

واسنجی معادله نفوذ سازمان حفاظت خاک آمریکا با روش حداقل مربعات

Calculation of SCS infiltration equation by Least-Squares method

غلامعباس بارانی*، محمد جواد خانجانی* و محسن اسکافی**

چکیده

سازمان حفاظت خاک آمریکا (SCS) با افزودن یک پارامتر اصلاحی به معادله نفوذ کوستیاکوف مدلی را ارائه نموده است که دارای سه پارامتر ثابت می‌باشد. چون برای تعیین این پارامترها راه حل صریحی وجود ندارد، بنابراین این سازمان با در نظر گرفتن مقدار $0/65-0/7cm$ برای پارامتر اصلاحی واسنجی آنرا آسان نموده است. نظر به اینکه مقدار پارامتر اصلاحی در خاکهای مختلف متفاوت بوده و از مقدار تعیین شده توسط SCS تجاوز می‌نماید، لذا بر آورد پارامترهای معادله نفوذ با این روش همراه با تقریب می‌باشد. در مطالعه حاضر با استفاده از تلفیق روش حداقل مربعات و روش عددی نیوتن - رافسون پارامترهای معادله نفوذ SCS برای چهار نوع خاک مختلف محاسبه گردیده است. مقایسه نتایج حاصل از روش SCS و روش ارائه شده با نتایج بدست آمده از اندازه‌گیری در مزرعه نشان می‌دهد که روش ارائه شده مطابقت بهتری نسبت به روش SCS دارد. **واژه‌های کلیدی:** نفوذ، سازمان حفاظت خاک آمریکا، حداقل مربعات، فامیل نفوذپذیری، معادله نفوذ کوستیاکوف، مدل

مقدمه

سرعت نفوذ می‌باشد. بنابراین ارزیابی دقیق آن از کارهای ضروری و مهم است. تاکنون با استفاده از معادلات متعددی چگونگی پدیده نفوذ بیان شده است. اولین معادله‌ای که بر اصول فیزیکی و استدلال ریاضی استوار است توسط

سرعت نفوذ یکی از پارامترهای مهم طراحی در سیستمهای آبیاری می‌باشد. این پارامتر به شرایط خاک و همچنین مقدار رطوبت موجود در آن بستگی دارد. انتخاب نوع سیستم آبیاری (۱) و همچنین تخمین رواناب حاصل از بارش (۹) تابعی از

* - دانشیار دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان - ایران

** - دانشجوی مقطع کارشناسی ارشد رشته تأسیسات آبیاری، دانشگاه شهید باهنر، کرمان - ایران

شده است. برای استفاده از روش ارائه شده باید آزمایش اندازه‌گیری نفوذ در مزرعه انجام شود سپس با استفاده از گرافها، فامیل نفوذپذیری خاک را پیدا کرده و از جدول مربوطه پارامترهای a و b را بدست آورد.

مواد و روشها

همانطوری که قبلاً اشاره شد مدل CS بصورت زیر ارائه شده است:

$$F = at^b + c \quad (1)$$

F مقدار آب نفوذ یافته در زمین از لحظه شروع نفوذ تا زمان t بر حسب میلیمتر و t زمان از شروع نفوذ بر حسب دقیقه می‌باشد. ضرایب a ، b و c ضرایبی هستند که به نوع و وضعیت خاک در زمان نفوذ بستگی دارند. با موازنه ابعادی معادله (۱) پارامتر b بدون بعد و برای پارامتر a نمی‌توان بعدی را مشخص کرد. همچنین پارامتر c بر حسب میلیمتر می‌باشد. می‌دانیم که در لحظه شروع نفوذ مقدار نفوذ تجمعی یعنی F صفر خواهد بود و چنانچه این شرط را در معادله قرار دهیم خواهیم داشت:

$$t=0 \Rightarrow F=0$$

$$0 = a \cdot 0^b + c \Rightarrow c=0$$

و بنابراین نتیجه می‌شود:

$$F = at^b$$

که معادله کوستیاکوف می‌باشد و با روش حداقل مربعات به سادگی قابل حل است.

