

چگونگی انتشار انرژی صوتی در محیط دریا و بستر آن با استفاده از روش مدهای نرمال

محمود کمره‌ای

دانشیار گروه مهندسی برق و کامپیوتر - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

پیمان شهسواری - کوروش کلانترزاده

کارشناسان ارشد، مرکز تحقیقات مهندسی جهاد سازندگی

(تاریخ دریافت ۷۶/۱/۲۵، تاریخ تصویب ۷۸/۴/۱۲)

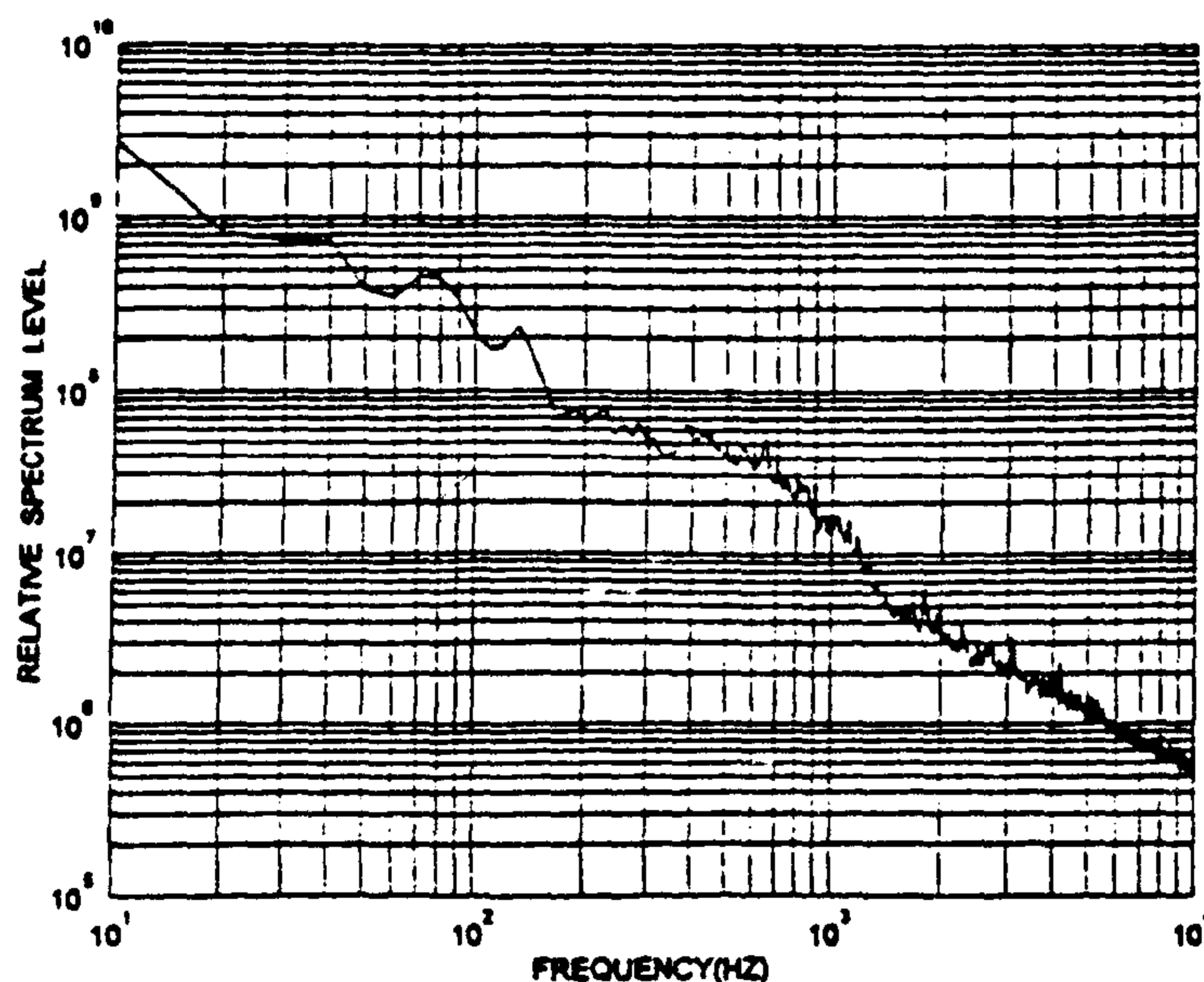
چکیده

مقاله حاضر چگونگی انتشار یافتن امواج صوتی در محیط زیرآب دریا را بررسی می‌کند، که از منابع صوتی واقع در دور دستها ایجاد شده باشد. با استفاده از روش مدهای عمود برهم^۱ که یکی از مناسب‌ترین روشها برای محاسبه مسیر انتشار انرژی صوتی در فرکانس‌های پایین بوده و برای محیط‌هایی است که به صورت لایه لایه دارای خواص یکسان و موازی سطح افق فرض شده‌اند، می‌باشد و همچنین با استفاده از شرایط مرزی موجود مدهای انتشار محاسبه شده و در انتها با جمع کردن این مدها برحسب ضریبی که بستگی به عمق منبع دارد، مقادیر فشار و چگالی انرژی صوتی در هر نقطه از محیط تعیین می‌شود. در انتهای مقاله نیز چگونگی توزیع انرژی برای تعدادی پروفیل سرعت و چگالی واقعی و فرضی با استفاده از این روش معرفی شده و مورد بررسی قرار می‌گیرد.

کلید واژه‌ها: مدهای عمود بر هم، انتشار امواج صوتی در زیر آب

مقدمه

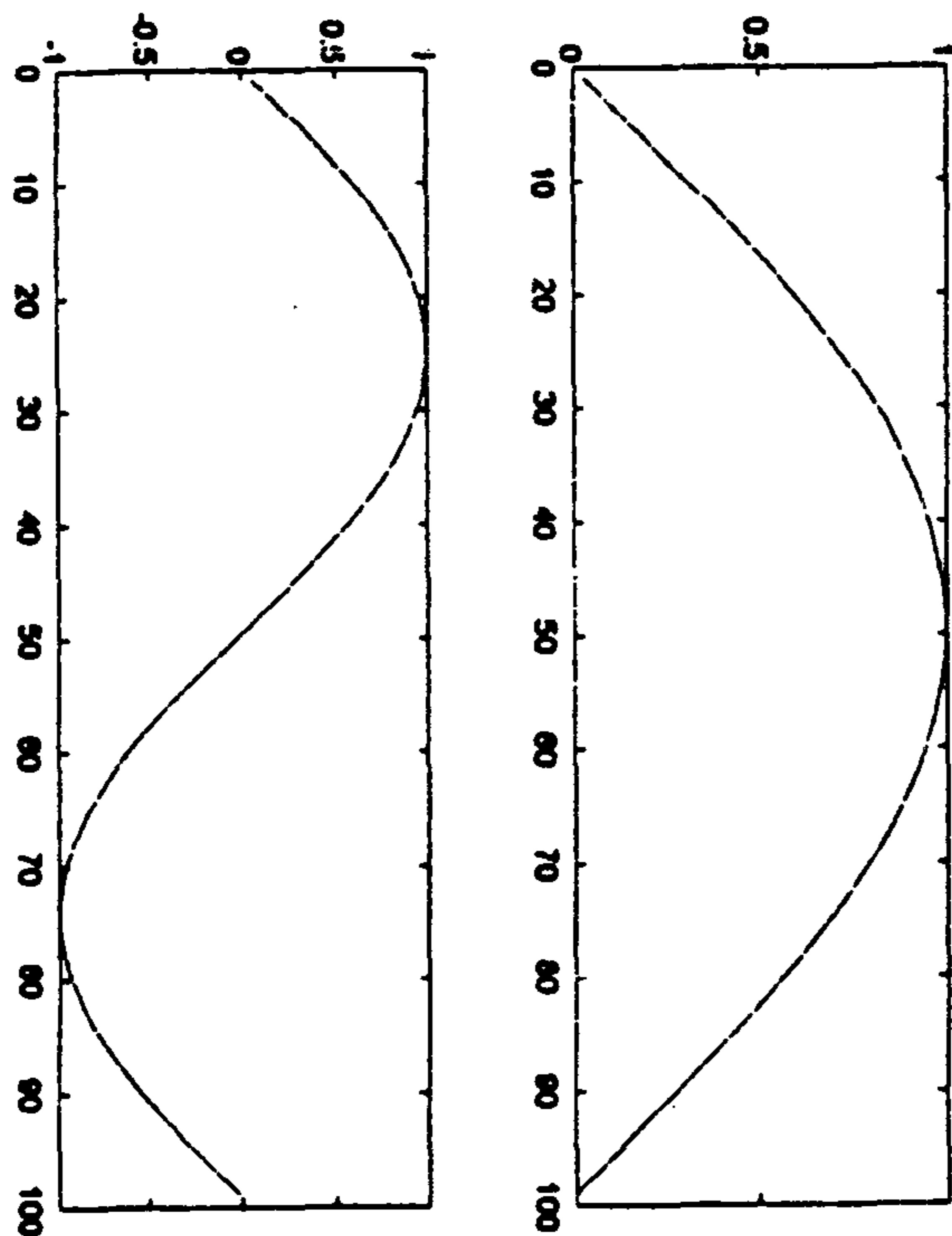
براساس تجربی و اندازه‌گیری‌های انجام شده در فاصله‌های به اندازه کافی دور از منابع موجود در محیط زیرآب دریا می‌توان منابع را به صورت منابع نقطه‌ای با فرکانس کاری پایین در نظر گرفت. این بدان دلیل است که جذب در فرکانس‌های بالا زیاد بوده و امواج صوتی فرکانس بالا نزدیک منبع از بین می‌روند. در صورتی که امواج فرکانس پایین تا فواصل دورتر منتشر خواهند شد. در ضمن می‌توان محیط دریا و بستر آن را با تقریب خوبی به صورت لایه لایه با خواص برابر در هر لایه در نظر گرفت. بدیهی است سیگنال اکوستیکی دریافت شده توسط گیرنده (هیدروفن) شامل نویزهای مختلف ایجاد شده توسط منابع گوناگون مانند کشتی، باران، باد، موجودات دریایی، جریان‌های آبی و هرگونه پدیده‌ای که صوت تولید کند، می‌باشد. شکل (۱) و (۲) نمونه‌ای از مشخصات نویز محیطی اندازه‌گیری شده توسط تیم تحقیقاتی پیشنهاددهنده مقاله را نمایش می‌دهد. * این اندازه‌گیری‌ها نشان می‌دهد که نویز غالب در محدوده فرکانسی نویز ناشی از تردد کشتیها می‌باشد [۱۲]. این‌گونه مشاهدات و نتایج آن باعث شد که این تحقیق



