نشریه مدیریت صنعتی، دوره ۱، شماره ۲، بهار و تابستان ۱۳۸۸، از صفحه ۸۹ تا ۱۰۴

ارائه مدل برنامه‌ریزی آرمانی خطی برای محاسبه اوزان مشترک در مسائل تحلیل پوششی داده‌ها

جمشید صالحی صدقیانی[۱]، مقصود امیری[۲]، سیدحسین رضوی[۳*]، شیده سادات هاشمی[۴]، اصحاب حبیب‌زاده[۵]

۱. دانشیار دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران
۲. استادیار دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران
۳. دانشجوی دکترای مدیریت تولید و عملیات، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران
۴. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران
۵. مربی دانشگاه علوم انتظامی تهران، ایران

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۱۱/۳۰، تاریخ تصویب: ۱۳۸۸/۴/۱۶)

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها دامنه گسترده‌ای از مدل‌های ریاضی است که برای سنجش کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای همسان با ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه به کار می‌رود. این مدل مجموعه‌ای از اوزان را برای متغیرهای ورودی و خروجی هر واحد تصمیم‌گیری به دست آورده و بر اساس آن کارایی نسبی هر واحد را محاسبه می‌کند. این تفاوت در اوزان واحدها انتقاداتی را برای این روش در پی داشته است. از سال ۱۹۹۱ مدل‌های خطی و غیرخطی مختلفی برای محاسبه مجموعه‌ای از اوزان مشترک واحدهای تصمیم‌گیری در مدل‌های DEA ارائه شده است. در این مقاله نیز یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای محاسبه اوزان مشترک اینگونه مسائل پیشنهاد و کاربرد آن در مثالی عددی با مدل‌های دیگر مقایسه شده است. خطی بودن، قابلیت کاربردی گسترده و معنی‌داری اوزان برآوردی از مزایای مدل پیشنهادی است.

واژه‌های کلیدی: ارزیابی عملکرد، کارایی نسبی، تحلیل پوششی داده‌ها، اوزان مشترک، برنامه‌ریزی با اهداف چندگانه

* نویسنده مسئول
Email: s_hossein_r@yahoo.com

مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها یکی از روش‌های پرکاربرد در زمینه سنجش کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری همگن با ورودی‌ها و خروجی‌های یکسان است. این مدل که در سال ۱۹۷۸ توسط چارنز، کوپر و رودز معرفی گردید، با تمرکز بر هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری، اوزانی برای ورودی و خروجی‌های آنها به صورت جداگانه محاسبه و با استفاده از نسبت مجموع موزون ورودی‌ها به خروجی‌ها، کارایی هر واحد را به دست می‌آورد. یکی از مهم‌ترین سوالات در خصوص این روش بحث پیرامون اوزان محاسبه شده برای شاخص‌های ورودی و خروجی است. گروهی از محققین معتقدند محاسبه اوزان مختلف برای شاخص‌های یکسان در مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری همگن منطقی به نظر نمی‌رسد و از اینرو در جستجوی مدل‌هایی برای محاسبه اوزان مشترک شاخص‌های ورودی و خروجی بر آمده‌اند. اولین بار رول (۱۹۹۱) موضوع اوزان مشترک را مورد بررسی قرار داد [۱۲]. بطور خلاصه هدف از این تحقیقات ارائه مدل‌هایی است که از طریق آن تنها یک وزن برای هر یک از شاخص‌های ورودی و خروجی به دست آید و نسبت به محاسبه و مقایسه کارایی واحدها بر مبنایی مشترک اقدام شود. تحقیق در خصوص موضوع اوزان مشترک در سالیان اخیر توجهات بسیاری را جلب کرده و مدل‌های متعدد و گوناگونی با رویکردهای مختلف در این زمینه ارائه شده است. از جمله آخرین تحقیقات، کائو و هونگ (۲۰۰۵) با اشاره به اینکه انعطاف‌پذیری روش DEA در تعیین اوزان مقایسه واحدهای تصمیم‌گیری بر مبنایی مشترک را تهدید می‌کند، یک رویکرد توافقی برای محاسبه اوزان مشترک در چارچوب روش تحلیل پوششی داده‌ها ارائه داده‌اند. این روش اوزان محاسبه شده در مدل استاندارد را به عنوان اوزان ایده‌آل پذیرفته و در جستجوی بردار اوزان مشترک متغیرها بگونه‌ای است که از کمترین فاصله با اوزان ایده‌آل برخوردار باشد. بر این اساس گروهی از اوزان کارایی تحت عنوان راه‌حل توافقی به دست می‌آید که در مقایسه با سایر روش‌ها منحصر به فرد و بهینه پارتو است [۸]. جهانشاهلو و دیگران (۲۰۰۵) نیز با اثبات اینکه اگر یکی از اجزای بردارهای ورودی یا خروجی یک واحد تصمیم‌گیری بر اجزای مشابه واحدهای دیگر غلبه کند، سایر اجزای این واحد هر مقداری داشته باشند، آن واحد در برخی مدل‌های DEA کارا خواهد بود، روشی ارائه داده‌اند که با حل تنها یک مدل مجموعه اوزان مشترک واحدها به دست آید و در نهایت با یک مدل دو مرحله‌ای واحدهای کارا رتبه‌بندی شوند [۷]. همچنین ماکوئی و

