بررسی رفتار تونل تحت اثر امواج زلزله به روش ترکیبی اجزاء محدود و المانهای مرزی

اسدالله نورزاد

استادیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

خسرو برگی

دانشیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

سعید چشمه کانی

دانشجوی دکترای سازه - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۷۶/۳/۱۰، تاریخ تصویب ۷۶/۹/۲۲)

چکیده

امروزه تونلها نقش عمده‌ای در پیشرفت کشورها دارند، بنابراین باید بگونه‌ای طرح شوند که در برابر بارهای استاتیکی و دینامیکی وارده، مقاومت کافی داشته باشند. در این مقاله، نحوهٔ تحلیل تونلی عمیق با شکل دلخواه تحت اثر یک موج زلزلهٔ متناوب در یک محیط ارتجاعی خطی در حالت کرنش مسطح [۱] بررسی شده است.

روش المانهای مرزی [۲] (BEM) بهترین روش برای حل مسائل انتشار امواج الاستیک بویژه در محیطهای بینهایت یانیمه بینهایت می‌باشد. در این روش، فقط مرز مساله المان بندی می‌شود، بنابراین کاهش زیادی در ابعاد مساله ایجاد می شود. همچنین شرط تشعشع بطور اتوماتیک ارضاء می گردد. به همین دلیل برای تونل بدون دیواره از روش المانهای مرزی (BEM) استفاده شده و تنها مرز تونل جزء بندی گردیده و تحلیل انجام شده است و برای تونل دارای دیواره، از روش اجزاء محدود [۳] (FEM) برای تحلیل دیواره و از روش المانهای مرزی (BEM) برای تحلیل مرز محیط نامحدود استفاده شده و در نهایت این دو باهم ترکیب شده‌اند و تنشها و تغییرمکانها در نقاط موردنظر بدست آمده است. المان مورد استفاده در روش المانهای مرزی از نوع سه گرهی همگام و المان مورد استفاده در روش اجزاء محدود در تحلیل دیواره، المانهای مثلثی می‌باشد و سرعت همگرایی آنها، نمایانگر مناسب بودن این المانها می‌باشد. در انتها چند حالت خاص تونل مورد بررسی قرارگرفته و نتایج حاصله ارائه شده است.

کلید واژه ها: المانهای مرزی، المانهای محدود، تونل، زلزله، تنش، تغییرمکان

مقدمه

تحلیل سازه‌های زیرزمینی بدلیل اندرکنش با محیط نامحدود اطراف بویژه در حالت دینامیکی بسیار پیچیده است. به همین دلیل نسبت به سازه‌های روی زمین، تحقیقات کمتری در مورد آنها انجام شده است. پائو و مائو[۴] (۱۹۷۳) اولین کسانی بودند که تفرق امواج در اطراف یک حفره استوانه‌ای در یک محیط بینهایت را بااستفاده از بسط تابع موج بررسی کردند و تمرکز تنش حاصله را بدست آوردند. سپس لی وتریفوناک[۵] (۱۹۷۹) پاسخ یک تونل دارای دیواره تحت اثر یک موج با پلاریزاسیون افقی (SH) در نیم - فضا را با مطالعهٔ یک جفت تونل در فضا و بااستفاده از روش تبدیل مختصات بدست آوردند. مانولیس وبسکوس[۶] (۱۹۸۳ - ۱۹۸۱ - ۱۹۸۰) بااستفاده از روش المانهای مرزی مسالهٔ انتشار امواج را حل نمودند.

نیوا[۷] (۱۹۷۵،۱۹۷۶) وکوبایاشی و نیشیمورا[۸] (۱۹۸۲) نیز مساله دوبعدی انتشار امواج در حالت

1 - Plane Strain 2 - Boundary Element Method 3 - Finite Element Method 4 - Pao & Mow

5 - Lee & Trifunac 6 - Manolis & Beskos 7 - Niwa 8 - Kobayashi & Nishimura

هارمونیک را بررسی کردند. در سالهای اخیز نیز تحقیقات بیشتری در زمینه های مختلف الاستودینامیک انجام گرفته و باعث پیشرفت این موضوع در ابعاد گوناگون شده است.

هدف از این مقاله، ارائه یک روش عددی کارا و مناسب (مبتنی بر روش المانهای مرزی و یا ترکیب آن با روش اجزاء محدود) برای حل مساله تفرق امواج ناشی از برخورد موج هارمونیک زلزله با پلاریزاسیون قائم (موج SV) و موج طولی (P) به یک تونل دارای دیواره یا بدون دیواره می‌باشد. بدین منظور ابتدا روش المانهای مرزی در مورد مسائل الاستودینامیک بررسی می شود سپس نحوهٔ ترکیب روش المانهای مرزی و روش المانهای محدود شرح داده می‌شود و در نهایت مسالهٔ تفرق امواج مورد مطالعه قرار می گیرد. در انتها نیز نتایج حاصل از بررسی چند حالت خاص تونل ارائه می شود.

روش BEM در مسائل الاستودینامیک

در الاستودینامیک ، معادلات اساسی حاکم بر رفتار جسم مطابق زیر می باشند:

۱) معادلهٔ حرکت :

$$\sigma_{ij,i} + \rho b_j = \rho \ddot{U}_j \qquad (۱-۱)$$

۲) رابطهٔ بین تنش و کرنش:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \qquad (۲-۱)$$

۳) رابطهٔ بین کرنش و تغییرمکان:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}) \qquad (۳-۱)$$

در رابطه فوق علامت ∂ نشان دهندهٔ نمو است بعنوان مثال :

$$U_{i,j} = \frac{\partial U_i}{\partial X_j}$$

b_j نشان دهندهٔ نیروی حجمی [۱] و δ_{ij} دلتای کرونیکر[۲] است که مطابق زیر تعریف می‌شود:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

u_i تغییرمکان در راستای x_i است و σ_{ij} و ε_{ij} تانسورهای تنش و کرنش می‌باشند، با ترکیب سه رابطهٔ فوق ، معادله ناویر[۳] در حالت دینامیکی مطابق زیر بدست می آید:

$$(\lambda+\mu)U_{i,ij} + \mu U_{j,ii} + \rho b_i = \rho \ddot{U}_j \qquad (۲-۳)$$

