پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با مدل ARFIMA

علیرضا عرفانی
استادیار دانشگاه سمنان – aerfani@semnan.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۸۶/۳/۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۸/۲/۱۵

چکیده

در این مقاله با استفاده از داده‌های روزانهٔ شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در دورهٔ زمانی ۱۳۸۲/۱/۶ تا ۱۳۸۶/۴/۱۴، به بررسی ویژگی حافظهٔ بلند این شاخص پرداخته و مدل ARFIMA را بر آن برازش می‌دهیم. هم‌چنین عملکرد پیش‌بینی مدل ARFIMA را با مدل ARIMA مقایسه می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهند که اولاً این سری زمانی از نوع حافظهٔ بلند است، بنابراین می‌توان با تفاضل‌گیری کسری آن را مانا کرد. پارامتر تفاضل‌گیری $d = ۰/۴۷۶۷$ به‌دست آمد. پس از تفاضل‌گیری کسری و تعیین تعداد وقفه‌های اجزای خودبازگشت و میانگین متحرک مدل، شکل کلی به‌صورت $ARFIMA(۲, ۰/۴۷۶۷, ۱۸)$، مشخص می‌شود. پارامترهای این مدل برای ۹۰۰ داده درون نمونه‌ای برآورد شده است و از آن‌ها برای پیش‌بینی ۷۰ دادهٔ خارج از نمونه استفاده می‌شود. مقایسهٔ عملکرد پیش‌بینی مدل ARFIMA با مدل ARIMA، نشان می‌دهد که مدل ARFIMA از قدرت پیش‌بینی‌کنندگی بالاتری برخوردار است.

طبقه‌بندی JEL : A12

کلید واژه: حافظهٔ بلند، تحلیل دامنهٔ استاندارد شده، تحلیل دامنهٔ استاندارد شدهٔ تغییر یافته، مدل ARFIMA، مدل ARIMA

۱- مقدمه

در دو دههٔ گذشته پیشرفت‌های چشم‌گیری در زمینهٔ اقتصاد سنجی مربوط به سری‌های زمانی انجام رفته است. چارچوب مانایی خطی مدل‌های ARMA و VAR که از تکانه‌های i.i.d استخراج و برای سال‌های متمادی اساس مدل‌سازی اقتصادسنجی محسوب شده‌اند، جای خود را به مدل‌هایی داده‌اند که ویژگی‌های نامانایی و ناخطی بسیاری از سری‌های زمانی اقتصادی و مالی را مورد بحث و بررسی قرار می‌دهند. دو نوع از این مدل‌ها که در تحقیقات کاربردی جزء مدل‌های اصلی محسوب می‌شوند عبارتند:

ریشهٔ واحد/ هم‌جمعی برای سری‌های زمانی غیرمانا و ARCH و مدل‌های مرتبط بـا آن برای ناهمسانی واریانس مشروط. در پژوهش‌های اخیر به ویژگـی‌هـای داده‌هـای سـری زمانی که در این مدل‌ها به کار گرفته می‌شوند، توجه بیش‌تری معطوف شده است. مدل حافظهٔ بلند[1] از جمله مدل‌هایی است که این ویژگی‌ها را با تعمیق بیش‌تـر مـورد توجـه قرار می‌دهد. مدل‌های حافظهٔ بلند، الگوهای ریشهٔ واحد را بسط می‌دهنـد و در نتیجـه، مسئلهٔ هم‌جمعی نیز به منظور تطابق با این ویژگی‌های بدیع و نو تعمیم یافته است.

مدل‌های حافظهٔ بلند در شکل کلی جمعی کسری[2] برای اولین بار توسـط گرنجـر و جویو (۱۹۸۰)[3] به ادبیات اقتصادسنجی معرفی شدند. یک سری زمـانی حافظـهٔ بلنـد را می‌توان به‌وسیلهٔ تابع خودهمبسـتگی (ACF[4]) آن کـه بـا نـرخ هیپربولیـک (هـذلولی) کاهش می‌یابد، مشخص کرد. نرخ کاهش هیپربولیک بسیار کنـدتر و آهسـته‌تـر از نـرخ کاهش تابع خودهمبستگی سری زمانی‌ای که حافظهٔ کوتاه‌مدت دارد، اسـت. مـدل‌هـای حافظهٔ بلند نشان‌دهندهٔ ساختار ناخطی بازارهای سرمایه‌اند و درنتیجه نشان مـی‌دهنـد که الگوهای خطی در توصیف ماهیت واقعی این بازارها ناکارامد هستند. ساختار نـاخطی بازار سرمایه موجب می‌شود تا پیش‌بینی آن مشکل شود (ایکسو و جین(۲۰۰۶)[5].

یکی از روش‌هایی که در سال‌های اخیر برای آزمون وجود حافظهٔ بلند در یک سـری زمانی مورد استفاده قرار گرفته، تحلیل دامنهٔ استاندارد شده (R/S) است که برای اولین بار توسط هورست در سال ۱۹۵۱ میلادی به ادبیات اقتصادسـنجی معرفـی شـد. پیتـرز (۱۹۹۴و ۱۹۹۹)[6]، بازارهای مالی چندین کشور را با استفاده از (R/S) مورد بررسی قـرار داده است. هم‌چنین جاکوبسون (۱۹۹۶)[7]، مطالعات تجربـی مربـوط بـه شـاخص سـهام آمریکا، ژاپن، و بعضی از کشورهای اروپایی را با استفاده از این روش انجام داده است. در سال ۱۹۹۱، لو[8] به یکی از مهم‌ترین نقایص روش R/S، یعنی نـاتوانی آن در تمـایز بـین حافظهٔ بلند و حافظهٔ کوتاه زمانی که هردو هم‌زمان در یک سری وجود دارند، اشاره و به

---

1 - Long memory model.
2- Fractional integration (FI).
3- Granger & Joyeux (1980).
4 - Autocorrelation function.
5 -Jin Xiu & Yao Jin (2006).
6- Peters (1994, 1999).
7- Jacobson (1996).
8 - Lo (1991).

