

# بررسی اثر همسانی جانبی خاک بر تابع امیدانس پی دایره ای صلب

اسدالله نورزاد

استادیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

ناصر دائیان

عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی

(تاریخ دریافت ۷۸/۱۲/۲۲، تاریخ تصویب ۸۱/۷/۲۰)

## چکیده

در این مقاله تابع امیدانس یک پی دایره ای صلب تحت بار قائم هارمونیک و روی یک محیط همسان جانبی در حوزه فرکانسی بدست آمده و مقدار آن با تابع امیدانس مربوط به محیط همسان مقایسه شده است. برای بدست آوردن تابع امیدانس، توزیع تنش زیر پی با یک سری توابع تقریب زده شده است که نشان داده می شود که از دقت بالایی برخوردار است. از نمودارهای ارائه شده معلوم می شود که ناهمسانی اثر قابل توجهی بر تابع امیدانس دینامیکی می گذارد.

**واژه‌های کلیدی:** همسانی جانبی، تابع امیدانس، توزیع تنش، پی دایره ای صلب، اندرکنش خاک و سازه، سختی، میراثی

## مقدمه

زیرا در واقع توزیع تنشی که برای ایجاد تغییر مکان یکنواخت یا خطی لازم است مقدار ثابتی نیست و همراه با فرکانس ارتعاش تغییر می کند و فرض توزیع تنش استاتیکی تنها در حالتی معتبر است که فرکانس بارگذاری در محدوده فرکانسی کم باشد بنابراین فرض توزیع تنش زیر پی به این صورت گرچه مساله را ساده می سازد جواب را در محدوده فرکانسی معینی محدود می کند.

در این مقاله حل معادلات حرکت حاکم بر محیط همسان جانبی و رسیدن به تابع امیدانس ارائه شده است. ابتدا معادلات حرکت حاکم بر محیط بر حسب مولفه های تغییر مکانی بیان می شوند که مستقل<sup>۲</sup> نیستند. معادلات موج در محیطهای همسان با استفاده از توابع پتانسیل هلمهولتز به صورت مستقل در می آیند (مانند کار لمب برای محیط همسان ارتجاعی نیمه بی نهایت). در محیطهای ناهمسان مساله بسیار پیچیده تر بوده و به طور کلی بسیاری از مسائل انتشار امواج مربوط به این محیطها حل نشده مانده است و فقط تعداد کمی از مسائل خاص مربوط به انتشار امواج در محیطهای ناهمسان حل شده اند. پس از حل کلی معادله حرکت با استفاده از توابع پتانسیل مناسب با معرفی یک سری توابع محدود بجای مولفه های تنش که منطبق بر فیزیک مساله است، توابع

اساس روشهای اندرکنش امروزی تئوری انتشار امواج در محیط الاستیک یا ویسکوالاستیک است که از سال ۱۹۰۴ و با کار لمب<sup>۱</sup> روی مساله ارتعاش محیط جامد نیمه بی نهایت الاستیک تحت اثر بار متمرکز (حل دینامیکی مساله بوزینسک) شروع شده و تا به حال گسترش قابل توجهی یافته است. اولین کاربرد مهندسی تئوری انتشار امواج مربوط به کار رایسنر (Reissner 1936) در حل مساله دیسک دایره ای صلب تحت بار قائم روی محیط بی نهایت الاستیک است. رایسنر در حل این مساله توزیع تنش زیر پی را برای آسان شدن حل ریاضی به صورت یکنواخت فرض کرد اما برای بسیاری از پی های حجیم و صلب فرض توزیع تنش سطحی به صورت یکنواخت واقعگرایانه نیست چون منجر به تغییر مکان یکنواختی نمی شود و این فرض تنها در فرکانس های بالا صادق است که این امر توسط بایکرفت نشان داده شده است [۸].

آرنولد (Arnold et al. 1955) و بایکرفت با فرض توزیع تنش دینامیکی به صورت استاتیکی (که حل تحلیلی آن توسط بوزینسک انجام شده است) نتایج مربوط به پی دایره ای تحت بار قائم، خمشی، پیچشی و افقی را به دست آوردند. این روشها همگی همراه با تقریب هستند

کمک روش تبدیلیهای انتگرالی، توابع پتانسیل برحسب مولفه های تنش به دست می آیند و با داشتن توابع پتانسیل، مولفه قائم تغییر مکان برحسب مولفه تنش به صورت جدول (۱) به دست می آید.

حال بجای مولفه قائم تنش از یک سری توابع که تبدیل انتگرالی هنکل آنها مشخص است استفاده می کنیم و مولفه قائم تغییر مکان را برحسب این سری به دست می آوریم. با استفاده از این سری توابع در عین ساده بودن کار از دقت قابل قبولی هم برخوردار خواهیم بود و باتوجه به تنوع جملات سری مفروض، که شامل توزیع استاتیکی، یکنواخت، سهموی و بیضوی می شود مشکل محدودیت فرکانس بارگذاری هم تا حدودی رفع خواهد شد. در واقع ضریب هرکدام از جملات در سری مفروض در هر فرکانس نشانه میزان نقش و اهمیت آن جمله در توزیع تنش زیر پی در آن فرکانس می باشد.

### فرمول بندی مساله

برای پی دایره ای صلب به شعاع  $R$  که تحت اثر بار هارمونیک قائم به اندازه  $\Delta$  نشست کرده است شرایط مرزی را با فرض صرفنظر کردن از اصطکاک بین پی و خاک به صورت زیر می نویسیم:

$$\begin{aligned} u_z(r, \theta, 0) &= \Delta \\ \forall \theta, \quad 0 \leq r \leq R \\ \sigma_{zz}(r, \theta, 0) &= 0 \\ \forall \theta, \quad r \geq R \end{aligned}$$

(۳)

در حالت کلی توزیع تنش زیر پی در اثر بار قائم که منجر به تغییر مکان یکنواختی می شود نامشخص و وابسته به فرکانس است. در این مقاله توزیع تنش زیر پی با سری توابع محدود  $P_z(r, \omega)$  که با فیزیک مساله همخوانی دارد و تبدیل هنکل آن هم معلوم است تقریب زده شده است. این کار قبلاً در مقاله های دیگری از جمله مرجع [۱] انجام شده است و با مجزا نمودن اثر فرکانس از فاصله در تابع تنش که شامل متغیر فاصله و فرکانس است، مساله به صورت ساده تر در می آید (مانند روش اجزاء محدود که تابع شکلی مربوط به مختصات مکانی است و تغییرات تابع برحسب زمان به صورت معادله دیفرانسیل معمولی در می آید).

پتانسیل و در نتیجه مولفه های تغییر مکانی برحسب سری عددی معرفی شده به دست می آیند. این راه حل توسط نورزاد [۱] برای اولین بار در محیط نیم نامحدود، جهت بررسی رفتار پی صلب دایره ای واقع بر محیط نیم نامحدود استفاده شده است.

