

دکتر زهره سرمه  
استاد دانشکده روان‌شناسی و علوم تربیتی

## نگاهی کلی به گزیده‌ای از تحلیلهای چندمتغیری<sup>۱</sup>

متخصصان آمار معمولاً اصطلاح "تحلیل چندمتغیری" را به روشنی اطلاق می‌کنند که در آن همزمان از چند متغیر ملاک یا وابسته استفاده می‌شود. ولی محققانی که متخصص آمار نیستند تحلیل چندمتغیری را تکنیکی می‌دانند که در آن از چند متغیر استفاده می‌شود، حتی اگر هر تحلیل فقط با یک متغیر وابسته سر و کار داشته باشد.

تکنیک‌های چندمتغیری را می‌توان به دو رده تقسیم کرد:  
(الف) آنهای که برای پیش‌بینی چندمتغیری مناسب‌اند و (ب)  
آنهای که برای تحلیل چندمتغیری ماتریس‌های کوواریانس یا همبستگی به کار می‌روند. تکنیک‌هایی از قبیل رگرسیون چندگانه، رگرسیون چندمتغیری، تحلیل متعارف، تحلیل واریانس چندمتغیری برای پیش‌بینی چندمتغیری به کار می‌روند. از جمله تکنیک‌های تحلیل چندمتغیری ماتریس کوواریانس عبارتند از تحلیل عاملی، روابط ساختاری خطی، تحلیل خوشه‌ای، و مقیاس‌پردازی چندبعدی. اصول کلی هر یک از این تکنیک‌هادر دو مقوله فوق الذکر در این مقاله مورد بحث قرار گرفته است.

---

1. Multivariate

## مقدمه

تحلیلهای چندمتغیری شاخه‌ای از علم آمار است که با شیوه‌هایی برای تلخیص، نمایش، و تحلیل چند اندازه‌گیری کمی در مورد تعدادی از افراد یا اشیاء سروکار دارد. به چنین مجموعه‌ای از اندازه‌گیری پاسخ چندمتغیری یا مشاهده "بردار-مقدار"<sup>۱</sup> چندمتغیری گویند. بردارهای نوعی ممکن است نمرات یک فرد در چند آزمون متفاوت یا پاسخ‌های او در چند اندازه‌گیری در آزمونی واحد باشد (اصل<sup>۱</sup>). بیشترین کاربرد تحلیلهای چندمتغیری در علوم رفتاری است، چون انسانها موجودات پیچیده‌ای هستند که نمی‌توان رفتارهای آنها را با متغیر واحدی توصیف کرد.

اساس مطالعات در تحلیلهای چندمتغیری، توزیع چندمتغیری نرمال، برآورد پارامترهای آن، محاسبات جبری امیدهای ریاضی بُردار و "ماتریس - مقدار" متغیرهای تصادفی است (اصل<sup>۱۰۹</sup>).

با در دسترس قرار گرفتن نرم‌افزارهای آماری و رایانه‌های خانگی، اجرای تحلیلهای چندمتغیری تسهیل یافته و تحقیقات روانی - تربیتی در حال حاضر (چنانچه مجلات علمی مراکز معتبر خارجی نشان می‌دهد) از این‌گونه تحلیلهای سود می‌جوید، لذا ناگاهی نسبت به تحلیلهای چندمتغیری نه تنها می‌تواند سدّ بزرگی در آگاه شدن از یافته‌های علمی مراکز مهم جهانی گردد، بلکه عدم استفاده از آنها در تحلیل داده‌ها محققان را از نتیجه‌گیری‌های صحیح تری نیز غافل می‌سازد. متخصصان علم آمار معمولاً اصطلاح تحلیلهای چندمتغیری را برای تحلیلهایی که در آن همزمان از چندمتغیر وابسته یا ملاک استفاده می‌شود به کار می‌برند (اصل<sup>۱۴ و ۲</sup>)، ولی بعضی از محققان که متخصص آمار نیستند از این اصطلاح برای هر تحلیلی که در آن از چندمتغیراستفاده شده است، حتی اگر فقط یک متغیر وابسته یا ملاک موجود باشد، استفاده می‌کنند. بعضی از مؤلفان هم برای اجتناب از این مشکل به تحلیلهایی که در آن چندمتغیر مستقل و یک متغیر وابسته موجود