همین دلیل تحلیل دامنهٔ استاندارد شده تغییر یافته (MRS) را مطرح کرد. چوئینگ و دیگران (۱۹۹۵)[۱]، پن و دیگران (۱۹۹۶)[۲]، وهایمسترا و جونز (۱۹۹۹)[۳]، موضوع حافظهٔ حافظهٔ بلند را برای سری‌های مالی مختلف در کشورهای متفاوت با استفاده از تحلیل MRS مورد بررسی قرار داده‌اند.

مدل‌هایی نظیر AR(p)، MA(q)، ARMA(p,q)، و ARIMA(p,d,q)، ویژگی حافظهٔ بلند بودن سری را در نظر نمی‌گیرند. مشهورترین مدلی که به موضوع حافظهٔ بلند پرداخته است، مدل ARFIMA[۴] است که اولین بار توسط گرنجر و جویو در سال ۱۹۸۰ ۱۹۸۰ معرفی شد[۵].

مهم‌ترین مرحلهٔ اجرای مدل ARFIMA، مرحلهٔ تفاضل‌گیری کسری است. به دلیل مشکل بودن آن معمولاً اقتصاددانان در تحلیل‌های تجربی خود از تفاضل‌گیری مرتبهٔ اول استفاده می‌کنند. بدون شک چنین جایگزینی‌ای منجر به بیش تفاضل‌گیری شده و در پی آن از دست رفتن بخشی از اطلاعات موجود در سری زمانی خواهد شد.

در بخش دوم این مقاله روش‌های آزمون حافظهٔ بلند را شرح خواهیم داد. در بخش سوم به موضوع تفاضل‌گیری کسری خواهیم پرداخت. بررسی داده‌ها و برآورد پارامتر تفاضل‌گیری کسری و برازش مدل ARFIMA، موضوع بخش چهارم است و در بخش پنجم نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

۲- روش‌های تشخیص ویژگی حافظهٔ بلند و محاسبهٔ پارامتر تفاضل‌گیری

۲-۱- *تحلیل دامنهٔ استاندارد شده*[۶]

این روش که اولین بار توسط هنری هورست[۷] در سال ۱۹۵۱ معرفی و توسعه یافت تکنیکی است که به منظور آزمون وجود همبستگی‌ها در سری‌های زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای مجموعهٔ معینی از مشاهدات $(X_t, t \geq 0)$ با میانگین

1- Chueng et al(1995).

2- Pan et al(1996).

3- Hiemstra C. & J.D. Jones(1999).

4 - Autoregressive Fractional Integrated Moving Average.

۵ - برای بحث و مطالعهٔ بیش‌تر پیرامون سری حافظهٔ بلند و مدل ARFIMA به Baillei(1996) مراجعه شود.

6 - rescaled range analysis.

7 - Hurst ,H.R.(1951) .

$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} x_t$ و واریـانس نمونـه‌ای $S_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(X_t - \overline{X}_n)^2$ بـرای دورهٔ n، آمـارهٔ R/S به‌صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$R/S(n) = \frac{\left[\underset{0 \le k \le n}{\mathrm{Max}}\sum_{t=1}^{k}(X_t - \overline{X}_n) - \underset{0 \le k \le n}{\mathrm{Min}}\sum_{t=1}^{k}(X_t - \overline{X}_n)\right]}{S(n)}$$

برای هر n متفاوت یک $R/S(n)$ متفاوت وجود دارد. بعـد از آن‌کـه بـرای nهـای مختلف، $R/S(n)$ را محاسبه کردیم، مقدار H را با برآورد شیب معادلهٔ رگرسـیونی زیـر با روش کم‌ترین توان‌های دوم به‌دست می‌آوریم:

$$\mathrm{Log}R/S(n) = \mathrm{Log}C + H.\mathrm{Log}n$$

اگر $0/5 \le H \le 1$ باشد می‌توان نتیجه گرفـت سـری تحـت بررسـی ویژگـی حافظـهٔ بلندمدت دارد. پیترز (۱۹۹۹)، رابطهٔH و d را به‌صورت $H = 0/5 + d$ معرفی کرده‌است.

۲-۲- تحلیل دامنهٔ استاندارد شدهٔ تغییر یافته(MRS)[1]

بررسی‌ها نشان داده‌اند که تحلیـل دامنـهٔ اسـتاندارد شـده در زمینـهٔ تعیـین دقیـق فرآیندهای حافظهٔ بلند بسیار ضعیف است. در حقیقت ایـن تحلیـل ممکـن اسـت یـک سری زمانی را که حافظهٔ بلند نیست، حافظهٔ بلنـد نشـان دهـد (نـوروز زاده و جعفـری (۲۰۰۵)). افزون بر این، با وجودی که تحلیل دامنهٔ استاندارد شده نسبت به سـری‌هـای زمانی که فقط حافظهٔ بلند دارند مقاوم است، اما قادر به تمایز بین حافظهٔ کوتـاه‌مـدت و بلندمدت زمانی که هردو به‌طور هم‌زمـان در یـک سـری زمـانی وجـود دارنـد، نیسـت. هم‌چنین این تحلیل نسبت به نا همسانی واریـانس نیـز مقـاوم نیسـت (ایکسـو و جـین (۲۰۰۶)). لو[2] در سال ۱۹۹۱، آزمون قوی‌تری پیشنهاد کرد که به دامنهٔ استاندارد شـدهٔ تغییر یافته شهرت یافت. آمارهٔ MRS به‌صورت ذیل است:

---

1 - Modified rescaled range.