با توجه به اینکه بار قائم روی پی دایره ای صلب منجر به تغییر مکان یکنواخت خواهد شد، ضرایب مجهول سری عددی مفروض، به دست آمده و از آنجا با استفاده از تعریف سختی که برابر خارج قسمت نیرو بر تغییر مکان است (یا مقدار نیرو به ازای تغییر مکان واحد) تابع امیدانس به دست می آید که شامل یک انتگرال است که از تبدیل معکوس هنکل نتیجه شده است و باید به صورت عددی محاسبه شود. این کار با نوشتن برنامه ای انجام شده و نتایج آن در پایان مقاله بررسی شده است. تغییر مکان قائم بدست آمده تحت بار قائم هارمونیک با کار لمب مقایسه و درستی کار کنترل شده است.

### معادلات اولیه

با صرفنظر از نیروهای حجمی معادلات حرکت برای یک محیط الاستیک سه بعدی برای بارگذاری و در نتیجه مولفه های تغییر مکانی هارمونیک به صورت زیر است:

$$C_{ijkl} \cdot u_{k,jl} = -\rho \omega^2 u_i \quad (i=1,2,3) \quad (1)$$

که در آن  $C_{ijkl}$  و  $\rho$ ،  $\omega$ ،  $u_i$  به ترتیب مولفه های تغییر مکان در جهت  $z$ ،  $\theta$  و  $r$ ، فرکانس زاویه ای، جرم حجمی و ضرایب الاستیک می باشند و  $(,)$  نشانه عملگر دیفرانسیلی است.

در محیط همسان جانبی ضرایب الاستیک به  $5$  ضریب زیر محدود می شوند:

$$\begin{aligned} A_{12} &= C_{1122} & A_{11} &= C_{1111} \\ A_{13} &= C_{1133} & A_{33} &= C_{3333} \\ A_{44} &= C_{2323} \\ A_{66} &= 2(A_{11} - A_{12}) \end{aligned} \quad (2)$$

با استفاده از حل کلی معادلات حرکت که در مرجع [۲] و با استفاده از توابع پتانسیل مناسب انجام شده است و به

و خمشی نیز انجام داد که در مقاله آتی به آن اشاره می شود.

$f_j(r)$  در رابطه (۴) برابر است با :

$$p = \frac{j-2}{2}$$

$$f_j(r) = \begin{cases} 0 & |r| > R \\ \frac{p+1}{\pi R^2} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]^p & |r| \leq R \end{cases}$$

(۵)

مقدار تبدیل هنکل مرتبه صفر تابع  $f_j(r)$  که در محاسبات استفاده می شود برابر است با :

$$H_0(f_j(r)) = \frac{p+1}{\pi} \frac{2^p \Gamma(p+1)}{(\zeta R)^{p+1}} J_{p+1}(\zeta R)$$

(۶)

$\Gamma$  تابع گاما و  $J_{p+1}$  تابع بسل نوع اول از مرتبه  $p+1$  است. از آنجا که  $f_j(r)$  در رابطه زیر صدق می کند :

$$\int_0^{\infty} r \cdot f_j(r) \cdot dr = \frac{1}{2\pi}$$

(۷)

کل نیروی وارد بر سطح تماس خاک و پی از رابطه زیر به دست می آید:

$$F_z = \sum_{j=1}^N \alpha_j$$

(۸)

بنابراین اگر تغییر مکان پی ( $\Delta$ ) را برابر یک قرار دهیم مقدار  $F_z$  برابر سختی دینامیکی یعنی امپدانس پی خواهد بود. حال به جای  $\sigma_{zz}^0$  مقدار  $P_z^0(r)$  را قرار می دهیم:

$$w = \sum_{j=1}^N \alpha_j \cdot w_j$$

(۹)

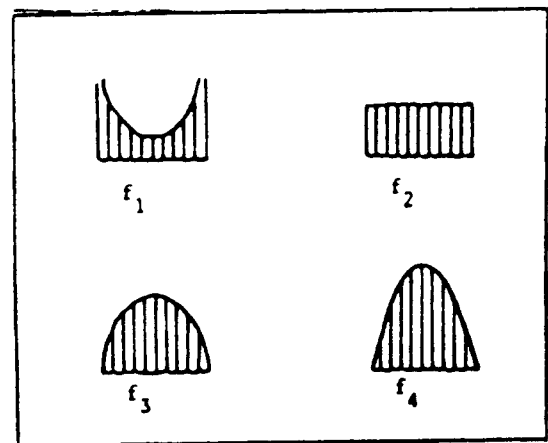
$w_j$  در جدول (۲) ارائه شده است. حال باتوجه به صلب بودن پی و تغییر مکان یکنواخت تحت بار قائم هارمونیک، با قرار دادن  $w = \Delta = 1$  مقدار  $\alpha_j$  ( $j=1,2,\dots,N$ ) را به دست می آوریم. تعداد معادلات باید برابر تعداد مجهولات یعنی  $N$  باشد و چون همانطور که گفته شد در اینجا  $N=4$  فرض شده معادله در ۴ نقطه

$$P_z(r, \omega) = \begin{cases} 0 & |r| > R \\ \sum_{j=1}^N \alpha_j(\omega) \cdot f_j(r) & |r| \leq R \end{cases}$$

(۴)

مقدار  $N$  را باتوجه به دقت موردنظر در مساله می توان انتخاب کرد که در این مقاله  $N=4$  انتخاب شده و دیده می شود که در محدوده فرکانسهای مورد مطالعه با دقت خوبی جواب می دهد.

$f_j(r)$  مقدار جمله های مختلف سری هستند که توزیع تنش نهایی به صورت ترکیبی از این توابع ساده متقارن محوری خواهد بود، مثلاً  $f_1(r)$  توزیع تنش استاتیکی زیر پی صلب است و یا  $f_2(r)$  توزیع تنش یکنواخت است که معمولاً در فرکانسهای بالا اتفاق می افتد و  $f_3(r)$  و  $f_4(r)$  هم توزیع تنش به صورت سهموی و بیضوی هستند که در شکل (۱) نشان داده شده اند.



شکل ۱: شکلهای مختلف سری توزیع تنش زیر پی جهت برآورد سختی دینامیکی آن.

$\alpha_j$  ضرایب جملات مختلف سری هستند که از بعد نیرو و در حوزه فرکانسی اعدادی مختلط و تابع فرکانس می باشند. بزرگی یا کوچکی ضرایب  $\alpha_j$  نشانه اهمیت جمله  $\lambda_m$  سری در میزان تنش زیر پی و شکل توزیع تنش است. همانطور که دیده می شود این کار شبیه کاری است که در آنالیز مودال در تحلیل دینامیکی سازه ها انجام می شود.