دیگران (۲۰۰۸) با ذکر این نکته که تحلیل پوششی داده‌ها به واحدهای تصمیم‌گیری امکان اختیار بهترین اوزان برای محاسبه مقادیر کارایی را می‌دهد، برای حل این مساله یک مدل برنامه‌ریزی با اهداف چندگانه خطی پیشنهاد داده‌اند که خطی بودن، قدرت تمایز بیشتر میان واحدهای تصمیم‌گیری و استفاده از مدلی منحصر به فرد برای سنجش کارایی نسبی کلیه واحدها از مزایای آن است [۱۰]. هدف از این مقاله نیز ارائه مدلی برای محاسبه اوزان مشترک واحدهای تصمیم‌گیری است. در این مدل پیشنهادی از یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای محاسبه اوزان مشترک به منظور کمینه‌سازی انحراف آنها از مقادیر مدل اولیه استفاده شده است. منطق روشن، قابلیت کاربرد در انواع مدل‌های استاندارد DEA، شکل خطی و قدرت تمایز بالای مدل پیشنهادی از مهم‌ترین مزایای آن به شمار می‌رود. در بخش دوم این مقاله مروری کوتاه بر تحلیل پوششی داده‌ها و مدل‌های برنامه‌ریزی با اهداف چندگانه ارائه شده است. در بخش سوم پس از بیان مساله تحقیق، مبانی ریاضی و منطقی مدل پیشنهادی در مقاله مورد بحث و بررسی قرار گرفته و در بخش چهارم مثالی عددی از کاربرد این مدل ارائه شده است. در بخش پنجم و پایانی نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادهای حاصل از این تحقیق بیان شده است.

۱.مروری بر تحلیل پوششی داده‌ها و برنامه‌ریزی با اهداف چندگانه

دانش تحقیق در عملیات بر اساس مبانی قدرتمند ریاضی خود کاربرد گسترده‌ای در زمینه‌های مختلف تصمیم‌گیری دارد. دو شاخه کاربردی از این دانش تحلیل پوششی داده‌ها در مساله سنجش کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای همسان با چندین ورودی و خروجی مشابه است. بنابر ادعای پدید آورندگان این روش، پس از پیدایش آن بیش از هزاران مقاله و کتاب در این خصوص تدوین و بسیاری از مراکز تحقیقاتی بر روی آن فعالیت داشته‌اند[۴]. یکی دیگر از شاخه‌های دانش تحقیق در عملیات مدل‌های تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه است که در موقعیت‌های کاربردی کمک بسیار زیادی به تصمیم‌گیرندگانی می‌کند که با چندین هدف مختلف و گاهاً متضاد مواجه می‌باشند. اولین بار کورنبلو(۱۹۹۱) بیان داشت که مدل تحلیل پوششی داده‌ها را می‌توان به صورت یک مساله چند هدفه کسری خطی در نظر گرفت[۹]. در این بخش مرور کوتاهی بر مفاهیم این روش‌ها ارائه شده است.

