

Discrete Quantity and Natural Numbers

Asadallah Fallahi

1. Professor, Iranian Institute of Philosophy, Tehran., E-mail: fallahi@irip.ac.ir

Article Info

Article type:

Research Article

Article history:

Received: 5 August 2026

Revised: 26 September 2026

Accepted: 24 September 2026

Published online: Published
online: 24 September 2026

Keywords:

Qajar; Military Advisors;
Military Maps; Schools;
Teaching

ABSTRACT

The process of the transfer and localization of modern military cartographic knowledge and techniques in Qajar Iran began with the companions of the French General Gardane, due to the outbreak of the Russo-Iranian wars and the need of military commanders for this knowledge. French officers provided selected military commanders with scientific and practical training in military surveying and mapping. In addition, following Abbas Mirza's dispatch of students abroad, some of the students sent to Europe acquired knowledge in this field. With the establishment of Dar al-Funun, military cartography was taught within the framework of infantry and artillery science by foreign and Iranian teachers, and its instruction expanded with the establishment of other military schools, such as the Military School. This article seeks to examine and explain the process of the introduction and teaching of this knowledge on the basis of primary historical sources, such as books, documents, and newspapers.

Cite this article: Fallahi, A. (2026). Discrete Quantity and Natural Numbers. *Journal for the History of Science*. 24 (2), 79-107.

DOI: 10.22059/jihs.2026.415536.371916



© The Author(s).

Publisher: University of Tehran Press.

کمیت منفصل و اعداد طبیعی اسدالله فلاحی^۱

۱. استاد موسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران، تهران، رایانه: fallahi@irip.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: پژوهشی تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۵/۱۴ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۶/۲۶ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۷/۰۴ تاریخ انتشار: ۱۴۰۵/۰۷/۰۲ کلیدواژه‌ها: روان‌شناسی؛ تاریخ‌نگاری انتقادی؛ ضرورت تاریخ، بحران تاریخ انتقادی	در ریاضیات جدید، اقسام بسیاری برای «عدد» شناسایی شده است، مانند اعداد طبیعی و صحیح، گویا و گنگ، جبری و متعالی، حقیقی و موهومی، مختلط و چهارگان، اصلی و ترتیبی، متناهی و نامتناهی، بی‌نهایت کوچک و بی‌نهایت بزرگ و هزاران‌ها قسم دیگر. تحلیل این دسته‌های از اعداد در فلسفه ارسطویی - مشایی چه خواهد بود؟ این مقاله در صدد است که دسته نخست یعنی اعداد طبیعی را بر پایه مبانی فلسفه ارسطویی - مشایی بررسی و تحلیل کند. در آغاز به نزاع ابن‌سینا و سهروردی در موجود بودن اعداد در ذهن یا در خارج می‌پردازم و نشان می‌دهم که حق با ابن‌سینا است و بلکه می‌توان این دو دیدگاه را با هم جمع کرد. در گام بعدی نشان می‌دهم که اختلاف نظر در مورد عدد بودن یا نبودن صفر، یک و دو نزد مشائیان یک نزاع لفظی است و به تعریف‌های مختلف «عدد» برمی‌گردد. سپس، با الهام از اندیشه‌ای فرگه‌ای، نشان می‌دهم که کمیت منفصل ارسطویی و اعداد طبیعی، برخلاف دیدگاه غالب مشائیان، محمول‌ها یا اوصاف مرتبه دوم (= معقول ثانی منطقی) هستند و از این رو، دیدگاه سهروردی و پیروان او در این زمینه به صواب نزدیک‌تر است. اتفاقاً با تفسیر مفاهیم اعتباری و معقولات ثانی به «عرض عرض» یا «عارض بر عارض» می‌توان تفسیری از سهروردی ارائه داد که با دیدگاه ابن‌سینا مبنی بر وجود خارجی اعداد سازگار باشد. در پایان، تلاش می‌کنم پنج مورد از ویژگی‌های ضروری اعداد طبیعی را شرح دهم و به کمک آنها به یک تعریف رسمی و معتبر از مفهوم کلی «عدد طبیعی» برسم.

استناد: فلاحی، اسدالله (۱۴۰۵). کمیت منفصل و اعداد طبیعی. تاریخ علم، ۲۴ (۲)، ۷۹-۱۰۷.

DOI: <http://doi.org/10.22059/jihs.2026.415536.371916>



ناشر: موسسه انتشارات دانشگاه تهران. © نویسندگان.

أما العدد فإنه تابع في الحكم للواحد: فإن كان الواحد في نفسه جوهرًا، فالعدد المؤلف منه لا محالة مجموع جواهر، فهو جوهر. وإن كان الواحد عرضًا، فالاثنية وما أشبهها أعراض (ابن سينا، النجاة، ص: ۵۱۴).

الوحدة ليست بجوهر ... فالوحدة عرض (سهروردی، مجموعه مصنفات شیخ اشراق، ج ۱، ص: ۲۴۶).
العدد ... أمر عقليّ، فإنّ العدد إذا كان من الآحاد والوحدة صفة عقلية، فيجب أن يكون العدد كذا (سهروردی، مجموعه مصنفات شیخ اشراق، ج ۲، ص: ۶۸).

۱. مقدمه

در فلسفه مشاء،^۱ «عدد» از دو شروع می‌شود در حالی که در ریاضیات، عدد از یک و گاهی حتی از صفر آغاز می‌شود و در بسیاری از موارد، حتی اعداد منفی هم افزوده می‌شود. این کار ریاضی‌دان آیا توجیهی دارد؟ و آیا می‌توان کار ریاضی‌دان را به نحوی با دیدگاه فیلسوفان مشاء سازگار ساخت؟ و چگونه؟
در فلسفه مشاء، «یک» را نه عدد، بلکه مبدأ، مبنا و سازنده عدد می‌دانند. اما دیدگاه فیلسوف مشاء درباره «صفر» چه باید باشد؟ آیا صفر عدم محض است؟ اگر آری، چرا این همه در ریاضیات مهم است؟ اگر عدم محض نیست ماهیت آن چیست؟

۱. در این مقاله، افلاطون استاد ارسطو و فیلسوفان اشراقی مانند سهروردی و صدرالمتألهین را تا آنجا که از مباحث فلسفه مشاء و کم‌وبیش به روش ایشان سخن می‌گویند و ردّ و ابرام می‌کنند، فیلسوفان مشائی در نظر گرفته‌ام. البته سهروردی را در مباحث نور می‌بایست فیلسوفی اشراقی و غیرمشائی دانست، چنان که صدرالمتألهین را در مباحثی که رنگ و بوی عرفان و وحدت وجود می‌گیرد. اما سهروردی در مباحث اعتبارات عقلی و ملاصدرا در مبحث اصالت وجود، به گمان من، هم چنان فیلسوفانی مشائی هستند که به سبک مشائی و تحلیلی استدلال می‌کنند و از این رو است که یک فیلسوف مشائی و تحلیلی به آسانی می‌تواند با آن دو درآویزد و بحث و گفتگو کند. اما در مباحث اشراقی و عرفانی که ابزارهای مشائی و تحلیلی رنگ می‌بازند، این دو فیلسوف را به هیچ وجه نمی‌توان مشائی دانست. بنابراین، مقصود من از «فلسفه مشاء» در این مقاله، دیدگاه‌های خاص ارسطو یا ابن سينا نیست، بلکه دیدگاه‌های متضاد با او که از سهروردی و ملاصدرا صادر شده نیز در این فلسفه می‌گنجد. بنابراین، مقصود من از «فلسفه مشاء» یک روش است و می‌توان آن را نوعی «فلسفه تحلیلی» پیشامعاصر دانست که روشی شبه تحلیلی - زبانی دارد.

اعداد منفی، دیگر چه سنخ اعدادی هستند؟ و آنها را چگونه می‌توان با فلسفهٔ مشاء آشتی داد؟ آیا اصولاً عدد منفی معنای محصلی دارد؟ اگر صفر نشانهٔ «عدم محض» و اعداد مثبت نشانهٔ «وجودات» باشند اعداد منفی به چه چیزی اشاره می‌کنند؟ آیا مگر بین وجود و عدم واسطه‌ای هست که اعداد منفی به آنها اشاره کنند؟ آیا اعداد منفی واقعاً در مرتبه‌ای پایین‌تر از صفر و عدم محض قرار دارند؟ پایین‌تر از عدم محض هم، مگر چیزی هست؟ سیه‌رویی و سیاهی برای عدم محض آشکارتر از آن است که بتوان دربارهٔ آن سخن گفت.^۱

اعداد کسری و گویا (مانند نصف، ثُلث، رُبُع، خُمُس، پنج‌ششم، هفت‌هشتم) دیگر چیستند؟ این اعداد چه نوع کمیتی هستند: متصل‌اند یا منفصل؟ شاید از آنجا که نصف نصف دارد، و نصف آن هم نصف دارد، و نصف آن نصف هم نصف دارد، ... تا بی‌نهایت، شاید از این رو، به نظر برسد که اعداد گویا متصل هستند و نه منفصل. اما آیا اتصال موجود در اعداد گویا مانند اتصال موجود در کمیات متصل مانند خط، سطح و جسم تعلیمی است؟ اگر تفاوتی دارد این تفاوت دقیقاً چیست؟ اگر تفاوت ندارد چرا آنها را جزء کمیات متصل نگرفته‌اند؟

اعداد گنگ مانند $\sqrt{2}$ و عدد π ، اعداد موهومی مانند $\sqrt{-1}$ ، اعداد نامتناهی (اصلی و ترتیبی، کاردینال‌ها و اوردینال‌ها)، اعداد بی‌نهایت کوچک و بی‌نهایت بزرگ و دیگر اعدادی که در ریاضیات جدید ساخته و پرداخته شده و کاربردهای بسیاری در علوم و فنون یافته‌اند از دیدگاه مشائی در کدام شاخه از مقولهٔ «کمیت» ارسطویی قرار می‌گیرند؟ و ربط و نسبت‌شان با کمیات متصل و منفصل شناخته‌شده و اعداد طبیعی، صحیح و گویا چیست؟

این پرسش‌هایی است که خود آنها و به‌طریق اولی، پاسخ آنها را به‌صورت شفاف، صریح، پیگیر و دامنه‌دار در آثار فیلسوفان مشاء نمی‌توان یافت، هرچند البته حتماً فیلسوفی یا فیلسوفانی وجود داشته‌اند که در گوشه‌وکنار اثری از آثارشان به طور پراکنده و جزئی در موضوع این مقاله سخنی گفته باشند، اما هرگز این سخنان به ادبیاتی فراگیر و پیوسته تبدیل نشده و به دوران کنونی نرسیده‌اند.

