

رتبه‌بندی کامل واحدهای تصمیم‌گیری با ترکیب DEA چند هدفه و PCA

مجتبی خزایی^۱، حمیدرضا ایزدبخش^۲

۱. استادیار دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

۲. مربی دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت معلم تهران، ایران

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۶/۲۴، تاریخ تصویب: ۱۳۸۸/۳/۱۹)

چکیده

این مقاله مدلی تلفیقی از تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) و تحلیل مولفه‌های اصلی (PCA) در جهت کاهش ابعادی مجموعه داده‌ها ارائه می‌دهد. روش تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان ابزاری موثر برای ارزیابی و الگوبرداری بکار گرفته شده است. در این روش برای افزایش قدرت تمایز بین واحدهای کارا و ناکارا بایستی تعداد واحدهای مورد ارزیابی متناسب با تعداد متغیرهای ورودی و خروجی باشد. برای رفع این ضعف ابتدا به جای متغیرهای اصلی از نسبت تک خروجی به تک ورودی استفاده شده است و با استفاده از روش تحلیل مولفه‌های اصلی کاهش بعد انجام می‌شود. مولفه‌های اصلی انتخاب شده به عنوان ورودی‌های مدل تحلیل پوششی داده‌ها استفاده و تحلیل می‌شوند. تفاوت اصلی روش ارائه شده در مقاله بکارگیری برخی نقاط قوت مدل‌های ارائه شده این حوزه در قالب یک روش و چندهدفه ساختن مدل DEA جهت تسهیل در محاسبات است. این روش برای رتبه‌بندی عملکرد شعبه‌های یکی از بانک‌های ایران استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی:

مقدمه

از زمان ارائه روش تحلیل پوششی داده‌ها توسط چارنر و همکاران (۱۹۷۸)، این روش به عنوان ابزاری موثر برای ارزیابی و الگوبرداری بکار گرفته شده است. در این روش کارایی نسبی هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری (DMU) نسبت به واحدهای همسان برابر است با نسبت موزون خروجی‌ها به نسبت موزون ورودی‌ها می‌باشد [۹]. ضعف این روش در این است که تعداد واحدهای مورد ارزیابی به تعداد متغیرهای ورودی و خروجی مرتبط است [۸]. لذا، هرچه تعداد متغیرها بیشتر باشد، تحلیل انجام شده از قدرت تمایز کمتری میان واحدهای کارا و ناکارا برخوردار خواهد بود [۱۱]. بنابر این لازم است که در چنین حالتی تعداد متغیرها را برای استفاده در مدل DEA کاهش داده شود. بدیهی است چنین کاهش باید به ترتیبی باشد که کمترین تاثیر را بر تمایز واحدهای کارا و ناکارا داشته باشد. برای این منظور جنکینس و همکاران (۲۰۰۳) از ماتریس کوواریانس جزئی برای حذف متغیرهایی که با یکدیگر همبستگی زیادی دارند ارائه داده‌اند [۱۱]. آلدرد و همکاران در سال ۲۰۰۲ به جای خروجی‌ها یا ورودی‌های اصلی که به مدل DEA وارد می‌شوند از روش PCA استفاده کرده و مولفه‌های اصلی ورودی‌گرا و خروجی‌گرا را جایگزین متغیرهای اصلی کرده‌اند [۴]. رویکرد مشابهی برای ارزیابی شبکه‌های هوایی خصوصی شده [۳]، به منظور اندازه‌گیری کیفیت فرودگاه [۲] و برای انتخاب متغیرها و مدل‌های DEA [۸] بکار گرفته شده است. بروس و همکاران (۲۰۰۸) با رویکردی مشابه رویکرد سینسا و همکاران (۲۰۰۴) از روش‌های DEA و PCA برای ارزیابی عملکرد در صنعت بانکداری اینترنتی استفاده نموده‌اند [۸ و ۷]. از روش PCA و DEA به صورت جداگانه برای رتبه‌بندی شرکت‌های توزیع برق از این روش‌ها به صورت جداگانه استفاده نموده‌اند [۱]. به منظور مطالعات بیشتر در زمینه تلفیق PCA و DEA می‌توان به مرجع ۱۶ رجوع کرد.

این مقاله مدلی تلفیقی از DEA چندهدفه و PCA در جهت کاهش ابعادی مجموعه داده‌ها و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری است. برای این منظور ابتدا به جای متغیرهای اصلی از نسبت تک خروجی به تک ورودی استفاده شده است. سپس روش PCA را بر روی نسبت تک خروجی به تک ورودی اعمال می‌شود. با انتخاب مناسب چند مولفه اصلی اول در تعداد متغیرها کاهش لازم به وجود می‌آید. در ادامه مولفه‌های اصلی انتخاب شده به عنوان ورودی‌های مدل تحلیل پوششی داده‌ها استفاده و تحلیل می‌شوند. این روش برای داده‌های واقعی مربوط به شعبات یکی از بانک‌های ایرانی بکار گرفته شده است. در

بسیاری از کاربردها که تعداد واحدهای مورد ارزیابی نسبت به تعداد متغیرهای ورودی و خروجی کوچک است، طوری که روش‌های دیگر در تحلیل آنها پاسخگو نیست این روش به خوبی عمل می‌کند. برای انجام محاسبات مربوط به مولفه‌های اصلی، از تابع نرم‌فزار S-Plus استفاده شده است.

