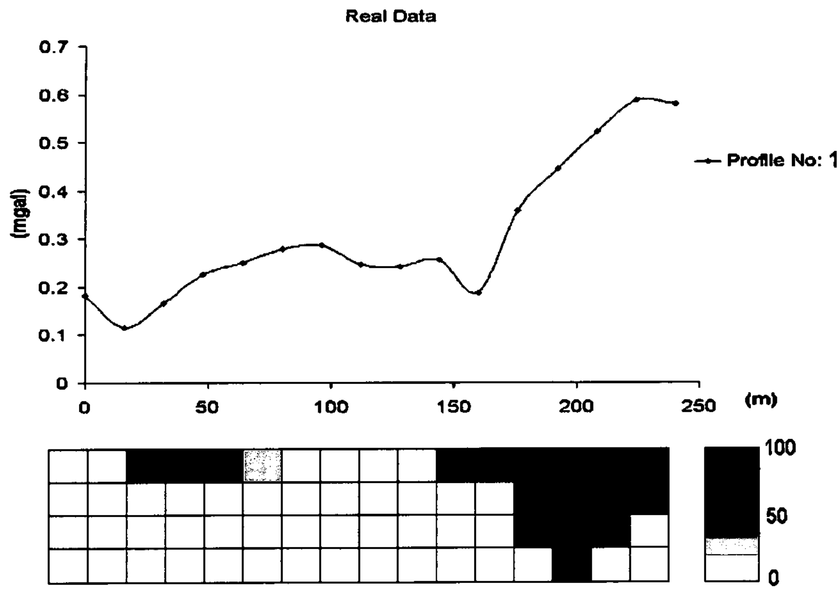
در این بخش به مدل‌سازی داده‌های واقعی می‌پردازیم. پتانسیل معدنی مورد نظر در بخش رودان از استان هرمزگان واقع شده است. در شکل ۵ موقعیت تقریبی منطقه نشان داده شده است.

برای تعیین چگالی میانگین منطقه، از روش نمونه‌برداری آزمایشگاهی استفاده شده است. سنگ‌های سطحی عمدتاً از نوع هارزبورژیت به‌همراه بلورهای نسبتاً متوسط اولیوین هستند. چگالی این نوع سنگ‌ها به‌طور متوسط $2.79\ \mathrm{grcm^{-3}}$ اندازه‌گیری شده است. مادهٔ معدنی در نمونهٔ نسبتاً خالص دارای چگالی تقریباً $4\ \mathrm{grcm^{-3}}$ است. بنابراین در وارون‌سازی داده‌های واقعی، تباین چگالی $1.21\ \mathrm{grcm^{-3}}$ در نظر گرفته شده است.

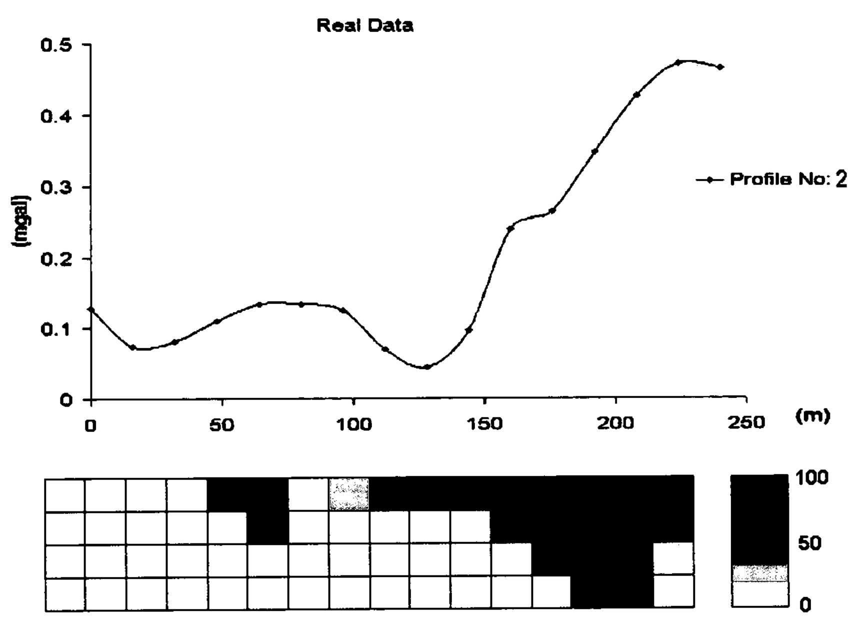
مدل‌سازی برای دو پروفیل داده‌های گرانی در ناحیه صورت گرفته است. در شکل ۶ بی‌هنجاری ناشی از این پروفیل ۱ و نتایج مدل‌سازی وارون با روش وارون فشرده به صورت مجزا نشان داده شده است. مدل در نظر گرفته شده دارای چهار لایه با ضخامت ده متر است که طول هر بلوک به اندازهٔ فواصل داده‌ها یعنی شانزده متر منظور شده است. طول کل پروفیل در نظر گرفته شده ۲۴۰ متر است. همگرایی مناسب بعد از سیزده تکرار حاصل شده است. RMS بین داده‌های محاسبه شده با مدل و داده‌های واقعی $7.25\times10^{-6}\ \mathrm{mgal}$ است. در شکل ۷ نتایج مدل‌سازی به همراه بی‌هنجاری مشاهده شده از پروفیل ۲ با همان مدل چهار لایه که برای پروفیل ۴ به‌کار برده شد، آورده شده است. مدل بعد از ده تکرار با $\mathrm{RMS} = 2.78\times10^{-12}\ \mathrm{mgal}$ همگرا شده است. در مورد $\mathrm{RMS} = 0.00628\,\mathrm{mgal}$، این خطای میانگین مجذور برای مثال مصنوعی همراه با نوفه در نظر گرفته شده است. از آن‌جا که نحوه پارامتری کردن در قبل و بعد از اضافه کردن نوفه به منظور مقایسه تغییر نکرده است، بهترین برازش داده‌های نظری و واقعی با RMS داده شده آمده است. اما در مورد مثال واقعی به دلیل انتخاب ابعاد مناسب بلوک‌ها و نحوه پارامتری کردن مدل، داده‌های نظری تا حد زیادی به داده‌های واقعی نزدیک می‌شود و مقادیر RMS، $10^{-7}\ \mathrm{mgal}$ و $10^{-12}\ \mathrm{mgal}$ به دست آمده است که دقت بالای مدل را نشان می‌دهد.