۱. شاعر چه خوش گفته است که «نیست بالاتر از سیاهی رنگ»!

در این مقاله، هدف من بازنمایی تفصیلی و گزارش همه دیدگاه‌های فیلسوفان مشاء نیست. این مقاله در صدد این است که پاسخی به پرسش‌های طرح‌شده در بالا در خصوص اعداد طبیعی ارائه کند، هرچند پاسخ‌هایی ابتدایی و در آغاز راه، تا شاید رهروان آینده راه را بیش‌تر بکوبند و هموارتر سازند و چشم‌اندازهای تازه‌تری را در افق دیدگانمان قرار دهند. بحث و بررسی و پاسخ به پرسش‌ها در خصوص اعداد صحیح، کسری و گویا را در مقاله‌های بعدی خواهم آورد.

در این مقاله به کمیت منفصل که کم‌وبیش همان اعداد طبیعی است می‌پردازم و بحث از اعداد منفی و گویا که به‌ساده‌ترین وجه از اعداد طبیعی به دست می‌آیند و اعداد گنگ، موهومی، نامتناهی و اعداد پیچیده‌تر را به پژوهش‌های بعدی وامی‌سپارم.

۲. تعریف عدد بر حسب واحد

عدد را معمولاً مرکب از واحد می‌دانند و به صورت زیر تعریف می‌کنند:

$$۲ = ۱ + ۱$$

$$۳ = ۱ + ۱ + ۱$$

$$۴ = ۱ + ۱ + ۱ + ۱$$

$$۵ = ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱$$

⋮

این تعریف‌ها در واقع تعریف عدد بر حسب «واحد» و عمل «جمع» است. متأسفانه، غالباً مفهوم جمع در تعریف اعداد را با حرف «و» بیان می‌کنند و از این رو آن را نادیده می‌گیرند و تعریف‌های زیر را ارائه می‌دهند:

$$۲ = ۱ \text{ و } ۱$$

$$۳ = ۱ \text{ و } ۱ \text{ و } ۱$$

$$۴ = ۱ \text{ و } ۱ \text{ و } ۱ \text{ و } ۱$$

$$۵ = ۱ \text{ و } ۱ \text{ و } ۱ \text{ و } ۱ \text{ و } ۱$$

⋮

اما آشکار است که معنای «واو» در تعریف اعداد همان معنای «واو» منطقی در ترکیب عطفی (یا «واو» عطفی در منطق) نیست، بلکه «واو» ریاضی و به معنای «جمع» است. به همین دلیل، تا وقتی که وضعیت عمل «جمع» در میان مقولات ارسطویی مشخص نشود و تعریف دقیقی از آن ارائه نگردد معنای اعداد به دست نمی‌آید. در واقع، تعریف اعداد به واحد و عمل جمع، از نظر فلسفی، تعریف به اخفی است زیرا ما نمی‌دانیم که عمل «جمع» تحت کدام مقوله از مقولات ارسطویی قرار می‌گیرد و بنابراین، جنس و فصل آن چیست. تا تعریف واضحی از عمل «جمع» در دست نباشد تعریف اعداد به سبک بالا تعریف فلسفی مناسبی به شمار نخواهد آمد.

۳. وجود خارجی اعداد نزد ابن‌سینا

اکنون، مناسب است به برخی از دیدگاه‌ها دربارهٔ عدد و اینکه آیا در خارج موجود است یا نه بپردازیم. مهم‌ترین شخصیت در این زمینه سهروردی است که اعداد را مانند برخی مفاهیم دیگر اموری ذهنی و از اعتبارات عقلی می‌داند. پس از سهروردی، ملاصدرا و بسیاری دیگر اعداد را از معقولات ثانیه و اموری اعتباری دانسته‌اند.

ابن‌سینا، اما بر خلاف سهروردی و پیروانش، عدد را نه اعتباری عقلی و موجود در نفس فقط، بلکه هم‌چنین موجود در اعیان و عارض بر آنها می‌داند:

إن كان العدد لم يكن إلا في النفس فليس له خواص العددية. و له خواص: فهو إذن في المعدودات أيضا، فله وجود بذاته (ابن‌سینا، ۱۳۹۱، التعليقات: ۲۵۸).

البته از نظر ابن‌سینا، وجود عدد امری عرضی و غیر جوهری است:

العدد مجرداً من دون الموضوع - أي المعدود - لا وجود له في ذاته، فإنه عرض، و العرض من دون حامله لا يوجد (ابن‌سینا، ۱۳۹۱، التعليقات: ۲۵۸).

در این عبارت، ابن‌سینا رابطهٔ «عدد» و «معدود» را رابطهٔ صفت و موصوف (یا عارض و معروض، یا محمول و موضوع، یا محمول و حامل) گرفته است. البته ابن‌سینا در کتاب نجات عدد را به دو قسم جوهری و عرضی تقسیم می‌کند:

و أما العدد، فانه تابع في الحكم للواحد: فان كان الواحد في نفسه جوهرًا، فالعدد المؤلف منه لا محالة مجموع جواهر، فهو جوهر. و ان كان الواحد عرضًا، فالاثوة و ما أشبهها أعراض (ابن سينا، النجاة، ص: ۵۱۴).

ابن سينا هم چنین، دو نوع عدد را از هم جدا می کند: عدد نفسانی و اذهانی و عدد آفاقی و اعیانی. از آنجا که وقتی کسی اموری را می شمارد نفس او شمارنده است و آن امور شمرده شده، بنابراین، نفس عاّد است و آن امور معدود؛ بنابراین، «شمردن» و «عدّ» یک نسبت و اضافه میان نفس شمارنده و امور شمرده شده است و به همین دلیل، عدد هم در نفس است و هم در خارج:

و العدد ضربان أحدهما في العاّد و هو النفس، و آخر في المعدود و هو أعيان الموجودات. و كلاهما غير [ال]معدود و إنما المعدود هو الأعيان. و الفرق بينهما أن [العدد] الذي في الأعيان محدود لا زيادة عليه و لا نقصان منه إلا لآفة و بالعرض كما في الأشخاص؛ و [أنّ العدد] الذي في العقل غير محدود أى يقبل الزيادة و النقصان بالذات. و الأعيان كما أنها معدودة لا عدد، كذلك هي كثيرة لا كثرة. و العدد كما أنه عدد لا معدود هو كثرة لا كثيرة (ابن سينا، ۱۳۹۱، التعليقات: ۲۵۹).

در این عبارت، ابن سينا رابطه «عدد» و «معدود» را نه رابطه صفت و موصوف یا عارض و معروض بلکه دو طرف از سه طرف رابطه سه موضعی «عدّ» و «شمردن» گرفته است. وقتی می گوئیم «حسن این کتابها را شمرد» مفهوم «شمردن» نسبتی دوماوضعی است که یک موضع آن را «حسن» پر کرده و موضع دیگر را «این کتابها». اما وقتی می گوئیم «حسن این کتابها را سه تا شمرد» مفهوم «شمردن» رابطه ای سه موضعی می شود که عاّد و شمارنده حسن است و معدود و شمرده شده این کتابها هستند و عدد و شمار «سه تا» است. از عبارت اخیر ابن سينا چنین فهمیده می شود که او از مصدر «عدّ» و «شمردن» این معنای سه موضعی را در اینجا در نظر گرفته است.

از آنجا که «شمردن» و «عدّ» نسبت و اضافه ای است میان نفس شمارنده و اعیان شمرده شمرده شده، ابن سينا «شماره» و «عدد» را نیز از باب «مضاف» گرفته است ولی دلیلی که برای آن می آورد نشان می دهد که این مضاف مضاف حقیقی نیست بلکه مضاف مشهوری است:

[۱] الكمية التي تقبل الزيادة و النقصان هي من باب المضاف، فإن العدد يقال مثلا للعشرة أكثر من خمسة.

[۲] و لا تقبل الكمية التي هي المقولة للزيادة و النقصان لأنك تعلم أن كل واحد من الأعداد كثير، و لا يقال «العشرة أشد في العددية من خمسة» كما يقال «أكثر من خمسة» (ابن سينا، ۱۳۹۱، التعليقات: ۲۵۸-۲۵۷).

در این عبارت، ابن سينا میان دو کمیت تمایز می‌گذارد: کمیتی که قبول زیادت و نقصان می‌کند و کمیتی که قبول زیادت و نقصان نمی‌کند. او قسم دوم را «کمیتی که همان مقوله است» اعلام می‌کند. ظاهراً مقصود ابن سينا تمایز میان «عدد مطلق» و «عدد نسبی» است؛ اما تمایز میان این دو چندان واضح نیست. «عدد مطلق» همان مطلق «کثرت» است که کمی و زیادی ندارد؛ اما «عدد نسبی» چیست؟ آیا تک‌تک اعداد است مانند سه و چهار و پنج و ...؟ او در خصوص کمیتی که قبول زیادت و نقصان می‌کند چنین می‌گوید:

الكمية تقبل الزيادة و النقصان، و لا تقبل الأشد و الأضعف. فالقائل يقول في الأربعة: «إنها أزيد من ثلاثة» و لا يقول: «إنها أشد في العددية من ثلاثة» (ابن سينا، ۱۳۹۱، التعليقات: ۲۵۷).

از این عبارت، می‌توان حدس زد که کمیتی که قبول زیادت و نقصان نمی‌کند یعنی قبول شدت و ضعف نمی‌کند. عبارت بعدی ابن سينا مؤید این برداشت است:

و المساواة في الإضافة لا تقبل الشدة و الضعف، و لكنها تقبل القرب و البعد من المماثلة، لأنك تقول «الستة أقرب إلى الثلاثة من التسعة»، و لا يقال: «إنها أشد و أضعف في المساواة و المماثلة في العددية» (همان)

ولی پرسش اینجا است که چرا به جای «شدت و ضعف» می‌گوید «قبول و ضعف»؟ گویی عبارات در اینجا از انسجام کافی برخوردار نیست.