با تعریف سرعت انتشار موج فشاری [۴] (طولی) به شکل،رابطه $C_1^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$ و موج برشی [۵] به شکل $C_2^2 = \mu/\rho$ معادله (۲-۳) را می توان به شکل زیر نوشت:

$$(C_1^2 - C_2^2)U_{i,ij} + C_2 U_{j,ii} + b_j = \ddot{U}_j \qquad (۳-۳)$$

معمولاً حل عددی مسائل الاستودینامیک بصورت مستقیم در دامنهٔ زمانی بسیار مشکل و پرهزینه است، به همین دلیل از تبدیلهای انتگرالی مانند تبدیل لاپلاس و یا فوریه استفاده می شود و معادلهٔ دیفرانسیل حاکم که در دامنهٔ تبدیل یافته شکل جدیدی به خود می‌گیرد با روشهای ساده‌تری حل شده و پاسخ بدست می آید، سپس با استفاده از تبدیل معکوس، پاسخ در دامنهٔ زمانی حاصل می شود. در این مقاله از تبدیل فوریه استفاده می شود و از آنجاکه موج وارده هارمونیک می‌باشد، پاسخ نیز در دامنهٔ فرکانسی (حاصل از تبدیل فوریه) بدست می‌آید و دیگر نیازی به تبدیل معکوس نیست.

تبدیل فوریه مطابق زیر تعریف می شود:

$$F(f) = \bar{f}(X, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(X,t)e^{i\omega t}\, dt \qquad (۳-۴)$$

در نتیجه اعمال این تبدیل، رابطهٔ (۳-۳) به شکل زیر در می آید:

$$(C_1^2 - C_2^2)\bar{U}_{i,ij} + C_2^2\, \bar{U}_{j,ii} + \bar{b}_j + \omega^2 U_j = 0 \qquad (۳-۵)$$

در رابطهٔ فوق شرایط اولیه در دامنه V برابر صفر می‌باشد:

$$U_i\,(X, t=0) = 0 \qquad (۳-۶)$$

$$U_i\,(X, t=0) = 0$$

و باید شرایط مرزی

$$U_i\,(X, \omega) = U_i \qquad X \in S_1$$

$$t_i\,(X, \omega) = \sigma_{ij}n_i = T_i \qquad X \in S_2$$

برقرار باشد. در رابطهٔ فوق t_i بردار تنش [۶] است و $S = S_1 + S_2$ مرز جسم موردنظر می باشد.

1 - Body Force   2 -Kronocker-delta   3 - Navier   4 - Pressure Wave   5 - Shear Wave

6 - Traction

پاسخهای اساسی

برای بدست آوردن معادلات انتگرالی مرز نیاز به محاسبهٔ پاسخهای اساسی تغییرمکان و بردار تنش می‌باشد. به منظور محاسبهٔ پاسخهای اساسی، نیروی حجمی در رابطهٔ (۳-۷) با توزیع خاصی مطابق زیر جایگزین می شود:

$$b_j = \delta(X - \xi)e_i \qquad (۳-۷)$$

بدین ترتیب می توان جواب اساسی در نقطه X (دریافت کننده [1]) برای مولفهٔ i تغییرمکان ناشی از یک بار متمرکز در نقطهٔ ξ (منبع [2]) در جهت j را بدست آورد. روابط مربوطه مطابق زیر می‌باشند:

$$\bar{U}_i = \bar{G}_{ij}e_j \qquad (۳-۸)$$

$$\bar{t}_i = \bar{F}_{ij}e_j \qquad (۳-۹)$$

که در آنها:

$$\bar{G}_{ij}(X, \xi, \omega) = \frac{i}{4\rho}\left[\frac{1}{C_2^2}\delta_{ij}H_0^{(1)}(K_2r) - \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial^2}{\partial X_i\,\partial X_j}\right.$$

$$\left.\times\left\{H_0^{(1)}(K_1r) - H_0^{(1)}(K_2r)\right\}\right] \qquad (۳-۱۰)$$

$$\bar{F}_{ij}(X, \xi, \omega) = \frac{\partial\bar{G}(X, \xi, \omega)}{\partial n} \qquad (۳-۱۱)$$

که $\bar{G}_{ij}$ و $\bar{F}_{ij}$ به ترتیب هسته‌های تغییر مکان [3] و بردار تنش [4] نامیده می شوند. در روابط فوق $H_0^{(1)}$ تابع هنکل[5] از نوع اول و از درجهٔ صفر است و مطابق زیر تعریف می‌شود:

$$H_0^{(1)}(X) = J_0(X) + iY_0(X)$$

که $J_0(x)$ و $Y_0(x)$ به ترتیب توابع بسل نوع اول و دوم رتبهٔ صفر می‌باشند. همچنین $K_1 = \frac{\omega}{C_1}$ و $K_2 = \frac{\omega}{C_2}$ خواهد بود.

معادلهٔ انتگرالی مرزی

باستفاده از شکل تعمیم یافتهٔ قضیهٔ تقابل بتی [6] برای دو وضعیت دینامیکی تبدیل یافته معادلات انتگرالی بدست می‌آیند. در دامنهٔ فرکانسی، با جایگزین پاسخهای اساسی بعنوان وضعیت دوم الاستودینامیکی در قضیهٔ بتی تعمیم یافته فرم انتگرالی زیر حاصل می شود:

$$C_{ij}(\xi)\bar{U}_i(\xi,\omega) = \int_\Gamma\left\{\bar{G}_{ij}(X,\xi,\omega)\,\bar{t}_i(X,\omega) - \right.$$

$$\left.\bar{F}_{ij}(X,\xi,\omega)\,\bar{U}_i(X,\omega)\right\}d\Gamma(X) \qquad (۳-۱۲)$$

در این رابطه C_{ij} جمله پرش [7] است، در صورتیکه ξ درون دامنه باشد $C_{ij} = \delta_{ij}$ و در حالتی که ξ خارج از دامنه باشد $C_{ij} = O$ و اگر ξ روی مرز Γ باشد $C_{ij} = 0.5\,\delta_{ij}$ خواهد بود. در عمل مرز Γ المان بندی می‌شود، در صورتیکه M المان روی مرز وجود داشته باشد، رابطهٔ (۳-۱۲) به شکل زیر در می آید:

$$C_{ij}(\xi)\bar{U}_i(\xi,\omega) = \sum_{m=1}^{M}\int_{\Gamma m}\left\{G_{ij}(\bar{X},\xi,\omega)t_i(X,\bar{\omega})\right.$$

$$\left.- \bar{F}_{ij}(X,\xi,\omega)\bar{U}_i(X,\omega)\right\}d\Gamma(X) \qquad (۳-۱۳)$$