2- Lo (1991).

$$R'/S(n) = \frac{\left[\underset{0\le k\le n}{\mathrm{Max}}\sum_{t=1}^{k}(X_t - \overline{X}_n) - \underset{0\le k\le n}{\mathrm{Min}}\sum_{t=1}^{k}(X_t - \overline{X}_n)\right]}{\sigma(n)}$$

$$\sigma_n^2(q) = \sigma_x^2(q) + \frac{2}{n}\sum_{j=1}^{q} w_j(q)\left[\sum_{i=j+1}^{n}(x_i - \overline{x}_n)(x_{i-j} - \overline{x}_n)\right]$$

$$w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1} \qquad q < n$$

q مرتبه وقفه است و ضابطه آماری خاصی برای آن وجود ندارد. برای $q=0$ مقدار آمارهٔ MRS همان آمارهٔ دامنهٔ استاندارد شده است. زیرا با جای‌گذاری $q=0$، $\sum_{j=1}^{q} w_j(q) = 0$ شده و در نتیجه $\sigma_n^2(q) = \sigma_x^2(q)$ می‌شود.

بعد از محاسبه $R'/S(n)$ برای nهای مختلف، آمارهٔ H را از طریق برآورد رابطهٔ $Log(R'/S(n)) = Logc + H.Log(n)$ به روش OLS، به‌دست می‌آوریم.

۳- تفاضل‌گیری کسری و رابطهٔ آن با حافظهٔ بلند

بیش‌تر سری‌های زمانی اقتصادی و مالی، نامانا هستند و بنابراین لازم است قبل از به‌کارگیری آن‌ها در تحلیل‌های سری زمانی، مانا شوند. یکی از روش‌های مرسوم و متداول مانا کردن یک سری، روش تفاضل‌گیری است، که البته با این روش، احتمال از دست رفتن بخشی از اطلاعات مهم موجود در سری زمانی وجود دارد. از سوی دیگر، اگر از یک سری بیش از حد لازم تفاضل‌گیری شود (عمل بیش تفاضل‌گیری[1])، رفتار واریانس سری تحت تأثیر قرار خواهد گرفت، به‌طوری که قبل از دست یابی به مانایی سری زمانی، واریانس سری روند کاهشی خواهد داشت و زمانی که بیش تفاضل‌گیری انجام شد، واریانس سری دوباره افزایش خواهد یافت (ایکسیو و جین(۲۰۰۶)). بر این اساس، چنان‌چه بخواهیم هم مانایی سری را داشته باشیم و هم دچار مشکلات ناشی از بیش تفاضل‌گیری نشویم، لازم است تفاضل‌گیری کسری انجام دهیم.

اگر d پارامتر تفاضل‌گیری کسری باشد، سری زمانی غیرمانای x_t را با روش زیر می‌توان مانا کرد.

1 - Over-differencing.

$$w_t = (1 - L)^d x_t$$

که در آن L، عملگر وقفه و w_t سری زمانی مانا شده است. بسط دوجملهای $(1-L)^d$ عبارت است از:

$$(1-L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!} L^2 - \cdots \qquad (1)$$

برای هر عدد واقعی $d > -1$، عبارت (۱) را میتوان بر اساس یک تابع فوق هندسی (مثل تابع گاما) نوشت:

$$(1 - L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k - d)}{\Gamma(k + 1)\Gamma(-d)} L^k \qquad (2)$$

اگر $d = 0$ باشد سری x_t نوفهٔ سفید بوده و تابع خودهمبستگی آن به سرعت به صفر میل خواهد کرد. چنانچه $d = 1$ باشد سری تحت بررسی گام تصادفی خواهد بود و مقدار تابع خود همبستگی آن یک بوده و با اولین تفاضلگیری مانا میشود. اما اگر پارامتر تفاضلگیری d عددی غیرصحیح باشد، هرکدام از عناصر سری تفاضلگیری کسری شده w_t در واقع مجموع وزنی عناصر سری اولیه، یعنی x_t خواهد بود. مثلاً، i امین عنصر سری تفاضلگیری کسری شده نه فقط بهوسیله x_i و x_{i-1} تعیین میشود بلکه تحت تأثیر تمامی مقادیر قبل از i سری x قرار خواهد داشت. این ویژگی همان ویژگی حافظهٔ بلند سری است. پیترز (۱۹۹۹)، مطرح کرده است که از نظر تئوری، ویژگی حافظهٔ بلند این است که اثر آن برای مدت طولانی باقی میماند، هرچند که اثر مقادیر جاری بزرگتر از مقادیر گذشته است. با توجه به همین ویژگی است که میتوان برای مقدار تابع گاما سطح آستانهای قرارداد تا چنانچه مقدار تابع از آن کمتر شد، آنرا صفر در نظر گرفت.

۳-۱- مدل *ARFIMA*

برای سری زمانی نامانای $\{x_t\}$ مدل ARFIMA(p,d,q) بهصورت کلی زیر تعریف میشود:

$$\Phi(L)(1 - L)^d x_t = \Theta(L)\varepsilon_t$$

که در آن سری ε_t نوفهٔ سفید است. L، عملگر وقفه و $(1-L)^d$ عملگر تفاضلگیری کسری است و $d \in (0, 0/5)$. چند جمله ایهای

$$\Theta(L)=1-\theta_1 L-\theta_2 L^2-\cdots-\theta_q L^q \quad \text{و} \quad \Phi(L)=1-\phi_1 L-\phi_2 L^2-\cdots-\phi_p L^p$$

به‌ترتیب عملگر AR و عملگر MA هستند. شرط لازم و کافی برای این‌که بتوان سری $\{x_t\}$ را یک فرایند ARFIMA نامید، این است که فرایند $(1-L)^d x_t$، یک فرایند ARMA باشد. به منظور برقراری مدل ARFIMA، سه مرحله باید طی شود. در مرحلۀ اول باید ویژگی حافظۀ بلند بودن سری مورد بررسی قرار گرفته و پارامتر تفاضل‌گیری برآورد شود. در مرحلۀ دوم سری اولیۀ تفاضل‌گیری کسری شود، تا فرایند ARMA به‌دست آید و در پایان پارامترهای p و q با روش‌های مرسوم اقتصاد سنجی برآورد شدند.