۴. وجود عقلی اعداد نزد سهروردی

بر خلاف ابن سينا که برای گونه‌ای از عدد وجود خارجی قائل است، سهروردی با وجود عدد در خارج به‌شدت مخالفت می‌کند:

العدد أيضاً أمر عقلي، فإن العدد إذا كان من الأحاد و الوحدة صفة عقلية، فيجب أن يكون العدد كذا. وجه آخر هو أن الأربعة إذا كانت عرضاً قائماً بالإنسان مثلاً،

فأما ان يكون في كل واحد من الاشخاص الأربعية التامة، و ليس كذا؛
أو في كل واحد شيء من الأربعية، و ليس إلا الوحدة.
فمجموع الأربعية ليس له محل غير العقل، اذ ليس في كل واحد الأربعية و لا شيء منها، فليست على
هذا التقدير أيضا في غير العقل .
فظاهر انّ الذهن اذا جمع واحدا في الشرق الى آخر في الغرب، فيلاحظ الاثنيتية. و اذا رأى الانسان
جماعة كثيرة، أخذ منهم ثلاثة و أربعة و خمسة بحسب ما يقع النظر اليه و فيه بالاجتماع. و يأخذ أيضا في
الاعداد مائة و مئات و عشرة و عشرات و نحوهما (سهروردی، مجموعه مصنفات شيخ اشراق، ج ۲، ص:
۶۸).

دلیل نخست سهروردی این است که عدد مرکب از آحاد (= واحدها) است و وحدت صفتی عقلی است و
بنابراین، عدد که مرکب از واحدها است باید عقلی باشد. اما چرا وحدت صفتی عقلی است؟ پاسخ سهروردی
این است که وجود خارجی وحدت مستلزم بی‌نهایت وحدت است:

و اعلم انّ الوحدة أيضا ليست بمعنى زائد في الاعيان على الشيء:

۱. و ألا كانت الوحدة شيئا واحدا من الأشياء، فلها وحدة.
۲. و أيضا يقال «واحد و آحاد كثيرة» كما يقال «شيء و اشياء كثيرة».
۳. ثم الماهية و الوحدة التي لها اذا اخذتا شيئين، فهما اثنان: أحدهما الوحدة، و الآخر الماهية التي هي
لها؛ فيكون لكل واحد منهما وحدة. فيلزم منه محالات:

a. منها انّا اذا قلنا «هما اثنان» يكون للماهية دون الوحدة وحدة، و يعود الكلام متسلسلا
الى غير النهاية.

b. و منها ان يكون للوحدة وحدة، و يعود الكلام، فيجتمع صفات مترتبة غير متناهية .

و اذا كان حال الوحدة كذا العدد أيضاً أمر عقلی (همان: ۶۷-۶۸).

اما این برهان حداکثر اثبات می‌کند که وحدت امری جوهری و زائد بر دیگر جواهر نیست و حداکثر عرضی
در میان اعراض است و این چیزی بود که ابن‌سینا هم به آن باور داشت:

العدد مجرداً من دون الموضوع - أي المعدود - لا وجود له في ذاته، فإنه عرض، و العرض من دون حامله
لا يوجد (ابن‌سینا، ۱۳۹۱، التعليقات: ۲۵۸).

بنابراین، دلایل سهروردی چیزی بیشتر از ادعای ابن سینا مبنی بر عرض بودن اعداد را اثبات نمی‌کند و معلوم نیست که چرا اصرار دارد بر اینکه اعداد امری ذهنی و عقلی و اعتباری هستند. این اشکال را پیش از این محمد محمدرضائی نیز به آن اشاره کرده است:

اشکال: به نظر می‌رسد که استدلال شیخ اشراق مبطل این فرض است که وحدت، وجود مستقل جوهری داشته باشد، ولی اگر کسی قائل شود که وحدت در خارج یک امر عرضی است، همانطور که ابن سینا بر این عقیده است، این استدلال تام نیست و نمی‌تواند مبطل چنین فرضی باشد؛ زیرا کسی که عقیده دارد که وحدت در خارج یک امر عرضی است عرض هیچگاه نمی‌تواند بدون موضوع تحقق پیدا کند. پس فرض وجود مستقل جوهری برای وحدت ممکن نیست. پس استدلال شیخ اشراق فقط مبطل وجود مستقل و جوهری وحدت است نه وجود عرضی (محمدرضائی، ۱۳۷۵: ۶۵).

علی‌رغم این اشکال، به نظر می‌رسد که سخن حقی در گفته سهروردی وجود دارد که در سخن پیشینیان او نبوده و آن اینکه اعداد صفت جواهر و عارض بر جواهر نیستند بلکه صفت جواهر و عارض بر عارض بر جواهر هستند و از این رو است که می‌توان به آنها «معقول ثانی» گفت. البته این تفسیری از سخن سهروردی است که سخن او صراحتی بر آن ندارد، اما به گمان من، اگر سخن سهروردی را چنین تفسیر کنیم سخنی قابل دفاع خواهد بود، چنان‌که در ادامه بر آن استدلال خواهیم کرد. اتفاقاً، تتبع آثار سهروردی نشان می‌دهد که او عرض بودن «وحدت» را پذیرفته است:

و الوحدة لیست بجوهر و الا ما صحّ ان یوصف بها العرض. و یلزم من كونها جوهرًا ان لا یوصف بها العرض فان الجوهر لیس وصفًا للعرض و لا یلزم من كونها عرضًا ان لا یوصف بها الجوهر فانّ من شأن الاعراض ان تكون صفات الجواهر و یوصف بها الجوهر. **فالوحدة عرض** (سهروردی، مجموعه مصنفات شیخ اشراق، ج ۱، ص: ۲۴۶).

بنابراین، هیچ بعید نیست که مقصود او از «معقول ثانی» همان «عرض عرض» باشد. و الاجود ان یقتصر علی ان معرفة الوحدة و العدد من الفطریات

۵. صفر، یک و دو بیرون از کمیات منفصل

نخستین تمایز کمیت‌های منفصل با اعداد طبیعی این است که عدد ارسطویی از دو آغاز می‌شود، در حالی که عدد طبیعی از یک (و گاه در برخی از کتاب‌های ریاضی از صفر). فیلسوفان مشاء یک را مولد و سازنده اعداد می‌دانند و نه یکی از اعداد و کمیات منفصل. صفر هم که جای خود دارد و در عدد نامیدن آن، پوچی و بی‌معنایی آشکارتری ملاحظه می‌شود.

دلیل اینکه یک را عدد نمی‌دانند، این است که «عدد» یعنی «متعدد» و یک هم که متعدد نیست (مطهری، الهیات شفا: ۳۴۱؛ مصباح یزدی، شرح الهیات شفاء، جلد ۲: ۴۰۹). ما در فارسی می‌گوییم «یک یا چند نفر»، تو گویی که میان «یک» و «چند» تعارض می‌یابیم. اینکه با تعریف «عدد» به «چند» و «تعداد» و با استناد به تعارض میان «یک» و «چند»، یک را از دایره اعداد بیرون بگذاریم، به گمانم، دلیل زبان‌شناختی بسیار خوبی باشد.

ابن سینا به صراحت عدد را به «کثرت» تعریف کرده و «یک» را از عدد بودن خارج دانسته است:

العدد کثرة مركبة من وحدات، و الوحدة فإنها تصیر الواحد واحدا، و الوحدة ليست عددا بل هي علة العدد.، إذ هي علة الكثرة التي هي العدد فإنه لو لا تركب الوحدات لما وجد العدد (ابن سینا، ۱۳۹۱، التعليقات: ۲۵۹).

ابن سینا دو را هم عدد نمی‌داند بلکه آن را علت مادی اعداد می‌شمارد چنان که یک را علت صوری اعداد؛ و آغاز عدد را عدد سه می‌داند:

والاثنيية هي علة العدد وليست عددا و هي كالوحدة إلا أن الاثنينية كالعلة المادية، و الوحدة كالعلة الصورية. و يتقوم من مجموعهما الثلاثية التي هي العدد الأول (ابن سینا، ۱۳۹۱، التعليقات: ۲۵۹-۲۶۰).

در پایان این عبارت، واژه «عدد اول» در برابر «عدد مرکب» نیست بلکه به معنای نخستین عدد و در برابر اعدادی بعدی است. خواجه‌نصیر در آغاز مقاله هفتم اصول اقلیدس دو تعریف از عدد ارائه می‌کند که تعریف دوم «یک» را شامل می‌شود:

العدد هو «الكمية المتألّفة من الوحدات».

و قد يقال لكل «ما يقع في مراتب العدّ» عدّد؛ فيقع اسم «العدد» على الواحد أيضا بهذا الاعتبار (طوسی، تحریر اصول اقلیدس).

شریف جرجانی نیز همین دو تعریف را با اندکی دست بردن در تعریف دوم تکرار کرده است:

العدد: هي «الكمية المتألفة من الوحدات»، فلا يكون الواحد عددًا.

وَأما إذا فسر العدد بـ«ما يقع به [في؟] مراتب العدد [العد؟]» دخل فيه الواحد أيضًا (جرجانی، ۱۳۷۰: ۶۳).

این نشان می‌دهد که عدد به معنای «تعدد»، «کثرت» و «مركب از وحدات» شامل صفر و یک نمی‌شود اما به معانی دیگر می‌تواند شامل آن دو باشد.

۶. صفر، یک و دو در میان کمیات منفصل

دلیل دیگری نیز وجود دارد که ترجیح را به وارد کردن صفر و یک در میان اعداد می‌دهد. بسیاری از مفاهیم فلسفی از حروف یا عبارات پرسشی ساخته شده‌اند. برای نمونه، «هلیت»، «لمیت»، «کیفیت»، «کمیت»، «مائییت»، از حروف پرسشی «هل»، «لم»، «کیف»، «کم»، «ما»، گرفته شده‌اند و دو اصطلاح «ماهیت» و «ماهویت» از دو عبارت پرسشی «ما هو؟» و «ما هی؟». حتی در تعریف جنس و نوع و فصل، به جواب پرسش‌ها استناد کرده‌اند: «الجنس: هو المقول على كثيرين مختلفي الحقائق في جواب ما هو. النوع: هو أخصّ كليين مقولين في جواب ما هو. الفصل: هو المقول على كلى في جواب أى ما هو».