در المانهای ایزوپارامتریک می‌توان روی هر المان، متغیرها را با توابع شکلی یکسانی برحسب مقادیر گرهی مطابق زیر نوشت:

$$X_i(\eta) = N_c(\eta)X^c_i$$
$$U_i(\eta) = N_c(\eta)U^c_i \qquad (۳-۱۴)$$
$$t_i(\eta) = N_c(\eta)t^c_i$$

بنابراین اگر از المانهای سه گرهی ایزوپارامتریک استفاده شود (c=1,2,3) رابطه (۳-۱۵) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$C_{ij}(\xi)\bar{U}_i(\xi,\omega) = \sum_{m=1}^{M}\left\{\sum_{c=1}^{3}\left[\int_{-1}^{1}G_{ij}(\bar{X},\xi,\omega)N_c(\eta)\right.\right. \qquad (۳-۱۵)$$

$$\left.J(\eta)d\eta\right]t_i(X,\omega) - \sum_{c=1}^{3}\left[\int_{-1}^{1}F_{ij}(\bar{X},\xi,\omega)N_c(\eta)\right.$$

$$\left.\left.J(\eta)d\eta\right]U^c_i(X,\omega)\right\}$$

1 - Receiver 2 - Source 3 - Displacement Kernel 4 - Traction Kernel 5 - Hankel Function

6 - Betti's Reciprocal Work Theorem 7 - Jump Term

در رابطهٔ فوق η در بازه [-1,1] تغییر می‌کند بنابراین برای انتگرال گیری می توان از روشهای عددی مانند روش گوس – لژاندر[1] استفاده نمود. باانطباق پی‌درپی ξ بر تک تک گره‌های مرزی و انجام انتگرال گیری فوق، یک سیستم معادلات جبری حاصل می‌شود. این معادلات در شکل ماتریسی مطابق زیر می‌باشند:

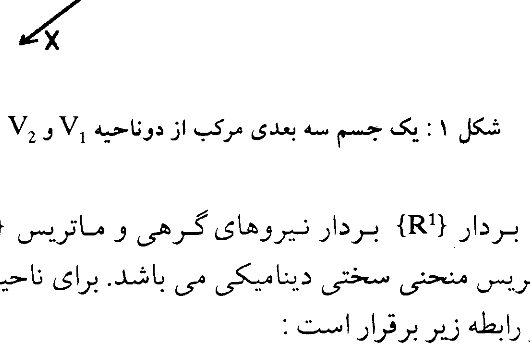
$$[G]\{t\} = [F]\{U\}$$ (۳-۱۶)

لازم به ذکر است که C_{ij} در ماتریس [F] مستتر شده است، {t} و {u}نیز بردارهای تنش و تغییرمکانهای گرهی هستند . با حل معادلهٔ فوق مجهولات مرزی محاسبه خواهند شد.

ترکیب روشهای المانهای مرزی با روش اجزاء محدود

به منظور آشنایی با نحوه ترکیب BEM و FEM ، یک مساله الاستودینامیکی با حجم V را مطابق شکل (۱) در نظر بگیرید. این مساله متشکل از دو حجم V_1 که با FEM آنالیز می شود و حجم V_2که با BEM تحلیل می گردد، می باشد. نواحی V، V_1 و V_2 به ترتیب دارای مرزهای $S=S_1US_2$ و S_1US_{12} و S_2US_{12} می‌باشند. فرم ماتریسی معادلات در حالت دینامیکی هارمونیک برای ناحیهٔ V_1 مطابق زیر می‌باشد:

$$(D^1)\{U^1\} = \{R^1\}$$ (۴)



شکل ۱ : یک جسم سه بعدی مرکب از دوناحیه V_1 و V_2

بردار $\{R^1\}$ بردار نیروهای گرهی و ماتریس $\{D^1\}$ ماتریس منحنی سختی دینامیکی می باشد. برای ناحیهٔ V_2 نیز رابطه زیر برقرار است :

$$[F^2]\{U^2\} = [G^2]\{t^2\}$$ (۵)

ترکیب دو ناحیه V_1 و V_2 با اعمال رابطهٔ تعادل و سازگاری در سطح مشترک آنها S_{12} مطابق زیر انجام می‌گیرد:

$$U^1_{12} = U^2_{12} = U_{12}$$
$$t^1_{12} = -t^2_{12} = t_{12}$$ (۶)

دو روش برای ترکیب BEM و FEM (بادرنظر گرفتن شرایط تعادل و سازگاری در سطح مشترک) وجود دارد. در روش اول فرمول بندی روش BEM با یک سری عملیات ریاضی به شکلی مشابه FEM تبدیل می شود. در واقع با V_2 همانند یک ناحیه از نوع اجزاء محدود رفتار می گردد. در حالیکه در روش دوم فرمول بندی FEM مشابه BEM می گردد. در این مقاله روش اول را مورد بررسی قرار می‌دهیم. مطابق این روش بردارهای تنش گرهی با رابطهٔ زیر تبدیل به نیروهای گرهی می شود:

$$\{R^2\} = [M^2]\{t^2\}$$ (۷)

که ماتریس $[M^2]$ از رابطهٔ زیر بدست می آید:

$$M^2 = \int_\Gamma N^T N d\Gamma$$ (۸)

در رابطهٔ فوق ماتریس [N] ماتریس توابع شکلی بخش V_2 (که با BEM آنالیز می‌شود) و Γ مرز جسم می باشد. رابطهٔ (۵) را می توان به شکل زیر نوشت:

$$[G^2]^{-1} [F^2]\{U^2\} = \{t^2\}$$ (۹)

با پیش ضرب طرفین معادلهٔ فوق در $[M^2]$ خواهیم داشت :

$$[M^2][G^2]^{-1}[F^2]\{U^2\} = \{R^2\}$$ (۱۰)

ماتریس $[D^2]$ مطابق زیر تعریف می شود:

$$[D^2] = [M^2][G^2]^{-1}[F^2]$$ (۱۱)

بنابراین رابطهٔ (۱۰) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$[D^2]\{U^2\} = \{R^2\}$$ (۱۲)

