

مدل ریاضی تحلیلی یک بعدی انتقال و انتشار شوری در رودخانه‌ها با در نظر گرفتن شرایط جزر و مدی دریا

* دکتر حسین محمد ولی سامانی

چکیده

در این تحقیق، مدل ریاضی تحلیلی برای حل مسئله شوری و پیش‌بینی غلظت شوری در نقاط مختلف یک رودخانه متصل به دریا با در نظر گرفتن شرایط جزر و مدی تهیه شده است. برای نشان دادن توان مدل تهیه شده کاربرد آن در محاسبه و پیش‌بینی وضعیت شوری در سیستم رودخانه کارون، بهمنشیر و حفار ارایه گردید. در این مدل شرایط جزر و مدی دریا در نظر گرفته شده است. مدل تهیه شده برای شرایط بحرانی موجود و بدترین شرایط محتمل در آینده اجرا گردید. همچنین شرایط غلظت شوری در شاخه بهمنشیر با اعمال شرایط مرزی مختلف برای دبی آب شیرین در بالا دست پیش‌بینی شده است.

کلمات کلیدی:

تحلیلی، شوری رودخانه، انتشار شوری، یک بعدی، جزر و مد، دبی غالب میانگین، همروفتی.

تاریخ پذیرش: ۱۳۸۱/۴/۲۵

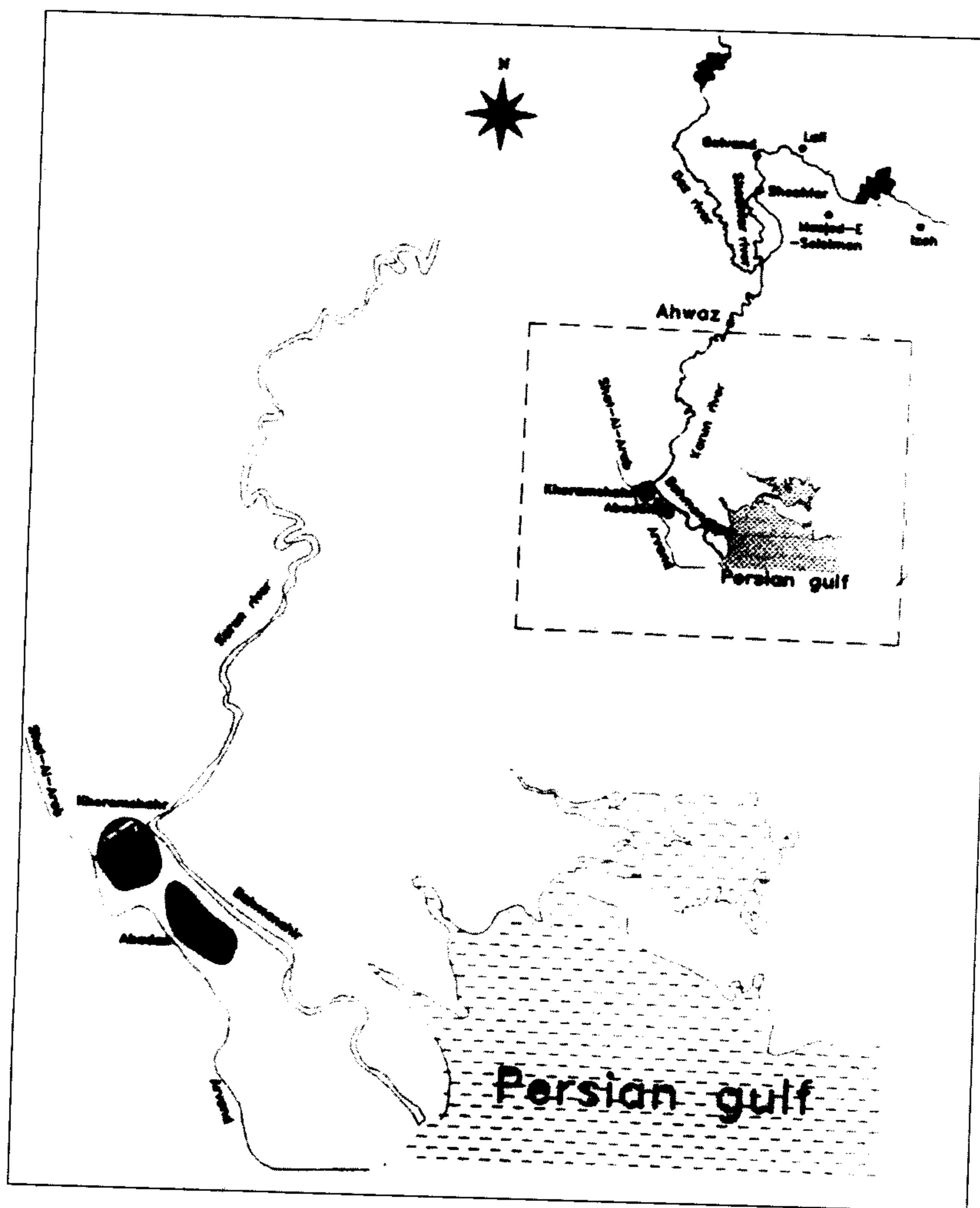
تاریخ دریافت: ۱۳۸۰/۱۱/۲۸

* دانشیار گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.

حالات بحرانی در شرایط موجود می‌باشد. در این مقاله وضعیت و شرایط شوری در محدوده رودخانه کارون، بهمنشیر و حفار که شهر اهواز مرز بالادست آب به حساب می‌آید مورد مطالعه قرار گرفته است. رودخانه کارون در محل سرشاخه به دو شاخه حفار و بهمنشیر تقسیم می‌شود. شاخه حفار به اروندرود منتهی می‌شود و مصب بهمنشیر خلیج فارس می‌باشد (شکل شماره ۱).

سرآغاز

در سالهای اخیر مطالعات کیفیت آبهای رودخانه‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار شده است. وضعیت شوری رودخانه‌های بهمنشیر و حفار در جنوب کشور به حدی رسیده است که مطالعه علمی آن امری اجتناب ناپذیر گشته است. برای یافتن راه حل‌های ممکن، قدم اول بررسی وضعیت موجود و پیش‌بینی



شکل شماره (۱): محدوده مورد مطالعه سیستم کارون، بهمنشیر، حفار

در زمان مد به سمت بالادست رودخانه و در زمان جزر به سمت دریا حرکت می‌نماید. این موضوع باعث اختلاط آب شور با آب شیرین در طول رودخانه می‌گردد. حرکت شوری در اثر دو مکانیزم صورت می‌گیرد، یکی

تحلیل شوری در نزدیکیهای مصب به دریا عموماً پیچیده‌تر از تحلیل رودخانه‌ها یا دریاچه‌ها می‌باشد. دلیل این موضوع پدیده جزر و مد است که باعث می‌شود گاهی جریان به سمت بالادست رودخانه و گاهی به سمت دریا باشد. جبهه شوری

و حفار از مدل MIKE II (۱۹۹۲) استفاده گردیده است. این مدل یک مدل جامع یک بعدی برای جریان غیرماندگار^(۵) می باشد.

حل هیدرولیک

برای به دست آوردن شرایط هیدرولیکی و تعییرات سرعت و عمق جریان با زمان در نقاط مختلف لازم است که اطلاعات کامل مورد نیاز سیستم نشان داده شده در شکل (۱) به مدل کامپیوتری MIKE II داده شود. اطلاعات مورد نیاز مدل ریاضی هیدرولیک عبارتند از:

- الف) مقاطع عرضی
- ب) ضرایب زیری
- ج) شرایط اولیه
- د) شرایط مرزی

مقاطع عرضی شط العرب و اروندرود و همچنین شرایط مرزی بالا دست شط العرب در دسترس نمی باشند. بنابراین اجرای مدل کامل شکل (۱) در شرایط فعلی غیرممکن است. به همین دلیل شط العرب و اروندرود ناچاراً از مدل حذف گردیدند و مدل برای سیستم کارون، حفار و بهمنشیر مانند شکل (۲) اعمال گردید. دقیق مدل هیدرولیک اثرات عمدہ ای بر نتایج محاسبات غلظت شوری می گذارد. بنابراین در کالیبراسیون مدل هیدرولیک باید توجه خاصی مبذول شود. هر تغییر معنی داری در شرایط هندسی مقاطع جریان به عنوان مثال لا یروبی شرایط غلظت شوری را به علت کاهش مقاومت هیدرولیکی به طور قابل ملاحظه ای تغییر می دهد (Ketchum, 1951; Fischer et al., 1988; Kossik et al., 1988; Falperin et al., 1988).