اکنون اگر «کمیت» و «عدد» و «چندی» را نیز پاسخ به پرسش‌های «کم هو؟» و «چند تا است؟» بدانیم، می‌توانیم ببینیم که «عدد» و «چندی» شامل یک و صفر نیز خواهند بود. اگر بپرسیم که «چند سبب در یخچال وجود دارد؟» پاسخ می‌تواند هر کدام از اینها باشد: «هیچ»، «یکی»، «دو تا»، «سه تا»، تا آخر. این پاسخ‌ها را اگر به صورت عام‌تر و مستقل از محدودها در نظر بگیریم به اعداد «صفر»، «یک»، «دو»، «سه» تا آخر می‌رسیم. اینکه کمیت در پاسخ به پرسش از چندی می‌آید ریشه نزد فارابی دارد:

ما سبيله أن يجاب به في «كم» يسمونه بلفظة «كم» و بـ«الكمية» (فارابی، كتاب الحروف، ص ۶۲).

ولی فارابی از این تعریف نتیجه نگرفته است که صفر و یک کمیت هستند. اما پس از فارابی، دلیل مبتنی بر «پاسخ به سوال چند» را ابوالعباس أحمد بن محمد بن علي فيومي (د. ۷۷۰ق.) به نحویان نسبت داده است:

قال النحاة: الواحد من العدد:

۱. لأنه الأصل المبنی منه وبعده أن يكون أصل الشيء ليس منه
۲. ولأن له كمية في نفسه فإنه إذا قيل «كم عندك؟» صح أن يقال في الجواب «واحد» كما يقال «ثلاثة» وغيرها (فيومي، المصباح المنير في غريب الشرح الكبير، ص ۳۹۵-۳۹۶).
- این دلیل را محمدعلی تهانوی (د. ۱۵۸۱ ق.) نیز در کشف اصطلاحات العلوم آورده و از این رو، «یک» و «دو» را داخل در عدد دانسته، هرچند درباره «صفر» سخنی نگفته است:
- الكمية كلمة نسبة، أي الصفة المنسوبة إلى «كم»، أي ما به يجاب عن السؤال بـ «كم»، و هو المعين لأن «كم» للسؤال عن معين، فخرج الجمع حتى الألوف و المئات أيضا، و دخل واحد و اثنان لصحة وقوعهما جوابا لكم (تهانوی، ۱۹۹۶ م.، کشف اصطلاحات الفنون و العلوم، ج ۲، ص: ۱۱۶۷).
- تهانوی پس از این چندین تعریف برای عدد ذکر و بررسی می کند که آیا این تعاریف شامل یک و دو می شوند یا نه:

لا يدخل الواحد:

۱. على القول بأن العدد هو «الكمية المتألفة من الوحدات»،
۲. و على القول بأنه «ما زاد على الواحد»،
۳. و على القول بأن العدد هو «الكم المنفصل الذي ليس لأجزائه حدّ مشترك» على ما صرح به الخيالي [= شمس الدين أحمد بن موسى م. ۸۷۰ ق.].
۴. و قيل العدد «كثرة مركبة من آحاد». فعلى هذا لا يكون الواحد و كذا الاثنان عددا و هو مذهب بعض الحساب؛ قال: «إذا لم يكن الفرد الأول عددا لم يكن الزوج الأول عددا أيضا» (همان: ۱۱۶۸).
- تهانوی پس از این یک دلیل دیگر می آورد که چرا باید یک و دو را در میان اعداد بدانیم و آن اینکه در زبان عربی در بیان «یازده» و «دوازده» به آن دو نیاز داریم و سپس این دلیل را آشکارا فاسد اعلام می کند و دلیلی برای این ادعا نمی آورد:
- [الواحد و الاثنان] إنما ذُكِرَا في العدد لأنّهما يفتقرُ إليهما العشراتُ كـ «أحدَ عشر» و «اثنی عشر» فهما حينئذٍ معهما من العدد. و لا يخفى أنّ هذا قياس فاسد (همان: ۱۱۶۸).
- عبد النبي بن عبد الرسول الأحمّد نكري (د. ۱۷۳۱ ق.) نیز در کتاب جامع العلوم في اصطلاحات الفنون الملقب بدستور العلماء تعاریف مختلف عدد را آورده و دلیل «پاسخ به چندی» را ذکر کرده است:

فی تعریفه [= العدد] عند أهل الحساب اختلاف.

۱. قال مولانا نظام الدين النيسابوري في الرسالة الشمسية: «العدد كمية تطلق على الواحد وما يتألف منه فيدخل الواحد في العدد».

۲. وقيل إن العدد قسم الكم والكم ما ينقسم بالذات والواحد لا ينقسم بالذات.

۳. أقول من عرّف العدد بهذا التعريف وأدخل الواحد في العدد يقول إن العدد أعم من الكم المنفصل لأن الواحد منه ليس بكم فضلاً عن أن يكون كمّاً منفصلاً كما يفهم من الحواشي الحكيمة على الخيالية في مبحث الصفات.

۴. وقيل المراد بالكمية في التعريف المذكور ما يقع في جواب «كم» الاستفهامية لا المعنى المصطلح فلا إشكال لأن الواحد يقع في جواب «كم» فإنه إذا سألك شخص بأنه كم رجل عندك فقلت واحد فيقع الواحد في جواب كم الاستفهامية.

۵. وعند المحققين الواحد خارج عن العدد لأنه ليس بكم إذ الوحدة تقتضي اللاقسمة ولذا قالوا «إن الوحدة من قبيل الكيف» على أنه يمكن منع كونها عرضاً بسند أنها من الأمور الاعتبارية عند المحققين (نگری، جامع العلوم، ج. ۲: ۲۱۸-۲۱۹).

گوتلوب فرگه نیز همین دلیل را ذکر کرده است:

نمی‌توان چنین اعتراض کرد که ۰ و ۱ عدد به همان معنای ۲ و ۳ نیستند! عدد پاسخی است برای این پرسش که «چه تعداد؟»، و هنگامی که برای مثال می‌پرسیم: «این سیاره چند قمر دارد؟»، پاسخ‌های ۰ و ۱ را به همان اندازه ۲ و ۳ پاسخ‌های مناسبی می‌دانیم، بدون آن که معنای پرسش را تغییر داده باشیم. بی‌تردید عدد ۰ و هم‌چنین، عدد ۱ ویژگی‌های منحصر به فردی دارند، اما این مطلب در مورد هر عدد طبیعی دیگری نیز صادق است، با این تفاوت که در مورد اعداد بزرگ‌تر کمتر به چشم می‌آید (فرگه، ۱۳۹۵، ۹۲-۹۱).

از همین جا است که فرگه به این نتیجه می‌رسد که اعداد صفات مفاهیم هستند:

هر سخن درباره یک عدد شامل ادعایی راجع به یک مفهوم است. این مطلب احتمالاً در مورد عدد ۰ بیشترین وضوح را دارد. اگر بگوییم «ناهید ۰ قمر دارد» نه قمری هست و نه توده‌ای از قمرها تا ادعای چیزی درباره آنها ممکن باشد؛ اما به مفهوم «قمر ناهید» این صفت نسبت داده می‌شود که هیچ چیزی

تحت آن مندرج نیست. اگر بگوییم «کالسکه پادشاه با چهار اسب کشیده می‌شود»، آنگاه عدد چهار را به مفهوم «اسبی که کالسکه پادشاه را می‌کشد» نسبت داده‌ایم (همان: ۹۴).

این که صفر را عدد بدانیم و چون صفر بر هیچ موجودی حمل نمی‌شود و عرض هیچ جوهری قرار نمی‌گیرد، نتیجه بگیریم که صفر به طور ویژه و اعداد طبیعی به طور عام، همگی صفات اعراض و مفاهیم هستند و نه صفات جواهر و اشیا، از شاه‌کارهای فرگه است که در بخش بعدی بیش‌تر درباره‌اش سخن خواهیم گفت.

بنابراین، دو نگاه به کم منفصل داریم: یکی نگاه به کم منفصل به معنای «کمیت متعدد» و «دارای اجزا» و «قابل انقسام» و دیگری «پاسخ به چندی». نگاه نخست صفر و یک را از دامنه اعداد بیرون می‌گذارد و نگاه دوم آن دو را وارد می‌سازد.

از میان این دو نگاه کدام مناسب‌تر و نزدیک‌تر به اهداف فلسفی است؟ آشکار است که نگاه دوم مناسب‌تر است زیرا عام‌تر و شامل‌تر است و به امور قراردادی و مربوط به زبان‌های خاص کمتر وابسته است، زیرا شاید در یک زبان، برای نمونه در زبان عربی، عدد از سه شروع شود و نه از دو، چنان که می‌گویند «تثنیه و جمع»، «رجل، رجالن، ثلاثة رجال، ...» یا «ذهب، ذهباً، ذهبوا». چنان‌که دیده می‌شود در این زبان، عدد دو برای خود شأنی ویژه، نامی ویژه و افعالی ویژه دارد و اعداد بعدی همگی با هم «جمع» و «متعدد» دانسته می‌شوند.

به همین دلیل، در این مقاله، به جای بحث از کمیات منفصل ارسطویی که از دو شروع می‌شود، بیانی از اعداد طبیعی که از صفر می‌آغازد را مبنا قرار می‌دهم و بحث را با آن پی می‌گیرم (در برخی از کتب ریاضی پیشین، اعداد طبیعی از یک شروع می‌شد و اعداد حسابی از صفر؛ ولی در آثار معاصر این تمایز غالباً نادیده گرفته می‌شود (استیوارت و هال ۱۳۶۵: ۱۷، ۱۶۲-۱۶۳)).