بدین ترتیب فرمول بندی روش BEM مشابه FEM شد. روابط (۴) و (۱۲) را می‌توان به سادگی ترکیب

1 - Guass - Legenndre Quadrature Technique

نمود. بدین منظور ابتدا این روابط تقسیم‌بندی می شوند بگونه‌ای که گره‌های آزاد (f) در کنار هم و گره‌های مشترک (c) در کنار یکدیگر واقع شوند. بنابراین روابط زیر حاصل خواهند شد:

$$\begin{bmatrix} D^1_{ff} & D^1_{fc} \\ D^1_{cf} & D^1_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^1_{ff} \\ U^1_{cc} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R^1_{ff} \\ R^1_{cc} \end{Bmatrix} \tag{۱۳}$$

$$\begin{bmatrix} D^2_{ff} & D^2_{fc} \\ D^2_{cf} & D^2_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^2_{ff} \\ U^2_{cc} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R^2_{ff} \\ R^2_{cc} \end{Bmatrix} \tag{۱۴}$$

بااستفاده از شرایط (۶) در مورد صفحه اشتراک ، روابط فوق به شکل زیر تبدیل می شوند:

$$\begin{bmatrix} D^1_{ff} & D^1_{fc} & 0 \\ D^1_{cf} & D^1_{cc}+D^2_{cc} & D^2_{cf} \\ 0 & D^2_{fc} & D^2_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^1_{ff} \\ U_{cc} \\ U^2_{ff} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R^1_{ff} \\ 0 \\ R^2_{ff} \end{Bmatrix} \tag{۱۵}$$

با حل رابطهٔ فوق ، مقادیر تغییرمکانهای مجهول بدست می آید. سپس با جایگزینی این تغییر مکانها در روابط (۱۳) یا (۱۴) مقدار نیروهای گرهی در گره‌های مشترک V_1 و V_2 بدست می‌آید. همچنین می‌توان کلیهٔ بردارهای تنش و در نتیجه تنشهای مجهول را بدست آورد.

انتشار امواج در محیطهای الاستیک

مسائل اندرکنش خاک و سازه مبتنی بر تئوری انتشار امواج است و یکی از مسائل بسیارمهم در آن، تفرق امواج می باشد که در این بخش به آن پرداخته خواهد شد.

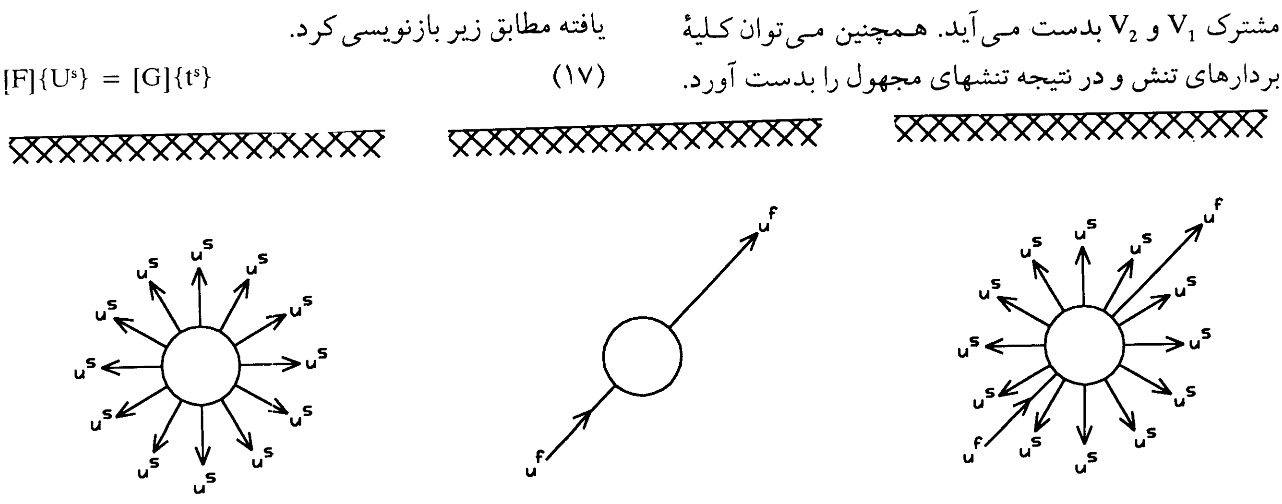
تفرق امواج توسط سازه‌های مدفون

هنگامی که موج به بی نظمی‌های معدود سطح زمین مانند گودالها یا بی نظمی‌های زیرزمین مانند حفره‌ها، تونلها و اجسام زیرزمینی برخورد می‌کند بدلیل متفاوت بودن خصوصیات محیط اولیه و بی‌نظمی موجود، قسمتی از آن تغییر مسیر داده و قسمت دیگر در این محیط انتشار می‌یابد. به این فرآیند تفرق [1] گفته می شود. در عمل فرض می‌شود که موج اولیه در برخورد به این بی نظمی بدون تغییر منتشر می شود و در همین هنگام محیط دوم خود تبدیل به یک منبع موج می گردد و با ارتعاشات خود یک موج ثانویه به نام موج تفرق یافته [2] ایجاد می‌کند بگونه ای که مجموع این دو موج بیانگر حالت واقعی باشد. بنابراین در مسائل تفرق امواج ، میدان تغییر مکان کل U_i بعنوان مجموع میدان تغییر مکان آزاد U^f_i و میدان تغییر مکان تفرق یافته U^S_i تعریف می‌شود. یعنی :

$$U_i = U^f_i + U^s_i \tag{۱۶}$$

این موضوع در شکل (۲) نشان داده شده است. برای محیط بینهایت (خاک) روابط انتگرالی مذکور در بخش ۳ برقرار است و می توان رابطهٔ (۱۶-۳) را برای میدان تفرق یافته مطابق زیر بازنویسی کرد.

$$[F]\{U^s\} = [G]\{t^s\} \tag{۱۷}$$



شکل ۲: a. پاسخ کل سیستم U^t. b. پاسخ میدان آزاد U^f. c. تفرق امواج ناشی از ارتعاش سازه .