1. Vector-Valued

است تحلیل‌های Multivariable (در مقابل Multivariate<sup>۱</sup>) می‌گویند (۲، ص ۱۴). در یک تقسیم‌بندی، تحلیل‌های چندمتغیری به دو دستهٔ کلی تقسیم می‌شود<sup>(۵)</sup>: الف) تحلیل‌هایی که به منظور پیش‌بینی صورت می‌گیرد، ب) تحلیل‌هایی که به ماتریس‌های کوواریانس مربوط می‌شود. تحلیل‌های مقولهٔ اول بر اساس ضابطه آماردانان شامل تکنیک‌هایی از جمله تحلیل چندمتغیری واریانس<sup>۲</sup>، تحلیل رگرسیون چندمتغیری<sup>۳</sup> و تحلیل متعارف<sup>۴</sup> است. ولی، همان‌طور که قبلاً اشاره شد، بعضی از محققان تحلیل رگرسیون چندگانه<sup>۵</sup> و تحلیل ممیز (تشخیص)<sup>۶</sup> را نیز در این مقوله آورده‌اند. از جمله تحلیل‌های چندمتغیری کوواریانس، تحلیل عاملی، تحلیل مؤلفه‌های اصلی<sup>۷</sup>، مدل‌های معادلات ساختاری<sup>۸</sup> (SEM) و تحلیل خوشه‌ای<sup>۹</sup> و مقیاس پردازی چندبعدی<sup>۱۰</sup> را می‌توان نام برد.

از آنجایی که خوانندگان مقالات تحقیقی همه در سطح واحدی از تخصص در آمار و روش‌شناسی نیستند، در این مقاله فقط اصول کلی تحلیل‌های دو مقوله فوق‌الذکر مطرح می‌شود. برای اطلاعات بیشتر در هر یک از موضوعات مطرح شده، خوانندگان می‌توانند به منابع ذکر شده یا منابع مرتبط معتبر دیگر مراجعه کنند.

الف. تحلیل‌هایی که برای پیش‌بینی به کار می‌روند

#### ۱. تحلیل واریانس چندمتغیری

تحلیل واریانس، تحلیلی آماری برای مطالعهٔ تفاوت بین میانگین‌های معمولاً بیش از دو گروه در متغیر پاسخ<sup>۱۱</sup> یا به اصطلاح متغیر وابسته است. اگر فقط یک

۱. واژه‌نامه ریاضی و آمار نشر دانشگاهی (۴) برای variate معادل "متغیر تصادفی" را به کار برده است.

2. Multivariate analysis of variance (MANOVA)

3. Multivariate regression

4. Canonical analysis

5. Multiple regression

6. Discriminant analysis

7. Principal component analysis

8. Structural equation modeling

9. Cluster analysis

10. Multidimensional scaling (MSD)

11. Response variable

متغیر وابسته داشته باشیم تحلیل تک متغیری<sup>۱</sup> است و آن را با علامت اختصاری ANOVA نشان می‌دهند. چنانچه چند متغیر وابسته داشته باشیم (مانند نمرات آزمودنی‌ها در چند آزمون متفاوت یا نمرات آنها در زیرآزمون‌های یک مقیاس چندوجهی یا اندازه‌گیری یک خصیصه واحد در دفعات مکرر)، با تحلیل MANOVA چند متغیری واریانس سروکار داریم و این تحلیل را با علامت اختصاری نشان می‌دهند<sup>(۶)</sup>.

اگر اندازه‌گیری واحدی در دفعات مکرر صورت گیرد، صورت خاصی از تحلیل واریانس چند متغیری حاصل می‌شود<sup>(۷): فصل ۴:۸؛ فصل ۹:۷؛ فصل ۱)</sup>؛ به این تحلیل، تحلیل اندازه‌گیری‌های مکرر گویند.

- برای استفاده از MANOVA به جای ANOVA چهار دلیل می‌توان ارائه کرد:
۱. کنترل خطای نوع اول ( $\alpha$ ). اگر برای هر متغیر وابسته خطای نوع اول  $\alpha$  اختیار شود، احتمال قبول فرض صفر به درستی برای هر متغیر برابر با  $(1-\alpha)^{-1}$  می‌گردد. لذا اشتباه نوع اول واقعی برای آزمودن همزمان چند متغیر وابسته در مورد مجموعه‌ای از داده‌ها برابر با  $k(1-\alpha)^{-1}$  است. در حالیکه تحلیل چند متغیری واریانس خطای نوع اول را در حد همان  $\alpha$  اختیار شده (اسمی) کنترل می‌کند<sup>(۶)</sup>.
  ۲. کنترل خطای نوع دوم ( $\beta$ ). در مواردی که چند متغیر تابع داشته باشیم با بالا رفتن خطای نوع اول، خطای نوع دوم نیز افزایش می‌یابد. خطای نوع دوم برای هر فرض صفر احتمال عدم رد فرض صفر غلط است. خطای نوع دوم برای  $k$  تحلیل تک متغیری برابر با  $(1-\beta)^{-1}$  می‌باشد. لذا با افزایش تعداد تحلیل‌های تک متغیری خطای نوع دوم به طور جهشی افزایش می‌یابد<sup>(۶)</sup>.
  ۳. در بعضی از موارد، هدف تحلیل، اندازه‌گیری متغیر پس از یک مداخله آزمایشی (مانند طرح‌های پیش‌آزمون - پس‌آزمون) یا مطالعه روند در تحقیقات یادگیری و تحولی است. در این‌گونه موارد تحلیل‌های تک متغیری پاسخ موردنیاز را به دست نمی‌دهد. سؤالات ما در این‌گونه موارد چند متغیری با ساختار است، زیرا متوجه روابط خاصی بین متغیرها و اثر متقابل این روابط با گروه‌های آزمودنی است.