می توان ایده فوق را باتوجه به بسط تابع به صورت سری فوریه بر حسب  $\theta$ ، برای بارگذاری نامتقارن نظیر بار افقی

جدول ۱:

$$w = \int_0^{\infty} \zeta \left\{ \left[ \rho_0 \omega^2 - \zeta^2 (1 + \alpha_1) \right] \left( \frac{c_2 - c_1}{g(\zeta)} \right) + \alpha_2 \left( \frac{\alpha_1'^2 \cdot c_2 - \alpha_2'^2 \cdot c_1}{g(\zeta)} \right) \right\} \cdot \sigma_{zz}^0 \cdot J_0(\zeta r) \cdot d\zeta$$

که در آن:

$$c_2 = \alpha_2'^2 \cdot (\alpha_3 - \alpha_2) - [\rho_0 \omega^2 - \zeta^2 (1 + \alpha_1)]$$

$$c_1 = \alpha_1'^2 \cdot (\alpha_3 - \alpha_2) - [\rho_0 \omega^2 - \zeta^2 (1 + \alpha_1)]$$

$$g(\zeta) = c_2 a_1 - c_1 a_2$$

$$\alpha_2' = S_2 \sqrt{\zeta^2 - \frac{\rho_0 \omega^2}{\mu_2}} \quad \text{و} \quad \alpha_1' = S_1 \sqrt{\zeta^2 - \frac{\rho_0 \omega^2}{\mu_1}}$$

$S_1^2, S_2^2$  ریشه های معادله زیر هستند که نمی توانند عددهای موهومی خالص باشند ( این مساله در مرجع [3] ثابت شده است ):

$$A_{33} \cdot A_{44} \cdot S^4 + (A_{13}^2 + 2 A_{13} \cdot A_{44} - A_{11} \cdot A_{33}) S^2 + A_{11} \cdot A_{44} = 0$$

جدول ۲:

$$w_j = \int_0^{\infty} \zeta \left\{ \left[ \rho_0 \omega^2 - \zeta^2 (1 + \alpha_1) \right] \left( \frac{c_2 - c_1}{g(\zeta)} \right) + \alpha_2 \left( \frac{\alpha_1'^2 \cdot c_2 - \alpha_2'^2 \cdot c_1}{g(\zeta)} \right) \right\} \cdot f_j^0(r) \cdot J_0(\zeta r) \cdot d\zeta$$

آمده در این تحقیق با جوابهای Luco برای پی دایره ای صلب بر محیط نیمه بی نهایت همگن همسان [۵] مقایسه شده و میزان خطا ذکر شده است. می توان دید که نمودارهای ارائه شده در شکل (۲) با دقت بسیار خوبی در محدوده  $0 < a_0 < 2$  بر حل Luco منطبق می باشند.

### مطالعات پارامتریک و بررسی اثر همسانی

مشخصات چند ماده همسان و همسان جانبی که به عنوان مثال مورد استفاده قرار گرفته اند در جدول (۳) آمده است. مشخصات این مواد از مراجع [۳] و [۷] و [۱] اقتباس شده اند.

Beryl rock نوعی ماده سیلیکاتی و E.composite<sup>۲</sup> ترکیب شیشه با اپوکسی می باشد. aleurolith

اصطلاحی است که در مورد silt stone به کار می رود. H.O.C مربوط به نمونه رس لندن با بیش تحکیم یافتگی زیاد<sup>۴</sup> است که HOCI نمونه ای در عمق ۱۰ متری و

$r_1 = .1R, r_2 = .4R, r_3 = .7R, r_4 = R$  حل شده است.

باتوجه به مفهوم سختی و رابطه (۸) و  $w = \Delta = 1$  داریم:

$$K_z = \frac{F_z}{\Delta} = \sum_{j=1}^4 \alpha_j$$

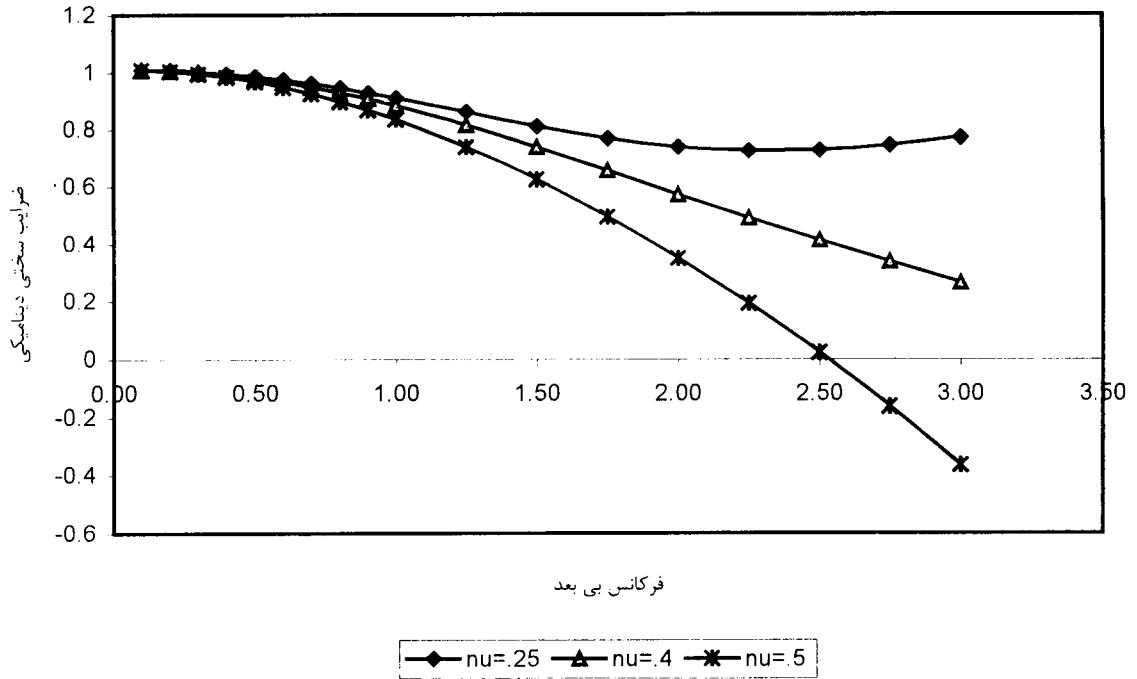
(۱۰)

پس مقدار تابع امیدانس برابر مجموع ضرایب مجهول خواهد بود.