محاسبه پارامترهای معادله کوستیاکوف در مقایسه با فرمول SCS نیاز به محاسبات کمتری دارد ولی با آزمایشهای مکرر مشاهده میشود که فرمول SCS دقیق‌تر و دارای خطای کمتری می‌باشد.

مشاهده می‌شود که یک جمله از معادله

گرین-امپت^۱ (۲) ارائه شده است. پارامترهای این معادله از خصوصیات فیزیکی خاک و با آزمایش قابل اندازه‌گیری می‌باشند به همین دلیل به صورت وسیعی بکار گرفته شده است (۹، ۱۰). معادله دیگری توسط کوستیاکوف^۲ به شکل $F=at^b$ ارائه شده است (۵). گرچه پارامترهای این معادله خصوصیات فیزیکی خاک نیستند ولی به سادگی قابل محاسبه می‌باشند. در این معادله F نفوذ تجمعی بر حسب سانتی‌متر و t زمان از شروع نفوذ بر حسب دقیقه می‌باشد. معادله هورتون^۳ به شکل زیر ارائه شده است (۳):

$$f=f_c+(f_o-f_c)e^{-kt}$$

در این معادله f_c و f_o به ترتیب سرعت نفوذ نهایی و اولیه می‌باشند. f سرعت نفوذ بر حسب میلیمتر بر ثانیه و t زمان بر حسب ثانیه می‌باشد. اسماعیل در مطالعه‌ای (۴) معادلات کوستیاکوف و هورتون را مورد مقایسه قرار داد و روشی را بر اساس حداقل مربعات برای محاسبه پارامترهای معادله هورتون ارائه داد.

معادله دیگری توسط فیلیپ (۸) به شکل

زیر ارائه شده است:

$$F=S(t)0.5+K(t)$$

در این معادله F بر حسب سانتیمتر، t بر حسب دقیقه، S ضریب ثابت مربوط به جذب آب^۴ بر حسب سانتیمتر بر مجذور دقیقه و K ضریب ثابت مربوط به هدایت آبگذری خاک می‌باشد. کارشناسان سازمان حفاظت خاک امریکا بر اساس معادله کوستیاکوف آزمایشهای زیادی را در مزارع انجام داده و نهایتاً روشی را ارائه نموده‌اند که به روش SCS معروف است. این روش بر اساس معادله $F = at^b + c$ می‌باشد که در واقع به معادله کوستیاکوف یک پارامتر اصلاحی اضافه

1- Green - Ampt

2- Kostiakov

3- Horton

4- Absorptivity

بنابراین خواهیم داشت :

$$c_1 = c \qquad c_2 = a$$

$$c_3 = c_2 \times (\Delta b - 0.001)$$

و مقادیر f_1, f_2, f_3 را می توان از روابط زیر بدست آورد:

$$f_1 = 1$$

$$f_2 = t^{b_0+0.001}$$

$$f_3 = f_2(Lnt)$$

ضرایب c_1 و c_2 و c_3 از روابط زیر قابل محاسبه میباشند:

$$\begin{vmatrix} \Sigma f_1 F & \Sigma f_1 f_2 & \Sigma f_1 f_3 \\ \Sigma f_2 F & \Sigma f_2 f_2 & \Sigma f_2 f_3 \\ \Sigma f_3 F & \Sigma f_3 f_2 & \Sigma f_3 f_3 \end{vmatrix} = c_1 \cdot D$$

$$\begin{vmatrix} \Sigma f_1 f_1 & \Sigma f_1 F & \Sigma f_1 f_3 \\ \Sigma f_2 f_1 & \Sigma f_2 F & \Sigma f_2 f_3 \\ \Sigma f_3 f_1 & \Sigma f_3 F & \Sigma f_3 f_3 \end{vmatrix} = c_2 \cdot D$$

$$\begin{vmatrix} \Sigma f_1 f_1 & \Sigma f_1 f_2 & \Sigma f_1 F \\ \Sigma f_2 f_1 & \Sigma f_2 f_2 & \Sigma f_2 F \\ \Sigma f_3 f_1 & \Sigma f_3 f_2 & \Sigma f_3 F \end{vmatrix} = c_3 \cdot D$$

$$\begin{vmatrix} \Sigma f_1 f_1 & \Sigma f_1 f_2 & \Sigma f_1 f_3 \\ \Sigma f_2 f_1 & \Sigma f_2 f_2 & \Sigma f_2 f_3 \\ \Sigma f_3 f_1 & \Sigma f_3 f_2 & \Sigma f_3 f_3 \end{vmatrix} = D$$