تحلیل پوششی داده‌ها

کارایی یک مفهوم مدیریتی است که سابقه‌ای طولانی در علم مدیریت دارد[۱۴]. کارایی نشان می‌دهد که یک سازمان به چه خوبی از منابع خود در راستای تولید نسبت به بهترین عملکرد در مقطعی از زمان استفاده کرده است[۱۱]. در سال ۱۹۵۷ فارل در مقاله‌ای با اشاره به مشکلاتی که در زمینه اندازه‌گیری کارایی واحدهای دارای چندین ورودی و خروجی وجود دارد، روشی برای اندازه‌گیری کارایی بر مبنای نظریه‌های اقتصادی معرفی و کارایی بخش کشاورزی آمریکا را بطور عملی محاسبه نمود[۵]. به دلیل مشکلات عملی و محدودیت‌های روش فارل، در خصوص بازده ثابت نسبت به مقیاس، این روش کاربرد عملی چندانی نیافت و با گذشت زمان روش‌های عملی برای اندازه‌گیری کارایی ارائه گردید. یکی از مهم‌ترین روش‌های ارائه شده مدل تحلیل پوششی داده‌ها بود که در سال ۱۹۷۸ توسط چارنز، کوپر و رودز برای اندازه‌گیری کارایی نسبی مدارس ملی آمریکا معرفی و مورد استفاده قرار گرفت. این مدل بر اساس تعریف فارل از کارایی نسبی توسعه یافت که آن را به صورت نسبت مجموع موزون خروجی‌ها به ورودی‌ها تعریف کرده است.

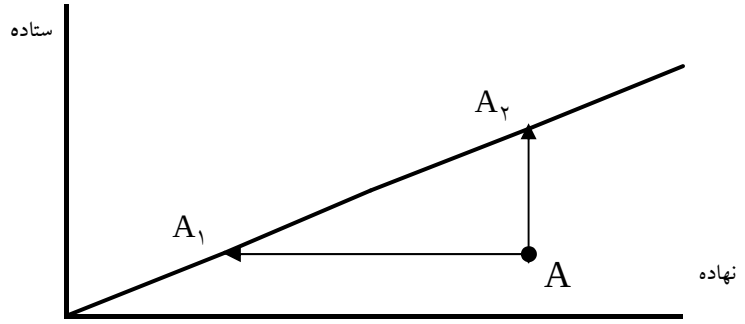
$$E_j = \max_{u_r, v_k} \sum_{r=1}^{k} u_r y_{rj} \Big/ \sum_{i=1}^{s} v_i x_{ij}$$

در رابطه فوق E_j کارایی نسبی واحد j ام، u_r وزن خروجی r ام، v_i وزن ورودی i ام، y_{rj} میزان خروجی r ام در واحد j، x_{ij} میزان ورودی i ام در واحد j، k تعداد خروجی‌ها و s تعداد ورودی‌ها است. محدودیت دیگر در تعریف فوق این است که مجموعه وزن‌ها در کلیه واحدهای تصمیم‌گیری باید کوچکتر از عدد یک باشد.

$$\sum_{r=1}^{k} u_r y_{rk} \Big/ \sum_{i=1}^{s} v_i x_{ik} \le 1 \qquad k = 1,2,\ldots,n.$$

هر گاه نتیجه حاصل از حل مدل فوق برای یک واحد برابر عدد یک باشد، آن واحد تصمیم‌گیری کارا خواهد بود [۳]. با تبدیل مدل فوق به یک مدل خطی، مدل برنامه‌ریزی خطی برای سنجش کارایی نسبی به دست می‌آید. مدل فوق، که آن را مدل CCR (برگرفته از نام ارائه دهندگان مدل) خروجی محور با بازده ثابت نسبت به مقیاس می‌نامند، یک مدل کسری است که می‌توان آنرا به یک مدل برنامه‌ریزی خطی تبدیل نمود. با حل مدل فوق مقادیر u_r و v_i محاسبه و کارایی نسبی واحد تصمیم‌گیری j ام محاسبه می‌شود.