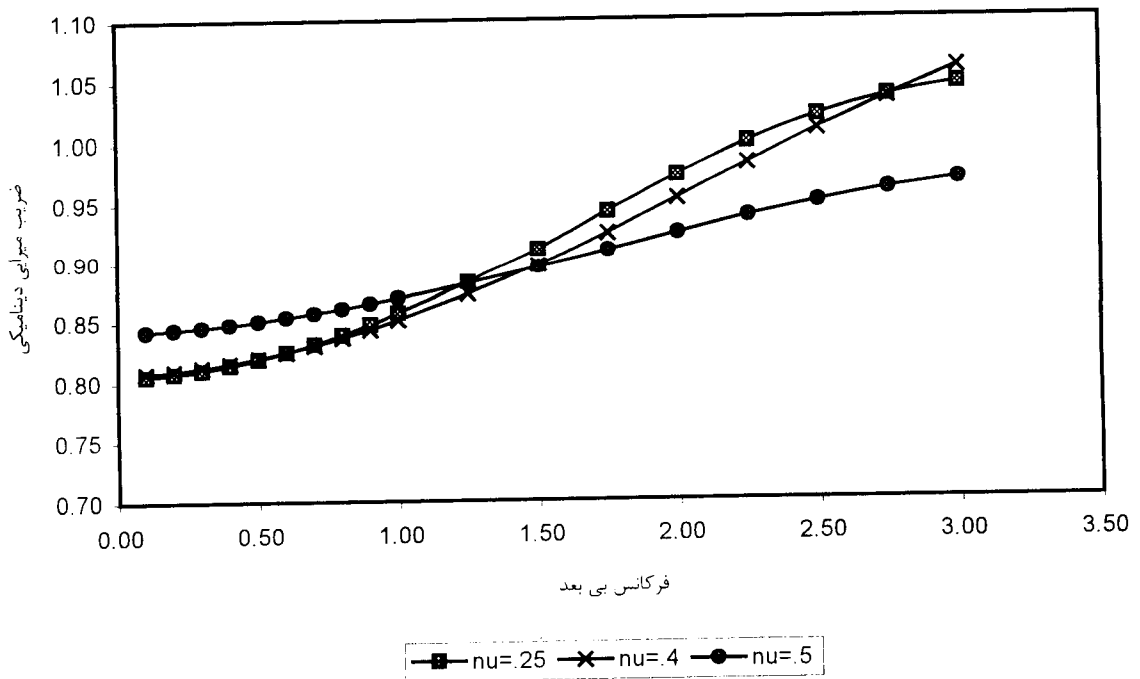
بنابراین حل مساله شامل برآورد عددی انتگرال  $w_j$  (که خود به دلیل نوسانی بودن و حد بالایی بی نهایت پیچیدگیهای خاصی دارد) برای تغییرات  $z$  و تغییرات  $r$  و حل دستگاه چهار معادله، چهار مجهول حاصل و به دست آوردن  $\alpha_j$  و بالاخره محاسبه  $K_z$  خواهد بود.

### بررسی درستی کار

جوابهای بدست آمده از برنامه برای سه ماده همسان با ضرایب پواسون متفاوت (۰/۲۵، ۰/۴، ۰/۵) در شکل (۲) رسم شده اند. در شکل (۳) جوابهای بدست



شکل ۲- الف : بخش حقیقی تابع امپدانس مربوط به سه ماده همسان با ضرایب پواسون متفاوت.



شکل ۲- ب : بخش موهومی تابع امپدانس مربوط به سه ماده همسان با ضرایب پواسون متفاوت.

جدول ۳: مشخصات مواد همسان و همسان جانبی که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته اند.

|                   | $A_{11}$ (Mpa) | $A_{12}$ | $A_{13}$ | $A_{33}$ | $A_{44} - G_v$ | $A_{66} - G_H$ | $E_H$  | $E_v$   | $\nu_{HH}$ | $\nu_{vH}$ | $n = \frac{E_H}{E_v}$ |
|-------------------|----------------|----------|----------|----------|----------------|----------------|--------|---------|------------|------------|-----------------------|
| Isotropic         | 3E4            | 1E4      | 1E4      | 3E4      | 1E4            | 1E4            | 2.5E4  | 2.5E4   | .25        | .25        | 1                     |
| E-composite       | 1.49E4         | .658E4   | .552E4   | 4.72E4   | .47E4          | .416E4         | 1.18E4 | 4.466E4 | .42        | .24        | .26                   |
| Aleurolith        | 7.292E4        | 2.202E4  | 2.279E4  | 6.774E4  | 2.29E4         | 2.55E4         | 6.21E4 | 5.68E4  | .22        | .24        | 1.09                  |
| Layered soil      | 2.954E4        | .602E4   | .658E4   | 3.612E4  | 1.4E4          | 1.176E4        | 2.75E4 | 3.37E4  | .17        | .185       | .82                   |
| Beryl rock        | 4.13E4         | 1.47E4   | 1.01E4   | 3.62E4   | 1E4            | 1.33E4         | 3.48E4 | 3.256E4 | .31        | .18        | 1.07                  |
| HOC2(lon. Clay)   | 108.44         | 8.44     | 22.2     | 58.44    | 26.8           | 50             | 100    | 50      | 0          | .19        | 2                     |
| Col. Clay shale   | 82.29          | 27.78    | 21.68    | 58.54    | 21.15          | 27.25          | 69     | 50      | .266       | .197       | 1.38                  |
| Isotropic clay    | 816            | 784      | 784      | 816      | 16             | 16             | 47.68  | 47.68   | .49        | .49        | 1                     |
| Tr-isotropic clay | 1225.713       | 1182.367 | 1179.96  | 1204.04  | 17.43          | 21.67          | 59.6   | 47.68   | .37        | .49        | 1.25                  |
| HOC1(lon. Clay)   | 2291.7         | 2208.3   | 2250     | 2300     | 19             | 41.7           | 90     | 50      | .08        | .5         | 1.8                   |
| LOC (kao. Clay)   | 67775.6        | 67724.38 | 67750    | 67800    | 18.1           | 25.6           | 67.75  | 50      | .322       | .5         | 1.355                 |
| Isotropic sand    | 152.25         | 110.25   | 110.25   | 152.25   | 21             | 21             | 59.64  | 59.64   | .42        | .42        | 1                     |
| Tr-isotropic sand | 68.3375        | 24.85    | 37.275   | 99.4     | 19.12          | 18.64          | 44.73  | 59.64   | .2         | .4         | .75                   |
| SC(sens. Clay)    | 36.83          | 11       | 16.74    | 61.72    | 10.25          | 12.92          | 31     | 50      | .2         | .35        | .62                   |

| $\nu = .5$ | K (this study) | K (luco) | error ( % ) | I (this study) | I ( luco) | error ( % ) |
|------------|----------------|----------|-------------|----------------|-----------|-------------|
| $a_0 = .5$ | 0.97           | 0.97     | 0           | 0.845          | 0.84      | 0.6         |
| 1          | 0.835          | 0.83     | 0.6         | 0.87           | 0.86      | 1.1         |
| 1.5        | 0.62           | 0.61     | 1.6         | 0.895          | 0.88      | 1.7         |
| 2          | 0.35           | 0.34     | 2.9         | 0.925          | 0.9       | 2.8         |

| $\nu = .25$ | K (this study) | K ( luco) | error ( % ) | I (this study) | I ( luco) | error ( % ) |
|-------------|----------------|-----------|-------------|----------------|-----------|-------------|
| $a_0 = .5$  | 0.985          | 0.975     | 1           | 0.82           | 0.815     | 0.6         |
| 1           | 0.91           | 0.9       | 1.1         | 0.85           | 0.84      | 1.2         |
| 1.5         | 0.81           | 0.8       | 1.2         | 0.915          | 0.9       | 1.7         |
| 2           | 0.74           | 0.75      | 1.3         | 0.97           | 0.95      | 2.1         |

شکل (۳): مقایسه ضرایب سختی و میرایی دینامیکی این مقاله با کار Luco [۵] برای دو جسم همسان با ضرایب پواسون ۰.۲۵ و ۰.۵ (پی دایره ای صلب تحت بار قائم هارمونیک)

تغییرات فرکانس به صورت فرکانس بی بعد روی محور افقی در نظر گرفته شده است و هر نمودار برای خاکهایی با ضریب پواسون برابر و نسبت همسانی جانبی متفاوت رسم شده است تا اثر همسانی جانبی دیده شود.