بامشخص شدن c_1, c_2, c_3 مقدار Δb از

رابطه زیر محاسبه می شود:

شماره (۱) دارای دو پارامتر و به صورت نمایی می باشد. برای استفاده از روش حداقل مربعات باید آنرا به صورتی تبدیل کرد که هر جمله فقط دارای یک پارامتر باشد.

برای این کار ابتدا مقدار اولیه ای b_0 را برای b در نظر می گیریم. می دانیم که حدس اولیه همراه با خطایی مساوی Δb می باشد.

$$b = b_0 + \Delta b$$

اگر $(b_0 + \Delta b)$ را به جای b در معادله (۱) جایگزین کنیم. با محاسبه مقدار Δb می توانیم مقدار b را تصحیح نماییم، یعنی $b_0 + \Delta b$ را بدست آوریم.

با جایگزین کردن مقدار $b_0 + \Delta b$ به جای b خواهیم داشت :

$$F = at^{b_0+\Delta b} + c$$

$$F = at^{b_0} t^{\Delta b} + c \quad (2)$$

سری ماکلورن عبارت $t^{\Delta b}$ حول نقطه 0.001 به صورت زیر خواهد بود:

$$t^{\Delta b} = t^{0.001} + t^{0.001} \cdot Lnt \cdot (\Delta b - 0.001) + \dots$$

اگر فقط دو جمله اول این بسط را در نظر بگیریم خواهیم داشت :

$$t^{\Delta b} = t^{0.001} + t^{0.001} \cdot Lnt \cdot (\Delta b - 0.001) \quad (3)$$

چنانچه مقدار $t^{\Delta b}$ از معادله (۳) را در معادله (۲) جایگزین کنیم خواهیم داشت:

$$F = at^{b_0} t^{0.001} (1 + Lnt(\Delta b - 0.001)) + c \quad (4)$$

معادله (۴) را می توان به صورت زیر نوشت :

$$F = f_1 c_1 + f_2 c_2 + f_3 c_3 \quad (5)$$

شده در این مقاله و مقادیر نفوذ برآورد شده با روش SCS می‌باشد. مقایسه اعداد ستونهای سوم و چهارم با اعداد ستون دوم مطابقت بهتر روش ارائه شده رانسبت به روش SCS نشان می‌دهد.

جدول ۱ - مقدار نفوذ اندازه‌گیری شده و محاسبه شده مربوط به خاک متراکم

Table 1. Measured and computed values of infiltration depth for compacted soil

مقادیر اندازه‌گیری شده		مقدار محاسبه شده	
زمان	مقادیر اندازه‌گیری شده	Computed values	
دقیقه	در آزمایش	حد اقل مربعات	
Time	Measured values	Least-Squares	SCS
minute	in experiment		
5	9.3	10.45	9.94
10.00	12.00	12.14	11.87
15.00	14.4	13.7	13.51
20.00	16.3	15.71	15
30	18.6	18.00	17.72
40	20.7	20.69	20.19
50	23.00	23.29	22.48
60	25.2	25.78	24.66
75	29.00	29.44	27.47
90	32.7	33	30.69
105	36.3	36.47	33.44
120	39.8	39.88	36.11
135	43.3	43.22	38.68
150	46.9	46.5	41.18
		a=0.523	a=0.925
		b=0.856	b=0.720
		c=8.386	c=7
			CN= 0.3

$$\Delta b = \frac{c_3}{c_2} + 0.001$$

چنانچه Δb مقدار ناچیزی باشد مقدار b تعیین شده مناسب بوده یعنی

$$b \approx b_0 + \Delta b$$

و در غیر این صورت با جانشین کردن مقدار $\Delta b + b_0$ به جای b و تشکیل مجدد معادله ماتریسی مذکور مقدار Δb را محاسبه می‌کنیم. این عملیات را تا زمانی که Δb بدست آمده ناچیز باشد ادامه می‌دهیم. بدین ترتیب مقدار b ، a و c از فرمول‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$c = c_1$$

$$a = c_2$$

$$b = b_0 + \Delta b$$

بدین ترتیب پارامترهای معادله فوق بدست می‌آیند.