مدل تلفیقی PCA و DEA

فرض کنید هدف بررسی و رتبه‌بندی n واحد تصمیم‌گیری ($j=1, \dots, n$) براساس m ورودی ($i=1, \dots, m$) و s خروجی ($r=1, \dots, s$) است. نسبت هر خروجی به هر یک از ورودی‌ها برای DMU_j ($j=1, \dots, n$) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$d_{ir}^j = \frac{y_{rj}}{x_{ij}}, \quad r=1, \dots, s \quad i=1, \dots, m$$

بزرگی d_{ir}^j ، عملکرد بهتر DMU_j بر حسب r امین خروجی و i امین ورودی را نشان می‌دهد. در ادامه d_{ir}^j را به ازای $i=1, \dots, m, r=1, \dots, s$ با d_i^j برای $l=1, \dots, m \times s = p$ نشان داده می‌شود که در آن $l=1$ معادل است با $(i=1, r=1)$ و $l=2$ معادل است با $(i=1, r=2)$ و الی آخر. ماتریسی شامل این نسبت‌ها را با D نشان داده می‌شود.

$$D = [d_l^j]_{n \times p} = [d_1, \dots, d_p]_{n \times p}$$

که در آن بردارهای d_l ، $l=1, \dots, p$ بردارهای مشاهدات متناظر متغیرهای جدیداند. Zhu (۱۹۹۸) و Premachandra (۲۰۰۱) این ماتریس را به عنوان ماتریس مشاهدات چندمتغیره در PCA بکار برده‌اند. ادامه مراحل به ترتیب زیر است [۱۴ و ۱۷].

۱. با توجه به یکسان نبودن واحدهای اندازه‌گیری d_i^j ها، تحلیل مولفه‌های اصلی روی ماتریس همبستگی انجام می‌شود. برای این منظور ماتریس

$$\tilde{D} = [\tilde{d}_l^j]_{n \times p} = [\tilde{d}_1, \dots, \tilde{d}_p]_{n \times p}$$

استاندارد شده D با مولفه‌های زیر:

$$\tilde{d}_l^j = (d_l^j - \bar{d}_l) / \sqrt{s_{ll}}$$

حساب می‌شود که در آن

$$\bar{d}_l = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_l^j,$$

$$s_{||} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (d_l^j - \bar{d}_l)^2, \quad l = 1, 2, \dots, p$$

میانگین و واریانس‌های نمونه‌ای d_l هانند.

۲. ماتریس همبستگی نمونه $R = [r_{li}]_{p \times p}$ با مولفه‌های $r_{li} = s_{li} / \sqrt{s_{||} s_{ii}}$ و

$$s_{li} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (d_l^j - \bar{d}_l)(d_i^j - \bar{d}_i) \text{ حساب می‌شود.}$$

۳. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه نظیرشان از حل معادلات زیر به دست می‌آیند.

$$|R - \lambda I_p| = 0, \quad Rl = \lambda l$$

که در آن I_p ماتریس همانی $p \times p$ می‌باشد.

p مقدار ویژه مرتب شده را با $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$ و p بردار ویژه نرمال شده نظیرشان

را با l_1, l_2, \dots, l_p نشان می‌دهیم. مولفه‌های این بردارهای ویژه ضرایب مولفه‌های اصلی

PC_1, PC_2, \dots, PC_p را تشکیل می‌دهند. اگر ماتریس شامل مقادیر مولفه‌های اصلی

نمونه را با PC نشان داده شود:

$$PC = \tilde{D}[l_1, \dots, l_p]$$

در واقع p مولفه اصلی که به ترتیب فوق برای p متغیر تعریف می‌شوند دو به دو

ناهمبسته بوده و مجموع واریانس آنها با مجموع واریانس p متغیر اولیه (در اینجا p) برابر

است. مجموع واریانس‌های متغیرها که به واریانس کل معروف است، ملاکی برای سنجش

تغییرپذیری در داده‌های چند متغیره است به خصوص در موضوع مورد بحث این مقاله که

هدف رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری است، هر چه این تغییرپذیری بیشتر باشد داده‌ها را

بهتر می‌توان از هم تمیز داد. از طرفی می‌توان نشان داد که واریانس آمین مولفه اصلی برابر

λ_i است [۱۵]. بنابراین نسبت $\frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} = \frac{\lambda_i}{p}$ سهم مولفه اصلی i ام از واریانس کل را نشان

می‌دهد. در عمل و همان طور که در مرحله بعد آمده برای کاهش بُعد، مولفه‌های اصلی با

سهم کوچک کنار گذاشته می‌شود.

۴. سهم مولفه اصلی λ_i ، از واریانس کل یعنی $\frac{\lambda_i}{p}$ را بدست آورده، تعداد مولفه‌های

اصلی منتخب، M طوری اختیار شود که $\frac{1}{p} \sum_{i=1}^M \lambda_i \geq \rho$. در عمل $\rho = 0.8$.

انتخاب مناسبی است. (پیشنهاد دیگر انتخاب مولفه‌های اصلی با $\lambda_i > 1$ است.)

۵. مولفه‌های اصلی منتخب را به عنوان متغیرها برای مدل DEA در نظر گرفته می‌شود.