نمونه‌ای از این‌گونه مطالعات چندمتغیری با ساختار طرح اندازه‌گیری مکرراست که در آن چندمتغیر پاسخ از اجرای آزمون واحدی در دفعات متعدد حاصل می‌شود. در اینجا تفاوت بین گروه‌ها در هر نقطه زمانی موردنظر محقق نیست، بلکه روند عملکرد گروه‌ها طی زمان موردنظر است.

دو رویکرد آماری متفاوت در اندازه‌گیری‌های مکرر وجود دارد: الف) رویکرد تک متغیری و ب) رویکرد چندمتغیری. در رویکرد تک متغیری دفعات اندازه‌گیری، مانند طرح‌های عاملی تحلیل واریانس سطوح یک عامل فرض می‌شوند. استفاده از این رویکرد مستلزم پیش‌فرض‌های خاصی (تقارن مرکب<sup>۱</sup> یا کرویت<sup>۲</sup>) است<sup>(۷)</sup> فصل ۴۰:۱۰؛ فصل ۴۷:۸. از جمله رویکردهای چندمتغیری مورد استفاده در اندازه‌گیری‌های مکرر، چندجمله‌ای‌های متعامد را می‌توان نام برد که از طریق آنها روندهای خطی و درجات بالاتر محاسبه می‌شود. از دیگر رویکردهای چندمتغیری استفاده از مقابله‌های یک‌امتعامد<sup>۳</sup> است (۱۰:ص ۲۰۰). به‌طور کلی در مطالعات ساخت‌دار چندمتغیری از مجموع موزون متغیرهای وابسته اولیه متغیرهای جدیدی تشکیل می‌شوند<sup>(۹:ص ۷۲)</sup>.

۴. در مواردی که الگوی تفاوت بین گروه‌ها در مجموعه‌ای از متغیرها (تحلیل نیمرخ‌ها) موردنظر باشد لازم است از رویکرد چندمتغیری واریانس استفاده شود. موقعیت هر متغیر در رابطه با متغیرهای دیگر معنی پیدا می‌کند. هر یک از متغیرها ممکن است این تفاوت را به تنهایی نشان ندهد، در حالیکه ترکیب مناسبی از آنها ممکن است این تفاوت را نشان دهد. پیدا کردن این ترکیب مناسب یک تحلیل چندمتغیری واریانس است. این‌گونه مطالعات اصولاً ماهیت چندمتغیری دارند؛ مثلاً اندازه لباس ماهیت چندمتغیری دارد چون با اندازه بلندی، گشادی، و سایر اندازه‌های مربوط سروکار دارد.

اصل کلی در تحلیل‌هایی که ماهیت چندمتغیری دارند این است که مجموع

## 1. Compound symmetry

## 2. Sphericity

۳. منظور از مقابله یک‌امتعامد (Orthonormal) مقابله‌ای است که مجموع مجزور ضرایب آن برابر با یک و مقابله‌ها نیز متعامد (مستقل از یکدیگر) باشند.

موزونی از متغیرهای وابسته استخراج شود به نحوی که تفاوت بین میانگین گروه‌ها از لحاظ این متغیر جدید (مجموع موزون) حداکثر گردد. این متغیر جدید متغیر متعارف<sup>۱</sup> نامیده می‌شود<sup>(۶۹:ص)</sup>. تعداد متغیرهای متعارف برای هر اثر برابر با حداقل تعداد متغیرهای وابسته و درجات آزادی اثر مورد بررسی است، هرکدام که کوچکتر باشد. مثلاً اگر سه متغیر وابسته داشته باشیم و اثر مورد بررسی جنسیت باشد (که دو سطح دارد و درجه آزادی آن ۱ است) مقدار متغیرهای متعارف برای این اثر برابر با ۱ خواهد بود.

متناظر با مجموع مجذورات برای هر اثر در طرحهای ANOVA، یک ماتریس واریانس - کوواریانس در MANOVA موجود است<sup>(۶)</sup>. از نسبت ماتریس مربوط به هر اثر به ماتریس خطأ (درون آزمودنی) مقادیر ویژه<sup>۲</sup> به دست می‌آید. تعداد این مقادیر ویژه برای هر اثر برابر با تعداد متغیرهای متعارف آن اثر است. به عبارت دیگر مقدار ویژه برابر با نسبت مجموع مجذورات متغیرهای متعارف مربوط به هر اثر به مجموع مجذورات درون گروهی است.

آزمون‌های معنی‌داری در MANOVA از ترکیب‌های متفاوتی از این مقادیر ویژه به دست می‌آیند. این آزمونها عبارتند از: ۱) آزمون اثر پیلای - بارتلت<sup>۳</sup>، ۲) آزمون لامبدای ویلک<sup>۴</sup>، ۳) آزمون اثر هتلینگ - لالی<sup>۵</sup> و ۴) آزمون بزرگترین ریشه روی<sup>(۶:ص ۷۴)</sup>.