در این مقاله، موضوع حافظۀ بلند بودن سری را با روش MRS بررسی می‌کنیم. چنان‌چه حافظۀ بلند بودن سری مورد تأیید قرار گرفت، پارامتر تفاضل‌گیری برآورد می‌شود. با مشخص شدن پارامتر تفاضل‌گیری (d)، سمت راست رابطۀ ۲ فقط تابعی از k خواهد شد. بنابراین سری تفاضل‌گیری شده را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$w_t=\left(\sum_{k=0}^{\infty} f(k)L^k\right)x_t$$

$$w_t=[f(0)L^0+f(1)L^1+f(2)L^2+\cdots]x_t$$

اگر در زمان $t=0$، $x_0=0$ فرض شود در آن‌صورت:

$$w_0=0$$
$$w_1=f(0)x_1$$
$$w_2=f(0)x_2+f(1)x_1$$
$$\vdots$$
$$w_N=f(0)x_N+f(1)x_{N-1}+f(2)x_{N-2}+\cdots+f(N)x_1$$

که فرم ماتریسی آن عبارت خواهد بود از:

$$W=X\cdot F$$

به‌طوری‌که $X=[x_1\ x_2\ \cdots\ x_N]$ و $W=[w_1\ w_2\ \cdots\ w_N]$ بردارهای سطری $1\times N$ و F ماتریس $N\times N$ است.

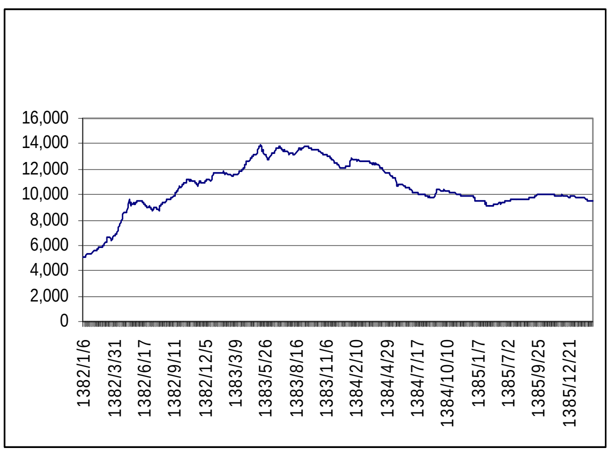
$$F=\begin{bmatrix} f(0) & f(1) & \cdots & & f(N-1) \\ 0 & f(0) & \cdots & & f(N-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & f(0) & \cdots & f(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & f(0) \end{bmatrix}$$

با توجه به این‌که $\lim_{k\to\infty} f(k)=0$ است، بنابراین می‌توان برای مقدار $f(k)$ سطح آستانه‌ای در نظر گرفت تا چنان‌چه از آن مقدار کم‌تر شود، صفر برای آن منظور شود.

تمامی محاسبات مربوط به پارامتر تفاضل‌گیری و سری تفاضل‌گیری شده با استفاده از تکنیک برنامه‌نویسی در نرم افزار ایویوز انجام گرفته است که در صورت درخواست برنامه‌های نوشته شده ارائه خواهند شد.

۴- تجزیه و تحلیل داده‌ها

در این مقاله از ۹۷۰ دادهٔ روزانهٔ شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در ایام کاری دورهٔ زمانی ۸۲/۱/۶ تا ۸۶/۴/۱۷ استفاده شده است. روند حرکت این شاخص در نمودار ۱ نشان داده شده است.



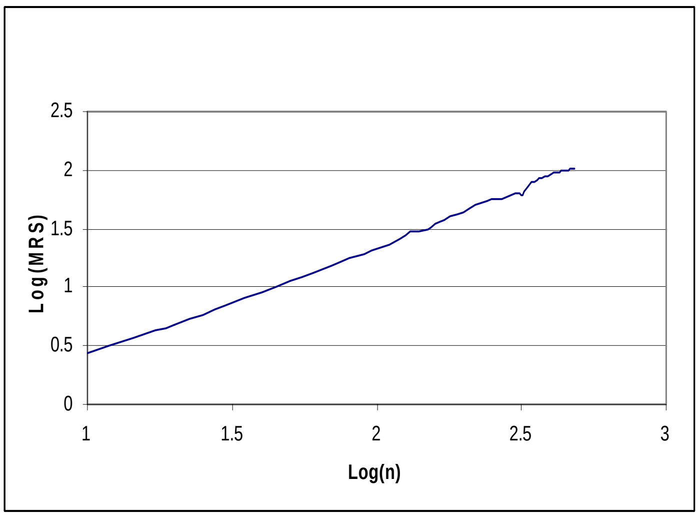
نمودار ۱- شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، روند حرکت شاخص کل تقریباً تا اواسط سال ۱۳۸۳ روندی صعودی بوده و بعد از آن سیر نزولی پیدا کرده است و این سیر نزولی تا اواخر

دورهٔ تحت بررسی ادامه یافته است. آمارهٔ دیکی فولر تعمیم یافته، ADF Test Statistic=0.650554، نشان می‌دهد که سری زمانی شاخص کل در سطح مانا نیست.

۴-۱- بررسی حافظهٔ بلند بودن سری با روش MRS

ابتدا کل مشاهدات سری زمانی را به نمونه‌های (دوره‌ها) ۱۰ تایی تقسیم و برای هر نمونهٔ R'/S را محاسبه می‌کنیم و در پایان میانگین R'/Sها را در مقابل n=۱۰ می‌نویسیم. با افزایش حجم نمونه (طول دوره‌ها)، محاسبات R'/S را تکرار می‌کنیم. بدین‌ترتیب R'/S برای nهای مختلف به‌دست می‌آمد. افزایش حجم نمونه تا سطح $N/۲$ ادامه یافت. نمودار لگاریتم $R'/S(n)$ در مقابل لگاریتم n در شکل ۲ نشان داده شده است.