از آنجایی که ماهیت مولفه‌های اصلی بدست آمده از نوع افزایشی است لذا تمامی

متغیرهای ورودی DEA از نوع خروجی می‌باشند. از آنجا که مدل CCR

ورودی گرا با ورودی ثابت با مدل BCC ورودی گرا منطبق است از ورودی مجازی

با مقادیر یک برای همه DMUها در مدل DEA از نوع CCR ورودی گرا استفاده

می‌شود [۱۲]. همچنین در مدل‌های DEA نیاز است مقادیر متغیرها مثبت باشند، حال

اینکه مقادیر مولفه‌ها اصلی می‌توانند منفی بشوند. چون مدل BCC ورودی گرا با

تبدیل بر روی خروجی‌ها پایدار است لذا برای رفع این مشکل از تبدیل زیر استفاده

می‌شود [۱۳].

$$z_{lj} = PC_l^j + Q$$

$$Q = - \min_{1 \leq l \leq M, 1 \leq j \leq n} \{PC_l^j\} + 1 \quad \text{که}$$

۶. برای محاسبه کارایی عملیاتی DMU_0 از مدل CCR ورودی گرا زیر استفاده شده است.

$$Max \ w_0 = \sum_{l=1}^M p_l z_{l0}$$

s.t.

$$\sum_{l=1}^M p_l z_{lj} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$p_l - p_{l+1} \geq \varepsilon_l, \quad l = 1, 2, \dots, M - 1, \quad (1)$$

$$p_l \geq 0, \quad l = 1, \dots, M.$$

اگر $\varepsilon_l = \varepsilon > 0$ قرار داده می‌شود در غیر اینصورت $\varepsilon_l = 0$ ، $\lambda_l = \lambda_{l+1}$

در این مدل p_l وزن منتسب شده به خروجی $j = 1, \dots, n$ z_{lj} است و دلیل وجود محدودیت وزنی $p_l - p_{l+1} \geq \varepsilon_l$ این است که سهم لامین مولفه اصلی از پراکندگی کل بیشتر از سهم $(l+1)$ امین مولفه اصلی است.

۷. برای تبدیل مدل ۱ به یک مدل چند هدفه d_o را به عنوان سطح ناکارایی DMU_o به صورت $d_o = 1 - w_o$ تعریف می‌شود. با این تغییر متغیر مدل ۱ به صورت زیر در می‌آید.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } 1 - d_o \\
 & \text{s.t.} \\
 & \sum_{l=1}^M p_l z_{lo} + d_o = 1, \\
 & \sum_{l=1}^M p_l z_{lj} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\
 & p_l - p_{l+1} \geq \varepsilon_l, \quad l = 1, 2, \dots, M - 1, \\
 & p_l \geq 0, l = 1, \dots, M, d_o \geq 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

اکنون بر اساس مدل ۲، مدل چند هدفه زیر ساخته می‌شود.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \sum_o (1 - d_o) \\
 & \text{s.t.} \\
 & \sum_{l=1}^M p_{lo} z_{lo} + d_o = 1, \\
 & \sum_{l=1}^M p_{lo} z_{lj} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\
 & p_{lo} - p_{(l+1)o} \geq \varepsilon_{lo}, \quad l = 1, 2, \dots, M - 1, \\
 & p_{lo} \geq 0, \quad l = 1, \dots, M, d_o \geq 0
 \end{aligned} \tag{3}$$

۸. اگر بخواهیم از مدل (۱) برای رتبه‌بندی کامل [۵] و تمایز بین واحدهای کارا استفاده گردد:

$$\begin{aligned}
 \text{Max } w_o &= \sum_{l=1}^M p_l z_{lo} \\
 \text{s.t.} \\
 \sum_{l=1}^M p_l z_{lj} &\leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad j \neq o, \\
 p_l - p_{l+1} &\geq \varepsilon_l, \quad l = 1, 2, \dots, M-1, \\
 p_l &\geq 0, \quad l = 1, \dots, M.
 \end{aligned} \tag{4}$$

مشابه تبدیلاتی که بر مدل (۱) وارد شده است مدل چندهدفه زیر برای مدل (۴) ساخته می‌شود.

$$\begin{aligned}
 \text{Max } \sum_o (1 - d_o) \\
 \text{s.t.} \\
 \sum_{l=1}^M p_{lo} z_{lo} + d_o &= 1, \\
 \sum_{l=1}^M p_{lo} z_{lj} &\leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \forall o \quad o \neq j, \\
 p_{lo} - p_{(l+1)o} &\geq \varepsilon_{lo}, \quad l = 1, 2, \dots, M-1, \\
 p_{lo} &\geq 0, \quad l = 1, \dots, M, \\
 d_o &\geq 0 \quad \forall o.
 \end{aligned} \tag{5}$$

مطالعه موردی

در سال‌های اخیر با توجه به روند رو به رشد موسسات مالی خصوصی و سخت‌تر شدن شرایط رقابتی، مدیران بانک‌ها توجه بیشتری به اصلاح و بهبود خدمات بانکی داشته‌اند. ارزیابی عملکرد صحیح و علمی در بانک، منتج به توسعه فرایند هدف‌گذاری صحیح و تقویت فرایند بهبود مستمر می‌گردد، مدیریت امور و توسعه مدیریت علمی در سازمان بهبود یافته، استفاده بهینه از منابع بخصوص منابع انسانی سازمان و ارتقای توان دستیابی سازمان به اهداف و در نتیجه اثربخشی آن میسر می‌شود و تصمیم‌گیری‌های دقیق‌تر میسر می‌گردد.