1 - Scatering 2 - Scattered Wave

در حالیکه تونل بدون دیواره باشد، بردار تنش در مرز تونل صفر خواهد بود یعنی:

$$t_i = t_i^s + t_i^f = 0 \qquad (۱۸)$$

بنابراین با معلوم بودن t_i^f، بردار t_i^s نیز محاسبه شده و می‌توان از رابطهٔ (۱۷) دیگر مجهولات مرزی را محاسبه نمود. در حالتیکه تونل دارای دیواره باشد، رابطهٔ (۱۷) برای مرز محیط خاکی بینهایت برقرار است و بااستفاده از بخش ۴ می توان آن را با روش FEM بکار رفته برای تحلیل دیواره ترکیب نمود.

بردارهای تنش و تغییرمکان های میدان آزاد

همانطورکه در بخش قبل مشاهده شد برای حل مساله باید مقادیر بردارهای تنش و تغییرمکانهای میدان آزاد معلوم باشد. باتوجه به فرض کرنش مسطح، در این مقاله تنها امواج P و SV درنظر گرفته می‌شوند و روابط مربوطه برای آنها ارائه می شود. در صورتی که موج برخوردی P باشد، مولفه های این موج در راستای محورهای X_1 و X_2 مطابق زیر بیان می‌شوند:

$$U_1^f = A_\circ \, \mathrm{Sin}\theta_\circ \, \exp(iK_1(X_1 \mathrm{Sin}\theta_\circ + X_2 \, \mathrm{Cos}\theta_\circ))$$
$$U_2^f = A_\circ \, \mathrm{Cos}\theta_\circ \, \exp(iK_1(X_1 \mathrm{Sin}\theta_\circ + X_2 \, \mathrm{Cos}\theta_\circ)) \qquad (۱۹)$$

البته از سمت راست روابط فوق جمله $\exp(-i\omega t)$ بدلیل آنکه در فضای فرکانسی کار می کنیم حذف شده است. در حالتیکه موج برخوردی SV باشد، مولفه های آن مطابق زیر خواهند بود:

$$U_1^f = -\, A_\circ \, \mathrm{Cos}\theta_\circ \, \exp(iK_2(X_1 \mathrm{Sin}\theta_\circ + X_2 \, \mathrm{Cos}\theta_\circ))$$
$$U_2^f = A_\circ \, \mathrm{Sin}\theta_\circ \, \exp(iK_2(X_1 \mathrm{Sin}\theta_\circ + X_2 \, \mathrm{Cos}\theta_\circ)) \qquad (۲۰)$$

در روابط فوق $A_\circ$ دامنهٔ موج و $\theta_\circ$ زاویهٔ راستای انتشار موج با محور قائم (X_2) می باشد . همچنین $K_1 = \dfrac{\omega}{C_1}$ و $K_2 = \dfrac{\omega}{C_2}$ که در آنها C_1 و C_2 به ترتیب سرعت انتشار موج های P و SV هستند با استفاده از روابط (۱-۲) و (۱-۳) می توان تانسورهای تنش و کرنش را محاسبه کرد. بنابراین بردارهای تنش از رابطهٔ زیر بدست می آیند:

$$t_i^f = \sigma_{ij} n_j \qquad (۲۱)$$

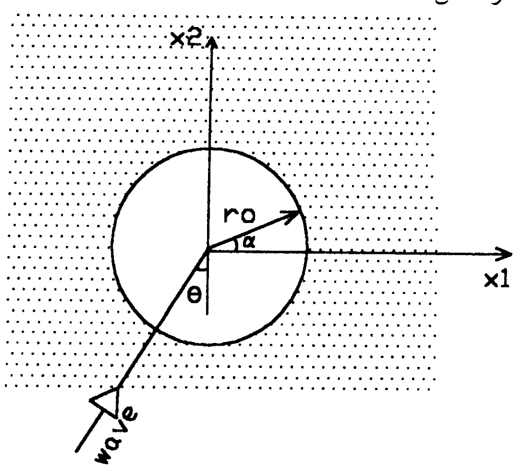
که n بردار عمود بر مرز در نقطهٔ موردنظر است. بدین‌ترتیب می توان از بردارهای u_i^f و t_i^f در روابط مربوطه استفاده نمود.

بررسی پاسخ تونل در چند حالت خاص

در بخشهای پیش چگونگی بدست آمدن روابط انتگرال مرزی برای تونل و نحوهٔ حل آنها مورد بررسی قرار گرفت. در این بخش چند مثال عددی مطرح شده و پاسخ آنها مورد بررسی قرار می‌گیرد. از آنجا که آنالیز در فضای فرکانسی انجام می‌شود، سعی بر این است که مقادیر پاسخ برای فرکانسهای مختلف بدست آید. بدین منظور پارامتر بی بُعد فرکانس مطابق زیر تعریف می شود:

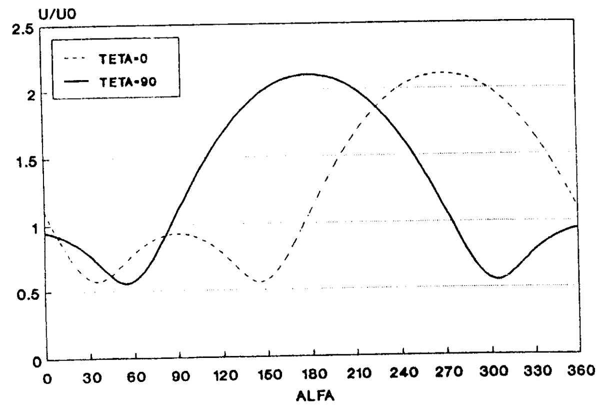
$a_\circ = \omega r / C_2$

که در آن ω فرکانس موج، r شعاع تونل و C_2 سرعت امواج برشی است. این پارامتر علاوه بر فرکانس ، اثرات شعاع و مشخصات محیط (سرعت موج) را نیز بطور همزمان در نظر می گیرد. بنابراین برای بیان پاسخ تونل بسیار مناسب تر از فرکانس است.



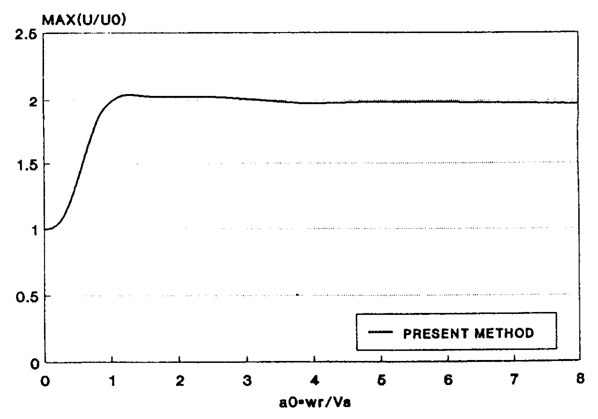
شکل ۳ : تونل دایروی بدون دایره .

