

# گسترش مدل جدید برای حل مسائل پیش بینی توزیع سفر در شبکه های حمل و نقل با پارامترهای غیر دقیق

میربهادر قلی آریانزاد

دانشیار دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه علم و صنعت

فرا مک زندگی

دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه علم و صنعت

(تاریخ دریافت ۸۰/۱۰/۱۵، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۲/۳/۱۰، تاریخ تصویب ۸۲/۷/۱۲)

## چکیده

برای حل مسائل پیش‌بینی توزیع سفر در مدل جاذبه موجود، از روش هیورستیک استفاده می‌گردد که روابط بین این پارامترها تواما در نظر گرفته نمی‌شوند و در نتیجه تعداد مراحل تصحیح و زمان حل افزایش می‌یابند. در این مقاله مدل ریاضی جدیدی ارائه می‌گردد که این ضعف روش موجود را برطرف کرده است. از طرف دیگر، در دنیای واقعی، پارامترهای یک شبکه حمل و نقل از قبیل زمان طی کردن فاصله بین هر دو منطقه را نمی‌توان به طور دقیق و قطعی<sup>۱</sup> تعریف نمود، لذا لازم است زمان طی کردن این فاصله بین هر دو منطقه را بصورت یک بازه زمانی تعریف نمود که این بازه زودترین و دیرترین زمان طی شدن مسافت بین دو منطقه را نشان می‌دهد. لذا در مدل پیشنهادی، به هر پارامترها یک توزیع امکان تخصیص داده میشود. در این مقاله، ابتدا هر دو روش موجود و پیشنهادی توضیح داده شده و در ادامه ضمن ارائه یک مثال، نتایج دو روش مقایسه می‌گردند.

## واژه های کلیدی: توزیع سفر، جاذبه، فازی، تصمیم گیری چندهدفه

## مقدمه

از جمله مدلها پیش بینی توزیع سفر، مدل جاذبه می باشد، اما ضعف این مدل از آنجا ناشی می شود اولاً، بر اساس یک مدل اولیه، پارامترها را بطور جداگانه تصحیح و تنظیم نموده تا مدل نهایی حاصل گردد. لذا لحاظ نکردن وابستگی پارامترها به یکدیگر منجر می شود که تعداد دفعات تکرار برای رسیدن به مدل نهایی بسیار زیاد گردد. ثانیاً، پارامترهای شبکه حمل و نقل دقیق و قطعی فرض شده اند. اما چون مقادیر پارامترهای شبکه های حمل و نقل را که بر اساس پیش بینی های آماری و نمونه گیری بدست آمده اند (از قبیل زمان طی کردن فاصله مابین مناطق و یا تعداد سفرهای تولید شده. یا جذب شده توسط هر منطقه). لازم است، بصورت دامنه ای از اعداد ممکن، در یک بازه تعریف گردند. از طرف دیگر نیز، امکان اخذ مقادیر مختلف در این بازه یکسان نمی باشد، پس بایستی برای مقادیر هر پارامتر، یک توزیع امکان<sup>۲</sup> لحاظ گردد.

در بخش مرور ادبیات مقاله، این موضوع مشاهده می گردد

که: در این زمینه تحقیقاتی در سالهای ۱۹۸۳ [۲] و در سال ۱۹۸۷ توسط CM Guy [۴] و ۱۹۸۹ توسط Kaj Holmberg [۶] و در سال ۱۹۹۰ توسط T.C [۱۰] Bailey S. Erlander صورت گرفته است. در سال ۱۹۸۰ VanZuylen همراه Willumsen و در سال ۱۹۸۸، Fisk استفاده از روش ماکزیمم آنتروپی را در مدلهای توزیع سفر توسعه داده اند.

در بکارگیری روش ماکزیمم درستنمایی در مطالعات ماتریس مبدا-مقصد، توسط Geva در سال ۱۹۸۳، C M Guy در سال ۱۹۸۶، Spiess [۹] در سال ۱۹۸۷ و Maher [۱۱] در سال ۱۹۹۲ مقالاتی ارائه گردیده اند. توسعه روشهای استنتاج آماری و پیش بینی مدلهای جاذبه از طریق مدل Bayesian، از جمله تحقیقاتی می باشد که در سال ۱۹۹۴ توسط Mick Vest انجام گردیده است. در سال ۱۹۹۷، Matyus، در سال ۱۹۹۹ Breuss [۱۱]، در سال ۲۰۰۰، Egger [۵] و در سال ۲۰۰۲ در یک کار تحقیقاتی توسط دانشگاه نروژ، در مقالاتی تحت عنوان مدلهای یکپارچه جاذبه، ویژگیهای