نمودار ۲- لگاریتم MRS در مقابل لگاریتم n

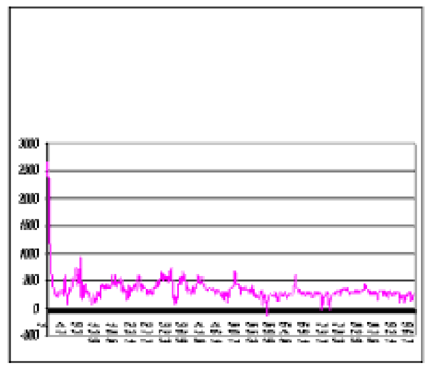
معادلهٔ $\mathrm{Log}(R'/S) = \mathrm{Log}(a) + H\mathrm{Log}(n)$ به روش OLS برآورد شده است که نتیجه به‌صورت زیر است.

$$\mathrm{Log}(R'/S) = -۱/۳۸۵۳ + ۰/۹۷۶۷\ \mathrm{Log}(n)$$

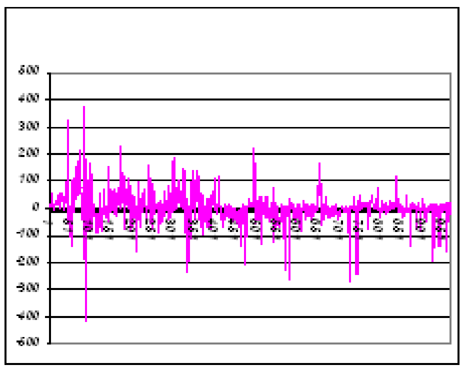
با توجه به معادلهٔ برآورد شده، $۰/۵ < H = ۰/۹۷۶۷ < ۱$ است که به حافظهٔ بلند بودن سری شاخص کل دلالت می‌کند. براساس قاعدهٔ پیترز، پارامتر تفاضل‌گیری $d = ۰/۴۷۶۷$ خواهد بود.

۴-۲- تفاضل‌گیری کسری

با مشخص شدن پارامتر تفاضل‌گیری و با استفاده از روابط مطرح شده در بخش ۳-۱، تفاضلات کسری سری تحت مطالعه را به کمک برنامه‌نویسی ایویوز به‌دست آوردیم. سری تفاضل‌گیری شده کسری و سری تفاضل‌گیری شده مرتبهٔ اول به‌ترتیب در نمودارهای ۳-الف و ۳-ب آورده شده‌اند.



نمودار ۳-الف) سری تفاضل‌گیری شده کسری

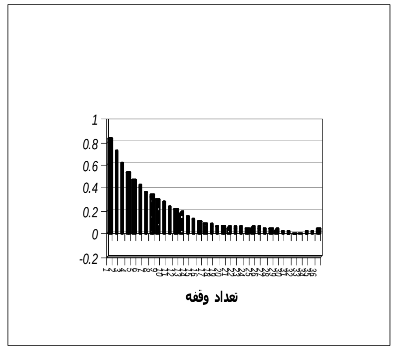


نمودار ۳-ب) سری تفاضل‌گیری شده مرتبه اول

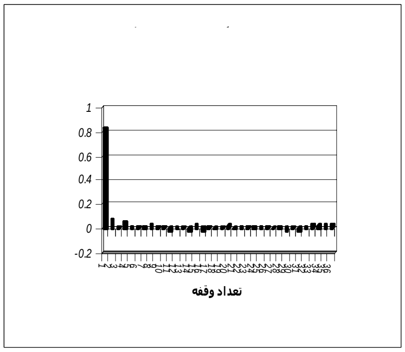
ملاحظه می‌شود که نوسانات سری تفاضل‌گیری شده مرتبهٔ اول اطراف صفر با تغییرات نسبتاً زیاد است اما نوسانات سری تفاضل‌گیری کسری شده قدری بالاتر از صفر و با تغییرات کم‌تر است. ضمناً هردو سری مذکور مانا هستند.

به منظور تعیین پارامترهای p و q، از روش باکس- جکینز و از توابع خود همبستگی (ACF) و خودهمبستگی جزیی (PACF) استفاده کردیم. پارامتر p، مربوط به جزء خودبازگشت، از تابع خودهمبستگی جزیی و پارامتر q، مربوط به جزء میانگین متحرک، از تابع خودهمبستگی به‌دست می‌آیند. براساس روش باکس- جکینز، تعداد وقفه‌های معنی دار اجزای خودبازگشت و میانگین متحرک مدل ARMA معادل با وقفه‌ای است که مقدار توابع خود همبستگی جزیی و خودهمبستگی از $\frac{۲}{\sqrt{N}}$ کم‌تر باشد (N تعداد کل مشاهدات است). به منظور مقایسه توان پیش‌بینی مدل‌های ARFIMA و ARIMA، از ۹۷۰ مشاهده موجود ۹۰۰ مشاهده را به‌عنوان داده‌های درون نمونه‌ای برای محاسبه پارامترهای مدل‌ها استفاده کردیم و ۷۰ مشاهده را به‌عنوان داده‌های خارج از نمونه برای بررسی توان پیش‌بینی مدل‌ها به‌کار بردیم. مقادیر توابع

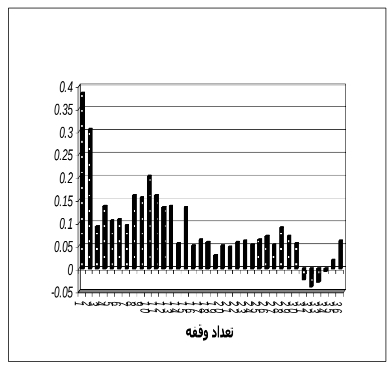
خودهمبستگی و خودهمبستگی جزیی مربوط بـه سـری‌هـا در نمودارهـای ۴ و ۵ و در جدول ۱ آورده شده است.