در ابتدا یک دایروی بدون دیواره به قطر ۶ متر (شکل ۳) تحت اثر موج P مورد بررسی قرار می‌گیرند.این موج با زوایای $\theta = 0°$ و $\theta = 90°$ نسبت به محور X_2 و با فرکانس بی بُعد $a_\circ = 1.0$ به تونل می‌تابد، برای آنالیز این تونل، مرز آن به ۵ المان ۳گرهی (درجه ۲) تقسیم شده و تحلیل انجام گرفته است. پاسخ تغییرمکان مرز این تونل در شکل ۴ نشان داده شده است.



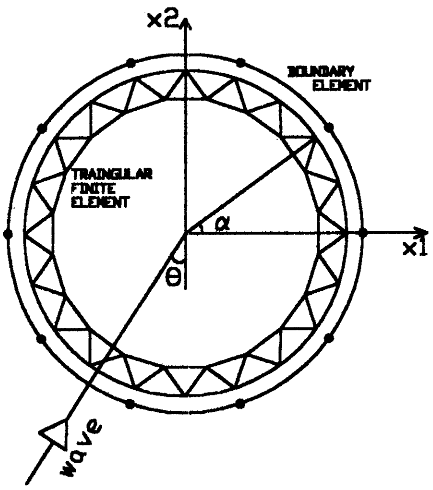
شکل ۴ : پاسخ تغییرمکانی مرز تونل دایروی بدون دیواره تحت اثر موج P با زاویای برخورد متفاوت .

در مطالعه‌ای دیگر همین تونل تحت اثر موج P با زاویهٔ تابش $\theta = 30°$ و با فرکانسهای بی بُعد مختلف قرار گرفته است. شکل ۵ نتیجهٔ حاصله را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، در حالتی که $a_\circ$ بسیار کم باشد، مسئله مانند حالت استاتیک بوده و $\max(u/u_\circ)=1.0$ خواهد بود. با افزایش $a_\circ$ مقدار $\max(u/u_\circ)$ به سرعت افزایش می‌یابد و در حدود فرکانس $a_\circ=1.25$ این پاسخ به ماکزیمم مقدار خود یعنی $\max(u/u_\circ)=2$ می رسد، سپس با افزایش فرکانس مقدار آن تقریباً ثابت می ماند.



شکل ۵ : پاسخ تغییر مکانی ماکزیمم مرز تونل دایروی بدون دیواره نسبت به فرکانسهای بی بعد مختلف .

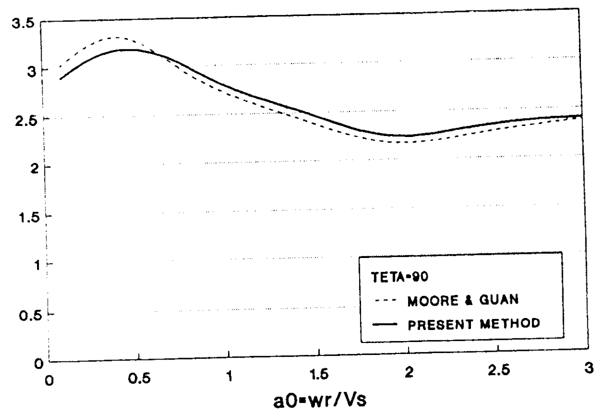
درحالتی که تونل دارای دیواره باشد، علاوه بر نسبت فرکانس بی‌بعد $a_\circ$ و زاویه تابش موج θ، نسبت به مدول



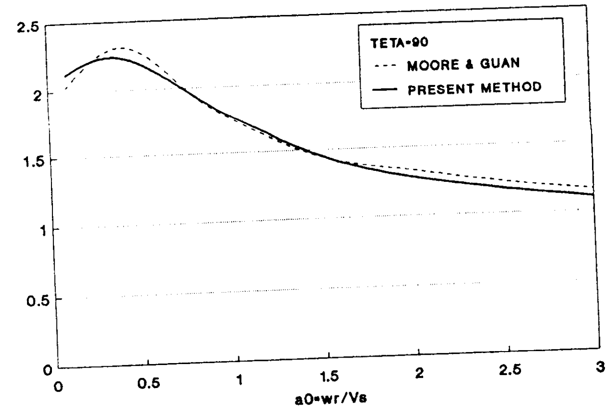
شکل ۶: المان بندی یک تونل دایروی دارای دیواره .

الاستسیته و ضریب پواسون دیواره به محیط یعنی E_c/E_M و ν_c / ν_M نیز اهمیت می‌یابد. در شکل ۶ یک تونل دایروی‌دارای دیواره نشان داده شده است. این تونل دارای قطر ۶ متر و ضخامت دیواره ۶۰ سانتیمتر است و برای آنالیز آن، مرز به ۵ المان سه گرهی (درجهٔ ۲) و دیواره به ۲۰ المان مثلثی (برای آنالیز با FEM) المان بندی شده است. در ابتدا فرض می‌شود که $E_c/E_M = 3$ و $\nu_c/\nu_M = 1$ و این تونل یک بار تحت اثر موج P و در راستای افقی $\theta = 90°$ و یک بار تحت اثر موج SV در راستای افقی با فرکانسهای بی‌بُعد مختلف قرار می‌گیرد. نسبت $\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_\circ}$ (نسبت تنش محیطی حاصله به تنش وارده) در شکلهای ۷ و ۸ نمایش داده شده است. مشاهده می شود که تا حدود فرکانس $a_\circ = 0.5$ این نسبت افزایش یافته و سپس با افزایش بیشتر فرکانس، مقدار آن با شیب کم کاهش یافته و در فرکانسهای بالا این نسبت تقریباً ثابت می‌ماند. نتایج تحقیقات مور و گوان[1] بر روی تونلی مشابه در همان شکلها نشان داده شده است. آنها در تحقیقات خود از روش انعکاسات متوالی[2] استفاده کرده‌اند. در مطالعه‌ای دیگر همان تونل با فرض $\nu_c / \nu_M = 1$ و $E_c/E_M = 10$ و تحت اثر موج P با زوایه $\theta = 30°$ قرار گرفته و تونل آنالیز شده است. در شکل ۹ نسبت تنشهای محیطی و شعاعی حاصله در مرز به تنش وارده (یعنی $\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_\circ}$ و $\frac{\sigma_{rr}}{\sigma_\circ}$) در طول محیط دیواره نشان داده شده است. در شکل ۱۰ نیز نسبت تغییرمکان حاصله در مرز تونل به دامنهٔ موج وارده ($U/U_\circ$) رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در حدود