$F_{ij}^{(d)}$ : مقدار تصحیح شده فاکتور زمان سفر  $F_{ij}$  پس از  $d$  بار تصحیح می باشد که از رابطه زیر محاسبه میشود:

$$F_{ij}^{(d)} = \frac{F_{ij}^{(d-1)} \cdot S_i}{G_i^{(d-1)}} \quad (۳)$$

که در آن:  $S_i$ : تعداد سفرهایی از شبکه داده شده برای زمان حال است که زمان سفرشان در فاصله زمانی  $t$  قرار می گیرد

$G_i^{(d-1)}$ : تعداد سفرهایی از مدل جاذبه است که زمان سفرشان در فاصله زمانی  $t$  قرار می گیرد:

$$G_i^{(0)} = \sum_{l=k} T_{ij}^{(c)} \quad k = 1, 2, \dots, h \quad (۴)$$

$$G_i^{(d-1)} = \sum_{l=k} T_{ij}^{(c, d-1)}$$

$$F_{ij}^{(0)} = \frac{1}{t_{ij}^2}$$

(۵)

حال برای کالیبره کردن مدل، مقادیر  $F_{ij}$  و  $A_j$  بایستی تصحیح گردند. این عملیات تصحیح چندین بار تکرار شده تا مقادیر حاصله از مدل جاذبه به اندازه کافی به توزیع سفرهای فعلی نزدیک گردند. از این مدل کالیبره شده برای بدست آوردن توزیع سفر آینده استفاده می گردد. شرط توقف آنست که مقادیر بدست آمده به اندازه کافی به تعداد سفرهای جذب شده توسط هر منطقه جذب کننده نزدیک شوند. در غیر اینصورت، بایستی مجدداً تصحیح های  $A_j$  تکرار گردند.

در تحلیل کردن روش موجود، این روش در واقع به دنبال تأمین کردن محدودیتهای ذیل می باشد. مجموع تعداد سفرهای توزیع شده از هر منطقه جذب کننده در شبکه های حمل و نقل باید برابر تعداد سفرهای جذب شده آن منطقه باشد و در ضمن توزیع فراوانی زمان سفر بدست آمده در مدل پیشنهادی برابر توزیع داده شده در شبکه برای زمان حال باشد. مشکلات روش موجود عبارتند از:

۱ - محدودیتهای فوق بطور همزمان و توأم مدنظر قرار نگرفته اند و تأمین کردن هر یک از آنها، یکی پس از دیگری و بصورت هیورستیک انجام می شود. که به علت

اجتماعی و اقتصادی سفر کننده را بررسی نموده اند. همچنین Jens Petter Gitlezen [۸] در سال ۱۹۹۹ مقاله ای را که در آن جریان توزیع سفر نسبت به زمان تغییر میکنند را ارائه کرده اند. اما در تاریخچه آمده، بهبود روش موجود از طریق مدلهای چند هدفه در محیط فازی مطرح نگردیده است. در این مقاله مدلی ارائه می گردد که در آن، روابط مابین پارامترها شبکه حمل و نقل نه تنها توأم در نظر گرفته می شود، بلکه پارامترهای آن نیز غیر دقیق فرض می شوند.

در ساختار این مقاله، ابتدا روش موجود و سپس روش پیشنهادی، مرکب از تابع هدف و محدودیتهای مدل، توضیح داده می شود و در ادامه ضمن ارائه یک مثال، نتایج دو روش مقایسه می گردند.

## روش موجود

در این روش، تعداد سفرهای رد و بدل شده بین هر دو منطقه از رابطه زیر محاسبه می گردد [۸]:

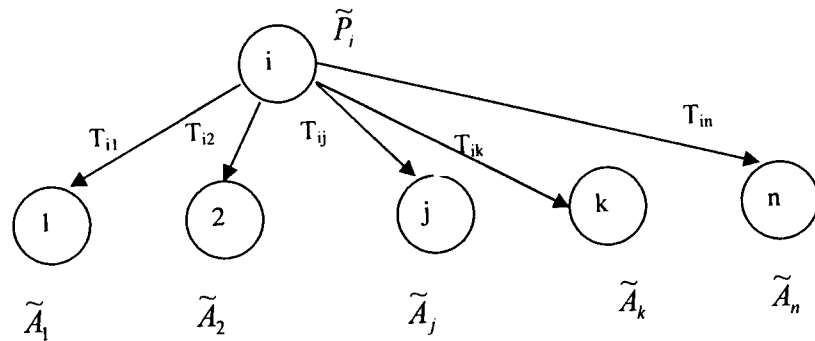
$$T_{ij}^{(c, d)} = P_i \frac{A_j b_j^{(c)} F_{ij}^{(d)} K_{ij}}{\sum_{j=1}^n A_j b_j^{(c)} F_{ij}^{(d)} K_{ij}} \quad (۱)$$

که در آن:

$T_{ij}^{(c, d)}$ : تعداد سفرهای ردوبدل شده مابین دو منطقه  $i$  و  $j$  پس از  $c$  مرتبه تصحیح  $A_j$  و  $d$  مرتبه تصحیح  $F_{ij}$   
 $P_i$ : تعداد سفرهای تولید شده توسط منطقه  $i$   
 $A_j$ : تعداد سفرهای جذب شده توسط منطقه  $j$   
 $t_{ij}$ : زمان سفر بین دو منطقه  $i$  و  $j$   
 $K_{ij}$ : ضریبی است برای در نظر گرفتن عوامل اقتصادی و اجتماعی موجود بین دو منطقه  $i$  و  $j$   
 $b_j^{(c)}$ : ضریب تصحیح  $A_j$  در  $c$  امین مرتبه تکرار می باشد که از رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$b_j^{(c)} = b_j^{(c-1)} \frac{A_j}{\sum_{i=1}^m T_{ij}^{(c-1)}} \quad (۲)$$

که در آن:  $b_j^{(0)} = 1$



شکل ۱: توزیع سفر از منطقه  $i$  به مناطق جذب کننده.

$$\tilde{P}_i = (P_{i1}, P_{i2}, P_{i3}, P_{i4})$$

$$\tilde{A}_j = (A_{j1}, A_{j2}, A_{j3}, A_{j4})$$

$$\tilde{F}_{ij} = (F_{ij1}, F_{ij2}, F_{ij3}, F_{ij4})$$

$$\tilde{K}_{ij} = (K_{ij1}, K_{ij2}, K_{ij3}, K_{ij4})$$

(۶)

### قدم ۱

با کمک روش فولر، این پارامترها، به پارامترهای قطعی تبدیل می شوند [۶]:

$$P_i = \frac{1}{3}[P_{i1} + P_{i3} + \frac{1}{2}(P_{i2} + P_{i4})]$$

$$A_j = \frac{1}{3}[A_{j1} + A_{j3} + \frac{1}{2}(A_{j2} + A_{j4})]$$

$$F_{ij} = \frac{1}{3}[F_{ij1} + F_{ij3} + \frac{1}{2}(F_{ij2} + F_{ij4})]$$

$$K_{ij} = \frac{1}{3}[K_{ij1} + K_{ij3} + \frac{1}{2}(K_{ij2} + K_{ij4})]$$

(۷)

### قدم ۲: توابع هدف

تابع هدف ۱: انحراف مجموع سفرهای جذب شده توسط هر منطقه جذب کننده سفر از  $\tilde{A}_j$  بایستی مینیمم شود، پس به عنوان تابع هدف می توان نوشت:

$$\min \tilde{A}_j - \sum_i T_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

(۸)

که می توان بر طبق روابط (۶) و (۷) نوشت:

وابستگی پارامترهای شبکه به یکدیگر در صورت تأمین کردن یکی از محدودیتهای فوق، ضمن تلاش برای تأمین کردن محدودیتهای دیگر، محدودیتهای قبلی دیگر برقرار نخواهد بود. لذا به این دلیل تعداد دفعات تکرار لازم برای دستیابی به این محدودیتهای در این روشها، بالاخص در شبکه های بزرگ حمل و نقل، به تعداد چشمگیری افزایش می یابد.

۲- در دنیای واقعی، پارامترهای شبکه حمل و نقل را (از قبیل زمان دقیق طی کردن فاصله بین هر دو منطقه) نمی توان دقیق تعریف نمود و با توجه به اینکه تعداد سفرهای تولید شده یا جذب شده توسط هر منطقه بر اساس پیش بینی های آماری و نمونه گیری بدست آمده اند، لذا لازم است که شبکه های حمل و نقل در محیط فازی بررسی گردند.