شرایط مرزی مورد نیاز مدل هیدرولیک

- سه شرط مرزی به ترتیب ذیل مورد نیاز است:
- ۱- شرط مرزی در اهواز
 - ۲- شرط مرزی در مصب بهمنشیر به دریا

مکانیزم همرفتی^(۱) که در آن جریان آب همراه خود شوری را منتقل می کند، مکانیزم دوم انتشار^(۲) است که عبارتست از انتقال مواد شیمیایی از قسمتی که غلظت بیشتر است به بخشی که غلظت کمتر است. انتقال جرم در اثر انتشار ناشی از دو مکانیزم است، یکی حرکت و انرژی مولکولی است و دیگری تلاطم جریان، بدین ترتیب که نوسانات سرعت جریان بر روی مکانیزم همرفتی اثر گذاشته و باعث ایجاد نوسانات در غلظت شوری می گردد. این نوسانات در مجموع هر چه گرادیان غلظت در محلول بیشتر باشد باعث انتقال جرم شوری بیشتری می شود. بدین دلیل است که نهایتاً عملکردی شبیه پخشیدگی مولکولی خواهد داشت. به این پدیده، پخشیدگی ناشی از تلاطم^(۳) می گویند.

مدل ریاضی انتقال و انتشار شوری

معادله حاکم بر حرکت شوری در جریان رودخانه به صورت مدل یک بعدی با فرض اختلاط کامل بیان می شود (Fischer et al., 1988; Adams and Koussis, 1980; Waters Krenkel and Novotny, 1980).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right) \pm S \quad (1)$$

C = غلظت شوری

u = سرعت جریان آب

D = ضریب انتشار

S = چاه یا چشمeh^(۴)

در معادله فوق به جمله $\frac{\partial C}{\partial x}$ جمله همرفتی و به جمله

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right)$$

با توجه به معادله (۱) ملاحظه می شود که برای حل آن u که نماینده شرایط هیدرولیکی جریان است باید قبل از تعیین شده باشد. برای تعیین شرایط هیدرولیکی در سیستم کارون، بهمنشیر

خليج فارس که نزديکترين محل به نقاط مرزي مدل ذكر شده به حساب مي آيد به عنوان حدس اوليه استفاده شد. اين اطلاعات از كتابچه جداول Admiralty tide tables (۱۹۹۹) تهيه گردید. سپس با اجرای مدل کامپيوتری هيدروليک و مقاييسه نتائج حاصله با نتائج ثبت شده در ايستگاههای طره بخاخ و سه‌شاخه، آنقدر شرایط مرزي تعديل و اصلاح گردید تا نتائج محاسباتي مدل با نتائج اندازه‌گيري در ايستگاههای مذکور نزديك به همديگر گردیدند.

حل تحليلي مدل شوري

معادله (۱) بدون جمله چاه و چشمه همراه با شرایط اوليه و مرزي ذيل در نظر گرفته مي شود:

شرایط اوليه:

$$t = 0$$

$$C = C_f$$

$$C = C_0$$

در دريا

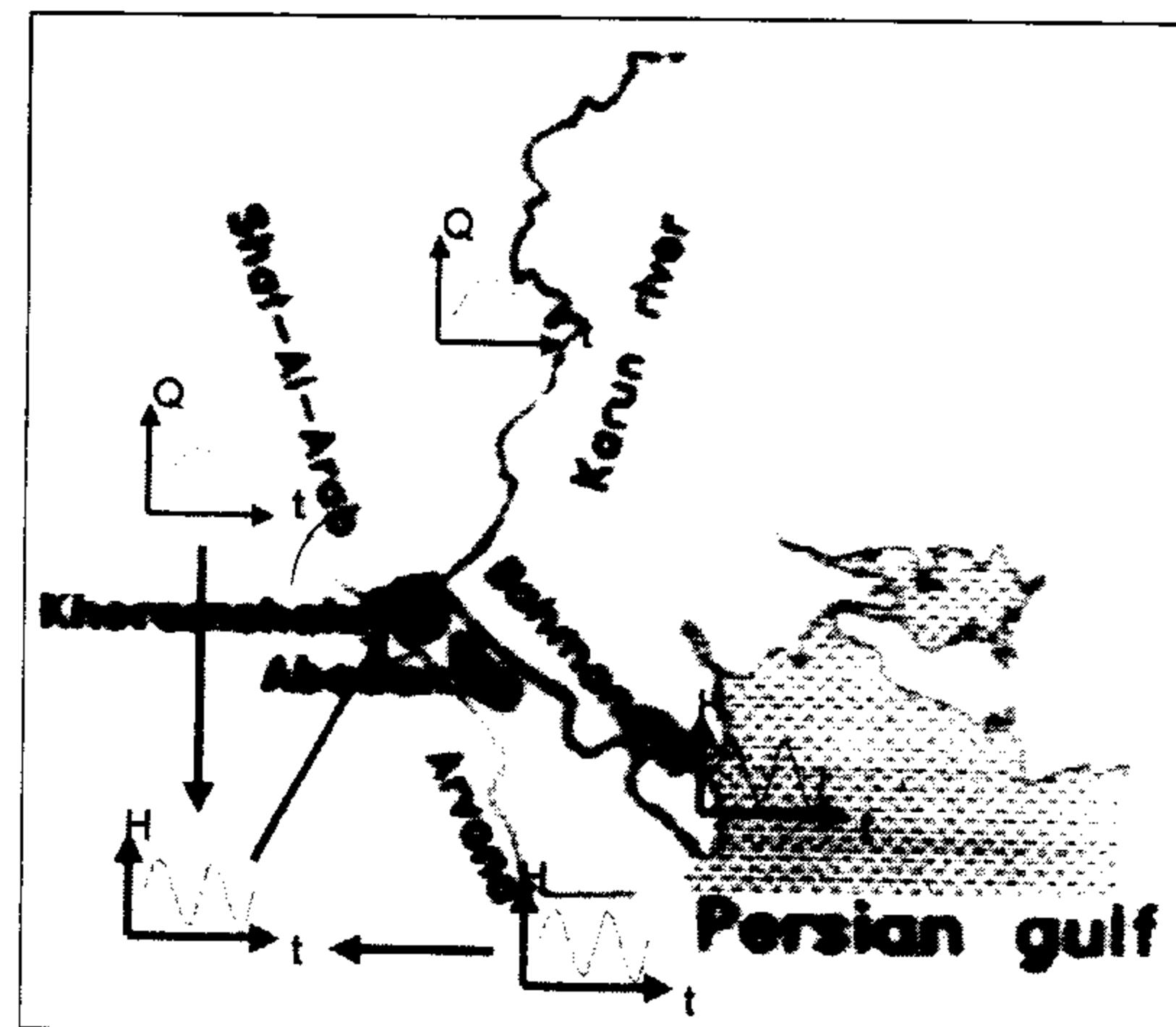
$$C = C_f$$

در بالادرست

شرایط مرزي:

۳- شرط مرزي در محل تلاقی حفار - اروندرود

شرط مرزي مورد نياز در اهواز عبارتست از تغييرات دبى در برابر زمان در مدت اجرای مدل و شرایط مرزي در محلهای مصب بهمنشير به دريا و محل تلاقی حفار و اروندرود عبارتند از تغييرات اشل در برابر زمان در مدت اجرای مدل. شرایط مرزي مورد نياز اهواز با توجه به اطلاعات ثبت شده در ايستگاه اهواز موجود است ولیکن شرایط مرزي بهمنشير و حفار به علت نبود ايستگاه هيدرولوژي موجود نمي باشد.