- نمودار شکل (۴) مربوط به سه ماده با  $\nu_{vH} = .25$  و نسبت همسانی جانبی مختلف است:

$n=1$  برای ماده همسان،  $n=.26$  برای E-Composite و  $n=1.09$  برای سنگ aleurolith از نمودار موارد زیر قابل توجه است:

HOC2 نمونه ای در عمق ۱۵ متری می باشد.

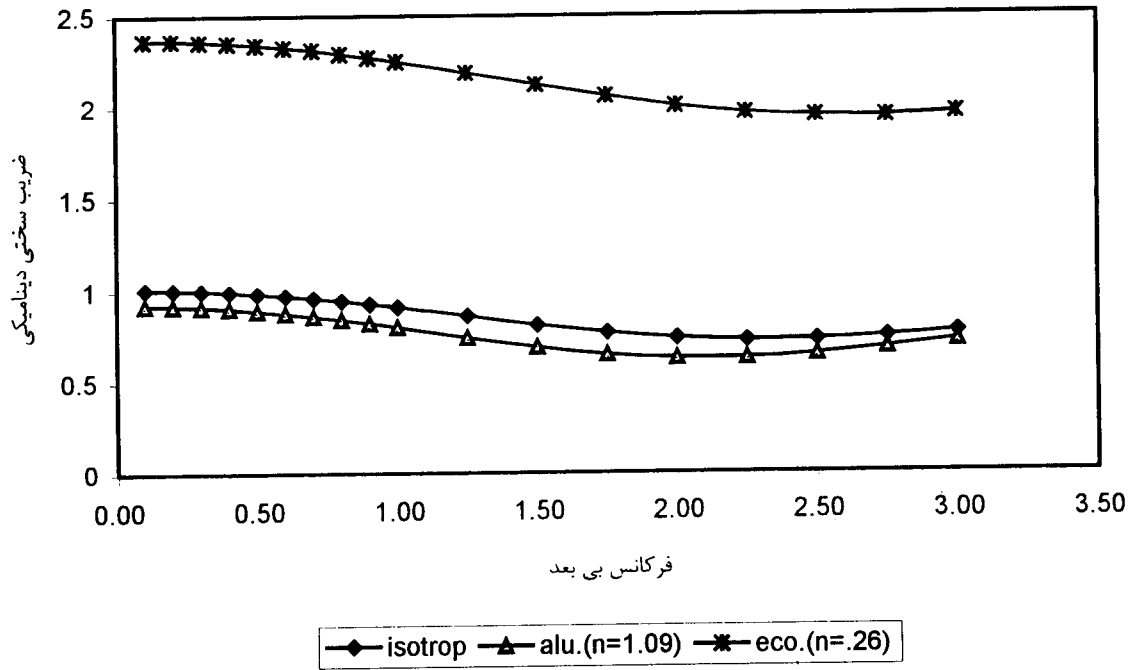
LOC<sup>۵</sup> مربوط به یک نمونه رس با بیش تحکیم یافتگی کم است.

CCS<sup>۶</sup> مربوط به یک نمونه شیل است.

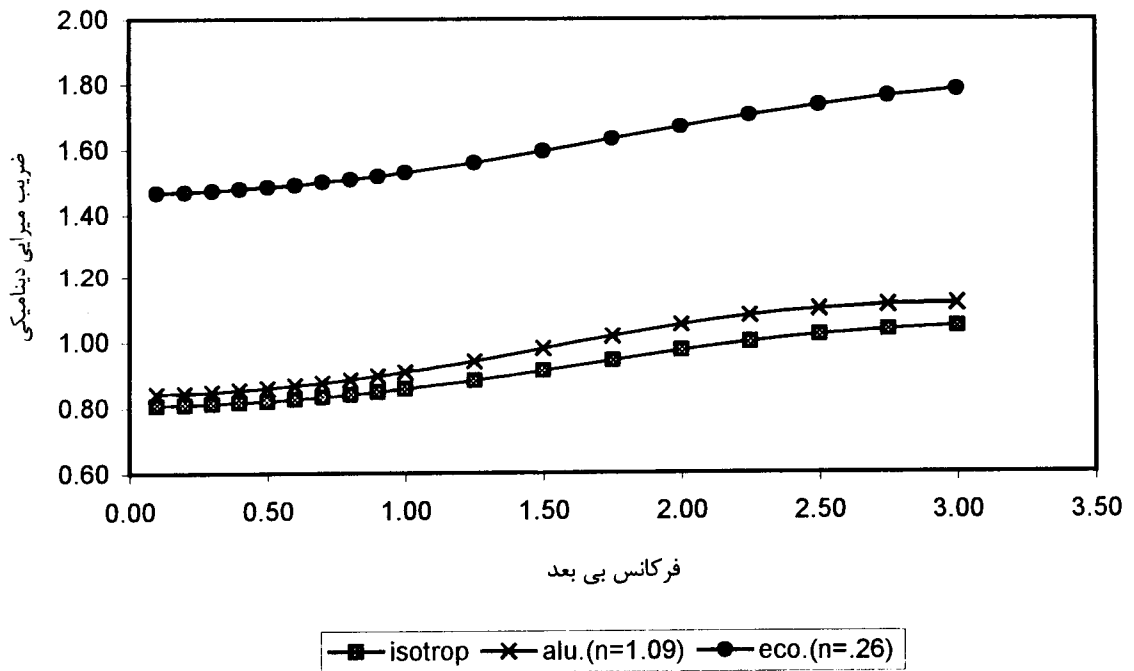
SC<sup>۷</sup> یک نمونه رس حساس می باشد.

Layered soil ترکیب مواد دانه ای آهکی و ماسه ای است.

مقدار تابع امپدانس در این مساله تابع سه پارامتر فرکانس، ضریب پواسون و نسبت همسانی جانبی (n) می باشد.



شکل ۴ - الف : بخش حقیقی تابع امپدانس برای مواد با ضرایب پواسون ۰/۲۵ .



شکل ۴ - ب : بخش موهومی تابع امپدانس برای مواد با ضرایب پواسون ۰/۲۵ .

است، اینکه برای نسبت ناهمسانی کم باتوجه به این ضرایب می توان از اثر ناهمسانی صرفنظر کرد یا نه بستگی به اهمیت پروژه و دقت لازم برای حل مساله دارد.