بروندادهای رایانه‌ای نرم‌افزار SPSSX برای اندازه‌گیری‌های مکرر برای اثرهای درون آزمودنی هم تحلیل تک‌متغیری و هم تحلیل چندمتغیری فراهم می‌آورد<sup>(۱۰:ص ۲۰۰)</sup>.

در مطالعاتی ممکن است اندازه‌های متعددی از گروه‌ها به دست آوریم، ولی این اندازه‌ها رابطه منطقی خاصی با هم نداشته باشند. در این‌گونه موضع گروه‌ها را با یکایک این متغیرها جداگانه مقایسه می‌کنیم. در این حالت مشکل افزایش خطای

1. Canonical variable

2. Eigenvalues

3. Pillai-Bartlett trace

4. Wilk's lambda

5. Hoteling-Lawley trace

6. Roy's largest root

نوع اول با افزایش تعداد آزمون‌ها کماکان وجود دارد که با تصحیح بونفرُونی<sup>۱</sup> قابل حل است (۹: ص ۴۸؛ ۱۱: ص ۲۵۶-۲۵۰).

## ۲. تحلیل رگرسیون چندگانه و تحلیل رگرسیون چندمتغیری

تحلیل‌هایی که در آن سهم یک یا چند متغیر پیش‌بین<sup>۲</sup> (مستقل) بر یک یا چندمتغیر ملاک (یا وابسته) به‌طور فردی و جمعی بررسی شود تحلیل رگرسیون نامیده می‌شود. در تحلیل رگرسیون وزن متغیرهای پیش‌بین برای نمونه مورد بررسی طوری استخراج می‌شود که بالاترین همبستگی را بین متغیر ملاک مشاهده شده و پیش‌بینی شده فراهم آورد<sup>(۱۶)</sup>.

به تحلیل رگرسیونی که فقط دارای یک متغیر ملاک باشد تحلیل رگرسیون چندگانه گویند. در مواردی که بیش از یک متغیر ملاک داشته باشیم رگرسیون چندمتغیری است. در تحلیل رگرسیون چندمتغیری پیش‌بینی همزمان متغیرهای ملاک از روی تمام متغیرهای مستقل یا زیرمجموعه‌ای از آنها صورت می‌گیرد<sup>(۱): ص ۳۰۷-۳۲۱</sup>.

در مدل رگرسیون سنتی خطی تمام متغیرهای پیش‌بین پیوسته‌اند. چنانچه در مدل، بعضی از متغیرهای پیش‌بین مقوله‌ای باشند، مدل رگرسیون مدل کوواریانس نامیده می‌شود<sup>(۱): ص ۴۷۱</sup>. این گونه مدلها در تحلیل کوواریانس به کار می‌روند. در تحلیل کوواریانس متغیرهای پیش‌بین متصل، متغیرهای کمکی تصادفی نامیده می‌شوند و اینها متغیرهایی هستند که محقق می‌خواهد اثرشان را کنترل کند. مثلاً اگر هوش یک متغیر کمکی، روش تدریس متغیر پیش‌بین مقوله‌ای، و میزان یادگیری متغیر ملاک باشد، نخست رگرسیون میزان یادگیری بر متغیر هوش صورت می‌گیرد، سپس برنامرات مانده (نمرات یادگیری که از طریق هوش قابل پیش‌بینی نمی‌باشد) تحلیل واریانسی بر حسب روش‌های تدریس صورت می‌گیرد.

اگر در تحلیل کوواریانس فقط یک متغیر ملاک داشته باشیم تحلیل تک‌متغیری است و با علامت اختصاری ANCOVA مشخص می‌شود. چنانچه بیش از یک متغیر ملاک داشته باشیم تحلیل چندمتغیری است و با علامت اختصاری

MANCOVA مشخص می‌شود. در تحلیل MANCOVA تحلیل تفاوت بین گروه‌ها (همانند MANCOVA) بر حسب بردار میانگین‌های متغیرهای پاسخ یا ملاک صورت می‌گیرد (۱: فصل ۵).

### ۳. تحلیل متعارف

تحلیل متعارف مورد کلی تری از تحلیل رگرسیون چندگانه است که هدف آن مطالعه رابطه میان دو مجموعه متغیر است، که یک مجموعه متعلق به متغیرهای پیش‌بین و مجموعه دیگر متعلق به متغیرهای ملاک است. تحلیل متعارف برای متغیرهای پیوسته و مقوله‌ای یا ترکیبی از آنها قابل استفاده است. هدف تشکیل دو ترکیب خطی بهینه، یکی از هر مجموعه، به نحوی است که بالاترین همبستگی میان این دو ترکیب خطی به دست آید (۳: ص ۱۸۳-۱۸۶؛ ۱۲: ص ۷۴۳). به این همبستگی، همبستگی متعارف (Rc) گویند. مثلاً اگر بخواهیم بدانیم چه نوع نیمرخ شخصیتی با چه الگوی پیشرفت تحصیلی همراه است باید از تحلیل متعارف استفاده کنیم.