نتیجه‌گیری و بحث

آزمایشهایی جهت اندازه‌گیری مقدار نفوذ بوسیله دبل رینگ بر روی چهار نوع خاک توسط مالک (۶) انجام شده است. در طول آزمایش حداکثر تغییرات سطح آب ۵ سانتیمتر و رینگ‌ها ۱۰ سانتیمتر داخل زمین قرار گرفته‌اند.

جهت اعمال روش ارائه شده بر روی نتایج آزمایشهای فوق برنامه کامپیوتری تهیه شده است. مطالعه کنندگان برای دستیابی به برنامه فوق میتوانند به مؤلف سوم مراجعه نمایند.

نتایج آزمایشات و خروجی برنامه کامپیوتری فوق در جداول ۱ تا ۴ آمده است. بررسی این نتایج بخوبی دقت روش ارائه شده را تأیید میکند.

نتایج مندرج در جداول شماره ۱ و ۲ شامل چهار ستون می‌باشد. در این جداول ستون اول زمان بر حسب دقیقه و ستونهای دوم، سوم و چهارم به ترتیب مقادیر نفوذ اندازه‌گیری شده توسط آزمایش، مقادیر نفوذ برآورد شده با استفاده از روش ارائه

جدول ۳- مقدار نفوذ اندازه گیری شده و محاسبه شده مربوط به خاک شنی خشک

Tabel 3. Measured and computed values of infiltration depth for dry sandy soil

زمان	مقدار اندازه گیری شده	مقدار محاسبه شده
دقیقه	در آزمایش	با حداقل مربعات
Time	Measured values	Computed values
minute	in experiment	by Least-Squares
0.50	11	3.42
1.00	17.1	15.26
1.5	22.8	22.85
3.00	35.9	38.98
5.00	41.6	53.18
7.00	55.20	64.15
10.00	72.30	76.82
15.00	94.8	92.98
20.00	111.7	105.76
30.00	134.9	125.93
40.00	149.9	141.86
60.00	169.5	166.79
90.00	191.6	195.09
150.00	232.3	236.2
		a=59.35
		b=0.31
		c=-44.45

مدل محاسبه و نتایج در جداول ۳ و ۴ آمده است. در این مدل پارامتر b در محدوده (۱ و ۰) قرار دارد بنابراین اگر ضمن محاسبات مقدار b خارج از این محدوده بدست آمد ادامه محاسبات به نتیجه نخواهد رسید. یعنی مقدار b خارج از محدوده همگرایی طرح تکراری ارائه شده قرار دارد. باید یک مقدار اولیه برای b در محدوده همگرایی

جدول ۲- مقدار نفوذ اندازه گیری شده و محاسبه شده مربوط به خاک شنی

Tabel 2 . Measured and computed values of infiltration depth for sandy soil

زمان	مقدار اندازه گیری شده	مقدار محاسبه شده	مقدار محاسبه شده
دقیقه	در آزمایش	با حداقل مربعات	SCS
Time	Measured values	Computed values	
minute	in experiment	Least-Squares	SCS
15	59	59.61	48.21
30	87.8	88.05	80.04
40	104.7	104.95	99.55
50	120.7	120.71	118.16
60	137.6	135.77	136.21
70	149.8	150.21	153.72
		a=5.56	a=4.445
		b=0.747	b=0.823
		c=17.63	c=7
			CN= 4

در روش SCS برای محاسبه پارامترهای مدل ابتدا باید با استفاده از نتایج بدست آمده از آزمایش، منحنی نفوذ را بر روی گرافهای ارائه شده توسط SCS رسم نمود و سپس بهترین منحنی که با منحنی رسم شده مطابقت دارد انتخاب کرد. در مورد بعضی از خاکها منحنی رسم شده چندین منحنی را قطع کرده و با هیچکدام مطابقت ندارد بنابراین برای این خاکها نمی توان با روش SCS پارامترهای مدل را بدست آورد ولی با روش ارائه شده برای تمام خاکها می توان پارامترهای مدل را محاسبه کرد.