شکل ۱: طیف نویز دریا برای زمانی که ترافیک کشتیرانی کم است.

روشی را جستجو کند که بتواند برای محاسبه انتشار فرکانس‌های کمتر از 200 Hz و بیشتر از 20 Hz با در نظر گرفتن شرایط خاص محیط و مرزهای آن، بیشترین قابلیت را داشته باشد.

در بررسی چگونگی انتشار امواج صوتی در آب دریا و زیر بستر



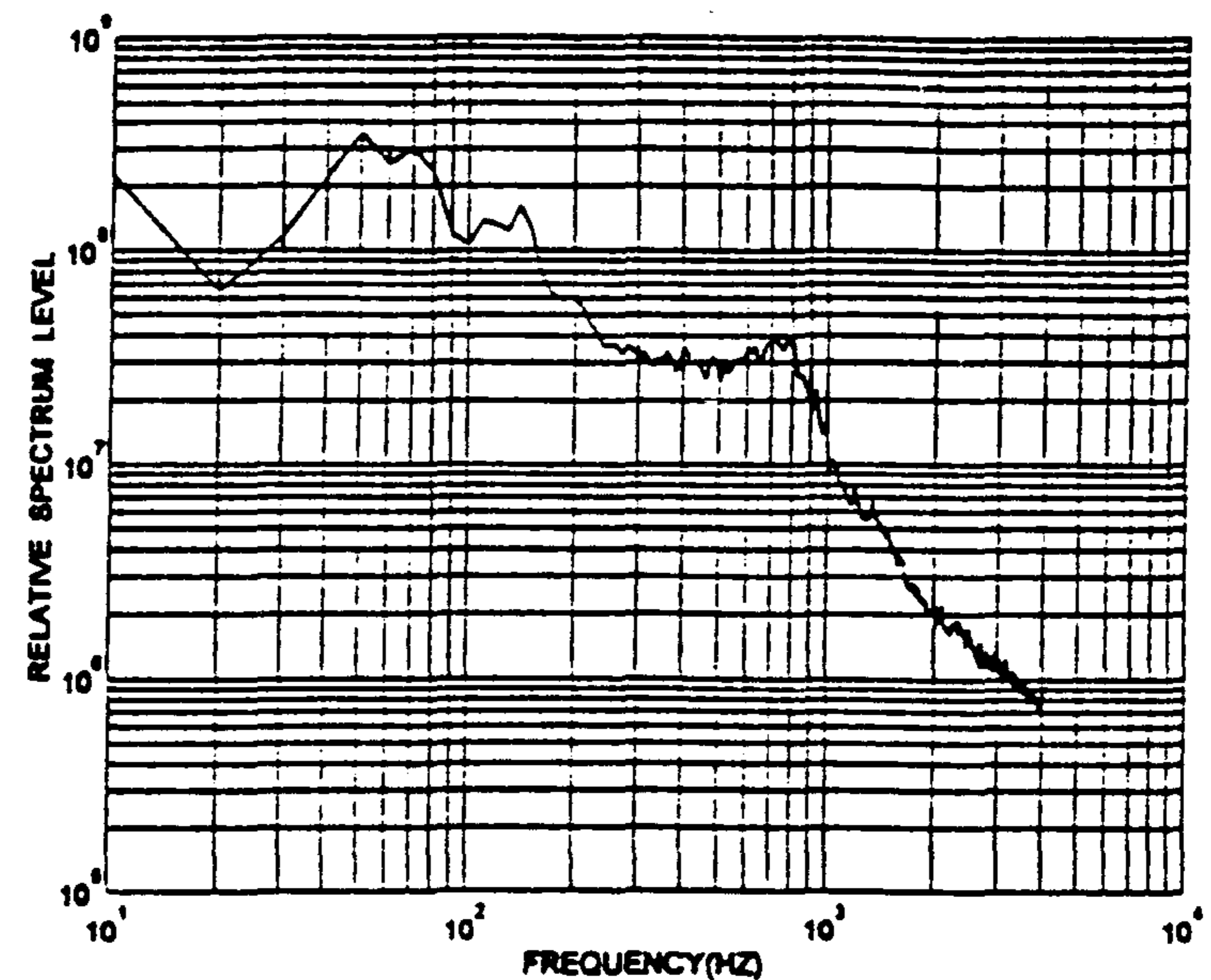
شکل ۳: مدهای اول و دوم برای حالتی که $c = 1500 \text{ m/s}$ و $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ هستند.

محاسبات کامپیوتری بسیار بالا خواهد شد در نتیجه سرعت محاسبه کاسته می‌شود. برای مثال در FDM برای محاسبات نسبتاً دقیق، تقسیم‌بندی محیط در هر امتداد باید کوچکتر از یک دهم طول موج باشند. لذا برای محیطی با ابعاد چند صد متر عمق و چند ده کیلومتر فاصله در فرکانس کاری 150 Hz که در آن طول موج در زیر آب حدود ده متر است، ماتریس‌هایی با ابعاد حدود میلیون ظاهر خواهد شد که محاسبه اینگونه ماتریس‌ها خارج از عهده رایانه‌های فعلی می‌باشد. لذا باید از حل تحلیلی و فرمول‌بندی مسأله تا حد امکان استفاده نمود و سپس در ادامه به راه حل عددی پرداخت. که به این گونه حلها، حل‌های ترکیبی گفته می‌شود.

اساس حل‌های ترکیبی عبارت از فرض کردن جواب مناسب و صدق دادن آن در معادله با توجه به شرایط مرزی می‌باشد. این جواب به خاطر یکتا بودن همان نتیجه مورد نظر می‌باشد. مثلاً اگر فرضی به صورت $\Psi(z)\Phi(r)$ در نظر گرفته شود، جواب به صورت حاصل ضرب دو تابع مستقل که یکی تنها تابعی از عمق و دیگری فقط تابعی از مسافت است، تبدیل شده است که اساس کار روش مدهای نرمال است [۳]. اگر حل به صورت $A(r)e^{g(r,z)}$ فرض شود روش پرتو خواهد شد [۳]. و یا اگر جواب به صورت $O(r)W(r,z)$ در نظر گرفته شود روش حلی به نام معادله هذلولی استفاده شده است [۳].

روش ریاضی

اساس این روش برپایه حل معادله‌ای است که تنها تابع عمق



شکل ۲: طیف نویز دریا برای زمانی که ترافیک کشتیرانی وجود دارد.

دریا، دو پارامتری که نقش اساسی را دارند سرعت انتشار صوت در محیط و چگالی محیط هستند. با این فرض که این دو پارامتر تغییرات بسیار ناچیزی در زمان نسبت به پارامترهای مورد محاسبه یعنی سرعت حرکت ذرات محیط و فشار صوتی در هر نقطه را دارند. از ترکیب معادله بقای ماده، معادله اویلر و معادله آدیاباتیک به معادله موج صوتی در زیر آب دریا می‌رسیم [۳]:

$$\rho \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla P \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = f(\vec{r}, t) \quad (1)$$

در آن P فشار صوتی (پارامتر مورد محاسبه)، c سرعت انتشار صوت در محیط و ρ چگالی محیط در هر نقطه می‌باشند. سمت راست معادله که تابعی از زمان و مکان می‌باشد، مربوط به منابع تولید صوت است. با ثابت فرض کردن سرعت صوت و چگالی نسبت به زمان و با قرارداد $e^{-i\omega t}$ و تبدیل فوریه روی معادله (۱) می‌توان آن را به معادله هلمهولتز تبدیل کرد. در این صورت است که مشتق دوم نسبت به زمان، تبدیل به ضریب می‌گردد.