### ۴. تحلیل ممیز

هرگاه هدف تحقیق رده‌بندی افراد به دو یا چند گروه باشد، با مورد خاصی از تحلیل متعارف برخورد می‌کنیم که مجموعه متغیرهای مستقل فاصله‌ای و مجموعه متغیرهای ملاک اسمی است. هرگاه متغیر اسمی بیش از دو سطح داشته باشد (بیش از دو گروه) به آن تحلیل ممیز چندگانه گویند.

تحلیل ممیز به عنوان آزمون پیگیر MANOVA پیشنهاد شده است و بر آزمون‌های F تک متغیری رجحان دارد، زیرا توضیح روشنتری برای تفاوت گروه‌ها فراهم می‌آورد (۵۱). تحلیل ممیز، مانند رگرسیون چندگانه، یک معادله خطی با ضرایبی که حاکمی از اهمیت نسبی هر متغیر در پیش‌بینی ملاک (عضویت گروه) است فراهم می‌آورد. ضرایب طوری محاسبه می‌شوند که حداکثر تمایز را بین گروه‌ها ایجاد کنند (۱۵: ص ۱۵۷-۱۹۳).

تفاوت تحلیل ممیز و تحلیل متعارف در این است که در تحلیل ممیز هدف پیدا کردن آن ترکیب‌های خطی است که بیشترین تمایز را بین گروه‌ها مشخص کنند، در حالیکه در تحلیل متعارف هدف پیدا کردن آن ترکیب‌های خطی است که بالاترین همبستگی را با هم داشته باشند (۳: ص ۵).

## ب. تحلیل‌های مرتبط با ماتریس کوواریانس

همان‌طور که قبلاً اشاره شد یک دسته از تحلیل‌های چندمتغیری با تحلیل ماتریس کوواریانس سروکار دارند. از جمله این تحلیل‌ها، تحلیل عاملی، تحلیل معادلات ساختاری، تحلیل خوش‌های و مقیاس‌بندی چندبعدی است که ذیلاً تشریح می‌شوند.

### ۱. تحلیل عاملی

تحلیل عاملی از مقوله تحلیل‌های چندمتغیری است که متغیرهای وابسته از قبل تعیین شده‌ای ندارد. موارد استفاده تحلیل عاملی را به دو مقوله کلی تقسیم می‌کنند: ۱) موارد اکتشافی<sup>۱</sup> و ۲) موارد تأییدی<sup>۲</sup>. موارد استفاده اکتشافی نیز به دو رویکرد کلی تقسیم می‌شود:

یک. مواردی که هدف پیدا کردن متغیرهای مکنون یا سازه‌های یک مجموعه متغیر اندازه‌گیری است. در این‌گونه موارد، ماتریس کوواریانس یا همبستگی متغیرهای اندازه‌گیری شده از طریق روش تحلیل عامل مشترک<sup>۳</sup> یا تحلیل عامل اصلی<sup>۴</sup> تحلیل می‌گردد. به طور نظری متغیرهای مکنون یا سازه‌ها علل زیرینایی تغییرات متغیرهای اندازه‌گیری‌اند و رگرسیون متغیرهای اندازه‌گیری شده بر متغیرهای مکنون وزنهایی فراهم می‌آورد که بارهای عاملی<sup>۵</sup> نامیده می‌شوند. تحلیل عامل مشترک واریانس هر متغیر اندازه‌گیری شده را به دو جزء مشترک و اختصاصی افزای می‌کند. واریانس مشترک، واریانس مشترک بین متغیرهای اندازه‌گیری شده و متغیرهای مکنون است.

دو. در تحلیل عاملی اکتشافی چنانچه هدف تلخیص مجموعه‌ای از داده‌ها باشد، از تحلیل مؤلفه‌های اصلی<sup>۶</sup> استفاده می‌شود. در تحلیل مؤلفه‌های اصلی، واریانس کل متغیرهای مشاهده شده تحلیل می‌گردد و ماتریس همبستگی

1. Exploratory

2. Confirmatory

3. Common factor analysis

4. Principal factor analysis

5. Factor loadings

6. Principal components

متغیرهای اندازه‌گیری شده دارای قطر اصلی ۱ است، در حالیکه در تحلیل عامل مشترک در قطر اصلی ماتریس همبستگی میزان اشتراک<sup>۱</sup> (واریانس مشترک بین متغیر اندازه‌گیری شده و متغیرهای مکنون) قرار می‌گیرد. وقتی میزان اشتراک به ۱ نزدیک باشد نتایج تمام روش‌های اکتشافی با نتایج مؤلفه‌های اصلی مشابه خواهد بود (۱۶:۵).

در تحلیل مؤلفه‌های اصلی، بر عکس تحلیل عامل مشترک، مؤلفه‌ها طوری برآورده می‌شوند که واریانس متغیرهای مشاهده شده را در کمترین ابعاد نشان دهند. مؤلفه‌های اصلی در واقع مجموع وزن‌دار متغیرهای مشاهده شده‌اند. به عبارت دیگر در تحلیل مؤلفه‌های اصلی متغیرهای مشاهده شده علل مؤلفه‌های است. در حالیکه در تحلیل عامل مشترک متغیرهای اندازه‌گیری شده معلوم متغیرهای مکنون بوده و مجموع وزن‌دار آنهاست.