با معرفی مدل CCR تحقیقات بسیاری در خصوص این مدل و کاربردها و فرضیات آن به عمل آمد و بر اساس فرضیات متفاوت، مدل‌هایی بر حسب ورودی محور یا خروجی محور بودن و نیز بازده ثابت و متغیر نسبت به مقیاس ارائه گردید. با توجه به کاربرد اصطلاحات ورودی محور و خروجی محور در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها شرح مختصری از این دو واژه مناسب به نظر می‌رسد. در یک مدل ورودی محور، یک واحد در صورتی ناکاراست که امکان کاهش هریک از ورودی‌ها بدون افزایش ورودی‌های دیگر یا کاهش هر یک از خروجی‌های وجود داشته باشد. در این حالت کاهش نهاده‌ها بدون کاهش ستاده‌ها تا رسیدن به واحدی بر روی مرز کارا امکان پذیر است. در یک مدل خروجی محور، یک واحد در صورتی ناکاراست که امکان افزایش هریک از خروجی‌ها بدون افزایش یک ورودی یا کاهش یک خروجی دیگر وجود داشته باشد. در این مدل افزایش ستاده‌ها تا رسیدن به واحدی بر روی مرز کارا بدون جذب نهاده‌های بیشتر امکان پذیر است. این مفاهیم در نمودار ۱ ارائه شده است. در نمودار ۱ واحد A ناکارا است. A_1 بهبود یافته آن با ماهیت ورودی محور و A_2 با ماهیت خروجی محور است. تحلیل پوششی داده‌ها با دیدگاه ورودی محور به دنبال به دست آوردن نسبت ناکارایی فنی بگونه‌ای است که باید در ورودی‌ها کاهش داده شود تا بدون تغییر در میزان خروجی‌ها واحد در مرز کارا قرار گیرد. دیدگاه خروجی محور در پی کارایی نسبی بگونه‌ای است که باید خروجی‌ها افزایش یابد تا بدون تغییر در میزان ورودی، واحد تحت بررسی به مرز کارا برسد. یک واحد وقتی کارا است که هیچ کدام از دو مورد فوق امکان تحقق نیابد [۴].



نمودار ۱. الگوی بهبود کارایی

تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه

در یک مدل برنامه‌ریزی خطی هدف بهینه‌سازی یک تابع هدف برای اتخاذ بهترین تصمیم است. در مدل‌های با اهداف چندگانه تصمیم گیرنده به دنبال بهینه‌سازی چندین تابع هدف به صورت همزمان است. مفهوم توابع چند هدفه اولین بار توسط کان و تاکر با استفاده از مفهوم بهینه‌سازی برداری معرفی و پس از آن تحقیقات بسیاری در رابطه با توسعه مدل‌های تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه انجام گردید[۱۳]. روش برنامه‌ریزی آرمانی در سال ۱۹۵۵ توسط چارنز و کوپر ارائه شده است. این مدل برای هر یک از توابع هدف یک مقدار آرمانی تعیین و با توجه به اولویت اهداف مختلف در پی حداقل ساختن انحرافات مجاز اهداف از مقادیر آرمانی است. شکل کلی مدل برنامه‌ریزی آرمانی در معادله ۱ نشان داده شده است[۲].

$$Min\left[\sum_{i=1}^{k}\left(d_j^+ + d_j^-\right)^p\right]^{\frac{1}{p}}$$

$$S.T:$$

$$g_i(x) \le 0 \qquad i = 1,2,...,m$$

$$f_j(x) + d_j^- - d_j^+ = b_j \qquad j = 1,2,...,k$$

$$d_j^-, d_j^+ \ge 0 \qquad j = 1,2,...,k$$

$$d_j^- \times d_j^+ = 0 \qquad j = 1,2,...,k$$

رابطه ۱

در رابطه فوق، f_j نشان دهنده اهداف، b_j نشان دهنده مقادیر آرمانی اهداف و d_j^-, d_j^+ انحرافات بیشتر و کمتر از آرمان j ام است. مقادیر P نیز نشان دهنده اولویت آرمان‌ها نسبت به یکدیگر است که توسط تصمیم گیرنده تعیین می‌شود.