روش‌های حل مستقیم معادله (۱) استفاده از روش‌های FDM (روش تفاضل‌های محدود) [۹] و FEM (روش اجزا محدود) می‌باشند [۱۱]. که در اولی معادله موج مستقیماً و با تقریب زدن اپراتورهای مشتق به زمان و مکان حل شده و دومی محیط را از نظر زمانی و مکانی به بلوکهای کوچکی تقسیم می‌کند که در آنها معادله موج قابل حل می‌باشد. اشکال بزرگ این دو روش این است که چون هیچ‌گونه حل تحلیلی در این دو روش انجام نمی‌شود، حجم

می‌باشند.

۲- مود m ام، m صفر در بازه‌ای که معادله در آن در نظر گرفته شده است بدست می‌دهد.

۳- مقادیر ویژه حقیقی هستند و به صورت $k_{r1}^2 > k_{r2}^2 > \dots$ می‌باشند که همگی از ω/C_{\min} کوچکتر هستند.

۴- مودها بر یکدیگر عمود هستند، که برای راحتی کار آنها را نرمالیزه می‌کنیم:

$$\int_0^D \frac{\Psi_m(z) \Psi_n(z)}{\rho(z)} dz = \begin{cases} 1 & ; m \neq n \\ 0 & ; m = n \end{cases} \quad (5)$$

۵- این مدها یک مجموعه کامل را تشکیل می‌دهند، یعنی هر جواب برای این معادله را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از آنها نوشت:

$$P(r,z) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m(r) \Psi_m(z) \quad (6)$$

با جایگذاری رابطه (۶) در معادله (۲) و ضرب کردن اپراتور $\int_0^D (0) \frac{\Psi_n(z)}{\rho(z)}$ در طرفین معادله رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{d\Phi_m(r)}{dr} \right] + k_{rm}^2 \Phi_m(r) = - \frac{\partial(r) \Psi_m(z_s)}{2\pi r \rho(z_s)} \quad (7)$$

معادله (۷) معادله بسل می‌باشد و به دلیل انتشار در جهت r جواب معادله از نوع هنکل نوع اول و به شکل زیر خواهد شد:

$$\Phi_m(r) = \frac{i}{4\rho(z_s)} \Psi_m(z_s) H_0^{(1)}(k_{rm}r) \quad (8)$$

در نتیجه جواب اصلی معادله به شکل زیر خواهد شد:

$$P(r,z) = \frac{i}{4\rho(z_s)} \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_m(z) \Psi_m(z_s) H_0^{(1)}(k_{rm}r) \quad (9)$$

برای بررسی تحلیلی جواب از معادله هلمهولتز تبدیل هنکل می‌گیریم. و با توجه به اینکه در اینجا منبع، یک منبع نقطه‌ای است جواب تابع گرینی در فضای عدد موج افقی خواهد شد. که به صورت زیر است [۸]:

$$G(z, z_s, k_r) = - \frac{R_1(z >, k_r) P_2(z <, k_r)}{W(z, k_r)} \quad (10)$$

منبع و عمق نقطه محاسبه می‌باشد. حل این معادله به تویع مودی منجر می‌شود که مانند یک تار مرتعش عمل می‌کنند. در انتها نیز کل میدان با جمع کردن هر کدام از این مودها برحسب وزنشان محاسبه می‌گردد. عمق منبع تعیین می‌کند که آیا این مدها تحریک می‌شوند یا خیر. مقاله حاضر موضوع را با معادله هلمهولتز (۱) آغاز کرده و به علت تقارن موجود، یعنی موازی در نظر گرفتن سطوح لایه‌ها، از مختصات استوانه‌ای استفاده شده است. بنابراین معادله (۱) در مختصات استوانه‌ای به شکل زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \rho(z) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \frac{\omega^2}{c^2(z)} P = - \frac{\delta(r) \delta(z - z_s)}{2\pi r} \quad (2)$$

با روش جداسازی متغیرها و در نظر گرفتن $P(r,z) = \Phi(r) \Psi(z)$ معادله (۲) تبدیل به دو معادله مستقل از یکدیگر می‌گردد. در حالت همگن معادله تابع برد از نوع بسل خواهد شد که به صورت تحلیلی قابل حل می‌باشد و اگر موج به صورت انتشاری روبه بیرون باشد این تابع هنکل از نوع اول خواهد شد. تابع عمق تبدیل به چند مد می‌گردد که هر کدام به تنهایی قابل حل می‌باشند. در نهایت معادله بدست آمده بعد از جداسازی متغیرها به شکل زیر خواهد شد:

$$\frac{1}{\Phi} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Phi}{dr} \right) \right] + \frac{1}{\Psi} \left[\rho(z) \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{d\Psi}{dz} \right) + \frac{\omega^2}{c^2(z)} \right] = 0 \quad (3)$$

معادله (۳) دو معادله مستقل از یکدیگر می‌باشد که با برابر قرار دادن قسمت اول با k_{rm}^2 تابع برد برابر $H_0^{(r)}(k_{rm}r)$ و قسمت دوم تبدیل به معادله زیر خواهد شد:

$$\rho(z) \frac{d}{dz} \left[\frac{1}{\rho(z)} \frac{d\Psi_m(z)}{dz} \right] + \left[\frac{\omega^2}{c^2(z)} - k_m^2 \right] \Psi_m(z) = 0 \quad (4)$$

که در آن ω سرعت زاویه‌ای و Ψ_m تابع ویژه مد m ام می‌باشد. از خواص شناخته شده این معادله کلاسیک همگن درجه دو که در زیر آمده است استفاده می‌گردد [۸]:

۱- برای هر k_{rm} به یک جواب منحصر به فرد می‌رسیم و بی‌نهایت از این جوابها داریم که توابع ویژه معادله‌اند و جواب فضای صفر

می‌گردد [۴]. برای مقادیر k_{rm} بالاتر از نقطه قطع، موج منتشره وجود نخواهد داشت.

روش عددی حل

ابتدا باید توابع ویژه را از روی حل معادله وابسته به عمق به دست آورد. با ثابت فرض کردن چگالی محیط و سرعت انتشار صوت در زیرآب دریا به صورت مقادیر ثابت در لایه‌ها و عدم تغییر در امتداد افق و همچنین اعمال روش FDM روی معادله (۴) به ماتریس قطری با مؤلفه‌های زیر خواهیم رسید:

$$e1_i = 2 \frac{1}{h} \quad e2_i = \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} h$$

$$d_i = \frac{\left[-\frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} - 1 + h^2 \left(\frac{\omega^2}{c_i^2} - k_r^2 \right) \right]}{h}$$

(۱۲)

که در ماتریس A به شکل زیر جایگزین می‌گردد:

$$A = \begin{bmatrix} d_0 & e1_1 & & & & \\ e2_1 & d_1 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & e1_N & \\ & & & & e2_N & d_N \end{bmatrix}$$

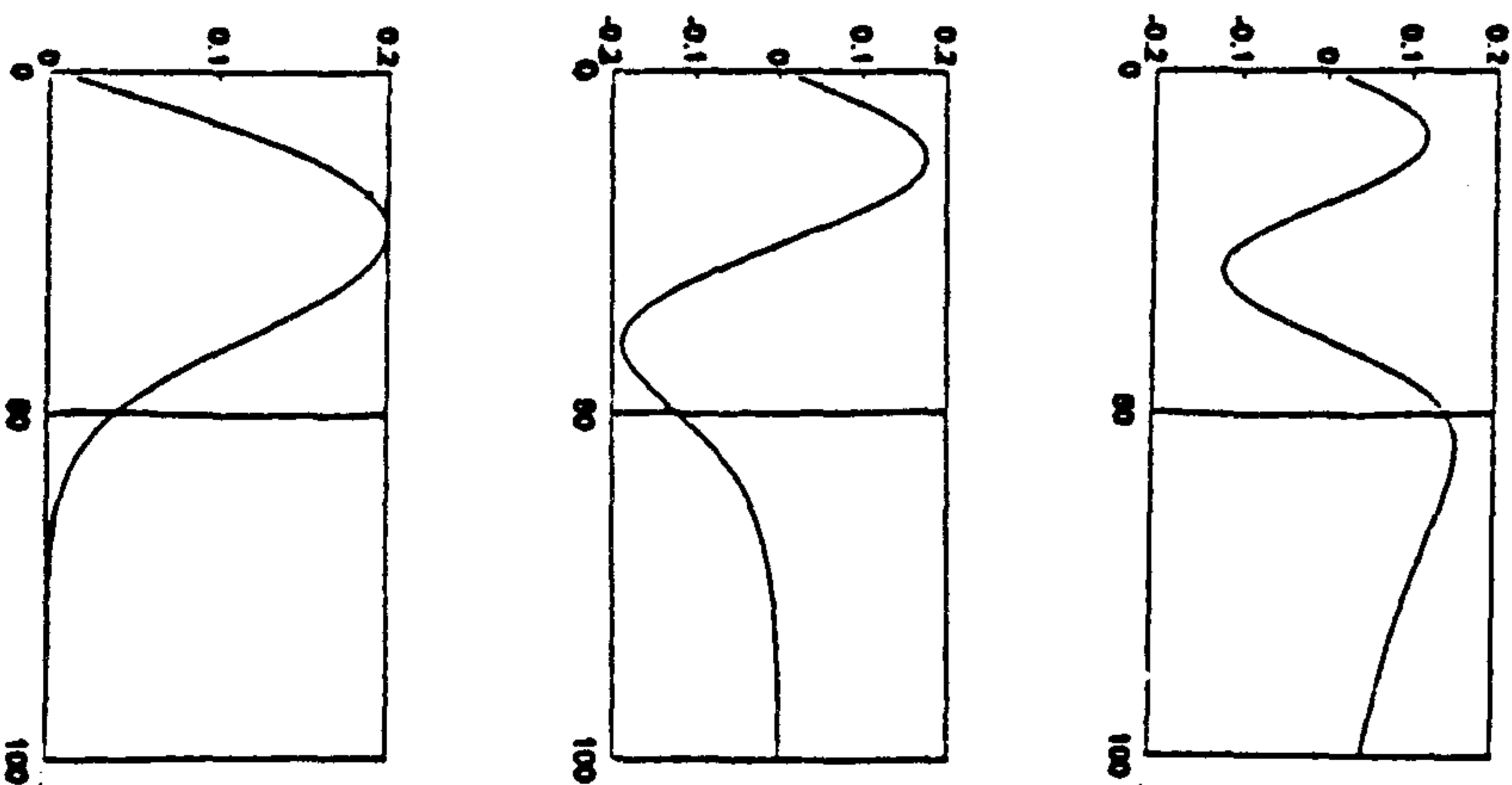
(۱۳)