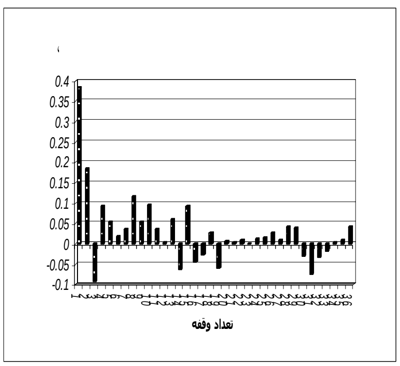
نمودار ۴ الف) تابع خودهمبستگی سری تفاضل‌گیری شده کسری



نمودار ۴ ب) تابع خودهمبستگی جزیی سری تفاضل‌گیری شده کسری



نمودار ۵ الف) تابع خودهمبستگی سری تفاضل‌گیری شده مرتبه اول



نمودار ۵ ب) تابع خودهمبستگی جزیی سری تفاضل‌گیری شده مرتبه اول

جدول ۱- توابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزیی سری‌ها

وقفه	سری تفاضل‌گیری شده کسری		سری تفاضل‌گیری شده مرتبهٔ اول	
	ACF	PACF	ACF	PACF
1	0.83	0.83	0.384	0.384
2	0.71	0.066	0.305	0.185
3	0.602	-0.008	0.091	-0.092
4	0.529	0.055	0.136	0.093
5	0.464	0.01	0.105	0.053
6	0.41	0.007	0.108	0.018
7	0.362	0.007	0.095	0.035
8	0.328	0.029	0.161	0.115
9	0.296	0.003	0.156	0.054
10	0.269	0.007	0.204	0.094
11	0.236	-0.021	0.161	0.036
12	0.204	-0.013	0.133	0.002
13	0.175	-0.006	0.136	0.059
14	0.145	-0.023	0.055	-0.061
15	0.127	0.02	0.133	0.091
16	0.102	-0.027	0.05	-0.044
17	0.086	0.006	0.064	-0.026
18	0.072	-0.001	0.058	0.027
19	0.059	-0.004	0.028	-0.06

۴-۳- شناسایی مدل

با عنایت به جدول ۱، فرم کلی مدل‌های ARFIMA و ARIMA به‌صورت ARFIMA(۲,۰/۴۷۶۷,۱۸) و ARIMA(۴,۱,۱۵) خواهد بود.

ضرایب مدل‌ها را با نرم افزار ایویوز برآورد کردیم. نتایج در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲- نتایج برآورد پارامترهای مدل‌ها

ARFIMA
$\Phi(L)=۱+۱/۷۴۱۶\,L-۰/۷۴۲\,L^{۲}$
$\Theta(L)=۱-۰/۸۸۹\,L+۰/۱۱۳\,L^{۲}-۰/۲۵۵\,L^{۳}+$ $+۰/۱۵۱\,L^{۴}-۰/۰۵۹\,L^{۵}+۰/۰۲۳\,L^{۶}-۰/۰۴۸\,L^{۷}+$ $+۰/۰۸۴\,L^{۸}-۰/۰۳۲\,L^{۹}++۰/۰۸\,L^{۱۰}-۰/۰۸۶\,L^{۱۱}+$ $+۰/۰۱۵\,L^{۱۲}-۰/۰۱۴\,L^{۱۳}-۰/۱۰۴\,L^{۱۴}+۰/۱۴۸\,L^{۱۵}-$ $-۰/۱۴۳\,L^{۱۶}+۰/۰۵۶\,L^{۱۷}-۰/۰۳۴\,L^{۱۸}$
ARIMA
$\Phi(L)=۱+۰/۶۸۷\,L+۰/۷۵۴\,L^{۲}+۰/۰۶\,L^{۳}-۰/۵۰۳\,L^{۴}$
$\Theta(L)=۱-۰/۳۶۸\,L-۰/۷۰۳\,L^{۲}-۰/۴۹۶\,L^{۳}+$ $+۰/۳۵۴\,L^{۴}+۰/۱۳۴\,L^{۵}++۰/۱۰۶\,L^{۶}-۰/۰۵۵\,L^{۷}+$ $+۰/۰۸۵\,L^{۸}+۰/۰۲۵\,L^{۹}++۰/۰۶۳\,L^{۱۰}-۰/۰۷۹\,L^{۱۱}-$ $-۰/۰۵\,L^{۱۲}-۰/۰۳\,L^{۱۳}-۰/۰۷۸\,L^{۱۴}+۰/۰۹۸\,L^{۱۵}$

به منظور آزمون نیکویی برازش مدل‌ها از روش باکس- جکینز استفاده نمودیم. توابع خود همبستگی و خودهمبستگی جزیی پسماندهای دو مدل در جدول ۳ نشان داده شده‌اند.

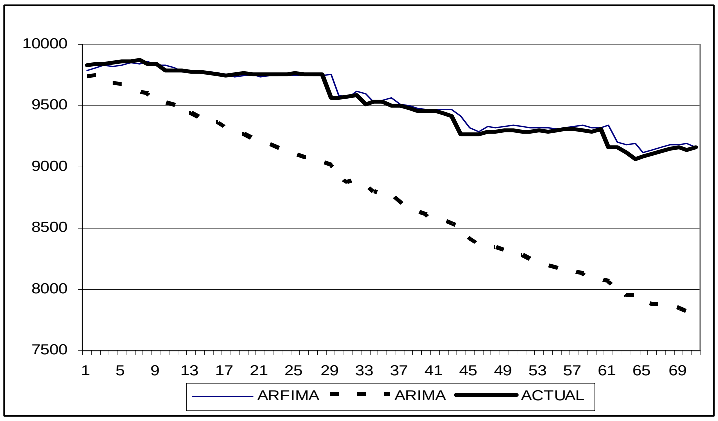
جدول ۳) توابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزیی پسماندهای مدلهای ARFIMA و ARIMA