شکل شماره (۲): سیستم کارون، حفار و بهمنشير مدل شده

تهیه شرایط مرزی پایین دست حفار و بهمنشير

به علت نبودن ايستگاه در محلهای اتصال شاخه حفار به اروندرود و مصب بهمنشير به دريا، برای تهیه شرایط مرزي در دو محل مذکور از اطلاعات اشل زمان ثبت شده در ايستگاههای سه شاخه در نزديکی محل انشعاب کارون و ايستگاه طره بخاخ در ۳۸ کيلومتری دريا بر روی شاخه بهمنشير استفاده شده است. نحوه تعیين اين شرایط مرزي به صورت ذيل مي باشد. كليه اطلاعات مورد نياز مدل نشان داده شده در شکل (۲) به مدل MIKE II داده شد. ابتدا برای اطلاعات اشل زمان پایین دست حفار و بهمنشير از اطلاعات ثبت شده در محل Outer Bar در

$$u = U + V_f \quad (2)$$

که در آن C_f غلظت شوری آب بالادست می‌باشد. با جایگزینی مقادیر فوق در معادله (۴) مقدار ثابت c_1 به دست می‌آید و نتیجه ذیل حاصل می‌شود:

$$-V_f \bar{C} = D \frac{d\bar{C}}{dx} - V_f C_f \quad (5)$$

حال با جدا کردن متغیرها و انتگرال‌گیری از معادله فوق حاصل می‌شود:

$$\ln(\bar{C} - C_f) = \frac{-V_f x}{D} + c_2 \quad (6)$$

در محل مصب به دریا غلظت شوری به علت مومنتوم جریان آب مساوی غلظت شوری دریا C_0 نخواهد بود، بلکه در فاصله B در درون دریا مساوی آن خواهد شد. B در فرآیند کالیبراسیون تعیین می‌شود. بنابراین شرایط مرزی به صورت ذیل خواهد بود:

$$x = -B \quad , \quad \bar{C} = C_0$$

با جایگزینی مقادیر فوق در معادله (۶) مقدار ثابت c_2 به دست می‌آید و معادله ذیل حاصل می‌شود:

$$\bar{C} = (C_0 - C_f) \exp\left(\frac{-V_f(x+B)}{D}\right) + C_f \quad (7)$$

معادله (۷) معادله اساسی تعیین غلظت میانگین شوری در رودخانه می‌باشد. حال برای تعیین تغییرات غلظت شوری با زمان به صورت ذیل عمل می‌شود. شرایط بحرانی شوری موقعی اتفاق می‌افتد که دبی جریان اصلی رودخانه کم باشد. در چنین شرایطی دبی حاصل از جزر و مد در مقایسه با دبی جریان اصلی رودخانه بسیار زیاد خواهد بود. به طوریکه می‌توان از سرعت جریان در اثر دبی غالب میانگین رودخانه V_f در مقابل سرعت جریان ناشی از جزر و مد U صرفنظر کرد. همچنین در این شرایط اثر پخشیدگی نیز قابل توجه نخواهد بود. بنابراین برای

که در آن:

V_f = سرعت جریان در اثر دبی غالب میانگین رودخانه

U = سرعت جریان ناشی از جزر و مد

در واقع دبی غالب میانگین عبارتست از مجموع کلیه دبیها در یک شباهنگی روز با در نظر گرفتن جهت جریان در رودخانه و سرعت ناشی از جزر و مد U که تابع هارمونیک نسبت به زمان می‌باشد. در اینجا ابتدا معادله دیفرانسیل (۱) برای غلظت میانگین که در آن سرعت جریان فقط سرعت ناشی از دبی غلظت غالب میانگین به صورت مانندگار است حل می‌شود. سپس شرایط اولیه و مرزی مربوطه منظور می‌گردد. در شرایط غلظت میانگین که در آن سرعت ناشی از دبی غالب میانگین برقرار است معادله (۱) به صورت ذیل در می‌آید:

$$-V_f \frac{d\bar{C}}{dx} = \frac{d}{dx} \left(D \frac{d\bar{C}}{dx} \right) \quad (3)$$

که در آن \bar{C} غلظت میانگین غلظت شوری در رودخانه می‌باشد. علامت منفی ارائه شده برای V_f در معادله (۳) به دلیل این است که خود دریا به عنوان مبداء مختصات انتخاب شده است. بنابراین چون جریان غالب از بالادست به سمت دریا می‌باشد، علامت جریان باید منفی باشد. حال اگر از معادله (۳) انتگرال گیری نسبت به X انجام شود، نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$-V_f \bar{C} = D \frac{d\bar{C}}{dx} + c_1 \quad (4)$$

می‌دانیم که در فاصله خیلی دور از دریا غلظت شوری برابر با غلظت آب شیرین بالادست و غلظت ثابت است. به عبارت دیگر:

$$\bar{C} = C_f \quad \text{و} \quad \frac{d\bar{C}}{dx} = 0$$

که در آن:

$$\eta = \frac{a\sigma}{hU_0}$$

$$\begin{aligned} U_0 &= \text{سرعت، ماکزیمم جریان ورودی دریا به رودخانه} \\ x &= \text{فاصله از مرز دریا} \\ \sigma &= \text{فرکانس جزر و مد} \\ h &= \text{عمق میانگین جریان در رودخانه} \\ a &= \text{دامنه جزر و مد دریا} \end{aligned}$$

با جایگزینی رابطه (۱۲) در معادله (۱۱) و جداسازی متغیرها حاصل می‌شود:

$$\frac{g'(t)}{U_0 \sin \sigma t} = \frac{-[1 - \eta(x + B)]f'(x)}{f(x)} \quad (13)$$

با توجه به اینکه طرف چپ معادله (۱۳) تابع فقط x و طرف راست آن تابع فقط t می‌باشد، دو طرف معادله مذکور باید مساوی با عدد ثابت باشد. حال با مساوی قرار دادن آنها با c_4 و انتگرال‌گیری از معادلات به دست آمده معادلات ذیل حاصل می‌شود:

$$g(t) = \frac{-c_4 U_0}{\sigma} \cos \sigma t + c_5 \quad (14)$$

$$f(x) = c_6 [\eta(x + B) - 1]^{\frac{c_4}{\eta}} \quad (15)$$

مقادیر ضرایب ثابت معادلات (۱۴) و (۱۵) با به کار بردن شرایط اولیه ارائه شده در روابط (۱۰) به دست می‌آیند و نهایتاً $f(x)$ و $g(t)$ به صورت:

$$g(t) = \frac{\eta U_0}{\sigma} (1 - \cos \sigma t) \quad (16)$$

$$f(x) = \frac{-V_f}{D\eta} [\eta(x + B) - 1] \quad (17)$$

خواهد بود. بنابراین حل نهایی، با جایگزینی معادلات فوق در رابطه (۹) به صورت ذیل خواهد بود:

تعیین تغییرات غلظت شوری با زمان معادله دیفرانسیلی زیر حاکم خواهد بود:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

جواب کلی معادله فوق به عنوان t و x با توجه به شرایط میانگین ارائه شده در معادله (۷) می‌تواند به صورت ذیل باشد:

$$C = (C_0 - C_f) \exp(f(x) \exp(g(t)) + C_f) \quad (9)$$

معادله اخیر شرایط غلظت را در هر لحظه بیان می‌کند یعنی متغیر با زمان است. در واقع اختلاف بین معادلات (۷) و (۹)

در اینست که جمله $\frac{-V_f(x + B)}{D}$ به علت شرایط میانگین

فقط تابع x است. این تابع در شرایط غیر ماندگار به صورت $f(x) \exp(g(t)) + C_3$ است که در آن توابع $f(x)$ و $g(t)$ به ترتیب تابع x و t می‌باشند. تابع به شکل مذکور معادله دیفرانسیل و شرایط اولیه و مرزی را به خوبی ارضا می‌کند. معادله (۹) نشان می‌دهد که در شرایط اولیه روابط:

$$t = 0$$

$$g(t) = 0$$

$$f(x) + C_3 = \frac{-V_f}{D}(x + B) \quad (10)$$

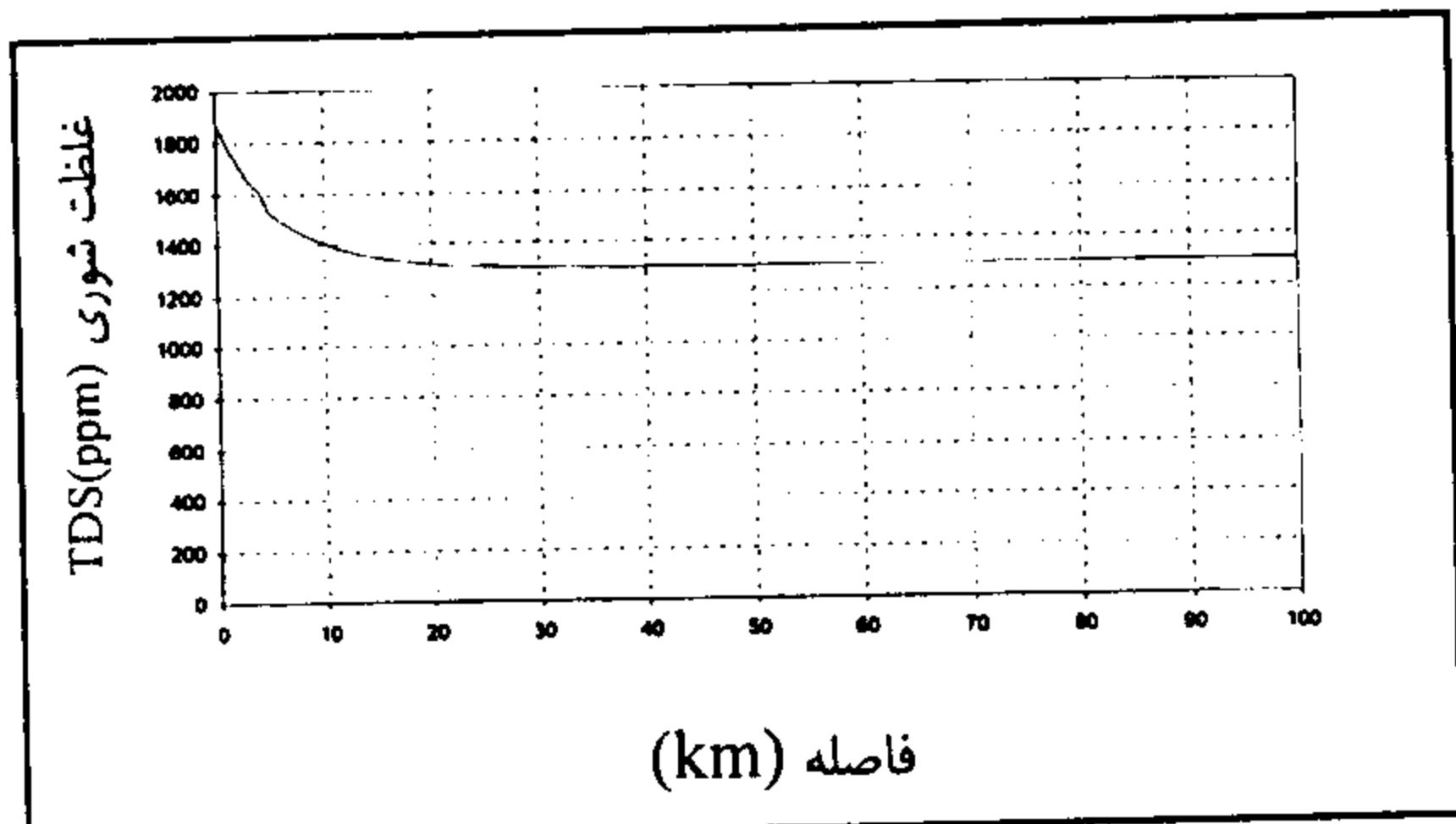
برقرار می‌باشند. حال چنانچه از معادله (۹) نسبت به x و t مشتق گرفته شود و در معادله (۸) جایگزین گردد، معادله:

$$f(x)g'(t) + U f'(x) = 0 \quad (11)$$

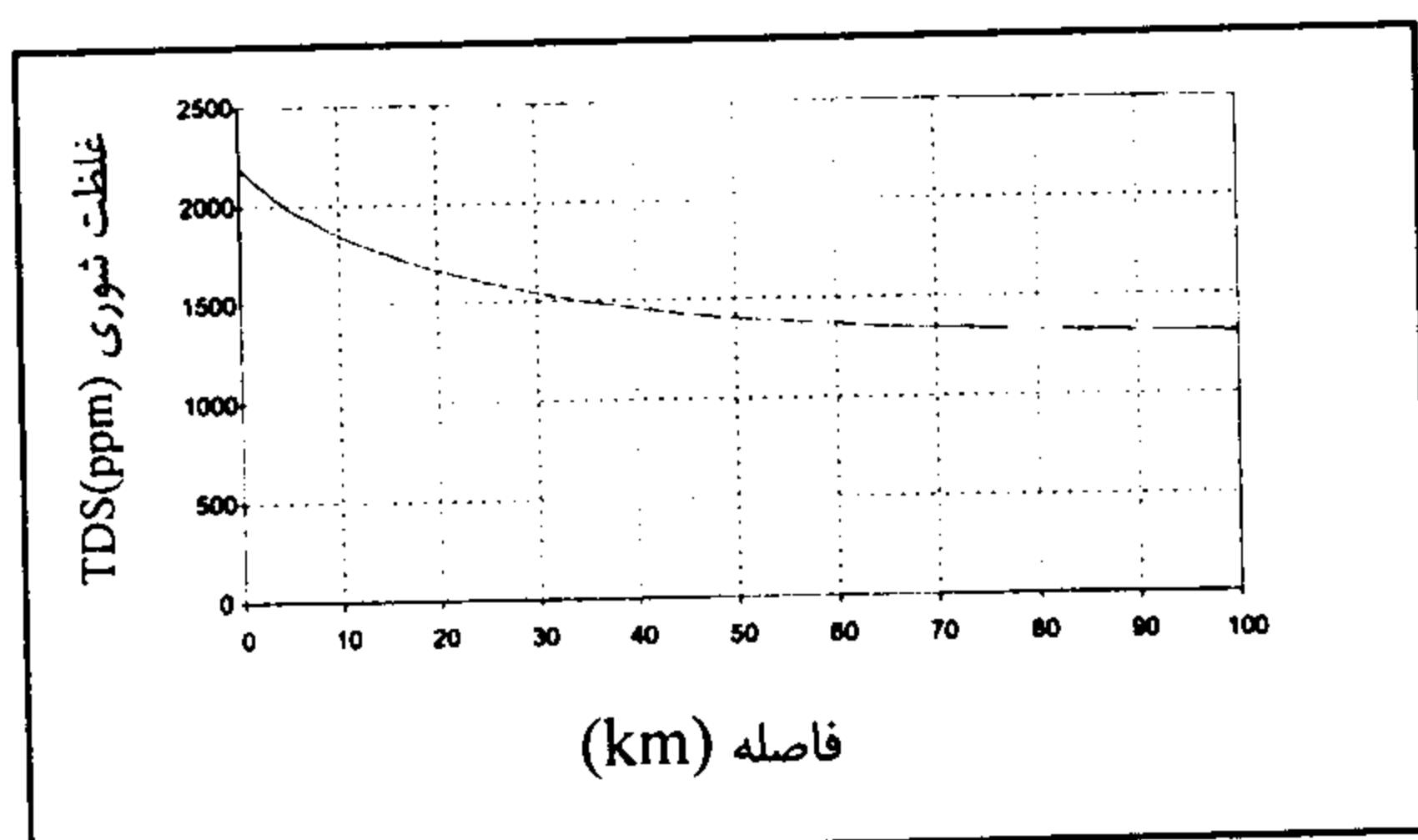
حاصل می‌شود. از طرفی سرعت ناشی از جزر و مد U تابع هارمونیک نسبت به زمان می‌باشد و می‌تواند به صورت ذیل بیان شود (Harleman, 1961):