پس به مسأله جبری مقادیر ویژه به صورت:

$$A\Psi = 0$$

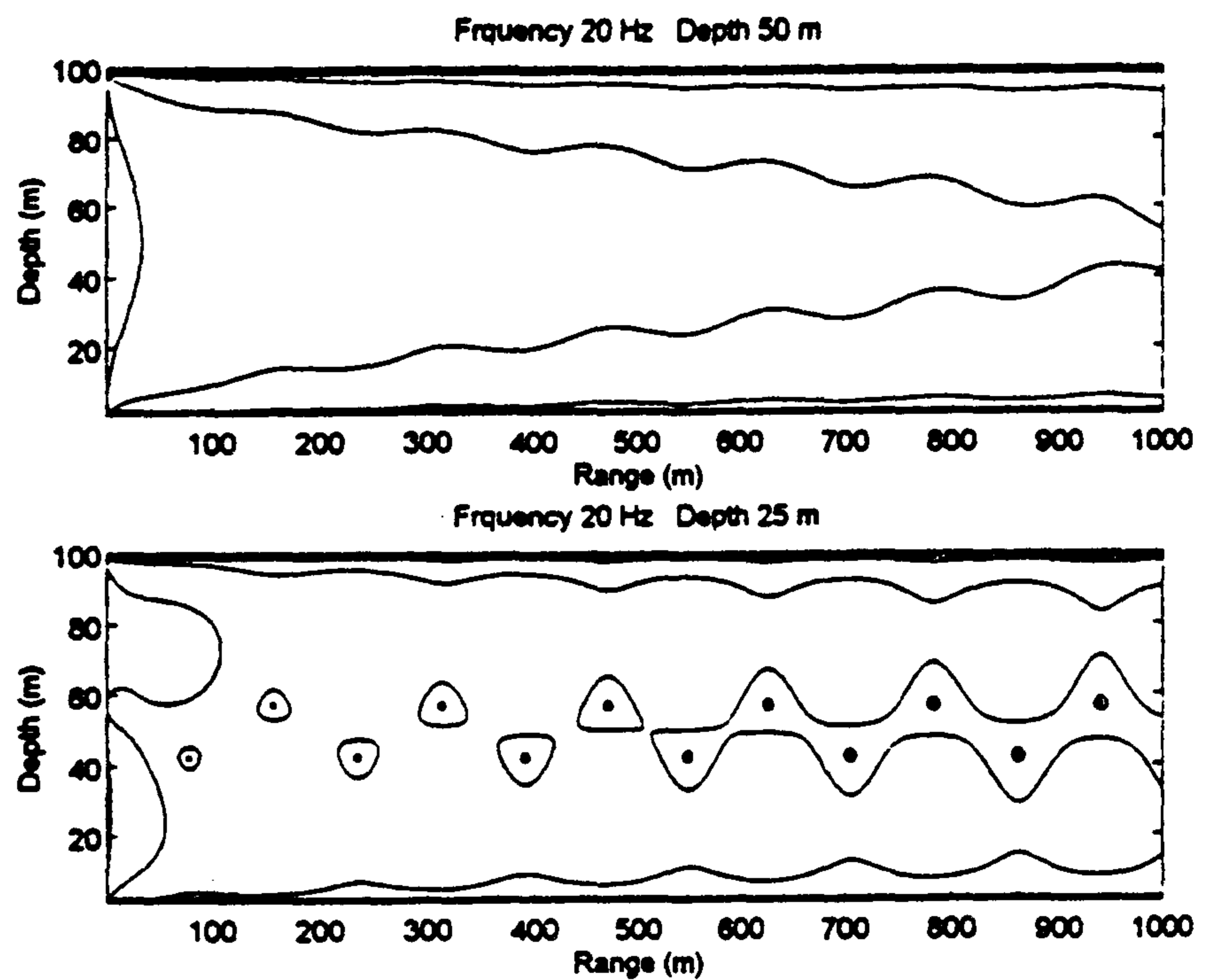
(۱۴)

می‌رسیم. جوابهای این معادله بردارهای ویژه‌ای هستند که مقادیر ویژه آنها صفرهای دترمینان ماتریس A می‌باشد. و جواب نهایی در معادله (۹) محاسبه می‌گردد. نکته‌ای که مهم است پیدا کردن



شکل ۶: مودهای اول، دوم و سوم برای پروفیل‌های موجود در

شکل (۵).

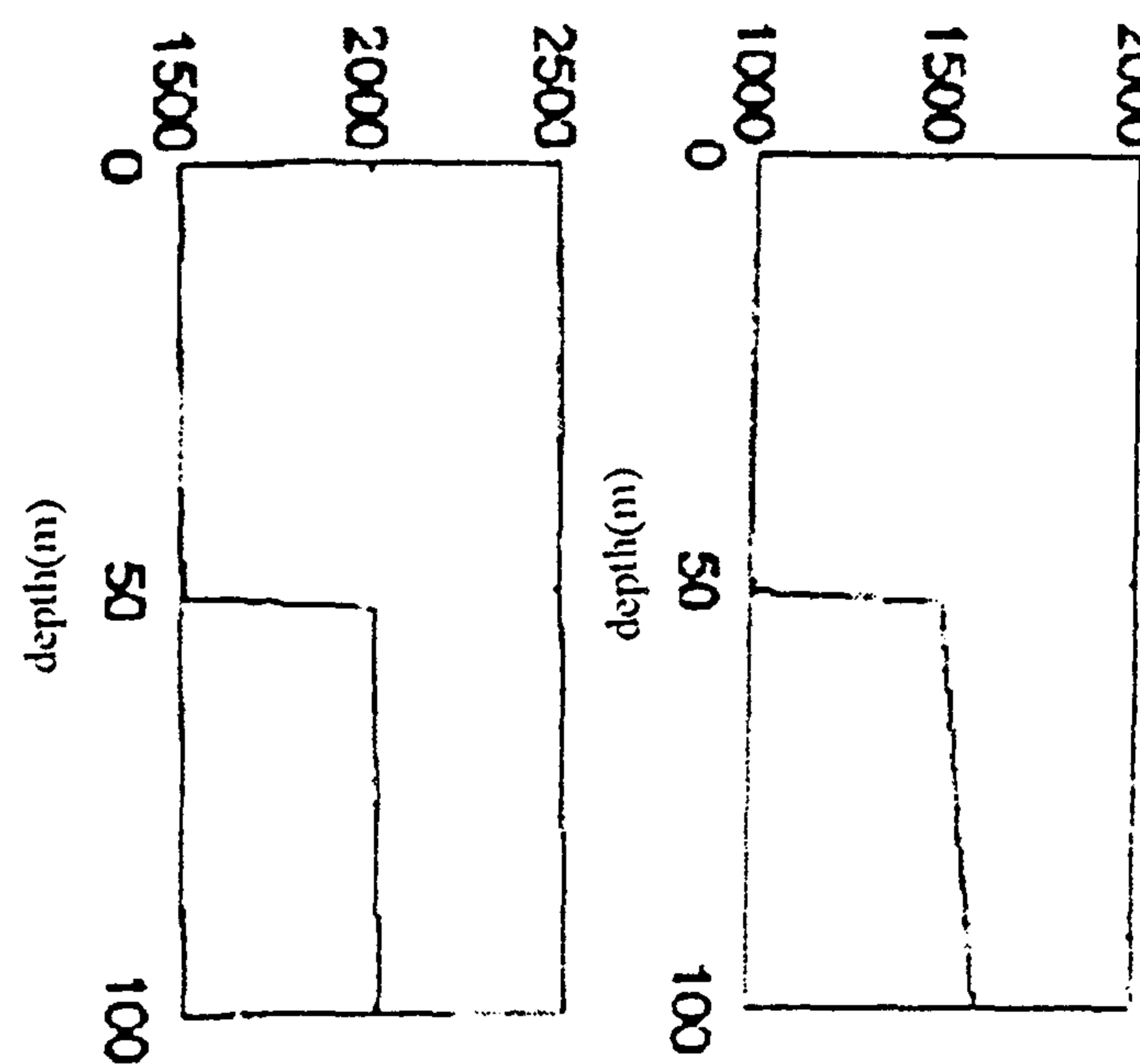


شکل ۴: نحوه انتشار موج برای پروفیل تک سرعت و تک چگالی در دو عمق مختلف.