- نمودار شکل (۵) دو خاک رس با  $v_{VH} = 0.49$  که یکی از آنها همسان و دیگری همسان جانبی با  $n=1.25$  است را همراه با دو خاک دیگر  $HOCl$  با  $n=1.8$  و  $LOC$  با  $n=1.35$  و هردو با  $v_{VH} = 0.5$  نشان می دهد.

۱- برای  $v_{VH} = 0.5$  هم مانند  $v_{VH} = 0.25$  دیده می شود که نمودارها برای خاک همسان و همسان جانبی تقریباً موازی هم هستند.

۲- همانطور که برای  $v_{VH} = 0.25$  دیده شد برای مقدار  $n > 1$  مقدار بخش حقیقی کاهش پیدا می کند که متناسب با مقدار  $n$  است هرچه  $n$  بزرگتر باشد میزان کاهش سختی بیشتر است. بخش میرایی هم برخلاف  $v_{VH} = 0.25$  برای مقدار  $n > 1$  کاهش پیدا می کند که نشانه تاثیر  $v$  در رفتار خاک همسان جانبی است.

۳- خطای ناشی از در نظر نگرفتن همسانی جانبی برای بخش حقیقی در محدوده  $a_0 = 0.1$  برای  $tr.clay$  حدود ۲۴٪، برای  $loc$  ۳۷٪ و برای  $hocl$  نزدیک ۱۰۰٪ است. با افزایش فرکانس همراه با کاهش سختی و ثابت ماندن اختلاف منحنی ها درصد خطا افزایش می یابد و در محدوده  $a_0 = 1.5$  برای  $tr.clay$  به حدود ۴۶٪، برای  $loc$  ۱۰۰٪ و برای  $hocl$  به بیش از ۵ برابر می رسد.

۴- برای بخش موهومی، خطای ناشی از در نظر گفتن اثر همسانی جانبی اگر چه کمتر از خطای بخش حقیقی است ولی بازهم قابل توجه است. در محدوده  $a_0 = 0.1$  برای  $tr.clay$  ایجاد شده در بخش موهومی حدود ۶٪، برای  $loc$  ۱۸٪ و برای  $hocl$  ۴۴٪ است. برای بخش موهومی با افزایش فرکانس خطاها فقط کمی افزایش پیدا می کنند.

باتوجه به میزان خطاهای ذکر شده به وضوح می توان دید که در نظر نگرفتن اثر همسانی جانبی خاک منجر به چه خطای بزرگی می شود.

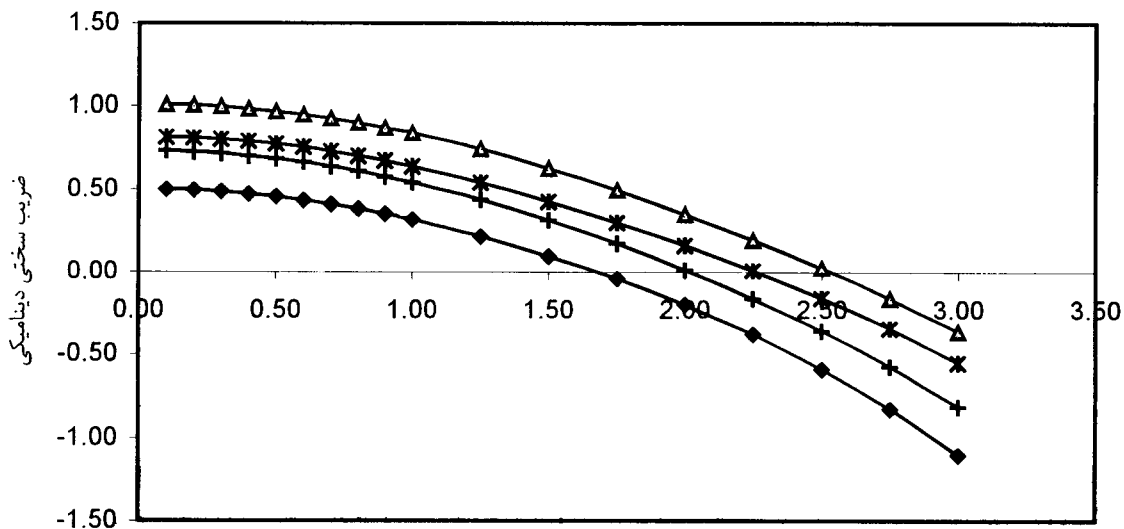
- نمودار شکل (۶) چهار خاک با  $v_{VH} = 0.19$  را که همگی همسان جانبی با نسبت همسانی متفاوت هستند نشان می دهد که عبارت از  $hoc2$  با  $n=2$ ،  $beryl rock$  با  $n=1.07$ ،  $ccs$  با  $n=1.38$  و  $layered soil$  با  $n=0.8$

۱- تغییرات تابع امیدانس با فرکانس برای مواد همسان جانبی تقریباً مشابه ماده همسان است و نمودارها تقریباً موازی اند.

۲- همانطور که به خوبی در نمودارها مشاهده می شود ضریب سختی برای  $E-Co(n=0.26)$  بیشتر از ماده همسان و برای  $alu(n=1.09)$  کمتر از ماده همسان است که البته میزان بیشتر یا کمتر بودن ضریب سختی متناسب با درجه همسانی جانبی هر ماده است. بنابراین باتوجه به اینکه  $n$  نسبت مدول ارتجاعی در صفحه همسانی ( $E_H$ ) به مدول ارتجاعی در صفحه عمود بر صفحه همسانی ( $E_V$ ) است، وقتی  $n < 1$  باشد یعنی  $E_V > E_H$  و ضریب سختی دینامیکی در برابر بار قائم افزایش می یابد و برعکس وقتی  $E_V < E_H$  ضریب سختی (بخش موهومی تابع امیدانس) برای هر دو ماده همسان جانبی نسبت به ماده همسان افزایش می یابد و میزان نسبت همسانی جانبی بیشتر باشد میزان افزایش ضریب میرایی دینامیکی بیشتر است.

به نظر می رسد می توان اثر همسانی جانبی را با ضرب کردن یک ضریب در بخش حقیقی و موهومی تابع امیدانس مربوط به خاک همسان، که تابع  $n$  و  $a_0$  (و  $v$  که از مقایسه نمودارها باهم نتیجه می شود) باشد، در نظر گرفت. به طور مثال در  $v = 0.25$  برای  $n = 0.26$ ، در فرکانسهای پایین با ضرب عددی حدود ۲/۳ در بخش حقیقی و عددی حدود ۱/۸ در بخش موهومی تابع امیدانس ماده همسان، می توان تابع امیدانس ماده همسان جانبی را به دست آورد (باتوجه به مقدار ضرایب دیده می شود که برای نسبت ناهمسانی بالا خطای ناشی از در نظر نگرفتن ناهمسانی خیلی زیاد یعنی حدود ۵۰ درصد برای بخش حقیقی و ۴۰ درصد برای بخش موهومی است) یا برای  $n = 1.09$  در فرکانسهای پایین با ضرب عددی حدود ۰/۹۱ در بخش حقیقی و عددی حدود ۱/۰۵ در بخش موهومی تابع امیدانس ماده همسان می توان تابع امیدانس ماده همسان جانبی را حساب کرد. میزان خطای ناشی از در نظر نگرفتن ناهمسانی حدود ۹ درصد برای بخش حقیقی و ۵ درصد برای بخش موهومی