در تحلیل‌های عاملی تأییدی به‌طور آشکار درباره تعداد عاملها فرضی بیان می‌شود و برآذش ساختار کوواریانس متغیرهای اندازه‌گیری شده با ساختار عاملی مفروض مورد آزمون قرار می‌گیرد. تحلیل‌های تأییدی مورد خاصی از رویکرد معادلات ساختاری است که در آن فقط مؤلفه‌های روان‌سنجدی مدل ساختاری وجود دارند و برای دقیق‌تر ساختن ابزار اندازه‌گیری و ساختار عاملی آن به کار می‌روند (۱۶). رویکرد معادلات ساختاری بعداً در همین مقاله مورد بحث قرار می‌گیرد.

تحلیل عاملی را بر حسب نمونه یا جامعه بودن آزمودنی‌ها و متغیرها نیز به دو دستهٔ توصیفی یا استنباطی تقسیم می‌کنند. جدول ۱ انواع تکنیک‌های استخراج عاملها را بر حسب اکتشافی یا تأییدی و توصیفی یا استنباطی بود تحلیل نشان می‌دهد.

جدول ۱. رده‌بندی روش‌های استخراج عاملها بر حسب ویژگی اکتشافی یا تأییدی و توصیفی یا استنباطی تحلیل<sup>(۵)</sup>.

نوع تحلیل	توصیفی	استنباطی
اکتشافی	۱. مؤلفه‌های اصلی ۲. عاملهای اصلی (تحلیل عامل مشترک) ۳. تحلیل تصویر <sup>۱</sup> ۴. تحلیل حداقل مانده <sup>۲</sup>	۵. تحلیل عاملی متعارف <sup>۴</sup> ۶. حداکثر درست‌نمایی <sup>۵</sup> ۷. تحلیل عاملی آلفا ( $\alpha$ )
تأییدی	۸. چندگردهی <sup>۳</sup> ۹. LISREL (آزمون فرض)	۱۰. حداکثر درست‌نمایی تأییدی LISREL ۱۱

در جدول ۱ تحلیل‌های ۱ تا ۱۴ اکتشافی - توصیفی، ۵ تا ۱۷ اکتشافی - استنباطی، ۸ و ۹ تأییدی - توصیفی، و ۱۰ و ۱۱ تأییدی - استنباطی است.

## ۲. مدل معادلات ساختاری

یکی از روش‌های جدید تحلیل ماتریس کوواریانس، مدل معادلات ساختاری یا تحلیل چندمتغیری با متغیرهای مکنون است که مدل‌های علی و تحلیل ساختاری کوواریانس نیز نامیده می‌شود<sup>(۱۶)</sup> (فصل ۱۴). در این روش از داده‌های آزمایشی و غیرآزمایشی برای آزمودن ساختار علی خاص بین مجموعه‌ای از سازه‌های غیرقابل مشاهده (متغیرهای مکنون) که هر یک از طریق مجموعه‌ای از متغیرهای نشانگر مشهود اندازه‌گیری می‌شود استفاده می‌گردد. مدل ساختاری کامل از دو مؤلفه تشکیل شده است: ۱) مؤلفه مدل علی که ساختار علی مفروض را بین

1. Image analysis

2. Minimum residual analysis

3. Linear Structural Relationships

4. Canonical factor analysis

5. Maximum likelihood

متغیرهای مکنون مشخص می‌کند و ۲) مدل اندازه‌گیری که رابطه بین نشانگرها و متغیرهای مکنون را تعریف می‌کند. آن مدل‌های علی که فاقد مؤلفه اندازه‌گیری است تحلیل مسیر<sup>۱</sup> نام دارد (۱۴: فصل ۱۵).

در تحلیل مدل معادلات ساختاری داده‌های نمونه نخست به صورت ماتریس همبستگی یا کروواریانس درآمده و یک سلسله معادلات رگرسیون تعریف می‌شوند. سپس مدل با استفاده از نرم‌افزارهای مربوط (از جمله LISREL و EQS، تحلیل می‌گردد (۱۷: ۱۸). در این تحلیل برآوردهایی از پارامترهای مدل (ضرایب مسیر و جملات خطای) و چند اندازه برای نیکویی برازش مدل یا استفاده از داده‌های نمونه فراهم می‌شود. با استفاده از این برآوردها و اطلاعات حاصل از نیکویی برازش داده‌ها، مدل مورد بررسی قرار گرفته و در صورت لزوم در آن تجدیدنظر می‌شود و مدل تغییر یافته مجددًا مورد آزمون قرار می‌گیرد.