در اینجا P_1 و P_2 با شرط مرزی بالایی ($z > z_s$) و پایینی ($z < z_s$) و W رونسکیان است. که اگر از آن عکس تبدیل هنکل گرفته شود به معادله زیر منجر خواهد شد:

$$P(r, z) =$$

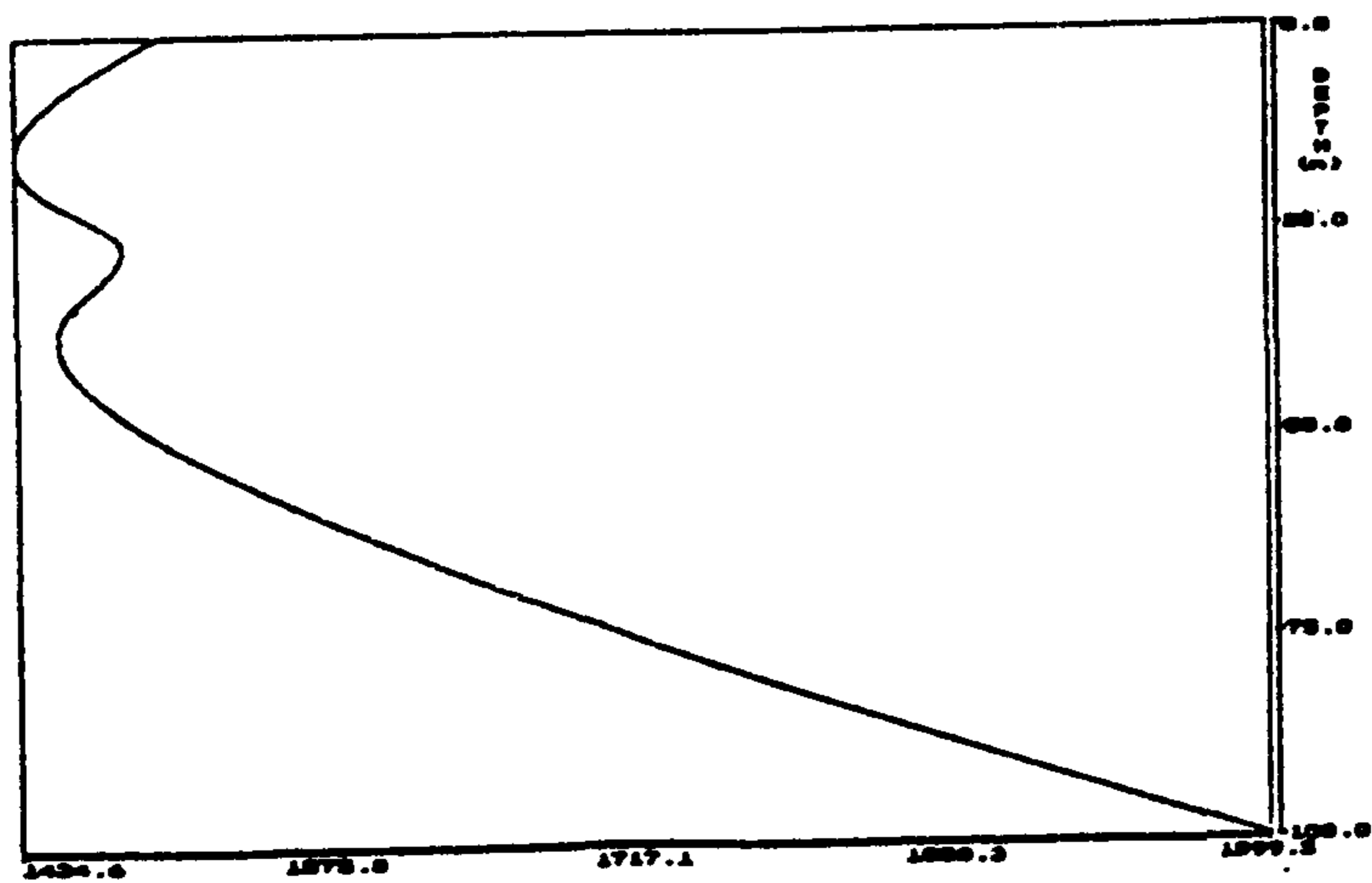
$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} G(z, z_s, k_r) H_0^{(1)}(k_r r) k_r dk_r \quad (11)$$



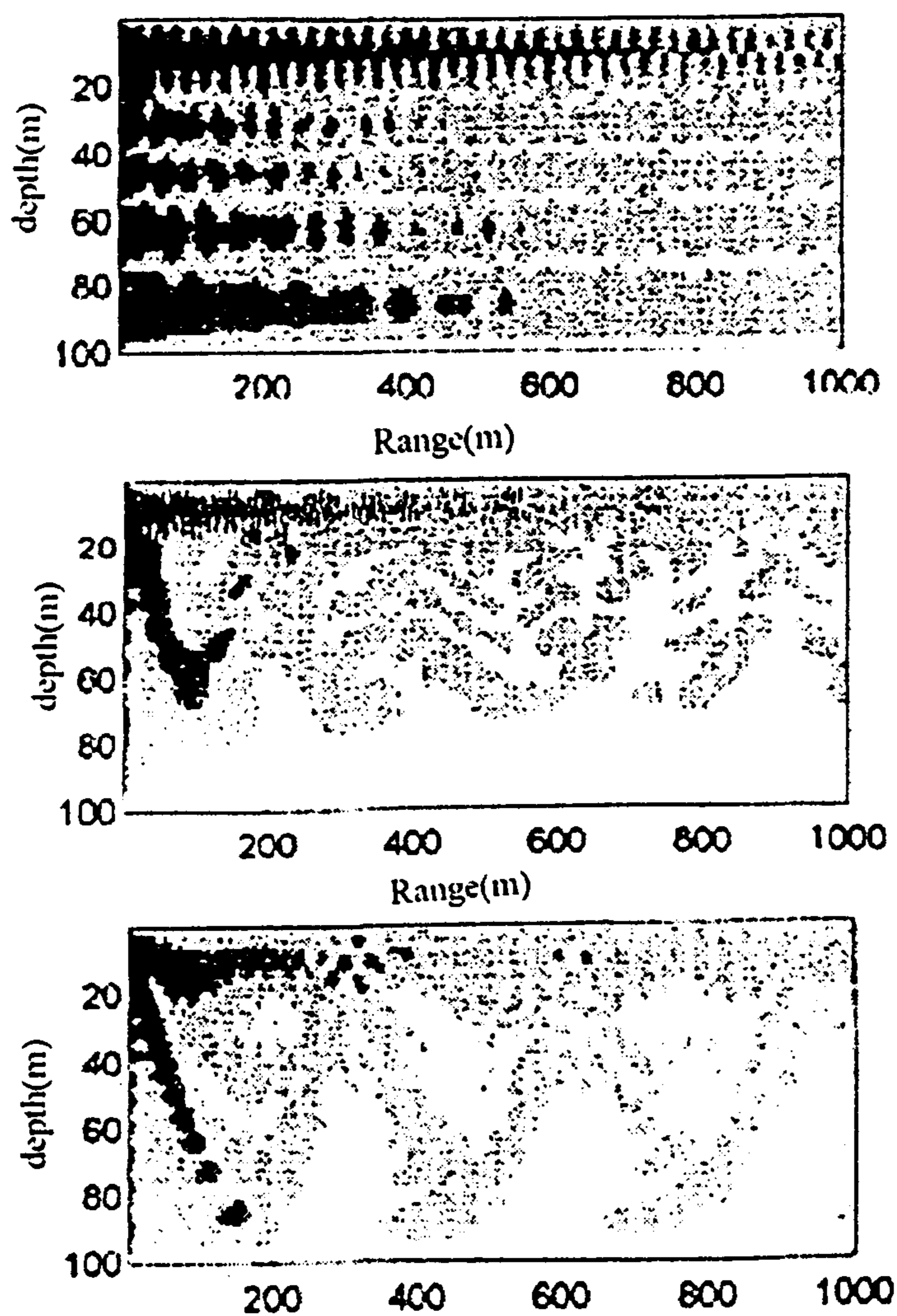
شکل ۵: شکل واقعی پروفیل‌های سرعت و چگالی در نقطه‌ای از دریا.

در صورت خوش رفتار بودن این انتگرال مقدار آن مساوی مجموع مانده‌ها در نقاط تکین است. یعنی k_{rm} های جواب همان قطب‌های تابع هستند. در فضای عدد موج افقی نقطه قطعی برای جواب بدست می‌آید که مقدار آن از معادلات تجربی محاسبه

است در صورتی که برای مود سوم این نفوذ قابل اغماض نیست. در واقع نفوذ در کف به علت زاویه برخورد امواج نسبت به افق است. اگر این زاویه از مقدار بحرانی کمتر باشد نفوذ در کف خواهیم داشت. شکل (۷) نتیجه محاسبات و مقدار نفوذ در کف را نشان می‌دهد. همانگونه که دیده می‌شود، در نقاط ابتدایی چون پرتوها با زاویه کمتری به سطح مرزی برخورد کرده‌اند مقدار نفوذ بیشتری داشته‌اند.