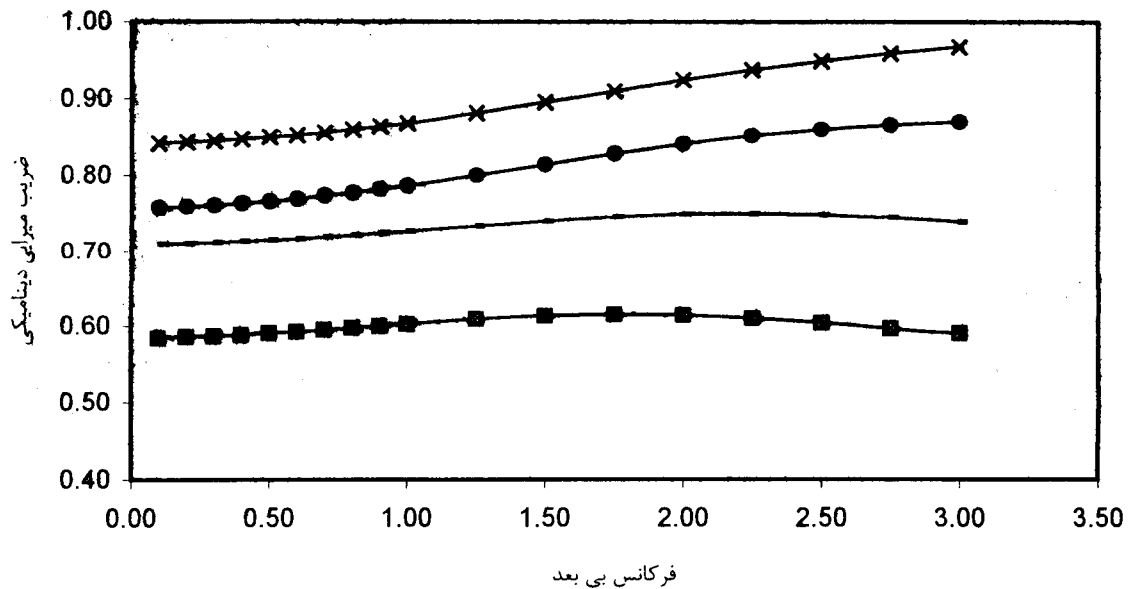




فرکانس بی بعد

—♦— hoc1(n=1.8) —▲— istrp clay —\*— tr.clay(n=1.25) —+— loc(n=1.35)

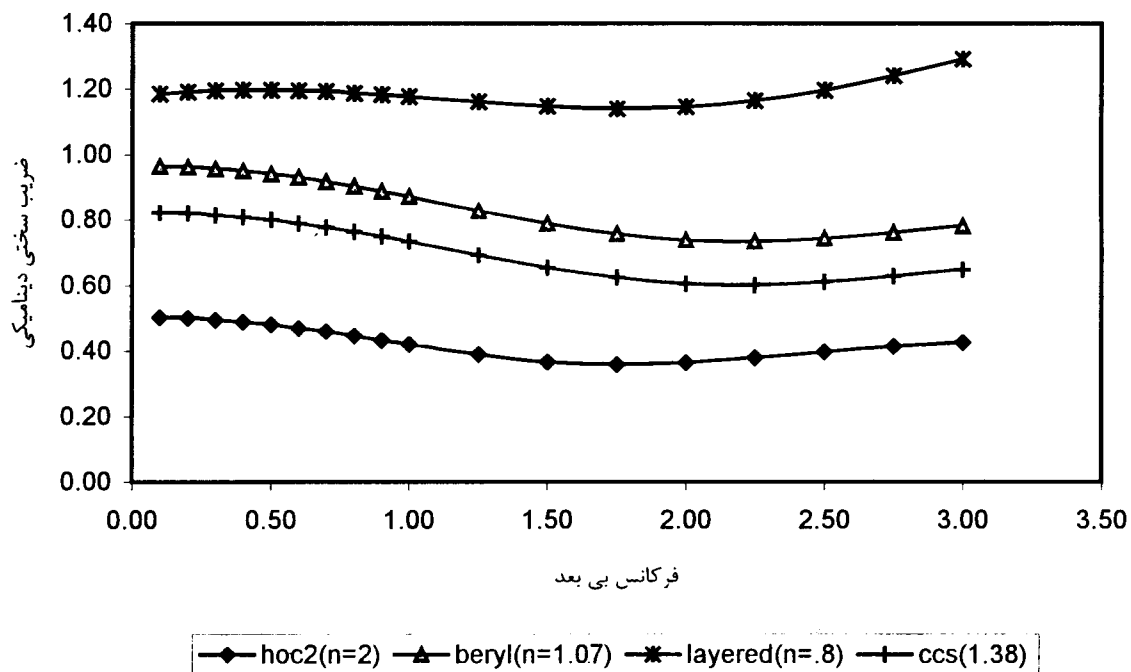
شکل ۵ - الف : بخش حقیقی تابع امیدانس برای مواد با ضرایب پواسون ۰/۵ .



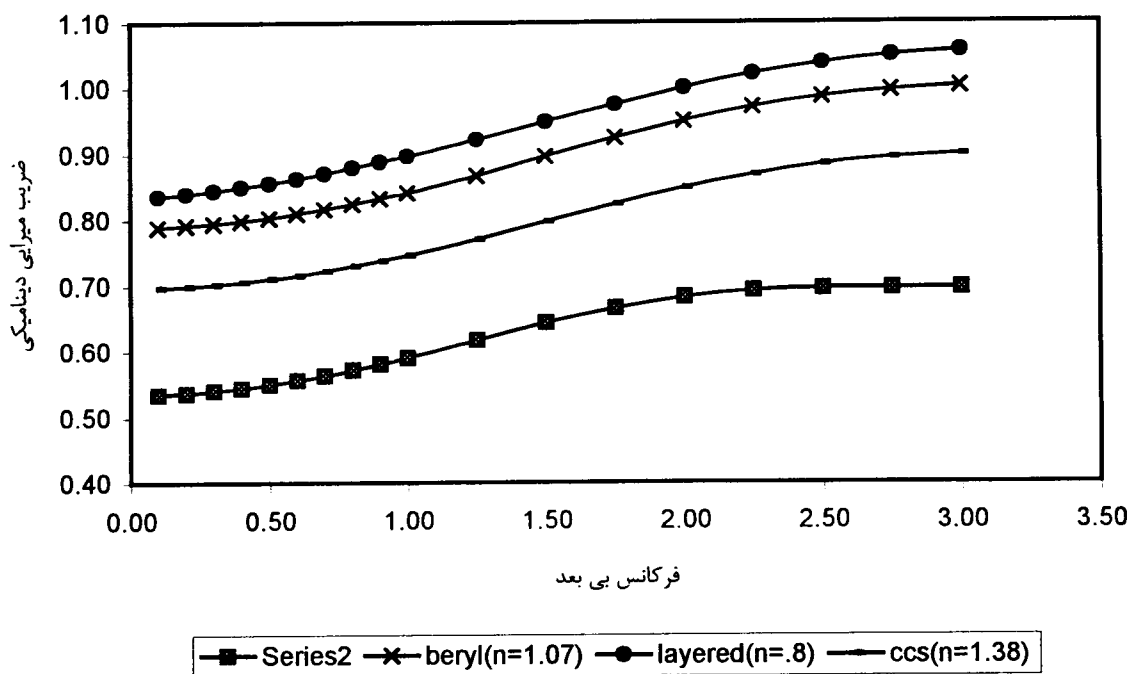
فرکانس بی بعد

—■— hoc1(n=1.8) —×— istrp clay —●— tr.clay(n=1.25) ——— loc(n=1.35)