متغیرهای مدل‌های علی به دو دسته درون‌زاد<sup>۲</sup> و برون‌زاد<sup>۳</sup> تقسیم می‌شوند. متغیر درون‌زاد متغیری است که تغییرات آن از طریق تغییرات متغیرهای برون‌زاد و درون‌مدل تعیین می‌شود، در حالیکه متغیر برون‌زاد معنی‌گری است که تغییرات آن بر عواملی خارج از متغیرهای وجود در مدل مفروض است.

مؤلفه‌های ساختاری و اندازه‌گیری مدل را می‌توان به طور جداگانه مورد بررسی قرار داد. این کار در مراحل اولیه مطالعات تأییدی مفید است زیرا بررسی مدل اندازه‌گیری می‌تواند در ارزشیابی سوالات و ایجاد مازه‌ها کمک کند و بررسی جداگانه مدل ساختاری می‌تواند نقاط ضعف مدل را مشخص سازد.

آزمون برازش مدل یا داده‌ها از طریق تعدادی شاخص صورت می‌گیرد. از جمله این شاخصها ارزش P مرتبط با آزمون  $\chi^2$  (مریع‌کای) (۱۷)، شاخص RMSEA (۱۹)، شاخص برازش مقایسه‌ای CEL<sup>(۲۰)</sup> و شاخص برازش ساده PGFI<sup>(۲۱)</sup> را می‌توان نام برد.

1. Path analysis

2. Endogenous

3. Exogenous

4. Root-mean-square error of approximation

5. Comparative fit index

6. Parsimony goodness of fit

هرگاه پارامترهای برآورده شده در مدل معادلات ساختاری منحصر به فرد باشد، مدل معین<sup>۱</sup> یا تعیین شده است<sup>۲</sup>. اگر جوابهای دیگری برای پارامترها موجود باشد مدل نامعین است و این در مواقعي به وجود می‌آيد که تعداد معادلات از تعداد پارامترها (مجھولات) بیشتر باشد. در این گونه موقع مدل فرامعین<sup>۳</sup> است. اگر تعداد معادلات کمتر از پارامترهای مورد برآورده باشد مدل فرومعین<sup>۴</sup> است (۱۴: ص ۶۵).

### ۳. تحلیل خوش‌ای

تحلیل خوش‌ای یکی از فنون رده‌بندی برای تشکیل گروه‌های همگن درون مجموعه‌ای از داده‌های پیچیده است. روش‌های خوش‌بندی و کاربرد آنها خیلی متفاوت است. استفاده از این فن در سال‌های اخیر گسترش یافته و در نرم‌افزارهای آماری از جمله SPSS وجود دارد.

چنانچه بخواهیم افراد یا اشیایی را بر حسب دو ملاک A و B (یا چند ملاک) به گروه‌های همگن تقسیم کنیم اولین قدم محاسبه شاخص نزدیکی بین هر زوج است. از جمله شاخص‌های نزدیکی مجموع مجذور تفاوت شاخص‌ها برای هر زوج، فاصله اقلیدی، است. با روش وارد<sup>(۵)</sup> از مجموعه شاخص‌های نزدیکی از یک نمونه، ماتریسی بنام ماتریس نزدیکی فراهم می‌شود. اولین زوجی که کوچکترین شاخص نزدیکی را دارد در پائین‌ترین شاخه یک نمودار درختی<sup>۶</sup> قرار می‌گیرد و به ترتیب، بر حسب بزرگی شاخص، زوج‌های بعدی شاخه‌های بزرگتر و بالآخره تنه درخت را تشکیل می‌دهد.

در تحلیل خوش‌ای ماهیت گروه‌بندی از قبل برای محقق روشن نیست. در مواردی که دانش قبلی درباره انواع مورد بررسی موجود باشد، تحلیل خوش‌ای روش مناسبی نیست و روش‌های سنتی‌تر از قبیل تحلیل تابع ممیز و تحلیل

#### 1. Identified

۲. در این جا واژه Identification معنای روانشناختی انطباق و همانندسازی را ندارد بلکه به معنای ریاضی آنکه در بحث فوق مطرح شد اشاره دارد.

#### 3. Overidentified

#### 4. Underidentified

#### 5. Ward

#### 6. Dendrogram

چندمتغیری واریانس ممکن است برای نشان دادن ماهیت تفاوت گروه‌ها مفیدتر باشد.

تحلیل خوش‌های به‌طور کلی دارای مراحل زیر است:

۱. انتخاب شاخص نزدیکی (مجذور فاصله اقلیدسی یا ضریب همبستگی)
۲. انتخاب روش خوش‌بندی (سلسله مراتبی یا غیرسلسله مراتبی)
۳. ارزشیابی و تعمیم خوش‌ها
۴. مقیاس‌پردازی چندبعدی

مقیاس‌پردازی چندبعدی (MDS) مجموعه‌ای از شیوه‌هایی است که رابطه بین مجموعه‌ای از اشیاء یا افراد را به‌طور فضایی نشان می‌دهد. داده‌های متداول برای این روش مجموعه‌ای از اعدادی است که نشانگر تشابه یا نزدیکی‌اند. از جمله این اندازه‌ها ضرایب همبستگی، داوری‌های مربوط به تشابهات، تفاوت ارتباط و تقابل بین افراد گروه را می‌توان نام برد. محصول یک تحلیل MDS یک طرح یا نقشه‌ای است که روابط بین اشیاء یا افراد را که بر مجموعه‌ای از اندازه‌های نزدیکی مبتنی است به‌طور ترسیمی نشان می‌دهد<sup>(۲۴)</sup>.