شکل ۸: پروفیل سرعت اغراق شده برای انجام محاسبات.



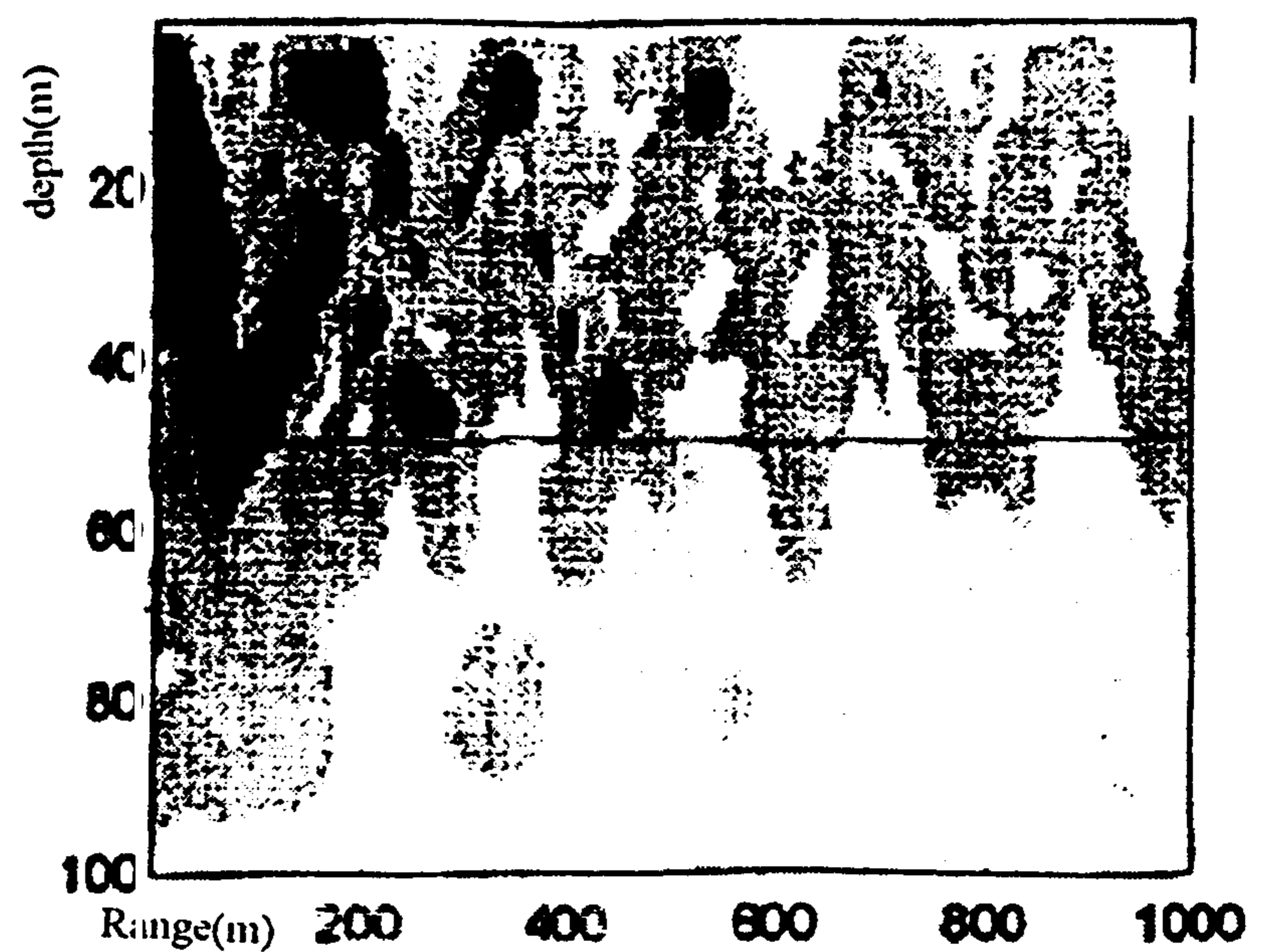
شکل ۹: نحوه انتشار انرژی موج صوتی، از بالا به پایین، به ترتیب برای فرکانسهای ۵۰Hz، ۱۰۰Hz و ۱۵۰Hz، برای حالتی که منبع در عمق ۱۰m قرار گرفته است.

نتایج بر نامه

نرم‌افزار نوشته شده را با استفاده از پروفیل‌های فرضی و واقعی مورد آزمایش قرار دادیم و نتایج زیر بدست آمد:

اولین محاسبات مربوط به ساده‌ترین پروفیل می‌باشد، یعنی حالتی که سطح دریا کاملاً صاف و بدون موج و کف دریا کاملاً سخت باشد. این دو شرط برای سطح و بستر ایده‌آل هستند. با تک سرعت و تک چگالی فرض کردن محیط ($C=1500\text{m/s}$ & $\rho=1000\text{Kg/m}^3$) محاسبات را برای تنها دو مد قابل انتشار در محیط خواهیم داشت که اولی به صورت نیم‌موج و دومی به صورت یک موج کاملاً سینوسی است که البته به علت ایده‌آل بودن محیط و شرایط مرزی این شکل‌ها منطقی هستند. در شکل (۴) کنتورهای جواب برای دو حالت یکی وقتی که عمق منبع ۵۰ است، دیگری وقتی منبع در عمق ۲۵ متری قرار داده شده است، آورده شده است. نکته قابل توجه آن است که در عمق ۵۰ متری مود دوم انتشار پیدا نمی‌کند چون فقط تحریک دقیقاً روی صفر مود دوم قرار می‌گیرد.

محاسبه بعدی مربوط به پروفیل سرعت و چگالی شکل (۵) می‌باشد. محیط شامل یک لایه بالایی آب دریا (به عمق ۵۰ متر) و لایه پایینی شنی (به عمق ۵۰ متر) است. اگر محیط بستر دریا از مواد سخت تشکیل نشده باشد (که در بسیاری از مواقع نیز این گونه است) با تقریب خوبی می‌توان آن را به عنوان مایع چگال در نظر گرفت. در شکل (۶) مودهای اول، دوم و سوم دیده می‌شوند.

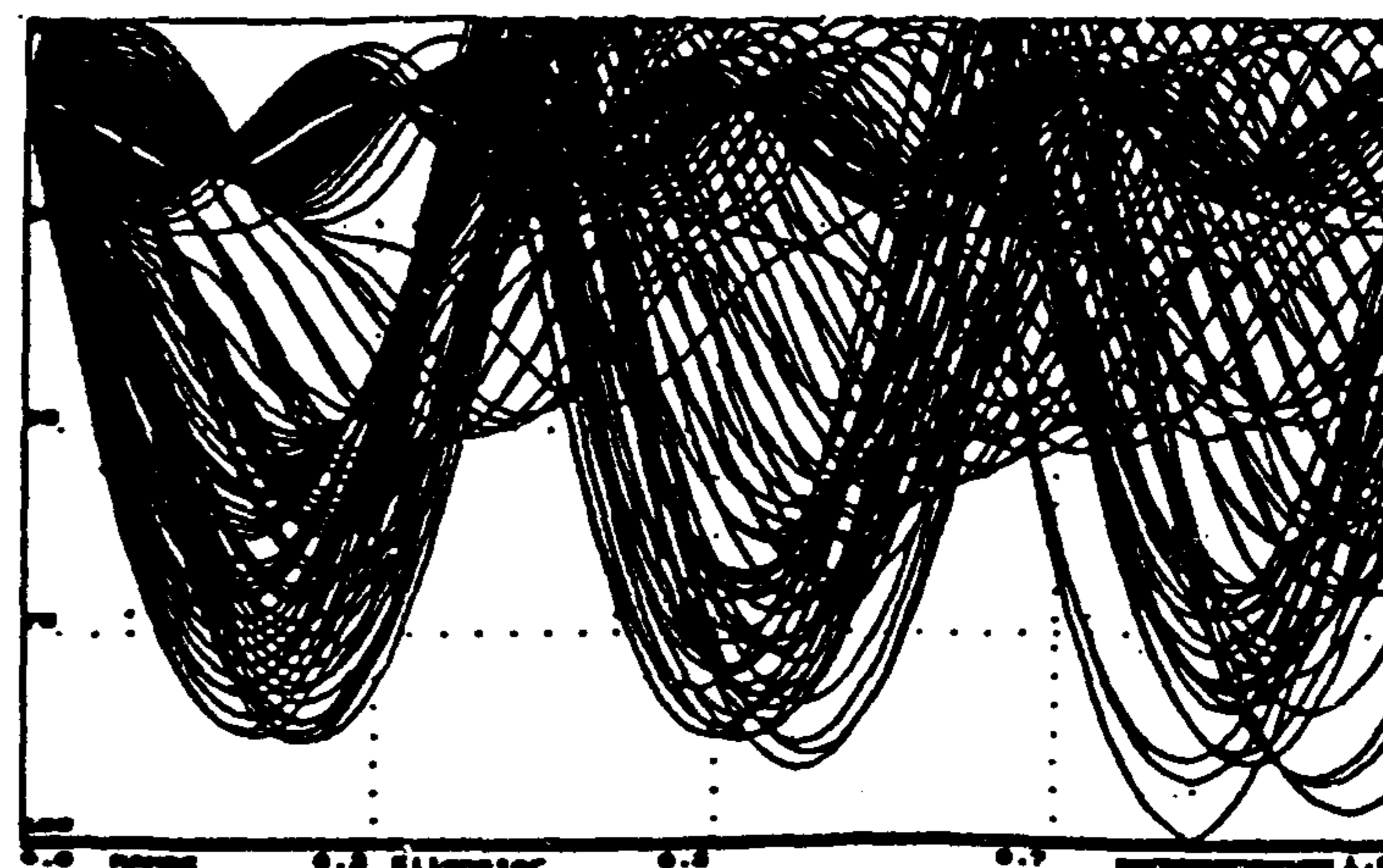


شکل ۷: نحوه انتشار موج برای پروفیل‌های موجود در شکل (۵). منبع در نزدیک سطح آب قرار دارد.