اولین گام در طراحی مدلی برای ارزیابی عملکرد انتخاب متغیرهای ورودی و خروجی می‌باشد. عدم انتخاب صحیح متغیرها برای ارزیابی موجب می‌شود که نتایج حاصله از مقایسه بانک‌ها معتبر نباشد. از آنجایی که هنوز اجماعی مبنی بر انتخاب بهترین متغیرهایی

که بتواند عملکرد بانک‌ها را بخوبی نشان دهد وجود ندارد، به منظور ارزیابی عملکرد به گونه‌ای واقع بینانه‌تر و دقیقتر، مدیران بانک‌ها بر این عقیده‌اند که در نظر گرفتن مهمترین متغیرها اعم از متغیرهای کمی و کیفی در مدل‌های مورد استفاده موجب جامعیت و قابل استنادتر بودن پاسخ‌ها و راه‌حل‌های بدست آمده خواهد بود. چرا که در سیستم‌های خدماتی و مالی نظیر بانک‌ها عوامل متنوع و متعددی در کارایی و اثر بخشی واحدهای تصمیم‌گیری اعم از شعب، حوزه، منطقه و استان دخیل‌اند و در نتیجه معیارهایی که واحدهای مختلف بر اساس آنها سنجیده می‌شوند مختلف و متعدد خواهند بود. انتخاب متغیرهایی که بیشترین کاربرد را در مطالعات قبلی داشته‌اند، یک راه مناسب برای انتخاب ورودیها و خروجیها می‌باشد. از طرفی بدلیل ضعف موجود در روش تحلیل پوششی داده‌ها در زمینه محدودیت تعداد متغیرهای ورودی و خروجی نسبت به واحدهای تصمیم‌گیری، استفاده از روشی که بتواند این نقطه ضعف را پوشش دهد بسیار مورد توجه قرار گرفته است. استفاده از PCA به منظور کاهش متغیرها و تلفیق آن با DEA به عنوان ابزار توانمند برای ارزیابی عملکرد راه‌گشای بسیاری از مشکلات موجود می‌باشد. به عنوان مثال در نگاره (۱) گروه‌های مختلفی از متغیرهای ورودی و خروجی که در تحقیقات انجام شده در کشور ترکیه مورد توجه مدیریت بانک‌ها بوده است ارائه شده است [۱۰].

با توجه به محدودیت دسترسی به همه داده‌ها و اطلاعات شعب بانک مورد مطالعه، در این مقاله متغیرهای ورودی و خروجی زیر در نظر گرفته شده است.

الف) ورودی‌ها	ب) خروجی‌ها
تعداد شعب (I_1)	مانده سپرده‌ها (O1)
تعداد نیروی انسانی (I_2)	مانده تسهیلات (O2)
تعداد دستگاه‌های خودپرداز (I_3)	درآمدها (O3)
مانده هزینه‌ها (I_4)	

داده‌های متناظر با این متغیرها در هفت منطقه تهران در نگاره ۲ آمده است. هدف رتبه‌بندی عملکرد در این هفت منطقه است.

نگاره ۱. بررسی‌های انجام شده در ارتباط با کارائی سیستم بانکی ترکیه

متغیرهای ورودی	متغیرهای خروجی	رویکرد
<ul style="list-style-type: none"> - تعداد کارکنان - هزینه بهره - هزینه استهلاک - هزینه ملزومات 	<ul style="list-style-type: none"> - سپرده‌های جاری - سپرده‌های مدت‌دار - وام‌های کوتاه مدت - وام‌های بلند مدت 	واسطه مالی
<ul style="list-style-type: none"> - نسبت وام‌های معوق به کل دارائی‌ها - نسبت هزینه غیر بهره ای به کل دارائی‌ها 	<ul style="list-style-type: none"> - حقوق صاحبان سهام بعلاوه سود خالص به کل دارائی‌ها - نسبت خالص کارمزدها به کل دارائی‌ها 	نسبت‌های مالی
<ul style="list-style-type: none"> - تعداد کارکنان - هزینه‌های عملیاتی (به غیر هزینه پرسنلی) 	<ul style="list-style-type: none"> - وام‌های پرداختی - سپرده‌های جاری - سپرده‌های مدت‌دار 	ارزش افزوده
<ul style="list-style-type: none"> - سپرده‌های جاری - سپرده‌های مدت‌دار - هزینه‌های بهره 	<ul style="list-style-type: none"> - وام‌های پرداختی - درآمدهای بهره‌ای - درآمدهای غیر بهره‌ای 	واسطه مالی
<ul style="list-style-type: none"> -تعداد کارکنان - هزینه‌های عملیاتی (غیر از هزینه‌های پرسنلی) 	<ul style="list-style-type: none"> - وام‌های پرداختی - سپرده‌های جاری - سپرده‌های مدت‌دار 	ارزش افزوده
<ul style="list-style-type: none"> - کل دارائی‌ها - کل هزینه‌ها 	<ul style="list-style-type: none"> - درآمد - وام‌های پرداختی - سپرده‌ها 	ترکیبی
<ul style="list-style-type: none"> - کل منابع سرمایه‌ای بانک - هزینه‌های پرسنلی - هزینه کارمزد و بهره 	<ul style="list-style-type: none"> - سپرده‌ها - کارمزدهای دریافتی 	تولید
<ul style="list-style-type: none"> - سپرده‌ها - هزینه‌های عملیاتی (غیر از هزینه‌ای پرسنلی) 	<ul style="list-style-type: none"> - وام‌های پرداختی - درآمد 	واسطه مالی