۳- هیچ تفرانسی برای ارضا شدن تمام محدودیتهای بطور توأم در ابتدای حل مشخص نشده اند.

لذا در این مقاله مدلی ارائه می گردد که فاقد مشکلات روش موجود باشد و با تفرانس تعریف شده در محیط فازی توأمأ تمام محدودیتهای ذکر شده را همزمان لحاظ نماید.

### روش پیشنهادی

فرض کنید در یک شبکه حمل و نقل  $i$ ، منطقه تولید کننده سفر و مناطق  $j=1, 2, \dots, n$  جذب کننده سفر باشند:

که در آن  $\tilde{P}_i, \tilde{A}_j, \tilde{K}_{ij}, \tilde{F}_{ij}$  هر یک دارای توزیع امکان بصورت یک عدد ذوزنقه ای می باشند:

می توان نوشت :

$$T_{ij} = P_i \frac{A_j F_{ij} K_{ij} x_{ij}}{\sum_{j=1}^n A_j F_{ij} K_{ij} x_{ij}} \quad (۱۵)$$

رابطه (۱۵) برای مناطق  $i, k$  بصورت زیر خواهد بود:

$$T_{ik} = P_i \frac{A_k F_{ik} K_{ik} x_{ik}}{\sum_{k=1}^n A_k F_{ik} K_{ik} x_{ik}} = P_i \frac{A_k F_{ik} K_{ik} x_{ik}}{\sum_{i=1}^n A_j F_{ij} K_{ij} x_{ij}} \quad (۱۶)$$

حال از تقسیم کردن روابط (۱۵) و (۱۶) بر یکدیگر نتیجه می شود:

$$\frac{T_{ij}}{T_{ik}} = \frac{K_{ij} \cdot A_j \cdot F_{ij} \cdot x_{ij}}{K_{ik} \cdot A_k \cdot F_{ik} \cdot x_{ik}} \quad (۱۷)$$

با فرض  $y_{ik} = \frac{1}{x_{ik}}$  می توان نوشت :

$$\frac{T_{ij}}{T_{ik}} = \frac{K_{ij} \cdot A_j \cdot F_{ij}}{K_{ik} \cdot A_k \cdot F_{ik}} \cdot x_{ij} \cdot y_{ik} \quad (۱۸)$$

یا :

$$T_{ij} \cdot K_{ik} \cdot A_k \cdot F_{ik} - T_{ik} \cdot K_{ij} \cdot A_j \cdot F_{ij} \cdot x_{ij} \cdot y_{ik} = 0$$

$$j, k = 1, 2, \dots, n \\ j \neq k$$

(۱۹)

**محدودیت ۲:** با توجه به اینکه بایستی، مجموع تمام سفرهای توزیع شده از یک منطقه تولید کننده سفر برابر سفرهای تولید شده از آن منطقه باشد، می توان نوشت:

$$\sum_j T_{ij} = \tilde{P}_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (۲۰)$$

که با استفاده از روابط (۶) و (۷) داریم :

$$\sum_j T_{ij} = P_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (۲۱)$$

$$\min A_j - \sum_i T_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

(۹)

**تابع هدف ۲:** از طرف دیگر در این مدل، بایستی انحراف مجموع فراوانی سفرهای  $\tilde{t}$  دقیقه ای داده شده در شبکه وبدست آمده از مدل جاذبه مینیمم شود (به منظور داشتن توزیع فراوانی یکسان داده شده از شبکه وبدست آمده از مدل جاذبه )، یعنی :

$$\min \sum_{\tilde{t}=t_i} \tilde{T}_{ij}(s_{\tilde{t}}) - \sum_{\tilde{t}=t_i} T_{ij}(G_{\tilde{t}}) \quad \tilde{t}_i = \tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \dots, \tilde{t}_h \quad (۱۰)$$

$\tilde{T}_{ij}(S_{\tilde{t}})$  : تعداد سفرهای داده شده  $\tilde{t}$  دقیقه ایست که مابین مناطق  $i$  و  $j$  در شبکه رد وبدل میشوند.

$T_{ij}(G_{\tilde{t}})$  : تعداد سفرهای  $\tilde{t}$  دقیقه ایست که بر اساس مدل جاذبه بایستی بین مناطق  $i$  و  $j$  رد وبدل شوند.