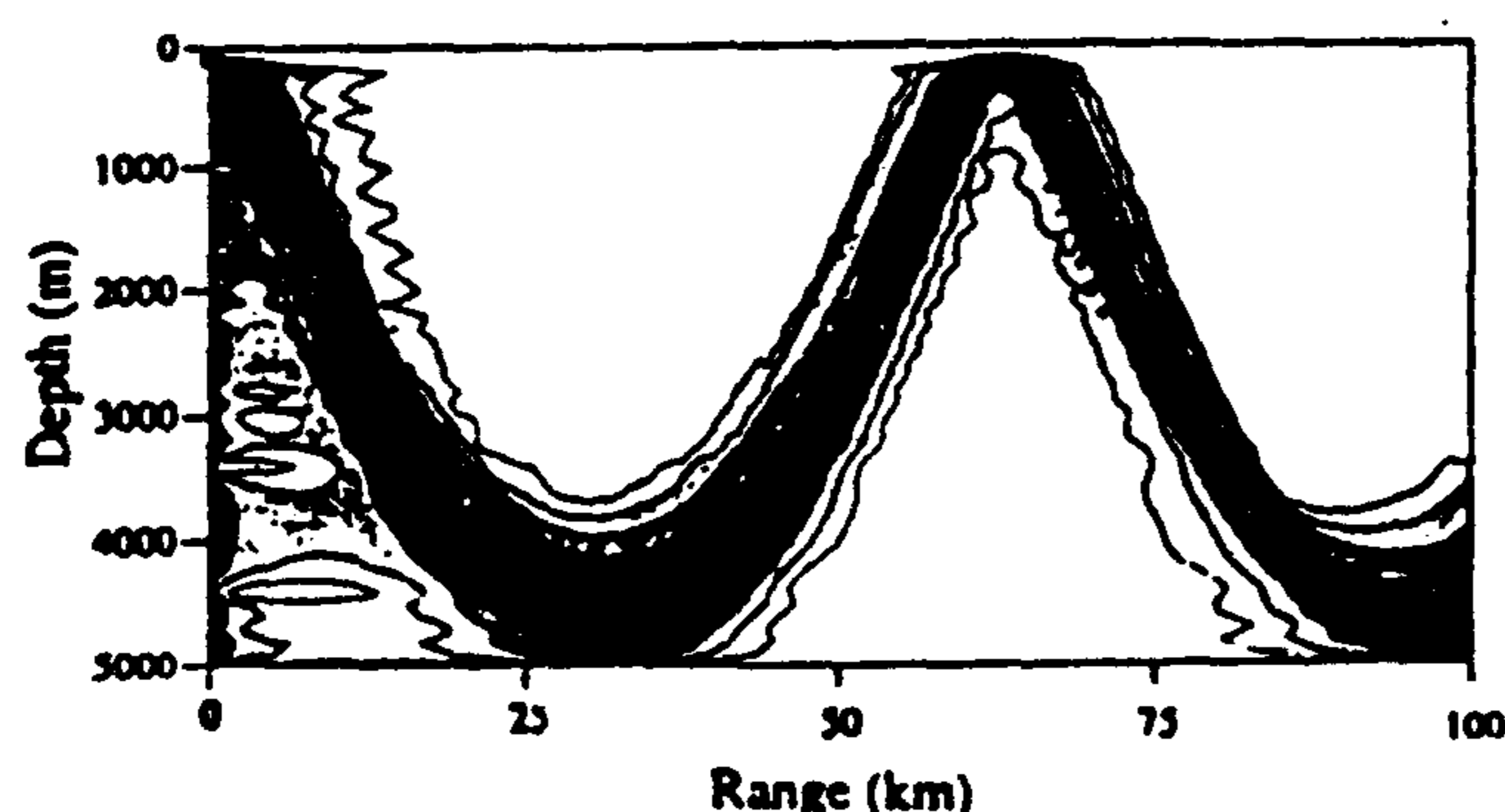
همانگونه که ملاحظه می‌شود برای دو مود اول نفوذ در بستر ناچیز

مودهای نرمال هستند. همانطور که دیده می‌شود، برای فرکانس 150 Hz در شرایط یکسان برای پروفیل‌های، محل قرار گرفتن منبع و نوع منبع، دو روش جوابی منطبق داده‌اند و این موضوع صحت محاسبات را تایید می‌کند.

در انتها برای تأکید بر درستی روش محاسبات برنامه کامپیوتری نوشته شده با استفاده از پروفیل سرعت مونک (Munk) و چگالی ثابت، مقایسه‌ای انجام داده‌ایم. شکل (۱۲) نتایج محاسبه برای چنین پروفیلی توسط کوپرمان (Kuperman) [۳] و شکل (۱۳) نتایج برنامه ارائه شده این تحقیق می‌باشد. همانگونه که دیده می‌شود، مکان تمرکز مجدد انرژی (به

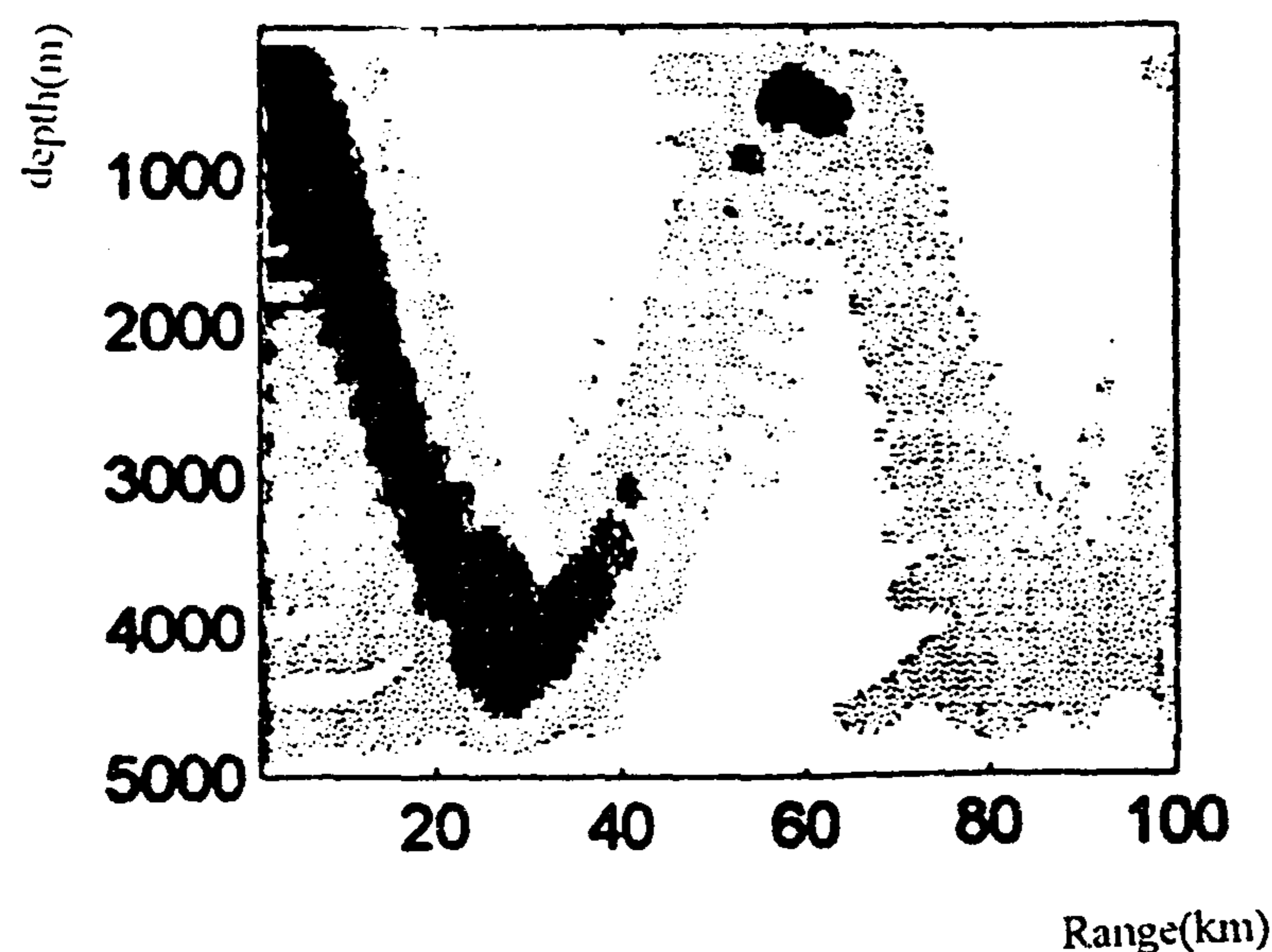


شکل ۱۰: نحوه انتشار انرژی صوتی برای پروفیل سرعت شکل (۸) که توسط روش تئوری پرتو محاسبه شده است.