نگاره ۲. ورودی‌ها و خروجی‌های مورد استفاده در مدل

		ورودی‌ها				خروجی‌ها*		
		I _۱	I _۲	I _۳	I _۴	O _۱	O _۲	O _۳
DMU1	منطقه یک تهران	۴۶	۵۱۱	۲۰	۱۹۹	۳۷۳۲	۷۴۹۲	۴۷۲
DMU2	منطقه دو تهران	۴۸	۴۸۰	۲۵	۲۱۰	۴۶۵۷	۲۱۶۶	۱۸۲
DMU3	منطقه سه تهران	۴۱	۵۳۰	۲۴	۳۶۸	۸۸۵۵	۴۸۵۳	۳۴۲
DMU4	منطقه چهار تهران	۴۸	۶۲۶	۳۶	۴۹۶	۱۰۹۹۱	۵۳۳۵	۱۵۰۹
DMU5	منطقه پنج تهران	۶۰	۷۱۸	۳۸	۵۵۷	۱۱۷۳۶	۳۵۱۲	۳۱۸
DMU6	منطقه شش تهران	۵۵	۵۵۷	۲۹	۲۲۴	۶۰۱۵	۶۵۶۰	۵۹۶
DMU7	منطقه هفت تهران	۳۴	۳۲۵	۲۱	۱۴۸	۳۳۱۰	۲۰۳۴	۹۸

* واحد متغیرهای خروجی میلیارد ریال می‌باشد.

در نگاره شماره ۳ ماتریس نسبت داده‌ها بر اساس داده‌های ورودی و خروجی آورده شده است. داده‌های نگاره ۳ استاندارد شده هستند. نتایج در نگاره ۴ نشان داده شده‌اند.

نگاره ۳. ماتریس نسبت داده‌ها

	d _{۱۱}	d _{۱۲}	d _{۱۳}	d _{۱۴}	d _{۲۱}	d _{۲۲}
DMU1	۸۱.۱۳۰۴۳	۷.۳۰۳۳۲۷	۱۸۶.۶	۱۸.۷۵۳۷۷	۱۶۲.۸۶۹۶	۱۴.۶۶۱۴۵
DMU2	۹۷.۰۲۰۸۳	۹.۷۰۲۰۸۳	۱۸۶.۲۸	۲۲.۱۷۶۱۹	۴۵.۱۲۵	۴.۵۱۲۵
DMU3	۲۱۵.۹۷۵۶	۱۶.۷۰۷۵۵	۳۶۸.۹۵۸۳	۲۴.۰۶۲۵	۱۱۸.۳۶۵۹	۹.۱۵۶۶۰۴
DMU4	۲۲۸.۹۷۹۲	۱۷.۵۵۷۵۱	۳۰۵.۳۰۵۶	۲۲.۱۵۹۲۷	۱۱۱.۱۴۵۸	۸.۵۲۲۳۶۴
DMU5	۱۹۵.۶	۱۶.۳۴۵۴	۳۰.۸۸۴۲۱	۲۱.۰۷۰۰۲	۵۸.۵۳۳۳	۴.۸۹۱۳۶۵
DMU6	۱۰۹.۳۶۳۶	۱۰.۷۹۸۹۲	۲۰۷.۴۱۳۸	۲۶.۸۵۲۶۸	۱۱۹.۲۷۲۷	۱۱.۷۷۷۳۸
DMU7	۹۷.۳۵۲۹۴	۱۰.۱۸۴۶۲	۱۵۷.۶۱۹	۲۲.۳۶۴۸۶	۵۹.۸۲۳۵۳	۶.۲۵۸۴۶۲
	d _{۲۳}	d _{۲۴}	d _{۳۱}	d _{۳۲}	d _{۳۳}	d _{۳۴}
DMU1	۳۷۴.۶	۳۷.۶۴۸۲۴	۱۰.۲۶۰۸۷	۰.۹۲۳۶۷۹	۲۳.۶	۲.۳۷۱۸۵۹
DMU2	۸۶.۶۴	۱۰.۳۱۴۲۹	۳.۷۹۱۶۶۷	۰.۳۷۹۱۶۷	۷.۲۸	۰.۸۶۶۶۶۷
DMU3	۲۰۲.۲۰۸۳	۱۳.۱۸۷۵	۸.۳۴۱۴۶۳	۰.۶۴۵۲۸۳	۱۴.۲۵	۰.۹۲۹۳۶۸
DMU4	۱۴۸.۱۹۴۴	۱۰.۷۵۶۰۵	۳۱.۴۳۷۵	۲.۴۱۰۵۴۳	۴۱.۹۱۶۶۷	۳.۰۴۲۳۳۹
DMU5	۹۲.۴۲۱۰۵	۶.۳۰۵۲۰۶	۵.۳	۰.۴۴۲۸۹۷	۸.۳۶۸۴۲۱	۰.۵۷۰۹۱۶
DMU6	۲۲۶.۲۰۶۹	۲۹.۲۸۵۷۱	۱۰.۸۳۶۳۶	۱.۰۷۰۰۱۸	۲۰.۵۵۱۷۲	۲.۶۶۰۷۱۴
DMU7	۹۶.۸۶۷۱۴	۱۳.۷۴۳۲۴	۲.۸۸۲۳۵۳	۰.۳۰۱۵۳۸	۴.۶۶۶۶۶۷	۰.۶۶۲۱۶۲