$$U = U_0 (1 - \eta(x + B)) \sin \sigma t \quad (12)$$

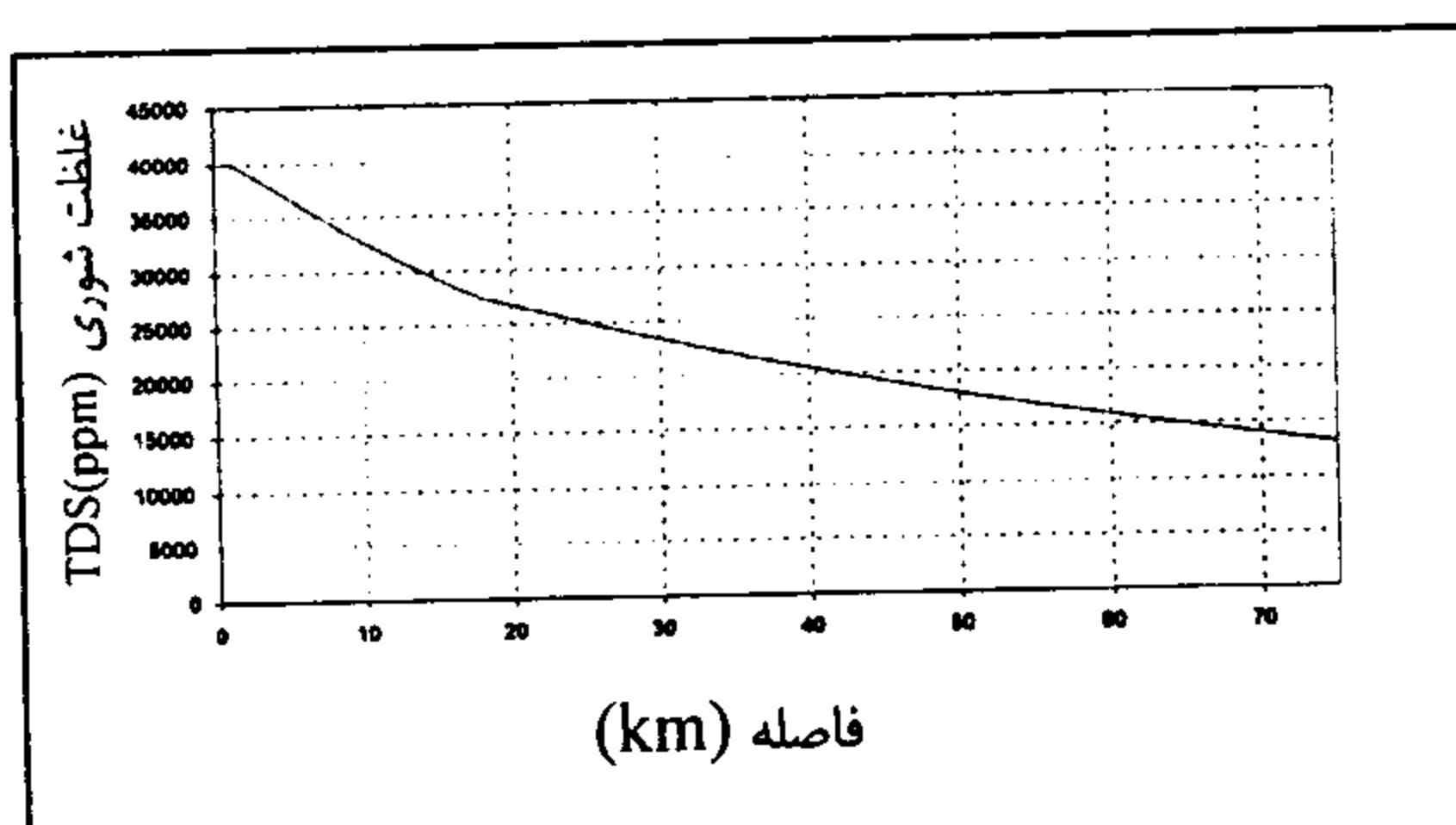
$$C = (C_0 - C_f) \exp\left(\frac{-V_f}{D\eta} \left[1 - \{1 - \eta(x - B)\} \exp\left(\frac{-a}{h}(1 - \cos \sigma t)\right) \right]\right] + C_f \quad (18)$$



شکل شماره (۳): تغییرات شوری در طول رودخانه کارون با دبی $150 \text{ m}^3/\text{s}$



شکل شماره (۴): تغییرات شوری در طول رودخانه کارون برای دبی $50 \text{ m}^3/\text{s}$



شکل شماره (۵): تغییرات شوری در طول رودخانه بهمنشیر برای دبی $5 \text{ m}^3/\text{s}$

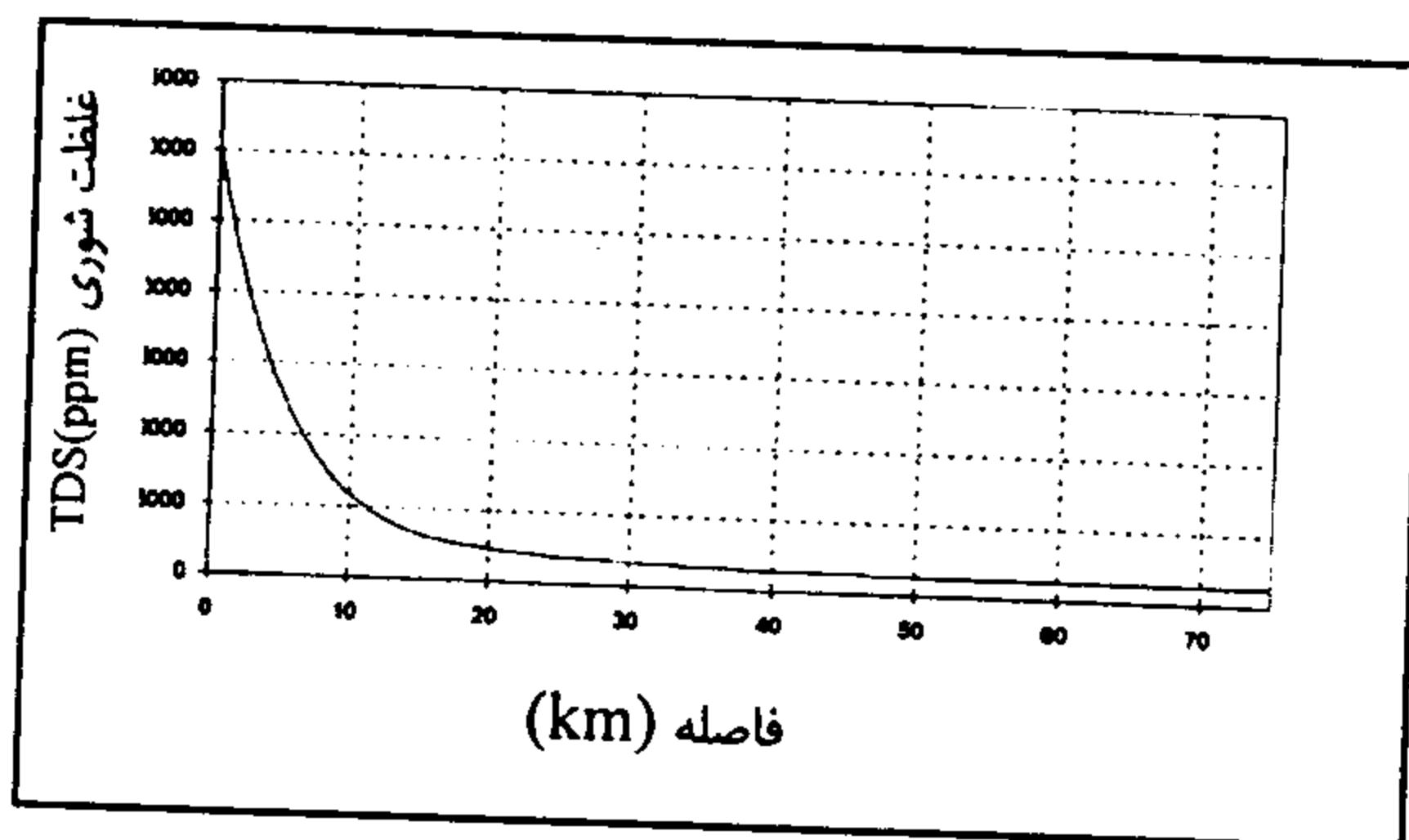
D و B دو پارامتر هستند که با استفاده از اندازه‌گیری‌های شوری به عمل آمده در ایستگاه‌ها و کالیبراسیون تعیین می‌گردند. متغیرهای V_f , a , h و σ از نتایج اجرای مدل ریاضی هیدرولیکی محاسبه می‌شوند.