وقفه	ARFIMA				ARIMA			
	AC	PAC	Q-Stat	LB-stat	AC	PAC	Q-Stat	LB-stat
1	-0.00748	-0.00748	0.050315	0.050483	-0.001	-0.001	0.0013	0.000902
2	-0.00558	-0.00564	0.078372	0.078633	0	0	0.0014	0.000902
3	-0.00204	-0.00212	0.08212	0.082394	-0.001	-0.001	0.0021	0.001804
4	-0.0069	-0.00696	0.125076	0.125492	0	0	0.0021	0.001804
5	-0.00173	-0.00186	0.127783	0.128208	-0.002	-0.002	0.0051	0.005413
6	-0.00652	-0.00663	0.166282	0.166835	-0.002	-0.002	0.0074	0.009021
7	-0.00507	-0.00522	0.189529	0.190159	-0.004	-0.004	0.0193	0.023456
8	-0.00274	-0.00295	0.196364	0.197016	-0.004	-0.004	0.0366	0.037892
9	-0.00949	-0.00965	0.278223	0.279146	-0.006	-0.006	0.0705	0.070374
10	-0.00128	-0.00158	0.279722	0.280649	-0.004	-0.004	0.0857	0.08481
11	-0.0013	-0.00154	0.281255	0.282188	0.002	0.002	0.0888	0.088419
12	-0.00206	-0.00224	0.285111	0.286057	-0.002	-0.002	0.0929	0.092028
13	0.006351	0.006084	0.321901	0.322967	0.013	0.013	0.25	0.244521
14	0.001061	0.001004	0.322928	0.323998	0.005	0.005	0.2715	0.267079
15	0.003113	0.00301	0.331789	0.332888	0.01	0.01	0.3589	0.357313
16	0.003571	0.003497	0.343461	0.344599	-0.009	-0.009	0.4298	0.430403
17	-0.0021	-0.00201	0.347493	0.348644	-0.007	-0.007	0.4762	0.474618
18	0.019385	0.019311	0.692234	0.694511	-0.017	-0.017	0.7346	0.735497
19	-0.02464	-0.0243	1.249697	1.253794	-0.018	-0.018	1.0315	1.028153
20	0.009094	0.00906	1.325743	1.330088	-0.021	-0.021	1.4395	1.426523

ملاحظه می‌شود که هیچ‌کدام از مقادیر خودهمبستگی و خودهمبستگی جزیی دو مدل معنی‌دار نیستند. علاوه براین آماره‌های Q باکس-پیرس و LB لجانگ-باکس که به منظور معنی داری مشترک خودهمبستگی‌ها به‌کار می‌روند، نیز معنی دار نیستند. این امر دلالت می‌کند بر این که پسماندهای حاصل از برآورد دو مدل، کاملاً تصادفی هستند که بیان‌گر خوبی برازش دو مدل است.

۴-۴- پیش‌بینی و مقایسه

برآوردهای جدول ۲ با استفاده از ۹۰۰ مشاهده به‌دست آمده‌اند. از این برآوردها برای پیش‌بینی ۷۰ مشاهده بعدی استفاده کردیم. نتایج پیش‌بینی‌ها در نمودار ۶ نشان داده شده است.



نمودار ۶- مقایسه پیش‌بینی مدل‌های ARFIMA و ARIMA

همان‌طوری‌که از نمودار مشخص است مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل ARFIMA بسیار به مقادیر واقعی نزدیک‌تر است تا مقادیر پیش‌بینی شده مدل ARIMA و این نشان‌دهندهٔ توان بالای پیش‌بینی کنندگی مدل ARFIMA است.

آمارهٔ t مربوط به تفاوت در خطای پیش‌بینی دو مدل نشان می‌دهد که این تفاوت از دورهٔ زمانی سوم به بعد کاملاً معنی‌دار است. بخشی از آماره‌های محاسبه شده در جدول ۴ نشان داده شده است.

جدول ۴- آماره‌های t مربوط به تفاوت در خطای پیش‌بینی دو مدل

افق زمانی	اول	دوم	سوم	چهارم
آمارهٔ t	۱/۴۱	۱/۵۳	۲/۵	۳/۲۷

۵- نتیجه‌گیری

در دو دههٔ گذشته پیشرفت‌های چشم‌گیری در زمینه اقتصادسنجی مربوط به سری‌های زمانی انجام گرفته است.

مدل‌های حافظهٔ بلند در شکل کلی جمعی کسری برای اولین بار توسط گرنجر و جویو (۱۹۸۰) به ادبیات اقتصاد سنجی معرفی شدند. مدل‌های حافظهٔ بلند نشان‌دهندهٔ ساختار ناخطی بازارهای سرمایه است و درنتیجه نشان می‌دهد که الگوهای خطی در توصیف ماهیت واقعی این بازارها ناکارامد هستند. ساختار ناخطی بازار سرمایه موجب می‌شود تا پیش‌بینی آن مشکل گردد.

مدل‌هایی نظیر AR(p)، MA(q)، ARMA(p,q)، و ARIMA(p,d,q) ویژگی حافظهٔ بلند بودن سری را در نظر نمی‌گیرند. مشهورترین مدلی که به موضوع حافظهٔ بلند پرداخته است مدل ARFIMA است.

مهم‌ترین مرحلهٔ اجرای مدل ARFIMA مرحلهٔ تفاضل‌گیری کسری است که به دلیل مشکل بودن آن معمولاً اقتصاددانان در تحلیل‌های تجربی خود از تفاضل‌گیری مرتبهٔ اول استفاده می‌کنند که بدون شک یک چنین جایگزینی منجر به بیش تفاضل‌گیری شده که پیامد آن از دست رفتن بخشی از اطلاعات موجود در سری زمانی خواهد شد.

برای سری زمانی نامانای $\{x_t\}$ مدل ARFIMA(p,d,q) به‌صورت کلی زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi(L)(۱-L)^d x_t = \Theta(L)\varepsilon_t$$

که در آن سری ε_t نوفه سفید است. L عملگر وقفه و $(۱-L)^d$ عملگر تفاضل‌گیری کسری است و $d \in (۰,۰/۵)$. چند جمله ای‌های

$$\Phi(L) = ۱ - \phi_۱ L - \phi_۲ L^۲ - \cdots - \phi_p L^p$$

$$\Theta(L) = ۱ - \theta_۱ L - \theta_۲ L^۲ - \cdots - \theta_q L^q$$

به‌ترتیب عملگر AR و عملگر MA هستند. شرط لازم و کافی برای این‌که بتوان سری $\{x_t\}$ را یک فرایند ARFIMA نامید این است که فرایند $(۱-L)^d x_t$ یک فرایند ARMA باشد. به‌منظور برقراری مدل ARFIMA، سه مرحله باید طی شود. در مرحلهٔ اول باید ویژگی حافظهٔ بلند بودن سری تحت مطالعه مورد بررسی قرار گرفته و پارامتر تفاضل‌گیری محاسبه گردد. در مرحلهٔ دوم سری اولیه را تفاضل‌گیری کسری نموده تا فرایند ARMA به‌دست آید. و در پایان پارامترهای p و q با روش‌های مرسوم اقتصاد سنجی تعیین گردند.