شکل ۵ - ب : بخش موهومی تابع امیدانس برای مواد با ضرایب پواسون ۰/۵ .



شکل ۶- الف : بخش حقیقی تابع امپدانس برای مواد با ضرایب پواسون ۰/۱۹ .



شکل ۶- ب : بخش موهومی تابع امپدانس برای مواد با ضرایب پواسون ۰/۱۹ .

همسان در نظر گرفته می شود و از این طریق خطایی وارد کار می گردد. پس لازم است تا میزان این خطا به درستی برآورد شود تا اگر میزان خطا در موردی قابل توجه بود این فرض اصلاح شود.

در این مقاله اثر همسانی جانبی خاک بر تابع امیدانس یک پی دایره ای صلب که تحت بار قائم هارمونیک قرار دارد بررسی شده است و نتایج بدست آمده نشان می دهد که اثر ناهمسانی اثر قابل توجهی است.

همانگونه که دیده شد تقریباً برای همه ضرایب پواسون از ۰/۱۹ تا ۰/۵ نتایج مربوط به خاک همسان با خاک همسان جانبی تفاوت قابل ملاحظه ای دارند و در بیشتر موارد در نظر گرفتن همسانی جانبی منجر به تغییرات شدید سختی دینامیکی می شود که در نظر نگرفتن آن در تحلیلها می تواند خطرناک باشد. در بیشتر موارد میزان اختلاف بین ضرایب سختی و میرایی خاک همسان جانبی و خاک همسان با تغییرات فرکانس تغییر چندانی نمی کند و نمودارها موازی یکدیگر باقی می ماند. میزان خطای ناشی از صرفنظر کردن از همسانی جانبی خاک به نسبت همسانی خاک بستگی دارد و هرچه ناهمسانی بیشتر باشد مقدار خطا بیشتر است. همانطوری که در شکلها مشاهده می شود، به نظر می رسد در فرکانسهای پایین و نزدیک به بارگذاری استاتیکی میزان خطاهای ایجاد شده در ضریب سختی دینامیکی تقریباً با نسبت همسانی رابطه خطی دارند، به این صورت که مثلاً برای خاکی با  $n=1.25$  میزان خطای ایجاد شده در فرکانسهای پایین در بخش حقیقی تابع امیدانس حدود ۲۵٪ است یا برای  $n=2$  خطا حدود ۱۰۰٪ می باشد.

می باشند که از این میان beryl rock نزدیکترین آنها به خاک همسان است.

۱- مانند نمودارهای قبلی در اینجا هم دیده می شود که نمودارهای تغییرات سختی باهم و تغییرات میرایی باهم تقریباً موازی اند.

۲- در اینجا هم دیده می شود که با افزایش  $n$  هم ضریب سختی و هم ضریب میرایی کاهش می یابد که میزان کاهش با مقدار  $n$  متناسب است.

درصد خطای ایجاد شده در اثر صرفنظر کردن از اثر همسانی جانبی در  $a_0 = 0.5$  و برای بخش حقیقی عبارت است از: برای  $hoc2$  ۹۵٪، برای  $ccs$  ۱۷٪ و برای layered soil برابر ۲۲٪، برای بخش موهومی خطای  $hoc2$  ۴۵٪، برای  $ccs$  ۱۳٪ و برای layered oil برابر ۷٪ می باشد. بازهم دیده می شود که میزان خطاها با توجه به نسبت ناهمسانی قابل توجه می باشد.

## خلاصه و نتیجه گیری

تعیین دقیق تابع امیدانس شاید مهمترین دغدغه کسانی است که با پی ماشین آلات مرتعش سرو کار دارند. در این نوع پی ها معمولاً به دلیل اهمیت و مخارج ماشین آلات لازم است تا پی ها به خوبی تحلیل شده و توابع امیدانس با دقت قابل قبولی به دست آیند. به همین دلیل در طول سالها محققان و مهندسان روشهای مختلف تحلیل را به کار برده اند و بدین وسیله سعی کرده اند تا با کنترل اثر عوامل مختلف بر پی ماشین آلات دقت کار خود را بالا ببرند.

یکی از این موارد ناهمسانی خاک است. همانطور که می دانیم، خاک ماده ای ناهمسان و به طور دقیق تر همسان جانبی است که این خاصیت بر رفتار مقاومتی خاک اثر می گذارد. اما معمولاً در تحلیلها خاک به صورت

## مراجع

- 1 - Noorzad, A. Konagai, K. (1994). "Effect of degree of saturation on the impedance of a rigid circular disk on a semi-infinite porous medium." *Proc. Of 9<sup>th</sup> JEES*.
- ۲- دائیان، ن. بررسی اثر همسانی جانبی خاک بر سختی دینامیکی پی دایره ای صلب. پایان نامه کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران دانشکده فنی، دانشگاه تهران (۱۳۷۸).

- 3 – Lekhnitskii, S. G. (1981). *Theory of elasticity of an anisotropic body*. Mir, Moscow.
- 4 – Graff, K. F. (1975). *Wave motion in elastic solids*. Dover publication.
- 5 – Sieffert, J. G. and Cevaer, F. (1991). *Handbook of impedance function*. Quest editions, Nantes.
- 6 – Gazetas, G. (1983). "Analysis of machine foundation vibrations: state-of-the-art." *Soil Dynamics & Earthq. Engrg.*, Vol. 2, No. 1, PP. 2-42.
- 7 – Liu, Weiming Novak and Millos. (1995). "Dynamic behaviour of turbine-generator foundation systems." *Earthq. Engrg. & Structural Dynamivs*, Vol. 24, PP. 339-360.
- 8 – Bycroft, G. N. (1977). "Soil-structure interaction of higher frequency factors." *Earthq. Engrg. & Structural Dynamics*, Vol. 5.

### واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 – Lamb
- 2 – Uncouple
- 3 – Glass-Epoxy Composite
- 4 – Highly Overconsolidated London Clay
- 5 – Lightly Overconsolidated Kaolinite Clay
- 6 – Colorado Clay Shale
- 7 – Sensitive Clay