نگاره ۴. استاندارد شده ماتریس نسبت داده‌ها

	d ₁₁	d ₁₂	d ₁₃	d ₁₄	d ₁₅	d ₂₁	d ₂₂	d ₂₃	d ₂₄	d ₃₁	d ₃₂	d ₃₃	d ₃₄
DMU ₁	-۱.۰۷۲	-۱.۳۰۵	-۰.۷۳۵	-۱.۴۹۱	۰.۷۷۲	۱.۵۴۸	۱.۶۴۵	۱.۹۲۰	۱.۷۶۱	-۰.۰۱۵	۰.۰۵۷	۰.۴۹۲	۰.۷۴۲
DMU ₂	-۰.۷۷۳	-۰.۷۲۰	-۰.۷۳۹	-۰.۱۲۶	-۱.۳۱۲	-۱.۱۹۶	-۱.۰۸۲	-۰.۸۵۴	-۰.۶۰۷	-۰.۶۷۷	-۰.۶۸۷	-۰.۷۶۹	-۰.۶۸۰
DMU ₃	۱.۰۸۶	۰.۹۸۷	۱.۵۲۷	۰.۶۲۷	۱.۱۰۹	۰.۵۱۱	۰.۱۶۶	۰.۲۵۹	-۰.۳۵۸	-۰.۲۱۱	-۰.۳۲۳	-۰.۲۳۰	-۰.۶۲۰
DMU ₄	۱.۲۸۹	۱.۱۹۴	۰.۷۳۸	-۰.۱۳۲	۰.۸۲۲	۰.۳۴۳	-۰.۰۰۵	-۰.۲۶۱	-۰.۵۶۹	۲.۱۵۲	۲.۰۸۹	۱.۹۰۷	۱.۳۷۵
DMU ₅	۰.۷۶۸	۰.۸۹۹	۰.۷۸۱	-۰.۵۶۷	-۰.۱۷۰	-۰.۸۴۴	-۰.۹۸۱	-۰.۷۹۸۰	-۰.۹۵۴	-۰.۵۲۳	-۰.۶۰۰	-۰.۶۸۵	-۰.۹۵۹
DMU ₆	-۰.۵۸۰	-۰.۴۵۳	-۰.۴۷۷	۱.۷۴۰	۰.۰۹۷	۰.۵۳۲	۰.۸۷۰	۰.۴۹۰	۱.۰۳۶	۰.۰۴۴	۰.۲۵۷	۰.۲۵۶	۱.۰۱۵
DMU ₇	-۰.۷۶۸	-۰.۶۰۳	-۱.۰۹۵	-۰.۰۵۰	-۱.۳۱۸	-۰.۸۵۴۰	-۰.۶۱۳	-۰.۷۵۶	-۰.۳۱۰	-۰.۷۷۰	-۰.۷۹۳	-۰.۹۷۱	-۰.۸۷۳

در نگاره شماره (۵) مقادیر ویژه و بردارهای ویژه آورده شده است. بر اساس مقادیر ویژه متناظر با مولفه‌های اصلی، مولفه‌های ۱، ۲ و ۳ را برای اجرای مدل شماره ۵ در نظر گرفتیم. این مولفه‌ها ۹۲ درصد واریانس داده‌ها را پوشش می‌دهند. از آنجا که مقادیر مولفه‌های اصلی غیر مثبت نیز می‌باشند، با استفاده از رابطه $z_{ij} = PC_i^j + Q$ که قبلاً توضیح داده شد تمامی مقادیر مولفه‌ها مثبت می‌شوند. مقادیر سه مولفه اول در نگاره شماره (۶) نشان داده شده‌اند.