$\tilde{t}_i$  و  $\tilde{T}_{ij}(s_{\tilde{t}})$  اعداد فازی به فرم زیر می باشند :

$$\tilde{t}_i = (t_{i1}, t_{i2}, t_{i3}, t_{i4}) \\ \tilde{T}_{ij}(s_{\tilde{t}}) = (T_{ij1}(s_{\tilde{t}}), T_{ij2}(s_{\tilde{t}}), T_{ij3}(s_{\tilde{t}}), T_{ij4}(s_{\tilde{t}})) \quad (۱۱)$$

حال مجدداً با استفاده از روش فولر داریم :

$$t_i = \frac{1}{3} \left[ t_{i1} + t_{i3} + \frac{1}{2}(t_{i2} + t_{i4}) \right] \\ T_{ij}(s_i) = \frac{1}{3} \left[ T_{ij1}(s_i) + T_{ij3}(s_i) + \frac{1}{2}(T_{ij2}(s_i) + T_{ij4}(s_i)) \right] \quad (۱۲)$$

لذا می توان با استفاده از روابط (۱۱) و (۱۲) رابطه (۱۰) را به صورت ذیل نوشت

$$\min \sum_{i=1}^{t_h} T_{ij}(s_i) - \sum_{i=1}^{t_h} T_{ij}(G_i) \quad (۱۳)$$

**قدم ۳: محدودیتها**

**محدودیت ۱)** با در نظر گرفتن روابط (۱)، (۲) و (۳) و با فرض :

$$x_{ij} = b_j^{(c)} \frac{S_i}{G_i^{(d-1)}} \quad (۱۴)$$

$$\mu_i(T_{ij}) = \begin{cases} 1 + \frac{f_i}{q_i} & -P_i \leq f_i \leq 0 \\ 1 - \frac{f_i}{q_i} & 0 < f_i \leq q_i \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

(۲۴)

که در آن  $q_j$  و  $q_i$  به ترتیب تلرانسهای توابع هدف  $f_j$  و  $f_i$  می باشند.

اکنون با استفاده از روش زیمرمن<sup>۳</sup> برای حل مسائل برنامه ریزی ریاضی فازی بایستی [۷]

$$\min \min[\mu_j(T_{ij}), \mu_i(T_{ij})]$$

(۲۵)

با فرض:

$$\min[\mu_j(T_{ij}), \mu_i(T_{ij})] = \lambda$$

(۲۶)

آنگاه:

$$\lambda \leq \mu_j(T_{ij})$$

$$\lambda \leq \mu_i(T_{ij})$$

(۲۷)

بر طبق روابط (۲۴) و (۲۷) نتیجه میشود:

$$\lambda \leq 1 + \frac{f_j}{q_j}, \lambda \leq 1 - \frac{f_j}{q_j}, \lambda \leq$$

$$1 + \frac{f_i}{q_i}, \lambda \leq 1 - \frac{f_i}{q_i}$$

و یا به عبارت دیگر:

$$(\lambda - 1)q_i \leq f_i \leq (1 - \lambda)q_i$$

و

$$(\lambda - 1)q_j \leq f_j \leq (1 - \lambda)q_j$$

(۲۸)

اکنون با استفاده از روابط (۲۳) و (۲۵) و (۲۸) مدل کلی بصورت زیر خواهد شد:

$$\min \lambda$$

st :

لذا مدل کلی را بصورت یک مدل MODM [۵] زیر می توان نوشت:

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$$\min f_j = A_j - \sum_{i=1}^m T_{ij}$$

$$t_i = t_1, t_2, \dots, t_h$$

$$\min f_i = \sum_{i=1}^m T_{ij}(s_i) - \sum_{i=1}^m T_{ij}(G_i)$$

st :

$$T_{ij} \cdot K_{ik} \cdot A_k \cdot F_{ik} - T_{ik} \cdot k_{ij} \cdot A_j \cdot F_{ij} \cdot x_{ij} \cdot y_{ik} = 0$$

$$j, k = 1, 2, \dots, n \\ j \neq k$$

$$\sum_j T_{ij} = P_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$T_{ij}, x_{ij}, y_{ik} \geq 0$$

(۲۲)