برای آزمایش های سوم و چهارم باروش SCS به دلیل ذکر شده در بالا نمی توان پارامترهای مدل را بدست آورد ولی با روش ارائه شده پارامترهای

ضریب تعیین بزرگتر و یانزدیک به یک می باشد
و اگر منحنی برازش شده از پایین نقاط عبور کند
ضریب تعیین عددی نزدیک صفر خواهد بود.

جدول ۵- پارامترهای آماری مربوط به آزمایشات

Table 5 . Statistics parameters of experiment

شماره آزمایش Experiment number	ضریب تعیین R ²	مجموع مربعات خطا SSE
1	0.94	28.55
2	0.98	4.01
3	0.98	532.24
4	0.97	0.27

بنابراین ملاک مقایسه دو روش مجموع مربعات
خطا می باشد. ضریب تعیین در مورد روش SCS
مفهومی ندارد و برای روش ارائه شده فقط جهت
قضاوت بر روی مدل بکار می رود و نمی تواند دو
روش را باهم مقایسه کند. جدول ۵ ضریب تعیین و
مجموع مربعات خطا را برای چهار آزمایش نشان
می دهد.

References

منابع مورد استفاده

- ۱- فرشی، ع. ۱۳۷۰. طراحی و کاربرد روشهای
اصلی آبیاری سطحی. انتشارات مؤسسه
تحقیقات خاک و آب، ۶۶ صفحه.
2. Green W and Ampt G (1911) Studies of
soil physics 1: The flow of air and water
through soils. J. Agric. Sci. 4 :1-24.
- 3 . Horton R (1940) An approach toward a
physical interpretation of infiltrations
capacity. Soil Sci. Soc. Am . J. 5:399-417.
- 4 . Ismail I (1987) Least - Squares estimates

حدس زد و محاسبات را ادامه داد. برای تعیین
مقدار b اولیه بهترین مقدار عدد 0.5 است و این
انتخاب باعث کم شدن تعداد تکرارهای محاسبات
می باشد.