تجاره ۵. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه متناظر

Eigen Value	d ₃₄	d ₃₃	d ₃₂	d ₃₁	d ₂₄	d ₂₃	d ₂₂	d ₂₁	d ₁₅	d ₁₄	d ₁₃	d ₁₂	d ₁₁	vec ₁
۶.۰۶۲	۰.۳۶۲	۰.۳۶۷	۰.۳۲۷	۰.۳۱۴	۰.۲۲۷	۰.۲۹۶	۰.۳۲۸	۰.۳۶۴	۰.۳۴۹	-۰.۰۰۱	۰.۱۱۱	۰.۰۵۹	۰.۱۰۷	vec ₁
۴.۳۸۳	۰.۰۵۲	-۰.۱۱۸	-۰.۱۸۳	-۰.۲۱۹	۰.۳۸۸	۰.۲۸۰	۰.۲۵۶	۰.۱۵۴	-۰.۱۱۵	-۰.۰۸۹	۰.۳۸۷	-۰.۴۶۱	-۰.۴۴۷	vec ₂
۱.۴۶۷	۰.۳۳۸	۰.۲۷۳	۰.۳۷۱	۰.۳۴۵	-۰.۰۸۱	-۰.۲۸۴	-۰.۱۷۲	-۰.۲۴۲	-۰.۳۷۴	۰.۰۸۲	-۰.۴۱۹	-۰.۱۴۸	-۰.۱۸۸	vec ₃
۱.۰۲۷	۰.۱۱۳	-۰.۱۰۳	-۰.۰۵۶	-۰.۱۱۰	۰.۱۰۹	-۰.۰۵۸	۰.۱۰۶	۰.۰۲۱	-۰.۰۰۹	۰.۹۶۴	۰.۰۴۰	۰.۰۴۷	-۰.۰۲۹	vec ₄
۰.۰۳۲	۰.۵۶۲	۰.۰۸۴	-۰.۱۰۴	-۰.۲۶۸	۰.۱۹۲	۰.۱۳۴	-۰.۳۲۷	-۰.۴۲۸	۰.۱۰۳	-۰.۰۷۷	۰.۴۴۷	-۰.۱۲۴	-۰.۱۳۷	vec ₅
۰.۰۲۹	-۰.۲۶۱	۰.۱۹۴	۰.۰۳۴	۰.۱۷۹	-۰.۴۴۳	۰.۱۹۱	-۰.۲۴۹	۰.۱۶۵	۰.۱۴۴	۰.۱۷۲	۰.۳۷۶	-۰.۶۰۳	-۰.۲۲۲	vec ₆
۰.۰۰۰	۰.۲۷۶	-۰.۴۹۷	-۰.۳۰۶	۰.۵۷۲	-۰.۱۱۰	-۰.۰۱۱	-۰.۰۳۵	۰.۱۸۴	-۰.۰۴۱	-۰.۰۵۴	۰.۱۵۹	۰.۱۹۹	-۰.۳۷۴	vec ₇
۰.۰۰۰	۰.۳۳۶	-۰.۵۰۹	۰.۳۸۳	-۰.۱۰۹	-۰.۱۰۰	۰.۰۳۱	۰.۱۲۲	۰.۱۶۹	-۰.۳۵۶	-۰.۰۵۸	۰.۲۰۶	-۰.۳۵۸	۰.۴۱۴	vec ₈
۰.۰۰۰	۰.۰۱۵	۰.۱۲۶	-۰.۲۳۱	۰.۱۱۱	-۰.۰۱۶	-۰.۵۶۲	۰.۶۱۲	-۰.۲۲۴	۰.۰۸۴	-۰.۰۷۸	۰.۲۶۱	-۰.۳۱۰	۰.۰۰۳	vec ₉
۰.۰۰۰	-۰.۲۱۱	۰.۳۲۱	۰.۰۰۱	۰.۰۰۳	۰.۲۴	۰.۰۵۴	۰.۰۴۶	۰.۱۹۷	-۰.۶۸۵	-۰.۰۱۴	۰.۴۶۲	0.181	-۰.۱۸۹	vec ₁₀
۰.۰۰۰	۰.۰۸۵	۰.۰۶۷	-۰.۱۷۶	-۰.۰۳۵	۰.۳۴۹	-۰.۵۲۱	-۰.۴۵۲	۰.۵۳۴	۰.۱۰۷	-۰.۰۳۴	-۰.۰۲۳	-۰.۱۸۱	۰.۱۶۸	vec ₁₁
۰.۰۰۰	-۰.۱۸۱	-۰.۰۰۵	-۰.۲۹۶	۰.۴۹۸	۰.۳۸۱	۰.۲۷۶	-۰.۱۱۶	-۰.۳۱۳	-۰.۱۱۷	۰.۰۸۰	-۰.۰۴۹	-۰.۲۲۵	۰.۴۶۷	vec ₁₂
۰.۰۰۰	۰.۳۷۲	۰.۳۰۳	-۰.۵۴۲	-۰.۱۳۴	-۰.۴۴۷	۰.۱۶۸	۰.۰۸۵	۰.۲۰۲	-۰.۲۵۳	۰.۰۰۲	-۰.۱۸۲	۰.۰۱۹	۰.۲۸۹	vec ₁₃

نگاره ۶. مقادیر سه مولفه اصلی انتخاب شده

	PC1	PC2	PC3
منطقه یک تهران	۶.۳۵۰۳۵۶	۷.۰۵۲۴۲۸	۳.۱۵۰۵۰۱
منطقه دو تهران	۱.۰۰۰۰۰۶	۴.۳۳۱۲۲۳	۴.۶۹۲۲۱۹
منطقه سه تهران	۴.۲۹۵۶۹۷	۲.۲۵۱۶۸۱	۱.۷۹۶۶۲۷
منطقه چهار تهران	۶.۸۶۳۵۵	۱.۰۶۶۸۳	۵.۳۰۶۹۵۹
منطقه پنج تهران	۱.۹۱۹۱۴۱	۲.۰۹۵۲۴۹	۲.۹۹۵۹۰۸
منطقه شش تهران	۵.۱۲۱۱۱۹	۵.۱۰۹۶۷۲	۴.۳۱۶۹۷۳
منطقه هفت تهران	۱.۱۳۲۹۷۸	۴.۷۷۵۷۵۹	۴.۴۲۳۶۵۴

همانطور که در نگاره ۶ مشاهده می‌شود مقادیر مولفه‌ها مثبت شده‌اند. نتایج اجرای مدل (۶) با استفاده از نرم افزار Lingo در نگاره شماره ۷ نشان داده شده است.