ارائه نتایج

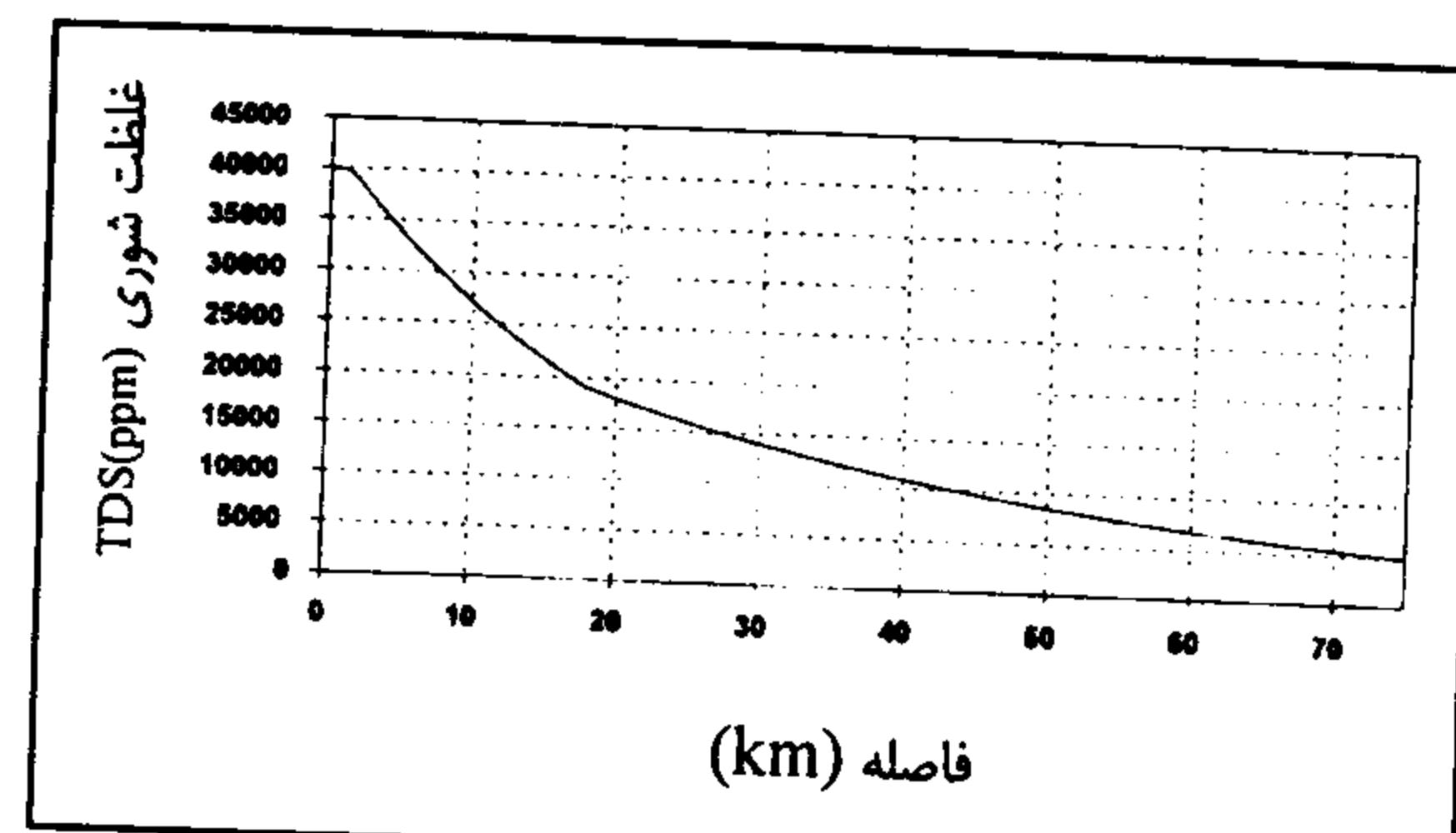
مدل تحلیلی تهیه شده برای حفار و بهمنشیر کالیبره شد و سپس برای شرایط مختلف اجرا گردید. در یکم شهریور تابستان ۱۳۷۹ شرایط مرزی در محل تلاقی حفار و اروندرود $C_0 = 2000 \text{ ppm}$ و غلظت شوری بالادست $C_f = 1300 \text{ ppm}$ با دبی‌های $150 \text{ m}^3/\text{s}$ در ثانیه در نظر گرفته شده و نتایج تغییرات غلظت شوری با فاصله از اروندرود در شکل شماره (۳) نشان داده شده است.

شکل شماره (۴) تغییرات غلظت شوری را در حفار با در نظر گرفتن دبی $50 \text{ m}^3/\text{s}$ در ثانیه نشان می‌دهد. شکل شماره (۵) تغییرات غلظت شوری را در بهمنشیر با فاصله از دریا در همان روز با دبی غالب میانگین $5 \text{ m}^3/\text{s}$ در ثانیه نشان می‌دهد.

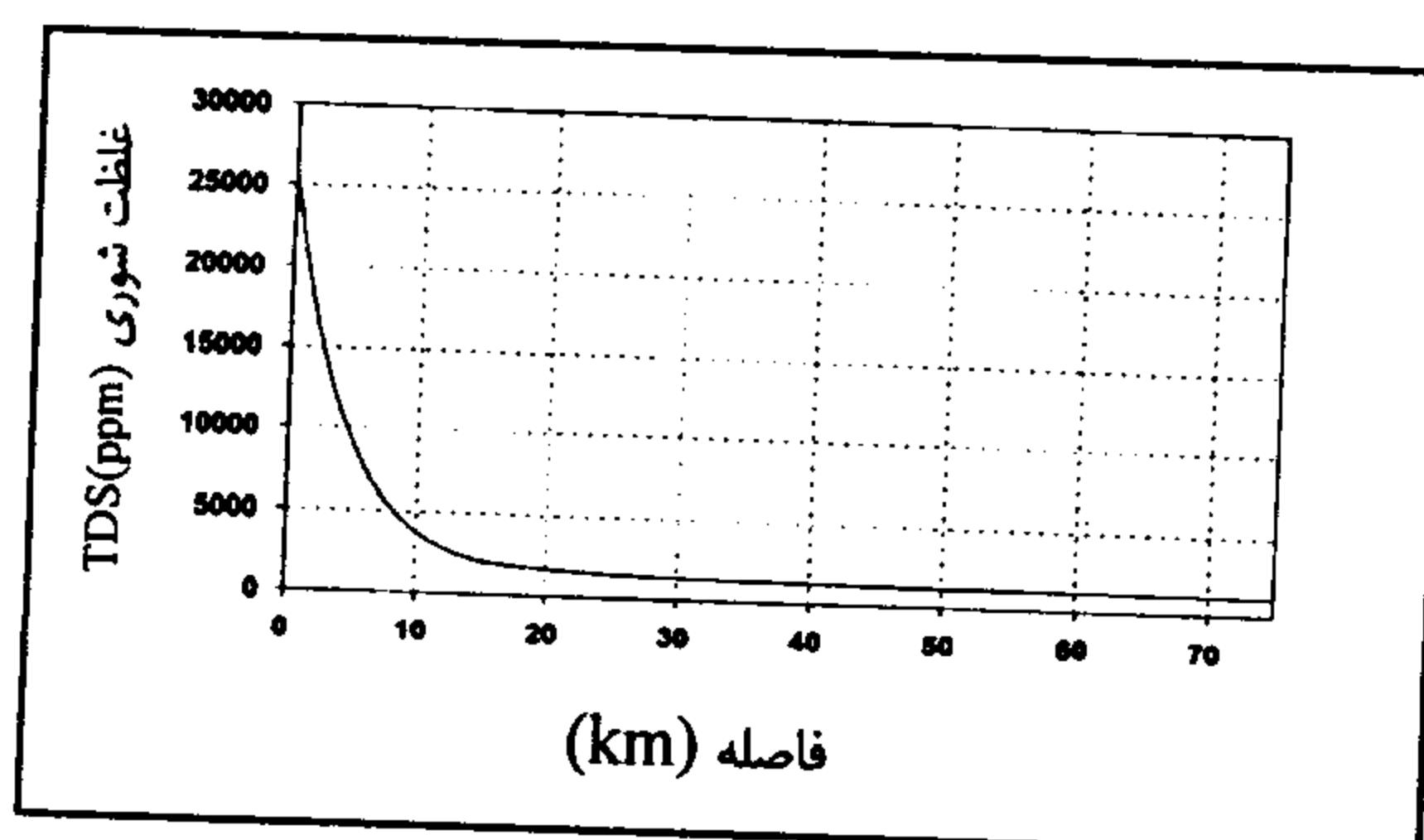
شکلهای شماره (۶ تا ۱۰) تغییرات غلظت شوری را در بهمنشیر با شرایط مرزی $C_0 = 4000 \text{ ppm}$ و $C_f = 1300 \text{ ppm}$ برای دبی‌های $10, 20, 30, 40$ و $50 \text{ m}^3/\text{s}$ در ثانیه نشان می‌دهند. در شکل شماره (۱۱) تغییرات غلظت شوری با زمان برای مدت ۴۸ ساعت در ایستگاه طره‌بخاخ در شاخه بهمنشیر نمایش داده شده است.