با در نظر گرفتن اینکه مقدار صفر برای توابع هدف مدل فوق در ارجحیت می باشد، می توان مدل معادل آنرا بصورت زیر نوشت:

$$\text{find } T_{ij}$$

st :

$$T_{ij} \cdot K_{ik} \cdot A_k \cdot F_{ik} - T_{ik} \cdot k_{ij} \cdot A_j \cdot F_{ij} \cdot x_{ij} \cdot y_{ik} = 0$$

$$\sum_i T_{ij} = P_i$$

$$f_j \geq 0$$

$$f_i \geq 0$$

$$T_{ij}, x_{ij}, y_{ik} \geq 0$$

(۲۳)

لذا می توان تابع عضویت زیر را برای  $f_i$  و  $f_j$  تعریف کرد [۶]

$$\mu_j(T_{ij}) = \begin{cases} 1 + \frac{f_j}{q_j} & -q_j < f_j \leq 0 \\ 1 - \frac{f_j}{q_j} & 0 < f_j \leq q_j \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

تفرانس جدید می باشد که ممکن است با تفرانس اولیه  $q_j$  فرق داشته باشد. اگر  $\tilde{t}_{ij}$  تغییر نماید در حالتیکه  $\tilde{t}_{ij}$  جدید در شبکه تعریف گردیده باشد به کمک روش فولر بایستی ابتدا به اعداد قطعی تبدیل و سپس با استفاده از اینترپولاسیون مقدار  $F_{ij}^*$  برای این مقدار  $t_{ij}$  محاسبه می گردد.

**مثال عددی**

شبکه حمل و نقل ذیل را در نظر بگیرید. [۸]

که در آن :

$k_{ij} = 1$

$\tilde{T}_{13} = (190, 200, 200, 210)$

$\tilde{P}_1 = (480, 500, 500, 520)$

$\tilde{T}_{14} = (290, 300, 300, 310)$

$\tilde{P}_2 = (580, 600, 600, 620)$

$\tilde{T}_{24} = (490, 500, 500, 510)$

$\tilde{T}_{23} = (90, 100, 100, 110)$

$\tilde{A}_3 = (280, 300, 300, 320)$

$\tilde{A}_4 = (780, 800, 800, 820)$

$\tilde{t}_{13} = \tilde{t}_{24} = (4, 5, 6, 7)$

$\tilde{t}_{23} = \tilde{t}_{14} = (8, 9, 10, 11)$

$$T_{ij} \cdot K_{ik} \cdot A_k \cdot F_{ik} - T_{ik} \cdot K_{ij} \cdot A_j \cdot F_{ij} \cdot x_{ij} \cdot y_{ik} = 0$$

$$j, k = 1, 2, \dots, n$$

$$j \neq k$$

$$\sum_j T_{ij} = P_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$(\lambda - 1)q_j \leq A_j - \sum_i T_{ij} \leq (1 - \lambda)q_j$$

$$(\lambda - 1)q_i \leq \sum_j T_{ij}(S_j) - \sum_j T_{ij}(G_j) \leq (1 - \lambda)q_i$$

$$T_{ij}, x_{ij}, y_{ik} \geq 0$$

(۲۹)

**قدم ۴: پیش بینی توزیع سفر آینده**

چون مقادیر پارامترهای  $\tilde{P}_i$  و  $\tilde{A}_j$  و  $\tilde{t}_{ij}$  (یا  $\tilde{F}_{ij}$ ) و  $\tilde{k}_{ij}$  شبکه حمل و نقل تغییر می نماید، لذا پیش بینی توزیع سفر آینده از مدل زیر محاسبه می گردد:

min  $\lambda$

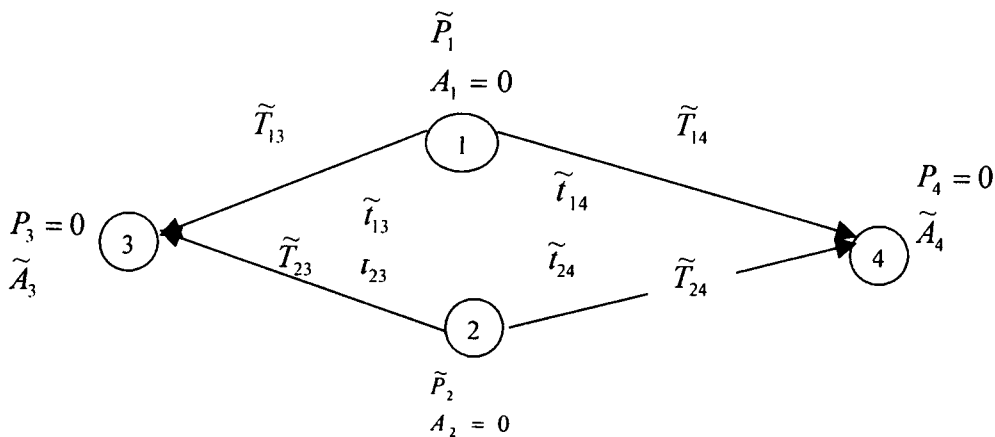
St:

$$T_{ij} \cdot K'_{ik} \cdot A'_k \cdot F'_{ik} - T_{ik} \cdot k'_{ij} \cdot A'_j \cdot F'_{ij} = 0$$

$$\sum_j T_{ij} = P'_i$$

$$(\lambda - 1)q'_j \leq A'_j - \sum_i T_{ij} \leq (1 - \lambda)q'_j \quad T_{ij} \geq 0$$

که در آن  $F'_{ij} = F_{ij} \cdot x'_{ij}$  و  $\tilde{A}'_j$  و  $\tilde{P}'_i$  و  $\tilde{K}'_{ij}$  مقادیر جدید  $\tilde{A}_j$  و  $\tilde{P}_i$  و  $\tilde{K}_{ij}$  می باشند که توسط روش فولر به اعداد قطعی  $A'_j$  و  $P'_i$  و  $k'_{ij}$  تبدیل میشوند.



$$(با فرض \ q'_3 = q'_4 = 5)$$

min  $\lambda$

St:

$$28.69T_{13} - 17.06T_{14} = 0$$

$$12.69T_{24} - 38.56T_{23} = 0$$

$$T_{13} + T_{14} = 596.67$$

$$T_{23} + T_{24} = 696.67$$

$$5(\lambda - 1) \leq 396.67 - (T_{13} + T_{23}) \leq 5(1 - \lambda)$$

$$5(\lambda - 1) \leq 896.67 - (T_{14} + T_{24}) \leq 5(1 - \lambda)$$

$$\lambda, T_{13}, T_{14}, T_{23}, T_{24} \geq 0$$

مجموعه جوابهای این مدل به همراه جوابهای مدل موجود در جدول (۱) آمده است:

### نتیجه گیری و پیشنهادات آتی

در روش موجود، تصحیحات پی در پی بر روی هر کدام از  $A_j$ ،  $j = 1, 2, \dots, n$  و  $F_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) به تعداد نامشخص، حجم محاسبات و در نتیجه زمان لازم برای رسیدن به توزیع سفر جدید زیاد می باشد. در روش پیشنهادی به علت در نظر گرفتن همزمان انحرافها، توابع هدف یکجا و بدون تصحیحات اضافی انجام می پذیرد، در نتیجه زمان لازم برای حل مسئله کاهش می یابد. از طرف دیگر در روش موجود هیچ تکراری از قبل به عنوان شرط توقف تعیین نگردیده است. در صورتیکه در روش پیشنهادی مقادیر تکراری مورد قبول در ابتدا حل مشخص می گردند. همچنین بمنظور توسعه ورودیهای مدل، در مدل پیشنهادی پارامترهای شبکه غیر دقیق و به صورت بازه ای با توزیع امکان معرفی شده اند. نهایتاً، به عنوان توسعه مدل می توان آنرا برای شبکه حمل و نقل با ویژگیهای احتمالی و چند محموله ای تعمیم داد.

حال اگر قرار باشد در آینده سیستم حمل و نقل بهبود یافته و در نتیجه آن زمانهای سفر و پارامترها شبکه بصورت ذیل تغییر نماید توزیع سفرهای در آینده را بدست آورده و پیش بینی نمائید.

$$\tilde{P}'_1 = (580, 600, 600, 620)$$

$$\tilde{P}'_2 = (680, 700, 700, 720)$$

$$\tilde{A}'_3 = (380, 400, 400, 420)$$

$$\tilde{A}'_4 = (880, 900, 900, 920)$$

$$\tilde{l}'_{23} = \tilde{l}'_{14} = (6, 7, 8, 9) \quad , \quad \tilde{l}_{13} = \tilde{l}_{24} = (4, 5, 6, 7)$$