۷. ماهیت و مرتبه اعداد طبیعی

اعداد طبیعی - که در پاسخ «چند تا؟» می‌آیند - به هیچ شی‌ای از آن جهت که واحد است حمل نمی‌شوند، بلکه باید نوعی قابلیت کثرت در شیء باشد تا بتوان اعداد طبیعی را به آن نسبت داد. یکی از

قابلیت‌های کثرت را می‌توان در مجموعه‌ها در برابر اشیا و نیز در مفهوم «کلی حقیقی» در برابر «جزئی حقیقی» مشاهده کرد.

۷- ۱. اعداد طبیعی به عنوان محمول بر مجموعه‌ها

وقتی می‌گوییم که «سیب‌های روی میز چهار است» مقصودمان تک‌تک سیب‌های روی میز نیست زیرا تک‌تک‌شان «یکی» هستند و نه «چهارتا». بنابراین، باید مقصودمان «سیب‌های روی میز با هم» باشد، یعنی «کل مجموعه».

فخر رازی عبارتی دارد که دقیقاً همین معنا را می‌رساند. او پس از طرح اشکال به این دو شق که عدد دو در هر دو معدود خود است یا تنها در یکی از آن دو است در پاسخ می‌نویسد که عدد دو در هیچ یک از دو معدود خود نیست بلکه در «مجموع» دو معدود خود است:

و الجواب أنَّ الاثنیة يستحيل عروضها لواحد من ذینک الواحدین بل انما تعرض لمجموعهما و ذلك المجموع من حیث هو ذلك المجموع مغایر لكل واحد من جزأیه (فخر رازی، المباحث المشرقیة، ص ۱۸۲).

در دوران معاصر، به کل مجموعه «مجموعه» می‌گویند که می‌تواند تعبیر دیگری از همان معنا باشد. مجموعه، به دلیل ذات و ماهیت‌اش، قابلیت فرض داشتن چند عضو را دارد؛ اما در عمل، یا هیچ عضوی ندارد (تهی)، یا یک عضو دارد، یا دو عضو دارد، یا سه عضو دارد، تا آخر. در دوران معاصر، در پایان سده ۱۹ و آغاز سده ۲۰، جورج کانتور و پیروانش همین جای‌گاه طبیعی و مناسب را پایه و مبنای تحلیل خود از تعریف اعداد طبیعی گرفته و این اعداد را مجموعه‌هایی تهی، یک‌عضوی، دو‌عضوی ... به‌شمار آورده‌اند (تقریباً همه کتاب‌های مقدماتی نظریه مجموعه‌ها).

اما کل مجموعه و مجموعه در ذیل کدام یک از مقولات ارسطویی قرار می‌گیرند؟ آیا جوهرند یا عرض؟ اگر جوهرند نسبت آنها با اجزاء و اعضای جوهری‌شان چیست؟ اگر عرض‌اند تحت کدام مقوله عرضی قرار می‌گیرند؟ کیفیت‌اند؟ کمیت‌اند؟ نسبت‌اند؟ (مقولات عرضی دیگر البته گزینه‌های مناسبی نیستند.) اگر کل مجموعه و مجموعه عرض باشند بسیار بعید است که کیفیت باشند زیرا کیفیت عرضی است که قابلیت نسبت و قسمت را ندارد، اما کل مجموعه و مجموعه قابلیت هر دوی نسبت و قسمت را دارند زیرا

به دلیل اینکه عارض بر چند شیء هستند می‌توانند نسبتی میان آن اشیا باشند و از آنجا که دو یا چند جزء یا عضو دارند می‌توانند به آن اجزا یا اعضا تقسیم شوند. اما هم‌چنین، بعید است که کل مجموعی و مجموع اگر عرض باشند نسبت باشند زیرا ما درک ویژه‌ای از نسبت «کل مجموعی» و «مجموعه» میان اشیا نداریم. از این رو، شاید بتوان گفت که کل مجموعی و مجموعه از مقوله «کمیت»، و به طور ویژه، کمیت منفصل هستند و بر حسب اینکه چند جزء یا عضو دارند، مفاهیم «دو»، «سه» و غیره بر آنها حمل می‌شوند (چنان که خط، سطح و جسم تعلیمی کمیت متصل هستند و طول «دو متر» و مساحت «سه متر مربع» و حجم «چهار متر مکعب» بر آنها حمل می‌شوند). این بهترین پیش‌نهادی است که به ذهن من می‌رسد؛ اما واقعیت این است که مشائیان بحث صریحی از ماهیت کل مجموعی یا مجموعه نداشته‌اند و بلکه بسیاری از آنها وجود کل مجموعی و مجموعه را در خارج منکرند. به نظر می‌رسد که از دیدگاه بیشتر ایشان، کل مجموعی و مجموعه مانند کلیات اموری انتزاعی و ذهنی هستند!

به دلیل ناشناخته بودن مقوله «کل مجموعی» و «مجموعه» در متافیزیک ارسطویی-سینوی، شاید بهتر باشد به جای آن، به مفهوم «کلی حقیقی» (در برابر «جزئی حقیقی») که بسی شناخته‌شده‌تر است بنگرم.

۷-۲. اعداد طبیعی به عنوان محمول بر مفاهیم

در تعریف کلی حقیقی آورده‌اند: «ما لا یمتنع فرض صدقه علی کثیرین». کلی حقیقی، به دلیل ذات و ماهیت‌اش، قابلیت فرض حمل بر کثیرین را دارد؛ اما در عمل، یا هیچ مصداق ندارد (صفر)، یا یک مصداق دارد، یا دو مصداق دارد، یا سه مصداق دارد، یا تا آخر.

از اینجا می‌توان دریافت که یکی از بهترین و مناسب‌ترین جای‌گاه‌های حمل اعداد طبیعی کلیات حقیقی هستند به حسب این که چند مصداق دارند. گوتلوب فرگه، در دوران معاصر، در کتاب مبانی حساب خود که در سال ۱۸۸۴ منتشر شد، همین جای‌گاه طبیعی و مناسب را پایه و مبنای تحلیل خود از تعریف اعداد طبیعی گرفته و این اعداد را کلیات مرتبه دوم که بر کلیات حقیقی حمل می‌شوند به‌شمار آورده است (فرگه ۱۳۹۵: ۹۴، ۱۰۱-۱۰۳).

بر پایه تحلیل فرگه، در جمله «دو سیب روی میز قرار دارد»، هرچند واژه «دو» در ناحیه موضوع و مبتدا قرار گرفته است، اما می‌توان از این جمله تحلیل جدیدی ارائه و آن را به گونه‌ای بازنویسی کرد که واژه «دو» در ناحیه محمول و خبر قرار بگیرد: «سیب‌های روی میز دوتا است». در این بازنویسی (در زبان فارسی)، موضوع واژه «سیب‌ها» است که جمع است. شاید مناسب‌تر باشد که آن را به صورت مفرد و به گونه‌ای انتزاعی‌تر بازنویسی کنم: «سیب روی میز دو است». در این تحلیل، مفهوم «دو» محمول بر کلی حقیقی «سیب روی میز» است. می‌بینیم که در اینجا گونه‌ای «عکس الحمل» رخ داده است. واژه «دو» یا «دو تا» در آغاز موضوع بود و در تحلیل پایانی محمول قرار گرفت. واژه «سیب» که دال بر یک کلی حقیقی است قبلاً محمول تلقی می‌شد، اما در تحلیل پایانی موضوع قرار گرفت.

فرگه بر این باور است که این تحلیل (که از دید زبان‌شناختی، نوعی عکس الحمل است) یکی از بهترین تحلیل‌ها از اعداد طبیعی است و دچار هیچ کدام از ایرادهای موجود در تحلیل‌های فیلسوفان ریاضی پیش از او نیست.

تحلیل مرتبه دومی و معقول ثانی منطقی از اعداد طبیعی سازگار است با این دیدگاه ارسطویی-مشایی که اعداد عرض هستند و نه جوهر، و به‌ویژه با این دیدگاه سهروردی و ملاصدرا که عدد امری اعتباری و معقول ثانی است. از آنجا که تحلیل مرتبه دومی را، مستقل از وجود و عدم مثل افلاطونی، می‌توان پذیرفت، در این مقاله، این تحلیل را مبنا قرار می‌دهم و پیش می‌روم. در بخش بعدی، نشان می‌دهم که فرگه در نهایت تحلیل مرتبه دومی و معقول ثانی منطقی از اعداد طبیعی را رها می‌کند. با وجود این، به دلیل اینکه طرح این دیدگاه را پیش از او از دیگران سراغ ندارم این دیدگاه را «فرگه‌ای» می‌نامم.

۷-۳. رویکردانی فرگه از تحلیل مرتبه دوم

فرگه بر تحلیل مرتبه دوم استوار نمی‌ماند و بعدها اعداد طبیعی را موجوداتی شبیه جوهرهای ارسطویی یا مثل افلاطونی می‌پندارد که قائم‌به‌ذات و خودایستا هستند. فرگه می‌نویسد:

هر عدد خاص یک شیء جوهری (self-subsistent object) است (فرگه ۱۳۹۵: ۱۰۳).

در گزاره «عدد ۵ به مفهوم F تعلق دارد»، اگر مفهوم F را موضوع واقعی در نظر بگیریم، **تنها بخشی**

از محمول است. به همین سبب، از «صفت یک مفهوم» نامیدن اعدادی هم‌چون ۵، ۱ و ۲ پرهیز

نموده‌ام. عدد خاص، دقیقاً به این دلیل که تنها بخشی از اظهار را تشکیل می‌دهد، خود را هم‌چون شی‌ای جوهری (self-substitent object) نشان می‌دهد. همان‌گونه که پیش‌تر گفتم، ما می‌گوییم «the 1»، و به واسطه حرف تعریف معین، ۱ به‌مثابه شی‌ء محسوب می‌شود. در علم حساب، این جوهربودگی (self-substitent) همه جا خود را نشان می‌دهد. برای نمونه، در تساوی $1 = 2$ + ۱ (همان ص ۱۰۵-۱۰۶).

فرگه سه دلیل می‌آورد:

اولاً اعداد جزء المحمول هستند و نه محمول. ما می‌گوییم «سیب روی میز دو تا است» و نمی‌گوییم «دو است».