مورد خاصی از تحلیل MDS، تحلیل کوچکترین فضای گاتمن<sup>۱</sup> (SSA) است<sup>(۲۵)</sup>. این نوع تحلیل برای بررسی ماهیت سیستمیک کلاس درس پیشنهاد شده است<sup>(۲۶)</sup>. (برای اطلاعات بیشتر به منابع ۲۴، ۲۵، و ۲۶ رجوع شود).

1. Guttman's Smallest Space Ananlysis

1. Timm, N.H. (1975). *Multivariate analysis with application in education and psychology*. Monterey, CA: Brooks/cole.
2. Kleinbaum, D.G. and Kupper, L.L. (1978). *Applied regression analysis and other multivariate methods*. North Scituate, Mass: Duxbury Press.
3. Tatsuaka, M.M. (1971). *Multivariate analysis*. New York: Wiley.

۴. واژه‌نامه ریاضی و آمار: انگلیسی به فارسی، فارسی به انگلیسی انجمن ریاضی ایران (۱۳۷۰). تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

5. Tinsley, H.E.A and Tinsley, D.J. (1987). Uses of factor analysis in counseling psychology research. *Journal of Counseling Psychology*, 4, 414-424.

6. Haase, R.F. and Ellis, M.W. (1987). Multivariate analysis of variance. *Journal of Counseling Psychology*, 4, 404-413.

۷. واینر، ب.ج. (۱۹۷۱). اصول آماری در طرح آزمایشها، جلد اول. ترجمه زهره سرمه و مهتابش اسفندیاری (۱۳۶۹). تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

۸. واینر، ب.ج. (۱۹۷۱). اصول آماری در طرح آزمایشها، جلد دوم. ترجمه زهره سرمه و مهتابش اسفندیاری (۱۳۷۱). تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

9. Hand, D.J. and Taylor, C.C. (1987). *Multivariate analysis of variance and repeated measures: A practical approach for behavioral scientists*. London: Chapman and Hall.

10. Stevens, J. (1990). *Intermediate statistics: A modern approach*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

11. Darlington, R.B. (1990). *Regression analysis and linear models*. New York: McGraw-Hill.

12. Pedhazur, E. (1982). *Multiple regression in behavioral research*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

13. Porter, A.C. & Raudenbush, S.W. (1987). Analysis of covariance: Its model and use

- in psychological research. *Journal of Counseling Psychology, 4*, 382-392.
14. Wampold, B.E. & Freund, R.D. (1987). Use of multiple regression in counseling psychology research: A flexible data-analysis strategy. *Journal of Counseling Psychology, 4*, 372-382.
15. Betz, N.E. (1987). Use of discriminant analysis in counseling psychology research. *Journal of Counseling Psychology, 4*, 394-403.
16. Floyd, F.J. & Widaman, K.F. (1995). Factor analysis in development and refinement of clinical assessment instruments. *Psychological Assessment, 7*, 285-299.
17. Fassinger, R.E. (1987). Use of structural equation modeling in counseling psychology research. *Journal of Counseling Psychology, 4*, 424-436.
18. Ling, B.C. & Schutz, R.W. (1995). Temporal stability and replicability of a workplace stress and coping model for managerial women: A multiwave panel study. *Journal of Counseling Psychology, 42*, 266-278.
19. Steiger, J.H. (1990). Structural model evaluation and modification: An interval estimation approach. *Multivariate Behavioral Research, 25*, 173-180.
20. Bentler, P.M. (1990). Comparative fit indexes in structural models. *Psychological Bulletin, 107*, 238-246.
21. Mulaik, S.A. et al. (1989). Evaluation of goodness-of-fit indices for structural models. *Psychological Bulletin, 105*, 430-445.
22. Borgen, F.H. & Basuett, D.C. (1987). Applying cluster analysis in counseling psychology research. *Journal of Counseling Psychology, 4*, 456-468.
23. Ward, J.H. (1963). Hierarchical grouping to optimize an objective function. *Journal of the American statistical Association, 58*, 236-244.
24. Fitzgerald, L.F. & Hubert, L.J. (1987). Multidimensional scaling: Some possibilities for counseling psychology. *Journal of Counseling Psychology, 4*, 469-480.
25. Guttmen, L. (1969). A general nonmetric technique for finding the smallest coordinate space for a configuration of points. *Psychometrics, 33*, 465-506.

26. Solomon, G. (1991). Transcending the qualitative-quantitative debate: The analytic and systemic approaches to educational research. *Journal of Educational Researcher*, vol. 20, 4, 10-18.