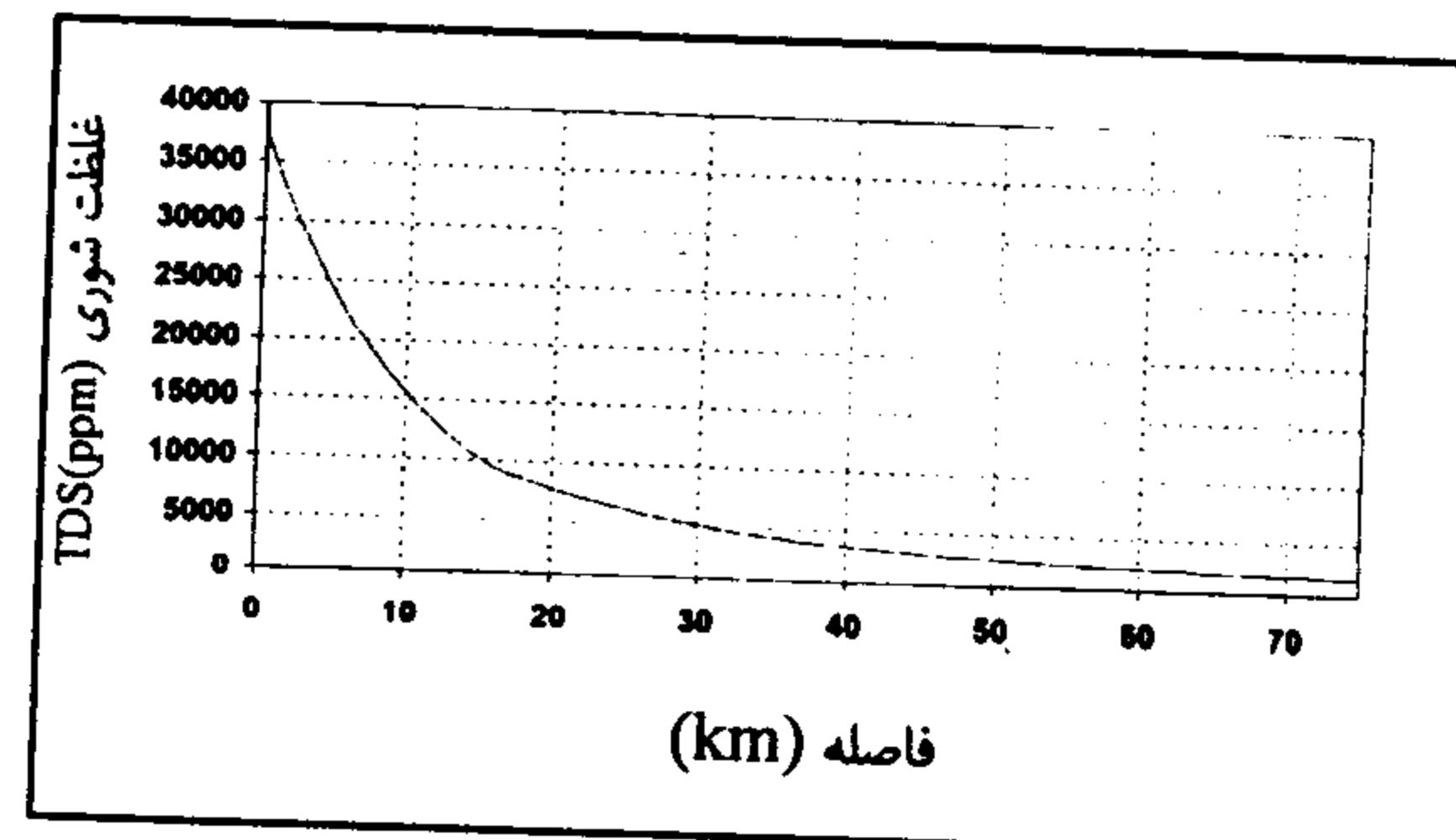
شکل شماره (۹): تغییرات شوری در طول رودخانه
بهمنشیر برای دبی $40 \text{ m}^3/\text{s}$



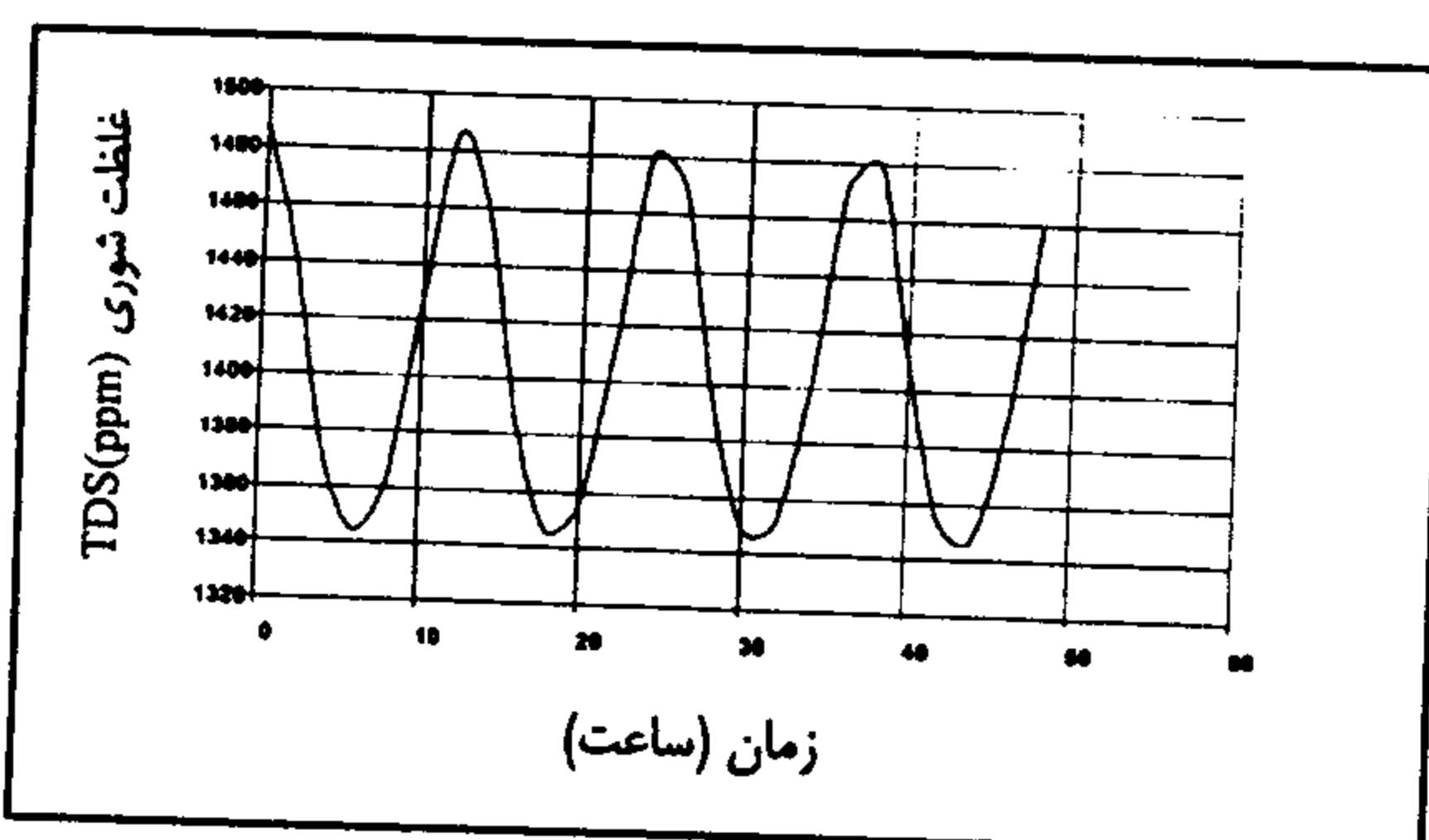
شکل شماره (۶): تغییرات شوری در طول رودخانه
بهمنشیر برای دبی $10 \text{ m}^3/\text{s}$