در این مقاله ابتدا حافظهٔ بلند بودن سری تحت بررسی با روش MRS تأیید شد و پارامتر تفاضل‌گیری کسری $d = ۰/۴۷۴۶$ برآورد گردید. سپس مرحلهٔ تفاضل‌گیری

کسری با استفاده از تکنیک برنامه‌نویسی در نرم افـزار ایویـوز انجـام شـد و بعـد تعـداد وقفه‌های اجزای خودبازگشت و میانگین متحرک مدل به‌دست آمد. مدل شناسایی شده به‌صورت ARFIMA(۲,۰/۴۷۶۷,۱۸) است. در آخر پارامترهای مـدل شناسـایی شـده بـا استفاده از ۹۰۰ مشاهده درون نمونه‌ای برآورد گردید.

از مدل برآورد شده برای پیش‌بینی ۷۰ مشاهده خارج از نمونه استفاده شد و نتیجـه آن با پیش‌بینی مدل ARIMA مقایسه گردید. نتایج نشان داد کـه مـدل ARFIMA از قدرت پیش‌بینی کنندگی بالاتری نسبت به مدل ARIMA برخوردار اسـت و تفـاوت در خطای پیش‌بینی دو مدل از دورهٔ زمانی سوم به بعد کاملاً معنی‌دار است.

فهرست منابع

۱- آذر عادل و امیر افسر (۱۳۸۵)، مـدل‌سـازی پـیش بینـی قیمـت سـهام بـا رویکـرد شبکه‌های عصبی فازی، فصل‌نامهٔ پژوهشنامهٔ بازرگانی، شمارهٔ ۴۰.

۲- پورکاظمی محمد حسین، امیـر افسـر و بیـژن نهاونـدی (۱۳۸۴)، مطالعـهٔ تطبیقـی روش‌های خطی ARIMA و غیر خطـی شـبکه‌هـای عصـبی فـازی در پـیش بینـی تقاضای اشتراک گاز شهری، تحقیقات اقتصادی، شمارهٔ ۷۱- ۱۴۶- ۱۳۳.

۳- خالوزاده حمید و علی خاکی صدیق (۱۳۸۲)، ارزیابی روش‌های پـیش بینـی قیمـت سهام و ارائه مدلی غیر خطی بر اساس شبکه‌های عصبی، تحقیقات اقتصادی، شمارهٔ ۶۳، ۸۵- ۴۳.

۴- فرجام نیا ایمان، محسن ناصری و سید محمد مهدی احمدی (۱۳۸۶)، پـیش بینـی قیمـت نفـت بـا دو روش ARIMA و شـبکه‌هـای عصـبی مصـنوعی، فصـل‌نامـهٔ پژوهش‌های اقتصادی ایران، شمارهٔ ۲۳- ۱۸۳- ۱۶۱.

5- Baillie R. T.(1996)- Long memory processes and fractional integration in econometrics- J. Econometrics 73 , 5-59.

6- Hurst, H.R.(1951)- Long-term storage in reservoirs, Trans, Amer, Soc, Civil Eng. 116- 770-799.

7- Hiemstra C. & J.D. Jones(1999)- Another look at long memory in common stock returns- J. Empir. Finance 6 , 373-401.

8- Iglesias Pilar, at-el(2006)- data analysis using regression models with missing observations and long memory: an application study- Computational statistics & data analysis-50.

9- Jacobson B. (1996)-Long term dependence in stock returns- J. Empir. Finance 3.

10- Granger C. W. J & R. Joyeux (1980)- An introduction to long-memory time series models and fractional differencing- J. Time Series Anal. 15-29.

11- Guest editional(2002)- long memory and nonlinear time series- Journal of Econometrics-110.

12- Lo A. W.(1991)- long-term memory in stock market price- Econometrica- 59(5), 1279-1313.

13- Norouzzadeh. P & G. R. Jafari(2005)- application of multifractal measures to Tehran price index- Physica A- 356, 609-627.

14- Norouzzaheh. P & B. Rahmani(2006)- a multifractal detrended fluctuation description of Iranian rial-US dollar exchange rate- Physica A- 367.

15- Morana. C(2006)- multivariate modeling of long memory prosesses with common components- Computational statistics & data analysis.

16- Peng C. K., S. Havlin, H. E. Stanley, A. L. Goldberger(1995)- quantification of scaling exponent and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series- Chaos 5, 82-87.

17- Pan Ming-Shium, Y.A. Liu, K.C. Chan(1996)- An examination of long-term dependence in black market exchange rates in eight Pacificbasin countries- Int. Rev. Econ. Finance 5, 175–185.

18- Peters. E. E. (1991)– fractal market analysis- Wiley- New York.

19- Peters. E. E. (1994)- Fractal Market Analysis- first ed- wiley- New York.

20- Peters E.E.(1999)- Chaos and Order in the Capital Markets, first ed- Economics Science Press- Beijing.

21- Rodriguez Eduardo, at-el(2006)- detrended fluctuation analysis of heart intrabeat dynamics- Phisica A-

22- Ramirez Jose Alvares, at-el(2005)- detrending fluctuation analysis based on moving average filtering- Phisica A- 354.

23- Tang Ta-Lun , Shwu-Jane Shieh(2005)- long memory in stock index futures markets: A value-at-risk approach- Physica A- 366, 437-488.

24- Xiu Jin & Yao Jin(2007)- empirical study of ARFIMA model based on fractional differencing- Physica A- 377.

25- Yin-Wong Chueng Yin-Wong & K.S. Lai(1995)- A search for long memory in international stock market returns- J. Int. Money Finance.