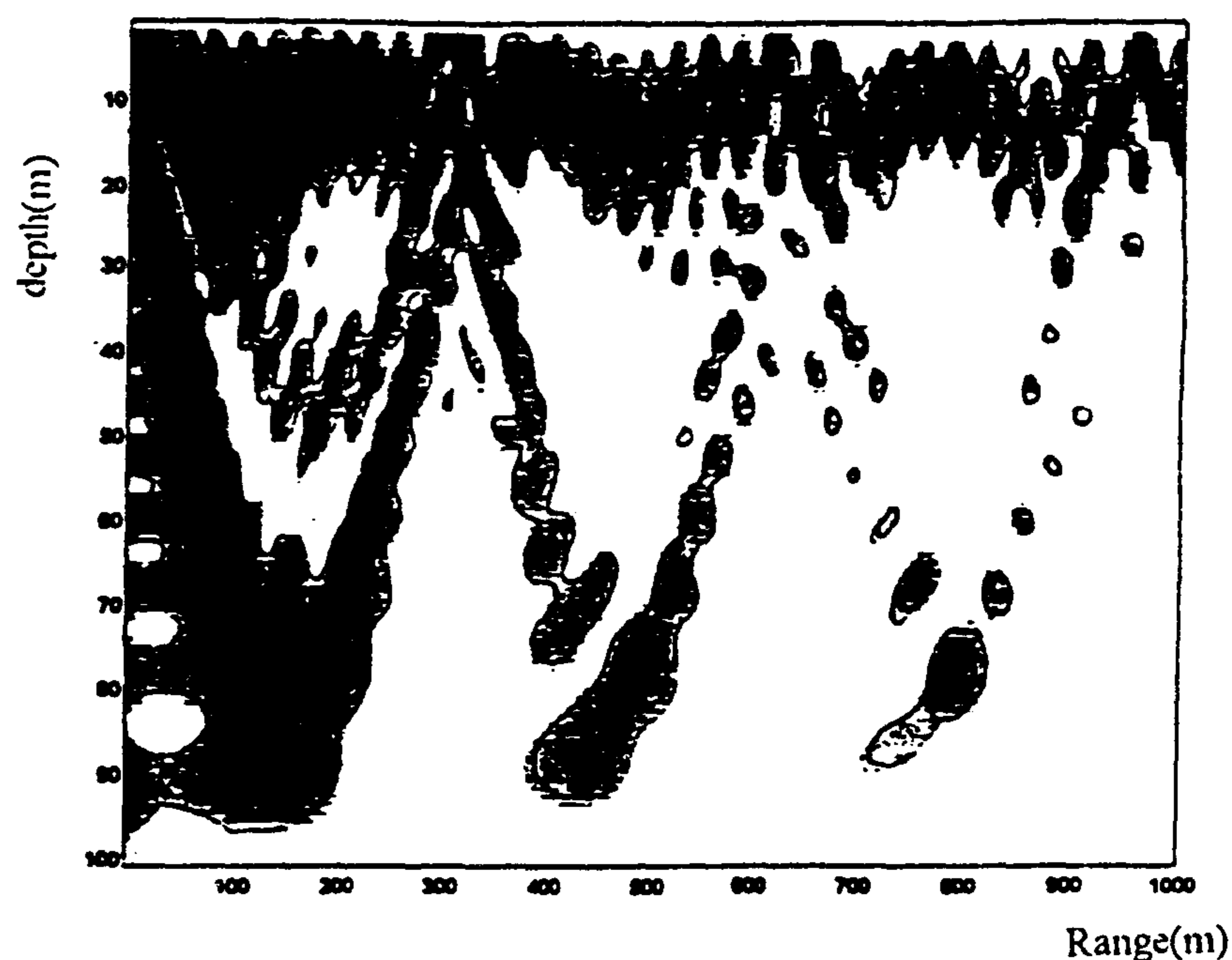


شکل ۱۲: نحوه انتشار انرژی صوتی برای پروفیل سرعت مونک که توسط کوپرمان انجام شده است.

فاصله حدود شصت کیلومتر) در هر دو شکل بر یکدیگر منطبق می‌باشد. اما نقطه کمینه در محاسبات ما کمی دورتر از مرجع می‌باشد، که این به دلیل محدودیت کامپیوترهای در اختیار بود. این تطابق صحت کار را تایید می‌کند.



شکل ۱۳: نحوه انتشار انرژی صوتی برای پروفیل سرعت مونک که توسط برنامه کامپیوتری نوشته شده محاسبه شده است.



شکل ۱۱: نحوه انتشار انرژی صوتی برای پروفیل سرعت شکل (۸) که توسط روش مودهای نرمال محاسبه شده است.

مجموعه محاسبات دیگر مربوط به یک پروفیل اغراق شده سرعت است که در شکل (۸) نمایش داده شده‌اند. چگالی ثابت است و منبع در عمق ۵ متری قرار داده شده است. محاسبات نشان می‌دهد که برای فرکانس‌های مختلف شکل‌های انتشار متفاوت هستند. (همانطور که در شکل ۹ دیده می‌شود) در حالی که هرچه فرکانس بالاتر رود این تفاوت بیم شکل توزیع انتشار کمتر می‌شود. یعنی عملاً هرچه فرکانس پایین‌تر می‌آید سیستم قدرت تفکیک کمتری را نسبت به تغییرات از خود نشان می‌دهد.

شکل‌های (۱۰) و (۱۱) نیز مربوط به نتایج به دست آمده از محاسبات انجام شده توسط دو روش متفاوت تئوری پرتو* و

نتیجه گیری

استفاده مستقیم از تغییرات چگالی در محاسبات و استفاده از روش Bisection در پیدا کردن قطبها، تفاوت و مزیت آشکار روش ارائه شده در این مقاله با نتایج تحقیقات گزارش شده [۵]، [۷] می باشد. با استفاده از اعمال تغییرات چگالی، لزوم استفاده از ماتریس های بزرگ که به زیاد شدن خطا و پایین آمدن سرعت می انجامد، را از بین می برد.

یادآوری این نکته لازم است که به دست آوردن الگوهای انتشار امواج زیر آب دریا و زیر بستر آب به عنوان پایه کلیه ادواتی که زیر آب کار می کنند، ضروری است و با توجه به نیاز و کاربردهای مختلف آن در کشور، بررسی های گسترده تر و بسط تحقیقات در این زمینه از اهمیت ویژه ای برخوردار است.

* تیم تحقیقاتی مربوط به مرکز تحقیقات مهندسی جهادسازندگی می باشد.

مراجع

- 1 - Berkhoshikh, L. M. and Lysanov, Y. (1991). *Fundamental of ocean acoustic*. 2nd ed. Berlin, Germany, Springer-Verlag.
- 2 - Boyles, C. A. (1984). *Acoustic waveguide*. New York, Wiley.
- 3 - Jensen, E., Kaperman, W., Porter, M. and Schmit, H. (1994). *Computational ocean acoustic*. New York, American Institute of Physics.
- 4 - Miller, J. F. and Wolf, N. (1980). *A transmission-loss computer program using a normal-mode model of the acoustic field in the ocean*. Washington D.C., Naval Lab.
- 5 - Porter, M. B. (1993). "Acoustic models and sonar systems." *IEEE, J. of Oceanic Eng.*, Vol. 18.
- 6 - Porter, M. B. and Reiss, E. L. (1984). "A numerical method for ocean acoustic normal modes." *J. Acous. Soc. Am.* Vol. 76, PP. 244-252.
- 7 - Porter, M. B. and Reiss, P. L. (1985). "A numerical method for bottom interacting ocean acoustic normal modes." *J. Acoust. Soc. Am* 77, PP. 1760-1767.
- 8 - Stakgold, I. (1970). *Green functions and boundary value problems*. New York, Wiley.
- 9 - Stephen, R. A. (1998). "A review of finite difference methods for seismo-acoustic problem at the sea floor." *Rev. of Geophys.*, Vol. 26, PP. 445,458.
- 10- Urik, R. J. (1993). *Principles of underwater sound*. New York, Mc Graw-Hill.
- 11 - Zienkiewz, O. C. (1997). *The finite element method*. Mc Graw-Hill, London, UK.

۱۲ - اسماعیلی، د. و جواهریان، ع. "نوفه های صوتی درون دریا"، پایان نامه کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

واژه نامه :

روش مودهای عمودبرهم

1 - Normal Modes