ثانیاً در زبان‌های اروپایی (بر خلاف زبان فارسی) برای اشاره به اعداد از حرف تعریف معین مانند die the و آلمانی استفاده می‌شود و این نشان‌گر جوهر و خودایستایی اعداد است. ثالثاً وقتی می‌گوییم $1 + 1 = 2$ این حکم درباره موجوداتی جوهری به نام‌های ۱ و ۲ است و نه درباره اشیا خارجی و موجودات زمان‌مند و مکان‌مند (احتمالاً، به همین دلیل است که صدق این حکم ضروری و دائمی و فراتر از زمان و مکان است.) در این جمله نمی‌خواهیم بگوییم هر یک شی‌ء با هر یک شی‌ء هر دو شی‌ء است، یا هر یکی با هر یکی هر دو است. حتی نمی‌خواهیم بگوییم برخی یک‌ها با برخی یک‌ها برخی دوها هستند. اصولاً در آن تساوی، هیچ سوری نهفته نیست. این نشانه‌ای است که آن جمله درباره اموری جوهری و نه عرضی است!

هیچ کدام از این دلایل مرا قانع نمی‌کند. در اینجا نمی‌خواهم میان فرگه و اسلافش داوری و نظریات نهایی او را ارزیابی کنم. خواننده علاقه‌مند خود می‌تواند به مبانی حساب فرگه مراجعه و تفصیل استدلال‌های او را دیده و ارزیابی کند و سپس به نظریات پسا فرگه‌ای و نظریات فیلسوفانی در همه اقطار عالم که فرگه نظریات‌شان را ندیده بوده مراجعه کرده، در نهایت به نظریه خاص خویش برسد.

۷-۴. توضیحی در خصوص تحلیل مرتبه دوم

بر پایه تحلیل مرتبه دومی از اعداد طبیعی، جملات ساده‌ای مثل جملات زیر را به صورت عکس الحمل نوشته‌ام:

0_s	=	سیبِ روی میز هیچ (صفر) است	=	هیچ سیبی روی میز نیست
1_s	=	سیبِ روی میز یک است	=	یک سیب روی میز هست
2_s	=	سیبِ روی میز دو است	=	دو سیب روی میز هست
3_s	=	سیبِ روی میز سه است	=	سه سیب روی میز هست

در اینکه اعداد طبیعی و کمیات منفصل اعراض هستند و نه جواهر، نظر قاطبه فیلسوفان مشاء را می‌پذیرم، اما اینکه این اعراض، اعراض مرتبه اول هستند و مستقیماً بر جواهر حمل می‌شوند یا اینکه اعراض مرتبه دوم و معقول ثانی هستند و اولاً و بالذات بر اعراض و کلیات و معقولات حمل می‌شوند و ثانیاً و بالعرض یا بالمجاز بر جواهر حمل می‌شوند، دیدگاه من به سهروردی نزدیک‌تر است تا به ابن‌سینا، هرچند در تمام جزئیات نیز با دیدگاه سهروردی تطبیق نمی‌کند.

برای توضیح، به این پرسش توجه کنیم: آیا گزاره «سیبِ روی میز سه است» یک قضیه شخصی است یا طبیعی یا مهمله؟ از آنجا که «سیبِ روی میز» کلی حقیقی است، این قضیه شخصی نیست. و از آنجا که مقصود از این جمله هیچ یک از این دو گزاره نیست که «هر سیبِ روی میز سه است» و «برخی سیب‌های روی میز سه است»، ناگزیر آن جمله قضیه مهمله هم نیست. ناگزیر، تنها تحلیل معقولی که به نظر می‌رسد این است که بگوییم آن جمله قضیه طبیعی است و محمول «سه» در آن یک معقول ثانی منطقی و محمول مرتبه دوم و عرضِ عرض است. بنابراین، در این مقاله، هرچند عرض بودن اعداد طبیعی را به پیروی از ابن‌سینا می‌پذیرم، اما عرض مرتبه اول بودن آن را وامی‌زنم و به مانند سهروردی، «سه» را محمول مرتبه دوم و معقول ثانی می‌گیرم.

به همین صورت، در جمله « $7 = 5 + 2$ »، حکم را نه درباره موجوداتی جوهری به نام‌های ۲، ۵ و ۷، بلکه درباره اعراض مرتبه دوم و معقولات ثانی با عنوان‌های ۲، ۵ و ۷ می‌دانم و در نتیجه آن حکم، یک حکم در مرتبه معقولات ثالث خواهد بود (زیرا وقتی موضوعات یک گزاره معقولات ثانی باشند محمول آن معقول ثالث خواهد بود).

۸. مرتبه مفهوم «عدد طبیعی»

از آنجا که مفهوم کلی «عدد طبیعی» بر تک تک اعداد طبیعی حمل می‌شود و از آنجا که اعداد طبیعی محمول‌ها و اوصاف مرتبه دوم هستند، ناگزیر باید نتیجه گرفت که مفهوم کلی «عدد طبیعی» یک محمول و صفت مرتبه سوم است. برای نمونه، مثال‌های زیر را در نظر بگیرید:

محمول‌های کلی			جوهرهای اول
مرتبه سوم	مرتبه دوم	مرتبه اول	مرتبه صفرم
عدد طبیعی	دوازده	«امام شیعه»	امامان شیعه
	ده	«عقل»	عقول مشائی
	چهار	«سیب روی میز»	سیب‌های روی میز
	صفر	«قمر زهره»	*****
	صفر	«ساکن مریخ»	*****
	صفر	«تاس پرمو»	*****

سه مورد اخیر که موضوع آنها معدوم یا ممتنع است مثال‌های بسیار خوبی هستند که نشان می‌دهند عدد «صفر» نمی‌تواند معقول اول باشد.

البته می‌توانستیم اعداد طبیعی را به جای اینکه بر اوصاف جوهرهای اول حمل کنیم، بر اوصاف اوصاف کلی مرتبه اول، دوم، سوم، یا هر مرتبه‌ای که می‌خواهیم حمل کنیم و به مراتبی بالاتر از اعداد طبیعی برسیم. برای نمونه، مثال‌های زیر را ببینیم:

محمول‌های کلی و معقولات			
مرتبه اول یا دوم	مرتبه دوم یا سوم	مرتبه سوم یا چهارم	مرتبه چهارم یا پنجم
جوهر، کم، کیف، این، متی، ...	«مقوله»	ده	

عدد طبیعی	پنج	«جوهر»	ماده، صورت، جسم، نفس، عقل
	پنج	«نسبت میان کلی و جزئی»	جنس، فصل، نوع، عرض، خاصه
	چهار	«نسبت میان دو گزاره»	تناقض، تضاد، تداخل، تحت تضاد
	چهار	«نسبت مفهومی میان دو کلی»	تناقض، تضاد، تضایف، ملکه و عدم
	چهار	«نسبت مصداقی میان دو کلی»	تساوی، تباین، مطلق، منوجه
	صفر	«جنسی که نوع است»	*****

از آنجا که ستون نخست در این جدول کلیات یا معقولات اول یا ثانی هستند، کلی‌هایی که بر آنها حمل می‌شوند معقولات ثانی یا ثالث هستند و بنابراین، اعداد خاصی که بر آن کلیات حمل می‌شوند معقولات ثالث یا رابع خواهند بود و در نتیجه مفهوم «عدد طبیعی» که بر آن اعداد خاص حمل می‌شود باید معقول رابع یا خامس باشد! این نتیجه کم‌وبیش شگفت است زیرا ما یک مفهوم کلی از «عدد طبیعی» داریم و این نمی‌تواند هم‌زمان مرتبه سوم، و چهارم و پنجم و بالاتر باشد.

به همین دلیل باید گفت که درجه‌بندی در معقولات ثانی و به‌بالا فعلاً مفهوم چندان دقیقی نیست و شاید با ملاحظه دلایلی از این قبیل بوده که فیلسوفان مسلمان به مفاهیمی مانند «معقول ثالث» و «معقول رابع» روی چندان خوشی نشان نداده‌اند.

۸-۱. معقولات ثالث و رابع

معقولات ثالث و رابع را برای نخستین بار شمس‌الدین سمرقندی در قسطاس الافکار و شرح القسطاس مطرح کرد:

لو حُکِمَ على المعقولات الثانية بأحكام تقييدية أو خبرية فكونها كذلك في الدرجة الثالثة. و بحث المنطق وقع في هذه الدرجة و ما بعدها (سمرقندی، ۱۳۹۹، قسطاس الافکار، ص ۱۱۰).

لو حکم على المعقولات الثانية بأحكام تقييدية أو خبرية فكونها كذلك في الدرجة الثالثة. و کذا لو حُکِمَ على المعقولات الثالثة يكون كونها كذلك في الدرجة الرابعة؛ و على هذا. و بحث المنطق وقع في الدرجة الثالثة و ما بعدها لآته يبحث عن أعراض ذاتية للمعقولات الثانية (سمرقندی، ۱۴۰۳، شرح القسطاس، ص ۲۹).

احکامی که بر معقولات اولی حمل می شود معقولات ثانیه است و احکامی که بر معقولات ثانیه حمل می شود معقولات ثالثه است و احکامی که بر معقولات رابعه حمل می شود معقولات رابعه است و هکذا. اما مثال های معقولات ثالث و رابع چیست؟ عبارات سمرقندی در این زمینه صراحت ندارد، ولی کم و بیش می توان چنین برداشت کرد که کلیات خمس از معقولات ثانیه هستند، قضایا از معقولات ثالثه و قیاسات از معقولات رابعه:

إذ يبحث [المنطق] عن كونها جنساً و فصلاً و نوعاً و خاصّةً و عرضاً عامّاً و حدّاً و رسماً و كونها قضیّةً و عكس قضیّةً و نقيض قضیّةً و قياساً و تمثيلاً إلى غير ذلك. و هي الحيثیّة التي يَبْحَثُ المنطق عنها في المعقولات الثانية و يستعين بها في أمر الموصول. و هي أعراض ذاتية للمعقولات الثانية إذ «الجنسية» و «فصلية» إنّما تعرضان للذاتي من حيث هو ذاتي؛ و «الخاصّة» و «العرض العام» تعرضان للعرضي من حيث هو عرضي؛ و «القضيّة» تعرض لمجموع الموضوع و المحمول و الحكم من حيث هي موضوع و محمول و حكم؛ و «القياس» يعرض لمجموع القضايا (سمرقندی، ۱۳۹۹، قسطاس الافکار، ص ۱۱۰).