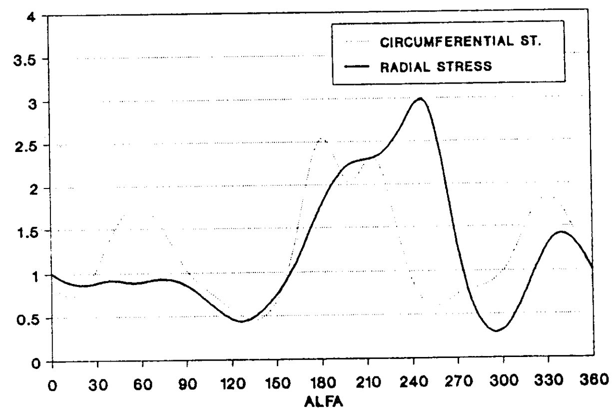
1 - Moore & Guan
2 - Successive Reflection Method



شکل ۷ : پاسخ تنش محیطی ماکزیمم در یک تونل دارای دیواره تحت اثر موج SV نسبت به فرکانسهای بی بعد مختلف .



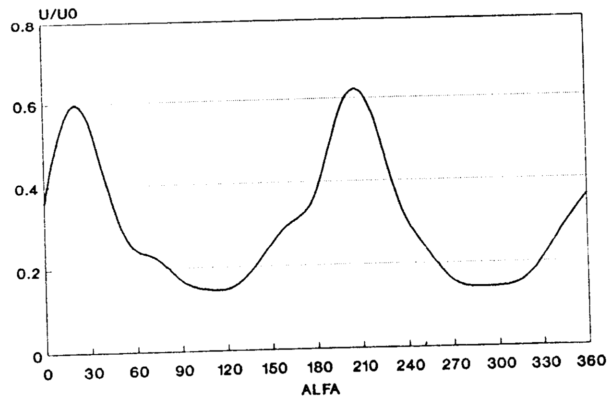
شکل ۸ : پاسخ تنش محیطی ماکزیمم در یک تونل دارای دیواره تحت اثر موج P نسبت به فرکانسهای بی بعد مختلف .



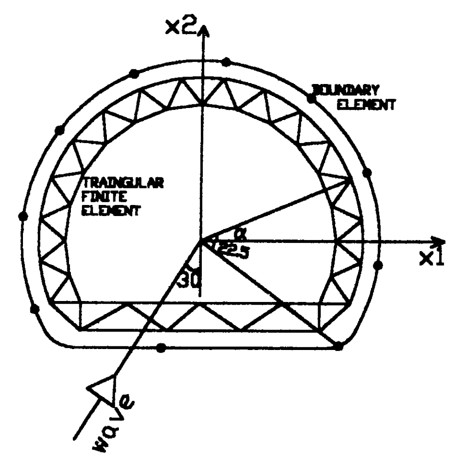
شکل ۹ : پاسخ تنش محیطی و شعاعی در یک تونل دارای دیواره تحت اثر موج P با زاویه برخورد $\theta = 30°$.

($\alpha = 245°$) یعنی محل برخورد موج میزان تنشها و تغییرمکانها ماکزیمم است.

معمولاً تونلهای ترابری به شکل نعل اسبی هستند و این تونلها دارای کاربرد بیشتری نسبت به بقیهٔ انواع آن می‌باشند. در شکل ۱۱ یک تونل نعل اسبی دارای دیواره نشان داده شده است. قسمت دایره آن دارای قطر ۶ متر و قسمت افقی کف تونل دارای طول ۵/۵۰ متر است. در ابتدا حالت بدون دیواره بررسی می‌گردد. فرض می شود که موج هارمونیک P با زاویه تابش $\theta = 30°$ و فرکانس $a_{\circ} = 1.0$ به تونل بتابد. تنشهای محیطی حاصله $\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_{\circ}}$ و تغییرمکانهای محیطی ایجاد شده ($U/U_{\circ}$) در مرز این تونل به ترتیب در شکلهای ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است. مطابق شکل ۱۲ تنشهای محیطی در زوایای $\alpha = 240°$ و $\alpha = 60°$ یعنی محل برخورد موج ماکزیمم هستند.

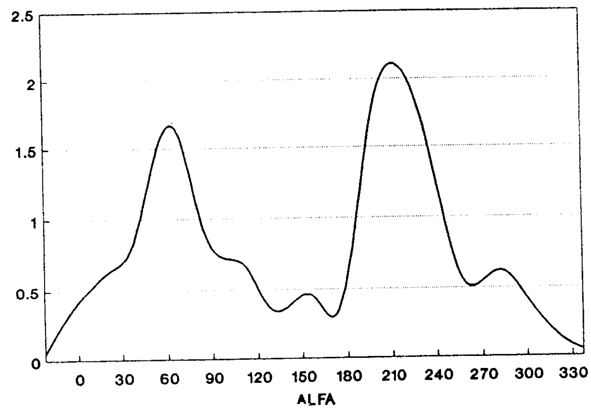


شکل ۱۰ : پاسخ تغییرمکانی مرز تونل دارای دیواره تحت اثر موج P با زاویه برخورد $\theta = 30°$.

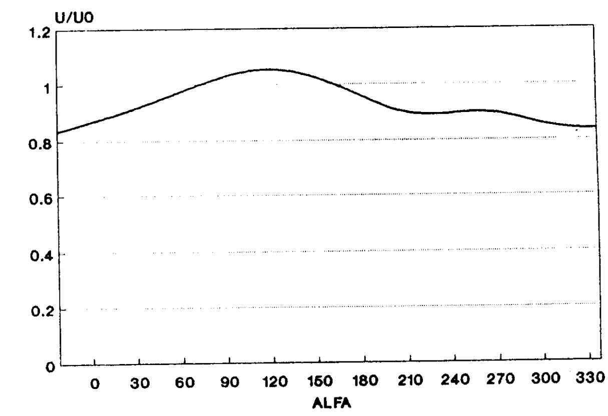


شکل ۱۱ : المان بندی یک تونل نعل اسبی دارای دیواره .