۲. مدل پیشنهادی برای محاسبه اوزان مشترک

همانطور که گفته شد با حل مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها اوزان متفاوتی برای متغیرهای ورودی (u_r) و خروجی (v_i)واحدهای تصمیم‌گیری محاسبه می‌شود. این انعطاف پذیری در محاسبه مقادیر امکان مقایسه واحدهای مختلف را به خطر می‌اندازد. محاسبه مجموعه مشترکی از اوزان برای متغیرهای ورودی و خروجی کلیه واحدها شیوه‌ای برای رفع این

مشکل است. مدل پیشنهادی برای محاسبه اوزان مشترک در این تحقیق یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی است که به دنبال حداقل ساختن انحراف اوزان مشترک از مقادیر محاسبه شده توسط مدل اولیّه تحلیل پوششی داده‌ها است.

بیان مساله

فرض کنید نگاره ۱ مقادیر متغیرهای ورودی و خروجی n واحدتصمیم‌گیری را نشان دهد. همچنین فرض کنید با استفاده از یک مدل استاندارد تحلیل پوششی داده‌ها وزن متغیر ورودی i ام در واحد j ام (x_{ij}) برابر با v_{ij} و وزن متغیر خروجی r ام در واحد j ام (y_{rj}) برابر u_{rj} به دست آمده است. با وجود n واحد تصمیم‌گیری، n مقدار مختلف برای v_{ij} و u_{rj} محاسبه می‌شود. مقادیر این اوزان در نگاره ۲ ارائه شده است.

نگاره ۱. مقادیر ورودی و خروجی واحدهای تصمیم‌گیری

واحدهای تصمیم‌گیری	ورودی‌ها				خروجی‌ها			
	۱	۲	...	s	۱	۲	...	k
۱	$x_{۱۱}$	$x_{۲۱}$	...	$x_{s۱}$	$y_{۱۱}$	$y_{۲۱}$	...	$y_{k۱}$
۲	$x_{۱۲}$	$x_{۲۲}$	...	$x_{s۲}$	$y_{۱۲}$	$y_{۲۲}$	...	$y_{k۲}$
⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	...	⋮
n	$x_{۱n}$	$x_{۲n}$	...	x_{sn}	$y_{۱n}$	$y_{۲n}$	...	y_{kn}

نگاره ۲. مقادیر v_{ij} و u_{rj} مربوط به واحدهای تصمیم‌گیری

واحدهای تصمیم‌گیری	اوزان متغیرهای ورودی				اوزان متغیرهای خروجی			
	۱	۲	...	S	۱	۲	...	k
۱	$u^*_{۱۱}$	$u^*_{۲۱}$	...	$u^*_{s۱}$	$v^*_{۱۱}$	$v^*_{۲۱}$	...	$v^*_{k۱}$
۲	$u^*_{۱۲}$	$u^*_{۲۲}$	...	$u^*_{s۲}$	$v^*_{۱۲}$	$v^*_{۲۲}$	...	$v^*_{k۲}$
⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	...	⋮
n	$u^*_{۱n}$	$u^*_{۲n}$	...	u^*_{sn}	$v^*_{۱n}$	$v^*_{۲n}$	...	v^*_{kn}

با توجه به داده‌های فوق از آنجا که ممکن است این پراکندگی در اوزان متغیرها از نظر تصمیم‌گیرنده منطقی نباشد، از مدل‌هایی برای محاسبه اوزان مشترک استفاده می‌شود.

مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای محاسبه اوزان مشترک

با توجه به مدل تحلیل پوششی داده‌ها بهترین مقدار v_{ij} و u_{rj} برای هر واحد تصمیم‌گیری، نظیر واحد j ام، با حل مدل استاندارد (نظیر مدل CCR، BCC و...) به دست می‌آید. با در نظر گرفتن این واقعیت مدلی برای تعیین اوزان مشترک متغیرهای ورودی و خروجی طراحی خواهد شد. در بیشتر مدل‌های توسعه یافته برای محاسبه اوزان مشترک مبنای محاسبه حداقل‌سازی انحراف ایجاد شده در نتایج حاصل از اوزان مشترک نسبت به نتایج حاصل از مدل اولیه است و توجه چندانی به اوزان محاسبه شده برای متغیرها مشاهده نمی‌شود. تاکید مدل پیشنهادی در این مقاله بر اوزان محاسبه شده برای هر یک از متغیرهای ورودی و خروجی توسط مدل اولیه می‌باشد تا بر اساس این مقادیر اوزان مشترک محاسبه گردد. فرض کنید x_{ij} ورودی i ام واحد تصمیم‌گیری j ام و v_{ij}^* وزن این متغیر از حل مدل تحلیل پوششی داده‌ها باشد. همچنین فرض کنید v_{ic}^* وزن مشترک ورودی i ام از حل مدل اوزان مشترک باشد. هدف کاهش اختلاف میان v_{ij}^* و v_{ic}^* بگونه‌ای است که در حالت ایده‌آل رابطه زیر برقرار باشد.

رابطه ۲
$$v_{ij}^* = v_{ic}^*$$

با ضرب طرفین رابطه در مقدار x_{ij} رابطه زیر به دست خواهد آمد.

رابطه ۳
$$v_{ij}^* x_{ij} = v_{ic}^* x_{ij}, \; j = ۱,۲,...,n$$

با محاسبه مجموع روابط فوق برای n واحد تصمیم‌گیری رابطه زیر به دست می‌آید:

رابطه ۴
$$\sum_{j=۱}^{n} v_{ij}^* x_{ij} = \sum_{j=۱}^{n} v_{ic}^* x_{ij} \Rightarrow v_{ic}^* \sum_{j=۱}^{n} x_{ij} = \sum_{j=۱}^{n} v_{ij}^* x_{ij}, \; \forall i = ۱,۲,...,s$$

با استفاده از رابطه فوق و تقسیم طرفین معادله ۴، v_{ic}^* محاسبه می‌شود.

رابطه ۵
$$v_{ic}^* = \sum_{j=۱}^{n} v_{ij}^* x_{ij} \Big/ \sum_{j=۱}^{n} x_{ij}, \; \forall i = ۱,۲,...,s$$

این رابطه نشان می‌دهد که v_{ic}^* میانگین موزون v_{ij}^* ها است که به عنوان بهترین برآوردگر نیز شناخته می‌شود. بر اساس مراحل فوق رابطه مشابهی برای متغیر u_{ic}^* به دست می‌آید. طبق تعریف کارایی مقدار این شاخص برای هر سازمان کمتر از عدد ۱ است. حال چنانچه از مقادیر v_{ic}^* و u_{ic}^* برای محاسبه کارایی نسبی استفاده شود نیز باید:

رابطه ۶
$$\sum_{r=۱}^{k} u_{ic}^* y_{rk} \Big/ \sum_{i=۱}^{s} v_{ic}^* x_{ik} \le ۱ \qquad k = ۱,۲,...,n.$$

با توجه به روابط ۲ تا ۶ از آنجا که در رابطه ۵ مقدار v_{ic}^{*} با عدد ثابتی برابر و توسط رابطه ۶ محدود شده است، می‌توان آنرا به صورت یک محدودیت آرمانی در نظر گرفت که در رابطه ۷ نشان داده شده است.