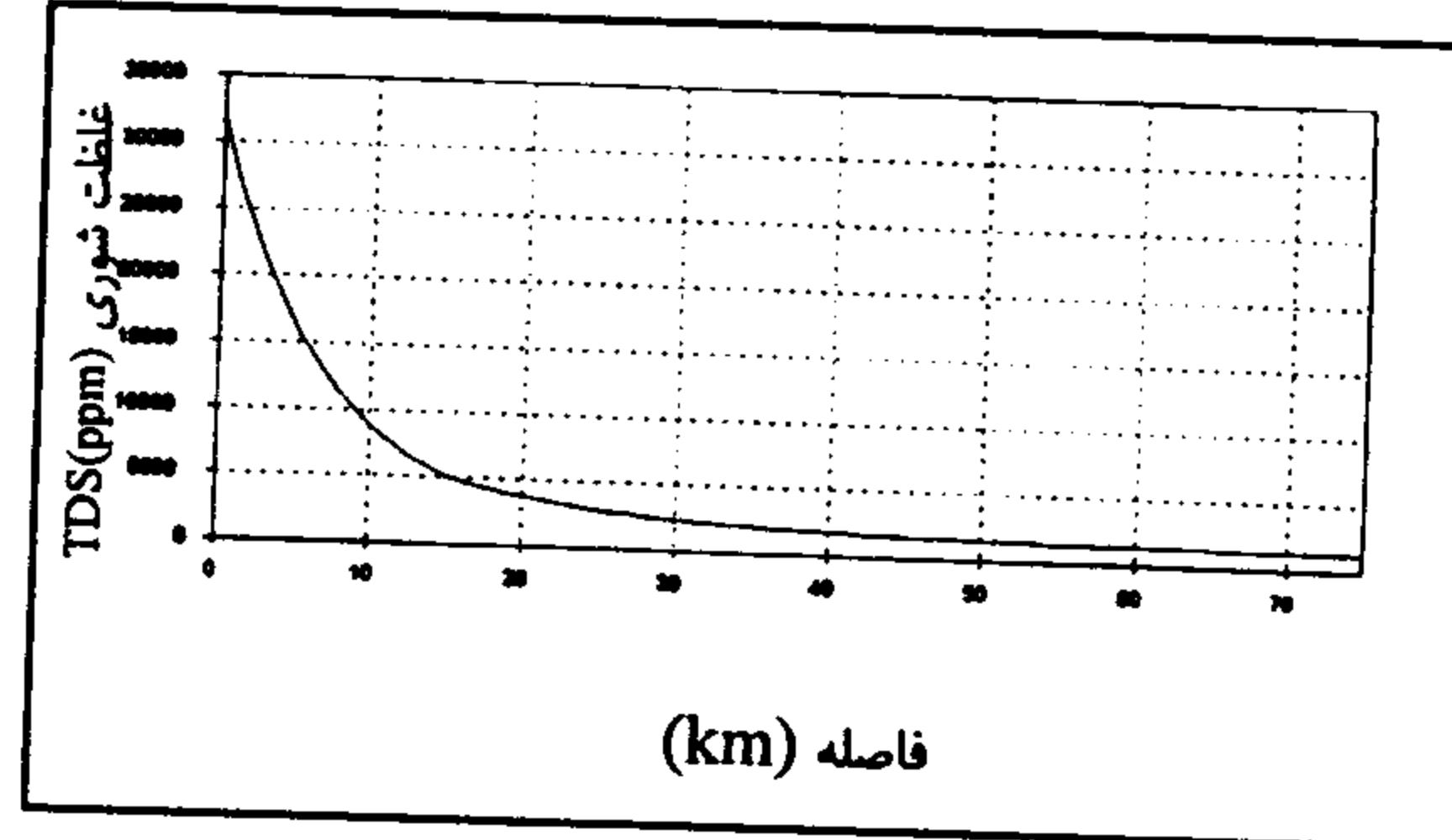
شکل شماره (۱۰): تغییرات شوری در طول رودخانه
بهمنشیر برای دبی $50 \text{ m}^3/\text{s}$



شکل شماره (۷): تغییرات شوری در طول رودخانه
بهمنشیر برای دبی $20 \text{ m}^3/\text{s}$



شکل شماره (۱۱): تغییرات شوری با زمان در
طره بخار شاخه بهمنشیر برای دبی $40 \text{ m}^3/\text{s}$



شکل شماره (۸): تغییرات شوری در طول رودخانه
بهمنشیر برای دبی $30 \text{ m}^3/\text{s}$

یادداشتها

- 1- Convection
- 2- Dispersion
- 3- Turbulent diffusion
- 4- Sink or Source
- 5- Unsteady flow
- 6- Analytical Methods
- 7- Numerical Methods
- 8- Numerical Difusion
- 9- Instability

پارامترهای D و B به کار برده شده برای رودخانه‌های حفار و بهمنشیر که براساس کالیبراسیون با توجه به اندازه‌گیری‌های به عمل آمده در ایستگاههای سه شاخه در حفار و طره‌بخار در بهمنشیر عبارت از $t = 0$ بوده‌اند، برای حفار:

$$D = 800 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$B = 11\text{km}$$

و برای بهمنشیر:

$$D = 380 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$B = 15\text{km}$$

منابع مورد استفاده

Adams, E. E. and Koussis, A. D. 1980. Transient analysis for shallow cooling ponds. J. Energy Div., ASCE, 106 (2): 141-153.

Admiralty Tide Tables. 1999. The United Kingdom Hydrologic Office. Vol. 3.

Cunge, I. A., et al. 1980. Parctical Aspects of Computational Rivers Hydraulics. Pitman Advanced Publishing Program, London.

Falperin, B. et al. A. 1988. A quasi-equilibrium turbulent energy model for geophysical flows. J Atmospheric Sci, 45: 55-62.

Fischer, H. B. et al. 1988. Mixing in Inland and Coastal Waters. Academic Press, Inc., New York, N. Y.

Harleman, D. R. E. 1961. One-Dimensional Analysis of salinity Intrusion in Estuaries. Ippen A. T., T. B. No. 5, committee on Tidal Hydraulics, U. S. Crops of Engineers.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق حل تحلیلی برای تغییرات غلظت شوری در رودخانه‌های جزر و مدی با استفاده از معادله انتقال جرم حاکم بدست آورده شده است. حل تحلیلی در دو مرحله انجام شد. در مرحله اول، تغییرات غلظت شوری میانگین رودخانه به عنوان تابعی از فاصله از نقطه مصب به دریا بدست آمد. در مرحله دوم، تغییرات غلظت شوری با زمان تعیین گردید. شرایط هیدرولیکی با استفاده از مدل 11 MIKE تعیین گردیده است. مدل تهیه شده در رودخانه کارون در شاخه‌های حفار و بهمنشیر اجرا شده است. با توجه به نتایج مربوط به شاخه حفار ملاحظه می‌شود که در صورتیکه غلظت شوری در اروندره ۲۰۰۰ ppm باشد غلظت تا فاصله ۲۰ کیلومتر از اروندره بیش از ۱۵۰۰ ppm می‌باشد. در بهمنشیر به طورکلی به علت پایین بودن دبی میانگین غالب جریان آب شیرین اصولاً غلظت شوری بالا است. چنانچه دبی غالب میانگین بهمنشیر ۵ مترمکعب در ثانیه باشد، غلظت شوری در ایستگاه طره‌بخار برابر با ۲۴۰۰ ppm خواهد بود. برای دبی میانگین ۴۰ مترمکعب در ثانیه غلظت شوری در طره‌بخار برابر ۱۵۰۰ ppm خواهد بود.

Islam, M. R., and Chaudhry, M. H. 1997. Numerical solution of advection equation for application in environmental hydraulics and hydrology. *J. Hydrology*, ASCE, 191: 106-121.

Ketchum, D. A. 1951. The Flushing tidal estuaries. *Sewage and Industrial Wastes*, 23: 189-209.

Kossik, R. F. et al. 1986. Tracing and Modeling Pollutant Transport in Boston Harbor, Rep. No. MITSG 86-16, MIT Sea Grant College Program, Cambridge, Mass.

MIKE II Software Package. 1992. Danish Hydraulic Institute, Version 3.01.

Minkowyez, W. J. et al. 1988. *Handbook of Numerical Heat Transfer*. John Wiley and Sons Inc.

Waters Krenkel, P. A., and Novotny, V. 1980. *Water Quality Management*. Academic Press. New York.