این عبارت می گوید که قیاس بر مجموع قضایا عارض می شود و قضیه بر موضوع و محمول و حکم، و این ها بر اجناس و فصول و انواع و اعراض عام و خاص، و این ها بر کلیات و کلی بر انسان، حیوان، ناطق، ماشی و ضاحک که معقولات اول هستند. عبارت شرح القسطاس اندکی بیش تر صراحت دارد:

و ذلك لآته يبحث [المنطق] عن كون المعقولات الثانية جنساً و فصلاً و نوعاً و خاصّةً و عرضاً عامّاً و حدّاً و رسماً و كونها قضیّةً و عكس قضیّةً و نقيض قضیّةً و قياساً و تمثيلاً و غير ذلك. و هي الحيثیّة التي قلنا: إنّ المنطق يبحث عنها في المعقولات الثالثة و يستعين بها في أمر الموصول و هي أعراض ذاتية للمعقولات الثانية إذ «الجنسية» و «فصلية» إنّما تعرض للذاتي من حيث هو ذاتي لا من حيث إنّّه حقيقة فلائیة أو تصوّر کذا. و کذا «الخاصّة» و «العرض العام» يعرض للعرضي من حيث إنّّه عرضي؛ أو

القضية تعرض لمجموع الموضوع و المحمول و الحكم من حيث هي موضوع و محمول و حكم، أو لمجموع القضيتين و الحكم. و «القياس» يعرض لمجموع القضايا (سمرقندی، ۱۴۰۳، شرح القسطاس، ص ۲۹). در این عبارت، سمرقندی کلیات خمس مانند «جنس»، «فصل»، «نوع»، «عرض خاص» و «عرض عام» را محمول بر معقولات ثانیه و در نتیجه از معقولات ثالثه می‌گیرد، شاید به دلیل اینکه اینها بر «کلی» حمل می‌شوند و «کلی» بر انسان و حیوان و غیره. اگر این برداشت درست باشد ناگزیر قضایا از معقولات رابع خواهند بود و قیاسات از معقولات خامس و احکام قیاسات از معقولات سادس! عبارات سمرقندی در تعیین دقیق مرتبه معقولات کم‌وبیش مبهم است، ولی اصل وجود چنین سلسله‌مراتبی در میان معقولات در عبارات او تصریح شده است.

پس از سمرقندی، ابهام در تعیین دقیق مرتبه معقولات بیش‌تر دیده می‌شود و حتی در اینکه منطق درباره معقولات ثالث و به بالا بحث می‌کند تردیدهایی ابراز شده است. برای نمونه، قطب رازی در محاکمات خود میان فخر رازی و خواجه نصیر طوسی در ذیل این عبارت ابن‌سینا در الاشارات والتنبیهات که «المنطق علم يتعلم فيه ضروب الانتقالات من أمور حاصلة في ذهن الإنسان إلى أمور مستحصلة» درباره «ضروب» و «امور»، به پیروی از واژگان سمرقندی، می‌گوید که اگر مقصود از «ضروب» جزئیات باشد «امور» کلیات و معقولات اول خواهد بود و احوال آن امور معقولات ثانی؛ اما اگر «ضروب» کلیات باشد «امور» معقولات ثانی خواهد شد و احوال آن امور معقولات ثالث؛ و تنها در این تفسیر دوم است که سخن ابن‌سینا استحکام و استقامت خواهد داشت: اما احوال تلك «الامور»:

۱. فان حملنا «الضروب» على الكليات، كانت «الامور» معقولات ثانية فاحوالها

معقولات ثالثة، و استقام الكلام لان المنطق يبحث عن الانتقالات و عن احوال

المعقولات الثانية النافعة في ذلك. فقله [= ابن‌سینا] «يَتَعَلَّمُ فيه ضروب الانتقالات» اشارة الى الجزء الأول، و قوله «احوال تلك الامور» اشارة الى الجزء الثاني.

۲. و ان حملنا الضروب على الجزئيات، كانت الامور معقولات اولی و احوالها معقولات

ثانية ثابتة، و حينئذ يفسد الكلام، لان المعقولات الثانية موضوع المنطق و موضوع العلم لا

یستفاد منه، بل الامر بالعکس (قطب رازی، محاکمات، شرح الاشارات و التنبیهاً مع المحاکمات، ج ۱، ص: ۱۸).

قطب رازی اما در شرح مطالع درباره اینکه خود معقولات ثانیه موضوع منطق نیستند تردید کرده و این تردید (بلکه اعتراض) را به بزرگان منطق مانند خونجی و ارموی نسبت داده و چنان سخن می گوید که همه مثال های سمرقندی برای معقولات ثالث و رابع در واقع معقولات ثانی هستند:

المنطق یبحث فیہ عن احوال «الذاتی» و «العرضی» و «النوع» و «الجنس» و «الفصل» و «الخاصة» و «العرض العام» و «الحد» و «الرسم» و «الحملیة» و «الشروطیة» و «القیاس» و «الاستقراء» و «التمثیل» من الجهة المذكورة و لا شکّ انّها معقولات ثانیة فهی اذن موضوع المنطق و بحثه عن المعقولات الثالثة و ما بعدها.

و اعترض علیه اکثر المتأخرین بان المنطقی یبحث عن نفس المعقولات الثانیة ایضا ک«الکلیة» و «الجزئیة» و «الذاتیة» و «العرضیة» و نظائرها فلا تكون هی موضوعة. و لذلك عدل صاحب الكشف و المصنّف عن طريقة المحقّقین الی ما هو اعمّ فقالا موضوعه «التصورات» ای المعلومات التصوّریة و «التصدیقات» ای المعلومات التصدیقیة (قطب رازی، ۱۳۹۳، ص ۴۶-۴۵).

چنان که دیده می شود، قطب رازی همه مثال های سمرقندی حتی قضایا و قیاسات را معقول ثانی می شمارد نه معقول ثالث و رابع!

شگفت تر اینکه تحلیل سمرقندی از سلسله مراتب معقولات در زمان خونجی و ارموی اصولاً طرح نشده بوده تا مورد مخالفت آن دو قرار بگیرد! هیچ دلیلی بر اینکه خونجی و ارموی به دلیلی که قطب رازی می گوید از دیدگاه قدما درباره موضوع سربرتاافته اند وجود ندارد، بلکه آنها در این زمینه صرفاً مقلد سهروردی بوده اند زیرا تعیین تصورات و تصدیقات به عنوان موضوع منطق پیش از خونجی و ارموی از سهروردی است. تهنوی در نزاع قطب رازی با سمرقندی جانب سمرقندی را می گیرد و می نویسد:

و یبحث المنطقی عن المعقولات الثالثة و ما بعدها من المراتب، فإنها عوارض ذاتیة للمعقولات

الثانیة (کشاف اصطلاحات الفنون و العلوم، ج ۱، ص: ۴۵-۴۶)

ولی نشان می دهد که بیشتر منطق دانان این نظریه را نپذیرفته اند:

قد يكون الشيء معقولا في الدرجة الثالثة و الرابعة و يسمى معقولا ثالثا و رابعا، و هكذا بالغما ما بلغ.
و منهم من يسمي وراء المرتبة الأولى معقولا ثانيا سواء وقع في المرتبة الثالثة أو ما بعدها
من المراتب (تهانوی، ۱۹۹۶م.، کشف اصطلاحات الفنون و العلوم، ج ۲، ص: ۱۵۹۳).

این عبارت نشان می‌دهد که غالب فیلسوفان مشاء معقولات ثالث و به‌بالا را همگی معقول ثانی (بالمعنی الاعم) در نظر گرفته‌اند. در هر صورت، درجه‌بندی در میان معقولات ثانی نیاز به پژوهش‌های ژرف‌تری دارد که این مقاله در صدد ورود به آن نیست و فرصت مناسب‌تری می‌طلبد.

شاید هم باید گفت که اعداد طبیعی فاقد مرتبه خاص و معین هستند ولی حداقل مرتبه آنها دو است و مرتبه کمتری ندارند. معنای «عدد طبیعی» هم فاقد مرتبه خاص و معین است ولی حداقل مرتبه آن سه است و مرتبه کمتری ندارد. به عبارت دیگر، مرتبه اعداد طبیعی خاص «حداقل دو» است و مرتبه مفهوم عام «عدد طبیعی» «حداقل سه» است.

۸-۲. مقوله «عدد طبیعی»

مفهوم کلی «عدد طبیعی» از کدام مقوله است؟ دیدیم که اعداد طبیعی مانند صفر، یک، دو و غیره چون در پاسخ به پرسش «چند؟» می‌آیند از مقوله «کمیت» هستند. اما مفهوم کلی «عدد» یا «عدد طبیعی» از کدام مقوله است؟

ارسطو کلی «عدد» را جنس برای اعداد و از مقوله کمیت در نظر گرفته بود. اما به نظر می‌رسد که این مدعا درست نباشد زیرا کلی «عدد» در پاسخ به پرسش «چند؟» نمی‌آید. برای نمونه اگر پرسیده شود که «چند سبب روی میز هست؟» نمی‌توان پاسخ داد: «عدد تا».

واژه «عدد» در پاسخ «چیستی» می‌آید نه «چندی». برای نمونه، اگر بپرسیم «پنج چیست؟» پاسخ «عدد» است.

این نشان می‌دهد که کلی «عدد» و «عدد طبیعی» از مقوله «چیستی» و «ماهیت» است و نه از مقوله «چندی» و «کمیت». اما «چیستی» و «ماهیت» یکی از مقولات نیست بلکه مفهومی دیگر است که جای‌گاه مقولاتی آن چندان روشن نیست.

توجه کنیم که مفهوم «عدد» مقوم اعداد صفر، یک، دو، سه و غیره نیست زیار ما مفهوم «عدد» و «پاسخ به چندی» را در مفهوم هیچ کدام از آن اعداد نمی‌یابیم. بنابراین، مفهوم «عدد» مفهومی خارج از مفهوم تک‌تک اعداد طبیعی است و بنابراین، نسبت به آنها عرضی است و نه ذاتی. این مفهوم عرضی در هیچ یک از مقولات کیفیت، کمیت، اضافه و دیگر مقولات عرضی شناخته‌شده در نظام مقولاتی ارسطویی نمی‌گنجد و ناگزیر باید مقوله دیگری به نام مقوله «چیستی» و «ماهیت» به مقولات ارسطویی بیفزاییم و کلی «عدد» را ذیل آن قرار دهیم.