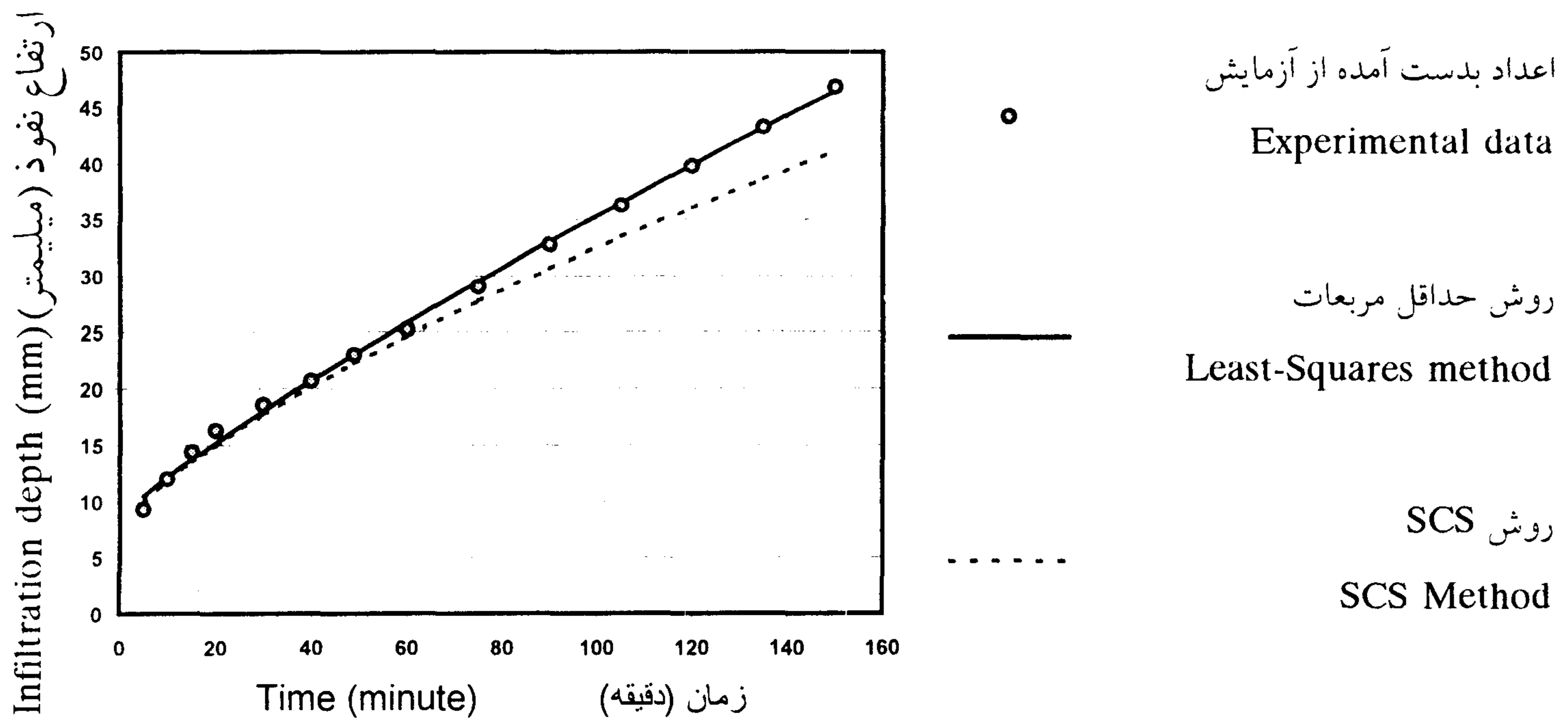
برای نتیجه گیری و مقایسه علمی دو روش SCS
و روش حداقل مربعات ضریب تعیین و مجموع
مربعات خطا محاسبه شده است در روش SCS
ضریب تعیین نمی تواند ملاک بحث و نتیجه گیری
قرار گیرد در این روش خطاهای مربوط به مقدار
نفوذ متعادل نیست و منحنی برازش شده لزوماً از
بین نقاط اندازه گیری شده عبور نمی کند ممکن
است از بالا یا پایین نقاط اندازه گیری شده عبور
نماید. شکل ۱ و ۲ این موضوع را بخوبی نشان
می دهند.