شکل ۵. موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه واقع در استان هرمزگان.



شکل ٦. بی‌هنجاری برداشت شده در پروفیل ۱ و نتایج وارون‌سازی داده‌ها و همگرایی مدل بعد از سیزده تکرار با $RMS = 7.25 \times 10^{-6}$ mgal در این‌جا هم مانند مثال‌های مصنوعی چگالی‌ها در هر بلوک به صورت درصدی از چگالی هدف نشان داده شده است.



شکل ۷. بی‌هنجاری برداشت شده در پروفیل ۲ و نتایج وارون‌سازی داده‌ها و همگرایی مدل بعد از ده تکرار با $RMS = 2.78 \times 10^{-12}$ mgal در این‌جا هم مانند مثال‌های مصنوعی چگالی‌ها در هر بلوک به صورت درصدی از چگالی هدف نشان داده شده است.

۶ نتیجه‌گیری

معمولاً توده‌های کرومیتی از دیدگاه زمین‌شناسی به صورت عدسی شکل تشکیل می‌شوند که نتایج مدل‌سازی دوبعدی این شکل را برای تودهٔ کرومیتی مورد مطالعه تأیید می‌کند. با در نظر گرفتن نتایج مدل‌سازی دوبعدی که در شکل‌های ۶ و ۷ به آن اشاره شد بیشترین حجم توده در لایه‌های سطحی تا عمق ۲۰ متر قرار گرفته است. چون حفاری عمیق در منطقه صورت نگرفته است بهترین نقطه به منظور حفاری نقطه‌ای به فاصلهٔ حدودی ۲۱۰ متر از ابتدای پروفیل است. همچنین ترانشه‌های حفر شدهٔ کم عمق در منطقه با بی‌هنجاری‌های کوچک در فواصل ۳۰ تا ۸۰ متر از ابتدای پروفیل با نتایج مدل‌سازی تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

تشکر و قدردانی

لازم می‌دانیم از آقایان مهندس ابراهیم شاهین و مهندس شهریار جوادی‌پور از سازمان زمین‌شناسی کشور به دلیل در اختیار قرار دادن داده‌ها و همکاری صمیمانه تشکر کنیم.

منابع

Backus, G. E., and Gilbert, J. F., 1988, Numerical application of a formalism for geophysical inversion, in Lines, L. R., Ed., Inversion of geophysical data: Soc. of Expl. Geophys., 9.

Frankline, J. N., 1970, Well-pose stochastic extentions of ill-pose linear problem: J. Math Analys. & Appl., **31**, 682-716.

Green, W. R., 1975, Inversion of gravity profiles by use of a Backus-Gilbert approach: Geophys., **40**, 763-772. (*Discussion in GEO-41-04-0777-0777, Reply in GEO-41-04-0777-0778).

Ilk, K. H., 1993, Regularization for high resolution gravity field recovery by future satellite technique, Proceeding of International Conference held in Potsdom, Akademie Verlag , Berlin.

Koch, K. R., 1988, Parameter estimation and hypothesis testing ion linear models: Springer-Verlag Berlin.

Last, B. J. J., and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion: Geophysics, Soc. of Expl. Geophys., **48**, 713-721.

Lewi, E., 1997, Modeling and inversion of high precision gravity data, Ph.D. thesis, Darmstadt University.

Mottl, J., and Mottlova, L., 1972, Solution of the inverse gravimetric problem with aid of integer linear programming: Geoexpl., **10**, 53-62.

Safon, C., Vasseur, G., and Cuer, M., 1977, Some applications of linear programming to the inverse gravity problem: Geophys., **42**, 1215-1229.

Tikhonov, A. N., and Arsenin. V. Y., 1977, Solutions of ill-pose problem: John Wiley and Sons, New York.