۸-۳. تعریف «عدد طبیعی»

تا اینجا نشان دادیم که هر عدد طبیعی معقول ثانی است؛ اما می‌دانیم که هر معقول ثانی عدد طبیعی نیست. برای نمونه، کلیات خمس (مانند جنس، نوع، فصل، خاصه و عرض) و نسبت‌های چهارگانه (مانند تساوی، تباین، عموم و خصوص مطلق و من وجه) همگی معقول ثانی هستند اما عدد نیستند. اعداد طبیعی، افزون بر معقول ثانی بودن چند ویژگی مهم دارند که می‌توانند در تعریف مفهوم کلی «عدد طبیعی» به ما کمک کنند.

نخستین ویژگی اعداد طبیعی این است که یک‌موضعی هستند و نه دوموضعی؛ به بیانی ارسطویی‌تر، از مقوله اضافه و نسبت نیستند. برای نمونه، عدد «صفر» نسبت و رابطه میان دو چیز نیست بلکه صفت یک مفهوم است مانند «ساکن مریخ» یا «قمر زهره» یا «مربع دایره». به همین صورت، عدد «یک» نسبت و رابطه میان دو چیز نیست بلکه صفت یک مفهوم است مانند «قمر زمین» یا «واجب الوجود» یا «مربع پنج». عدد «دو» نسبت و رابطه میان دو چیز نیست بلکه صفت یک مفهوم است مانند «قطب زمین» یا «قطب آهن‌ربا» یا «روز تعطیل هفته». و همچنین دیگر اعداد. بر پایه این ویژگی (یک‌موضعی بودن)، آشکار خواهد بود که نسبت‌های چهارگانه با اینکه معقول ثانی هستند عدد نیستند.

ویژگی دیگر اعداد طبیعی این است که مصادیق هر عدد طبیعی «تساوی عددی» دارند. برای نمونه، مقولات ارسطویی و انگشتان دستان من هر دو ده تا هستند و بنابراین تساوی عددی دارند؛ اما انسان و کبوتر هر دو نوع هستند ولی تساوی عددی ندارند؛ این نشان می‌دهد که کلی «نوع» عدد طبیعی نیست. حیوان و جسم هر دو جنس هستند ولی تساوی عددی ندارند؛ این هم نشان می‌دهد که کلی «جنس» عدد

طبیعی نیست. انسان و حیوان و جسم هر دو متناهی هستند ولی تساوی عددی ندارند؛ این نشان می‌دهد که کلی «متناهی» عدد طبیعی نیست. اعداد طبیعی و اعداد حقیقی هر دو نامتناهی هستند ولی تساوی عددی ندارند؛ این نشان می‌دهد که کلی «نامتناهی» هم عدد طبیعی نیست.

اما «تساوی عددی» چیست؟ تساوی عددی به معنای «تناظر یک‌به‌یک» است. دو مفهوم تناظر یک‌به‌یک دارند اگر بتوان هر مصداق از هر کدام از آن دو مفهوم را در برابر یک و فقط یک مصداق از مفهوم دیگر قرار داد. این معنی را می‌توان به زبان دقیق منطقی بدون توسل به مفهوم «عدد» و در نتیجه بدون دچار شدن به دور باطل صورت‌بندی کرد. بنابراین، ویژگی دوم گزینه مناسب دیگری برای تعریف مفهوم کلی «عدد طبیعی» است.

ویژگی ضروری دیگر اعداد طبیعی این است که تحت تساوی عددی بسته‌اند؛ به این معنی که هر مفهومی که مصداق یک عدد طبیعی باشد همه مساوی‌های عددی آن مفهوم نیز مصداق آن عدد طبیعی خواهند بود. برای نمونه، از اینکه مقولات ارسطویی و انگشتان دستانم تساوی عددی دارند و انگشتان دستانم ده تا است می‌توان نتیجه گرفت که مقولات ارسطویی نیز ده تا است. اما مفهوم «نوع منحصر به فرد» این ویژگی را ندارد و تحت تساوی عددی بسته نیست زیرا مفهوم کلی «عقل اول» نوع منحصر به فرد است و با مفهوم کلی «واجب الوجود» تساوی عددی دارد اما مفهوم کلی «واجب الوجود» نوع منحصر به فرد نیست زیرا کلی «واجب الوجود» هر چند منحصر به فرد است اما از دیدگاه مشائیان «نوع» نیست.

ویژگی ضروری چهارم برای اعداد طبیعی متناهی بودن آنها است. هر مفهومی که سه عضو داشته باشد متناهی تا عضو دارد. بر خلاف اعداد طبیعی، اعدادی وجود دارند که نامتناهی هستند، مانند «تعداد عقول» از دیدگاه برخی فیلسوفان مشائی، «تعداد اعداد طبیعی» و «تعداد اعداد حقیقی». هیچ کدام از این اعداد متناهی نیستند. از دیدگاه آن فیلسوفان مشائی، تعداد عقول یک عدد و کم منفصل است، اما یک «عدد طبیعی» نیست. اعداد نامتناهی اعدادی غیرطبیعی هستند و حتی برخی فیلسوفان مشاء در وجود بی‌نهایت بالفعل و اعداد نامتناهی شبهه و شک و تردیدهای بسیار جدی دارند.

ترکیب پنج ویژگی ضروری یاد شده (۱. معقول ثانی منطقی بودن، ۲. دوموضعی بودن، ۳. تساوی عددی مصادیق، ۴. بسته بودن تحت تساوی عددی، و ۵. متناهی بودن) برای تعریف رسمی کلی «عدد طبیعی» کفایت می‌کند:

یک معقول ثانی منطقیِ دوموضعی «عدد طبیعی» است اگر و تنها اگر هر دو مصداق‌اش تساوی عددی داشته و تحت تساوی عددی بسته و متناهی باشد.

تمام آنچه در این مقاله گفته شد را می‌توان در زبان‌های پیش‌رفته‌ی منطق جدید صورت‌بندی کرد، کاری که به پژوهش‌های آینده‌ی وامی‌سپارم.

۹. نتیجه‌گیری

در این مقاله موارد زیر را نشان دادم:

۱. اعداد طبیعی در خارج از ذهن موجودند.
۲. اعداد طبیعی جوهر نیستند بلکه عرض هستند.
۳. اعداد طبیعی، در واقع، نه جوهرند و نه عرض، بلکه عرضِ عرض هستند.
۴. حکم اخیر می‌تواند یک تفسیر معقول باشد از سخن سهروردی مبنی بر اعتباری و معقول ثانی بودن اعداد، یعنی معقول ثانی منطقی آنها.
۵. این تفسیر شاید «تفسیر بما لا یرضی صاحبّه» باشد؛ اما نوعی «الجمع بین رأی الحکیمین: ابن‌سینا و سهروردی» و یا شاید «ارسطو و افلاطون» است (در جمع بین رأی حکما، رضایت ایشان غالباً شرط نیست!).
۶. اگر اعداد طبیعی معقول ثانی باشند کلی «عدد طبیعی» معقول ثالث خواهد بود.
۷. تفکیک میان معقولات ثالث و رابع و خامس و بالاتر در بیانات منطق‌دانان مسلمان از سمرقندی و قطب‌رازی گرفته تا معاصران به خوبی صورت‌نپذیرفته و هم‌چنان نیازمند پژوهش و ژرف‌نگری است.
۸. مفهوم کلی «عدد طبیعی» پنج ویژگی ضروری دارد که می‌تواند در تعریف رسمی آن مد نظر قرار بگیرد: ۱. معقول ثانی منطقی بودن، ۲. دوموضعی بودن، ۳. تساوی عددی مصادیق، ۴. بسته‌بودن تحت تساوی عددی، و ۵. متناهی بودن.

منابع

- استیوارت، ایان، و دیوید تال، (۱۳۶۵)، مبانی ریاضیات، ترجمه محمد مهدی ابراهیمی، تهران، مرکز نشر دانشگاهی.
- تهانوی، (۱۹۹۶م)، کشف اصطلاحات الفنون و العلوم، بیروت، مکتبه لبنان ناشرون.
- جرجانی، السید الشریف علی بن محمد، (۱۳۷۰)، کتاب التعریفات، تهران، انتشارات ناصر خسرو.
- سمرقندی، شمس الدین، (۱۳۹۹)، قسطاس الافکار، تحقیق و تصحیح اسدالله فلاحی، تهران، مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران.
- سمرقندی، شمس الدین، (۱۴۰۲)، شرح القسطاس، تحقیق و تصحیح مهرداد حسن بیگی، تهران، انتشارات مولی.
- فرگه، گوتلوب، (۱۳۹۵)، مبانی علم حساب، ترجمه طالب جابری، تهران، انتشارات حکمت.
- فرگه، گوتلوب، (۱۳۹۶)، مفهوم نگاشت، ترجمه طالب جابری، تهران، انتشارات مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران.
- فارابی، ابو نصر، (۱۹۸۶م)، کتاب الحروف، تصحیح محسن مهدی، بیروت، دار المشرق.
- فیومی، أبو العباس أحمد بن محمد بن علي، (بی تا)، المصباح المنیر فی غریب الشرح الكبير للرافعی، القاهرة، دار المعارف.
- محمدرضائی، محمد، (۱۳۷۵)، « شیخ اشراق از نگاه دیگر»، کیهان اندیشه ۶۵: ۶۲-۸۴.
- نگری، عبد النبي بن عبد الرسول الأحمَد، (۲۰۰۰م)، جامع العلوم فی اصطلاحات الفنون الملقب بدستور العلماء، بیروت، دار الکتب العلمیة.
- نیل، ویلیام و مارتا نیل، (۱۴۰۱)، سیر منطق، ج. ۲، ترجمه مهدی عظیمی، تهران، مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران.
- Bloch, Ethan D., (2011), *The Real Numbers and Real Analysis*, New York, Springer.