الف) حل از روش پیشنهادی: با فرض  $q_3 = q_4 = q_5 = q_{10} = 5$  زیر نوست:

min  $\lambda$

St:

$$9.15T_{13} - 10.44T_{14} \cdot x_{13} \cdot y_{14} = 0$$

$$3.41T_{24} - 28.04T_{23} \cdot x_{24} \cdot y_{23} = 0$$

$$T_{13} + T_{14} = 496.67$$

$$T_{23} + T_{24} = 596.64$$

$$5(\lambda - 1) \leq 296.67 - (T_{13} + T_{23}) \leq 5(1 - \lambda)$$

$$5(\lambda - 1) \leq 796.67 - (T_{14} + T_{24}) \leq 5(1 - \lambda)$$

$$5(\lambda - 1) \leq 696.66 - (T_{13} + T_{24}) \leq 5(1 - \lambda)$$

$$5(\lambda - 1) \leq 396.66 - (T_{14} + T_{23}) \leq 5(1 - \lambda)$$

$$x_{13} = x_{24}$$

$$y_{14} = y_{23}$$

$$\lambda, T_{13}, T_{23}, T_{14}, T_{24}, x_{13}, x_{24}, y_{14}, y_{23} \geq 0$$

با استفاده از نرم افزار LINGO جواب بهینه مطابق جدول زیر خواهد بود.

حال، مدل پیش بینی توزیع سفر عبارتند از:

جدول ۱: مقایسه مدل موجود با مدل پیش بینی توزیع سفر.

توزیع سفر	داده در شبکه			مدل موجود		مدل پیشنهادی	
	حال	حال	پیش بینی	حال	پیش بینی	حال	پیش بینی
T13	198.33	192.6	220.4	198.16	222.50	198.16	222.50
T14	298.33	284	376.2	298.51	374.14	298.51	374.14
T23	98.33	101.2	174.4	103.16	172.5	103.16	172.5
T24	498.33	514.1	521.2	493.51	524.17	493.51	524.17
زمان حل مدل			71 ثانیه		6 ثانیه		6 ثانیه

و تصحیح این مقاله ما را یاری داده اند، تشکر و قدردانی  
بشود.

## تشکر و قدردانی

در اینجا نویسندگان بر خود لازم می بینند، از  
داوران ناشناس که با نقطه نظرات ارزشمند خود در تکمیل

## مراجع

- 1 - Breuss, F. and Egger, P. (1999). "How reliable are estimations of east-west trade potentials based on cross-section gravity analyses." *Empirica* 26, PP. 81-94, Kluwer Academic Publishers.
- 2 - *Calibrating & Testing a Gravity Model for any Size Urban Area*, (1983). Department of Transportation, Federal Highway Administration.
- 3 - Ching-Lai, H. (1989). *Fuzzy mathematical programming, methods and applications*, Springer-Verlag.
- 4 - CM, G. (1987). "Recent advances in spatial interaction modeling; an application to the forecasting of shopping travel." *Environment and Planning A*, Vol. 19, PP. 173-186.
- 5 - Egger, P. (2002). "An econometric view of the estimation of gravity models and the calculation of trade potentials." *The world Economy*, Vol. 25, PP. 297-312.
- 6 - Holmberg, K. (1989). "Exact methods for gravity trip - distribution models." *Environment and planning A* 21, PP. 81-97.
- 7 - Hwang, M. (1987). "Multiple objective decision making." *Methods and Application*, Springer - Verlag.
- 8 - Gitlesen, J. P. and Jornsten, K. (1999). *A disaggregated gravity model*. Norwegian School of Economics and Business Administration.
- 9 - Spiess, H. (1987). "A maximum likelihood model for estimating origin-destination matrices." *Transpn. Res.*, B21, PP. 395-412.
- 10 - Bailey, T. C. and Munford, A. G. (1994). "Modeling a large, sparse spatial interaction matrix using data relating to a subset of possible flows." *European Journal of Operation Research*, PP. 489-500.
- 11 - Walting, D. P. and Maher, M. J. (1992). "A statistical procedure for estimating a mean origin-destination matrix from a partial registration plate survey." *Transportation Research*, 26 B, PP. 171-193.
- 12 - Zimmerman, (1993). *Fuzzy Set Theory and its Applications*, Kluwer Academic Publisher.

۱۳ - سید حسینی، "جزوه درس برنامه ریزی حمل و نقل درون شهری". انتشارات علم و صنعت، (۱۳۷۸).