جدول ۴ - نفوذ اندازه گیری شده و محاسبه شده مربوط به
خاک لومی

Table 4. Measured and computed values of
infiltration depth for loamy soil

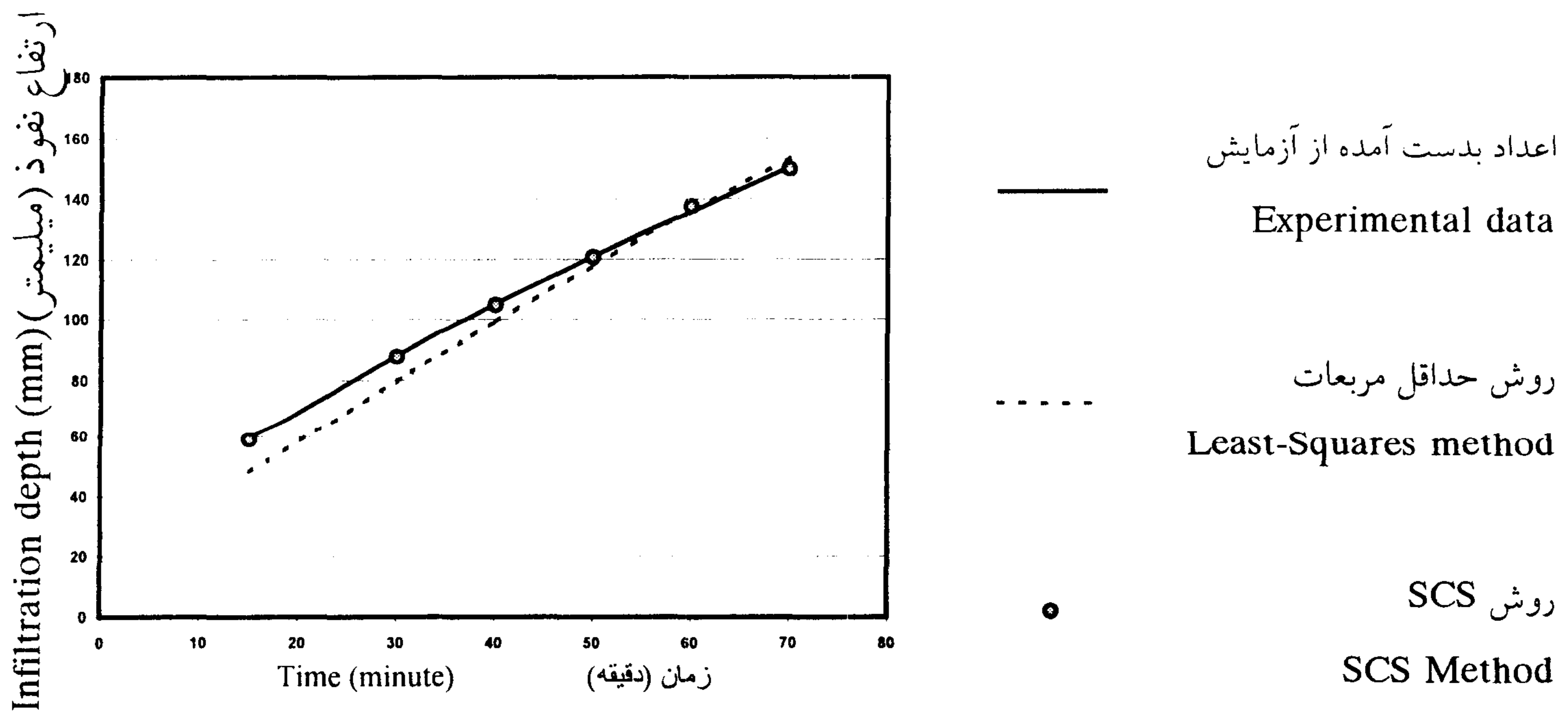
زمان Time minute	مقدار اندازه گیری شده آزمایش Measured values in experiment	مقدار محاسبه شده باجداقل مربعات Computed values by Least-Squares
15.00	19.50	19.57
30.00	23.40	23.26
40.00	25.00	25.08
49.98	26.20	26.63
60.00	28.20	27.99
70.02	29.10	29.22
		a=4.88
		b=0.361
		c=6.607

اگر منحنی برازش شده از بالای نقاط عبور کند



شکل ۱ - منحنی نفوذ تجمعی در آزمایش ۱

Fig 1. Cumulative infiltration curve in experiment 1



شکل ۲ - منحنی نفوذ تجمعی در آزمایش ۲

Fig 2. Cumulative infiltration curve in experiment 2

- of the Horton infiltration parameters.
Soil 144:6-10
- 5 . Kostiaikov A (1932) On the dynamics of the coefficient of water percolation. Trans commision ISSS part A:17-21.
- 6 . Malik R, Sharma S and Dhankar J (1985) Design of a sensitive and practical closed-top infiltrometer. Soil Sci. 139:452-457.
7. Orlandini S, Mancini M, Paniconi R and Rosso R (1996) Local contribution to infiltration excess run off for a conceptual catchment scale model. Water Res. Vol.32(7) :2003-2013.
- 8 . Philip J (1983) Infiltration in one two and three dimensions. Proceedings of the National Confrence on Advances in Infiltration. Am. Soc. Agric. Eng. 11-82:1-13.
- 9 . Rowls W and Brakensiek D (1988) Comparison between Green-Ampt and curve number run off predictions. Trans. ASAE , 29(6):1597-1599.
10. Van Mullen JA (1991) Run off and peak discharges using Green Ampt Infiltration Model, J. Hydraulic Eng. Vol.117. No.3