برای بررسی تونل نعل اسبی دارای دیواره فرض می‌شود $E_c / E_M = 10$ و $\nu_c / \nu_M = 1.0$ زاویهٔ موج برخوردی برابر $\theta = 30°$ و فرکانس آن برابر $a_\circ = 1.0$ درنظر گرفته می شود. به منظور آنالیز این تونل، مرز به ۵ المان سه گرهی (درجهٔ ۲) و دیواره به ۲۰ المان مثلثی تقسیم شده است. در شکل ۱۴ نسبت تنشهای شعاعی و محیطی به تنش اولیه ($\frac{\sigma_{rr}}{\sigma_\circ}$ و $\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_\circ}$) نشان داده شده است. در شکل ۱۵ نیز مقدار تغییرمکان مرزی تونل نسبت به دامنهٔ موج وارده ($U/U_\circ$) نشان داده شده است.



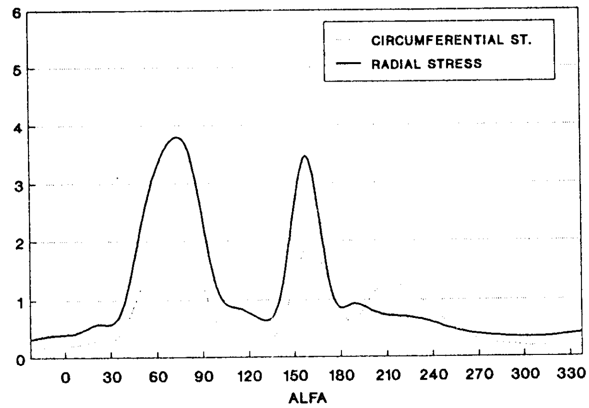
شکل ۱۲ : پاسخ تنش محیطی در یک تونل نعل اسبی بدون دیواره تحت اثر موج P با زاویه برخورد $\theta = 30°$.



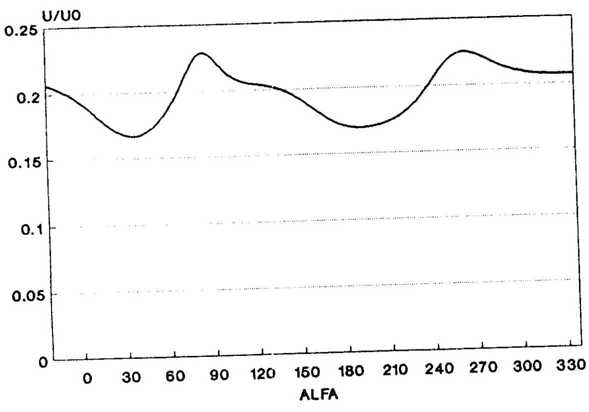
شکل ۱۳ : پاسخ تغییرمکانی در یک تونل نعل اسبی بدون دیواره تحت اثر موج P با زاویه برخورد $\theta = 30°$.

نتیجه گیری

باتوجه به مطالب ارائه شده، تنشها و تغییرمکان ها در مرز تونل ممکن است نسبت به حالتی که تفرق امواج درنظر گرفته نشود تا حدود سه برابر افزایش یابد. میزان این افزایشها بطور کلی به عوامل زیر بستگی دارد: شکل تونل، ضخامت و جنس دیواره در صورت وجود، مشخصات موج برخوردی شامل نوع پلاریزاسیون ، زاویهٔ برخورد، دامنهٔ نوسان و فرکانس نوسان، عمق تونل و جنس محیط نامحدود. بنابراین برای طرح دیواره تونل و متعلقات آن باید آنالیزی دقیق که کلیهٔ جزئیات و مفاهیم اندرکنش خاک و سازه را در نظر می گیرد، انجام شود و مقدار این افزایش تنشها مشخص گردد.



شکل ۱۴ : پاسخ تنش محیطی و شعاعی در یک تونل نعل اسبی دارای دیواره تحت اثر موج P با زاویه برخورد $\theta = 30°$.



شکل ۱۵ : پاسخ تغییرمکانی در یک تونل نعل اسبی دارای دیواره تحت اثر موج P با زاویه برخورد $\theta = 30°$.

مراجع

1 - Banerjee, P. K., and Butterfield R. (1981). "Boundary Element Methods in Engineering Science". MacGraw-Hill, London.

2 - Bathe, K. J. (1982). "Finite Element Procedures in Engineering Analysis". Prentice-Hall, NewJersey.

3 - Brebbia, C. A., and Dominguez, J. (1989). "Boundary Elements: An Introductory Course". MacGraw-Hill, NewJersey.

4 - Churchill, R. V., and Brown, J. W. (1987). "Fourier Series and Boundary Value Problems". Forth Edition, MacGraw-Hill, NewJersey.

5 - Lee, V. W., and Trifunac, M. D. (1982). "Responce of Tunnels to Incident SH-Waves". *J. eng. Mech.,* div ASCE 108, 1-17.

6 - Manolis, G. D., and Beskos, D. E. (1988). "Boundary Element Methods in Elastodynamics." Unwin Hyman, London.

7 - Moore, I. D., and Guan, F. (1996). "Tree-Dimensioal Dynamiv Response of Lined Tunnels due to Incident Sesmic Waves". *Earthquake Enginnering and Structural Dynamics,* 25, 357-369.

8 - Pao, H. Y., and Mow, C. C. (1973). "The Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Conectrations". Crane-Russak, NewYork.

9 - Stamos A. A. and Beskos, D. E. (1995). "Dynamic Analysis of Large 3-D Underground Structures by the BEM". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics,* 24, 917-934.

10 - Wolf, J. P. (1988). "Soil-Structure-Interaction Analysis in Time Domain". Prentice-Hall, NewJersey.

واژه نامه

نیروی حجمی	1 - Body Force
موج فشاری	2 - Pressure Wave
موج برشی	3 - Shear Wave
بردار تنش	4 - Traction
دریافت کننده	5 - Receiver
منبع	6 - Source
تغییرمکان	7 - Displacement Kernel
جمله پرش	8 - Jump Term
فرایند تفرق	9 - Scatering
موج تفرق یافته	10 - Scatered Wave
مور و گوان	11 - Moore & Guan
انعکاسات متوالی	12 - Successive Reflection Method