نگاره ۷. رتبه بندی مناطق

DMU	d_i	w_i	Rank
منطقه یک تهران	-۰.۳۱۰	۱.۳۱۰	۱
منطقه دو تهران	۰.۴۰۰	۰.۶۰۰	۶
منطقه سه تهران	۰.۳۵۵	۰.۶۴۵	۴
منطقه چهار تهران	-۰.۰۷۴	۱.۰۷۴	۲
منطقه پنج تهران	۰.۵۷۹	۰.۴۲۱	۷
منطقه شش تهران	۰.۱۲۳	۰.۸۷۷	۳
منطقه هفت تهران	۰.۳۸۱	۰.۶۱۹	۵

نتیجه‌گیری

شاخص‌های ارزیابی سازمان‌ها در بخش‌های فنی، اقتصادی، مدیریتی و نیروی انسانی از تنوع خاصی برخوردار است. که در این تحقیق این مطلب برای صنعت بانک‌داری نشان داده شد. حال اگر خواسته شود که با بکارگیری شاخص‌های متنوعی به یک ارزیابی و رتبه‌بندی جامع دست پیدا شود، روش ارائه شده جوابگو خواهد بود. هر چند که روش تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان ابزاری موثر برای ارزیابی و الگوبرداری بکار گرفته شده است، اما در این روش برای افزایش قدرت تمایز بین واحدهای کارا و ناکارا بایستی تعداد واحدهای مورد ارزیابی متناسب با تعداد متغیرهای ورودی و خروجی باشد. به عبارت دیگر روش ارائه شده در این

مقاله، برای رفع این ضعف از تکنیک مولفه‌های اصلی در کنار روش تحلیل پوششی داده‌ها به صورت هدفمند استفاده می‌نماید. به این ترتیب که ابتدا به جای متغیرهای اصلی از نسبت تک خروجی به تک ورودی استفاده می‌شود و با استفاده از روش تحلیل مولفه‌های اصلی کاهش بعد انجام می‌شود. مولفه‌های اصلی انتخاب شده به عنوان ورودی‌های مدل تحلیل پوششی داده‌ها استفاده و تحلیل می‌شوند. از این روش برای رتبه‌بندی عملکرد شعبه‌های یکی از بانک‌های ایران استفاده شده است. این مدل را می‌توان برای رتبه‌بندی در موارد بسیار دیگری استفاده نمود. همچنین می‌توان مدل را برای تعداد متنوعی از ورودی‌ها و خروجی‌ها در رتبه‌بندی تعداد دلخواهی از واحدهای تصمیم‌گیری بکار گرفت. برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود که از ویژگی‌های تصویری مولفه‌های اصلی برای تحلیل و تفسیر بیشتر نتایج استفاده شود. برای این منظور مطالعه مقاله Huang و Bigaard در سال ۲۰۰۸ پیشنهاد می‌گردد [۶].

منابع

۱. آزاده، محمدعلی؛ عمل نیک محمدصادق؛ عمرانی هاشم (۱۳۸۷) "ترکیب مدل‌های پارامتریک و نا پارامتریک برای رتبه‌بندی شرکت‌های توزیع برق"، نشریه بین‌المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران، شماره ۱، جلد ۱۹، ص. ۵۳-۶۳.
2. Adler, N., & Berechman, J. (2001) "Measuring airport quality from the airlines' viewpoint: An application of data envelopment analysis", *Transport Policy*, Vol. 8, No. 3, pp. 171-181.
3. Adler, N., & Golany, B. (2001) "Evaluation of deregulated airline networks using data envelopment analysis combined with principal component analysis with an application to Western Europe", *European Journal of Operational Research*, Vol. 132, pp. 260-273.
4. Adler, N., & Golany, B. (2002) "Including principal component weights to improve discrimination in data envelopment analysis", *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 46, No. 1, pp. 66-73.
5. Andersen, P., & Petersen, N. C. (1993) "A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis". *Management Science*, Vol. 39, No. 10, pp. 1261-1294.
6. Bisgaard, S., Huang, X. (2008) "Visualizing Principal Component Analysis for Multivariate Process Data", *Journal of Quality Technology*, Vol. 40, pp. 209-309.
7. Bruce Ho, C., Wu, D.D. (2008) "Online banking performance evaluation using data envelopment analysis and principal component analysis", *Computers & Operations Research*, Article in Press.
8. Cinca, C. Serrano, & Molinero, C. M. (2004) "Selecting DEA specifications and ranking units via PCA", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 55, No. 5, pp. 521-528.
9. Cooper, W.W., Seiford L.M., Tone K. (2000) "Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications", references and DEA-solver software, Boston, Kluwer Academic Publishers.
10. Fethi, M.D., Jackson, P.M., Weyman-Jones, T.G. (2001) "An Empirical Study of Stochastic DEA and Financial Performance: the Case of the Turkish Commercial Banking Industry", *INFORMS International Hawaii Conference*, Maui, Hawaii, USA.
11. Jenkins, Larry, & Anderson, Murray (2003) "A multivariate statistical approach to reducing the number of variables in data envelopment analysis", *European Journal of Operation Research*, Vol. 147, pp. 51-61.

12. Knox Lovell, C. A., & Pastor, J. T. (1999) "Radial DEA models without inputs or without outputs", *European Journal of Operational Research*, Vol. 118, No. 1, pp. 46–51.
13. Pastor, J. T. (1996) "Translation invariance in data envelopment analysis: A generalization", *Annals of Operations Research*, Vol. 66, pp. 93–102.
14. Premachandra, I. M. (2001) "A note on DEA vs. principal component analysis: An improvement to Joe Zhu's approach", *European Journal of Operational Research*, Vol. 132, pp. 553–560.
15. Rencher, A. C. (1998) "Multivariate statistical inferences and applications, New York, John Wiley & Sons.
16. Shanmugam, R., & Johnson, C. (2007) "At a crossroad of data envelopment and principal component analyses", *Omega*, Vol. 35, No. 4, pp. 351–364.
17. Zhu, J. (1998) "Data envelopment analysis vs. principal components analysis: An illustrative study of economic performance of Chinese cities", *European Journal of Operational Research*, Vol. 111, pp. 50–61.