رابطه۷
$$v_{ic}^{*} + d_i^{-} - d_i^{+} = \sum_{j=1}^{n} v_{ij}^{*} x_{ij} \Big/ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \,, \forall i = 1,2,...,s$$

رابطه مشابهی نیز برای u_{ic}^{*} وجود دارد. بر این اساس با حل مدل آرمانی زیر مقادیر v_{ic}^{*} و u_{ic}^{*} بگونه‌ای محاسبه می‌شود که انحرافات مثبت و منفی از آرمان کمینه گردد.

رابطه ۸
$$MIN(Z) = \sum_{i=1}^{s}\left(d_i^{-} + d_i^{+}\right) + \sum_{j=1}^{k}\left(d_j^{-} + d_j^{+}\right)$$
$$v_{ic} + d_i^{-} - d_i^{+} = \sum_{j=1}^{n} v_{ij} x_{ij} \Big/ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \,, \forall i = 1,2,...,s$$
$$u_{jc} + d_j^{-} - d_j^{+} = \sum_{r=1}^{n} u_{jr} y_{jr} \Big/ \sum_{j=1}^{n} y_{jr} \,, \forall j = 1,2,...,k$$
$$\sum_{r=1}^{k} u_{ic}^{*} y_{rk} - \sum_{i=1}^{s} v_{ic} x_{ik} \le 0, \forall\, k = 1,2,...,n$$
$$\forall i, j : d_i^{-}, d_i^{+}, d_j^{-}, d_j^{+}, v_{ic}, u_{jc} \ge 0$$

در قسمت بعدی مقاله کاربرد این مدل در یک مثال عددی شرح داده شده است.

۳. محاسبه اوزان مشترک با مدل پیشنهادی: مثال عددی و مقایسه

برای بررسی مدل پیشنهادی کاربرد آن در یک مثال عددی بررسی شده است. برای این منظور در اینجا از مثالی که کائو و هانگ (۲۰۰۵) ارائه داده‌اند، استفاده شده است. این مثال درباره اندازه‌گیری کارایی ۱۷ حوزه درختکاری با چهار ورودی بودجه، موجودی اولیه، نیروی کار و مساحت (I1 تا I4) و سه خروجی محصول اصلی، حفاظت خاک و بازسازی (O1 تا O3) است. در نگاره ۳ داده‌های اولیه ارائه شده است.

نگاره ۳. ورودی و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیری

واحد	I1	I2	I3	I4	O1	O2	O3
۱	۵۱,۶۲	۱۱,۲۳	۴۹,۲۲	۳۳,۵۲	۴۰,۴۹	۱۴,۸۹	۳۱۶۶,۷۱
۲	۸۵,۷۸	۱۲۳,۹۸	۵۵,۱۳	۱۰۸,۴۶	۴۳,۵۱	۱۷۳,۹۳	۶,۴۵
۳	۶۶,۶۵	۱۰۴,۱۸	۲۵۷,۰۹	۱۳,۶۵	۱۳۹,۷۴	۱۱۵,۹۶	۰
۴	۲۷,۸۷	۱۰۷,۶	۱۴	۱۴۶,۴۳	۲۵,۴۷	۱۳۱,۷۹	۰
۵	۵۱,۲۸	۱۱۷,۵۱	۳۲,۰۷	۸۴,۵	۴۶,۲	۱۴۴,۹۹	۰
۶	۳۶,۰۵	۱۹۳,۳۲	۵۹,۵۲	۸,۲۳	۴۶,۸۸	۱۹۰,۷۷	۸۲۲,۹۲
۷	۲۵,۸۳	۱۰۵,۸	۹,۵۱	۲۲۷,۲	۱۹,۴	۱۲۰,۰۹	۰
۸	۱۲۳,۰۲	۸۲,۴۴	۸۷,۳۵	۹۸,۸	۴۳,۳۳	۱۲۵,۸۴	۴۰۴,۶۹
۹	۶۱,۹۵	۹۹,۷۷	۳۳	۸۶,۳۷	۴۵,۴۳	۷۹,۶	۱۲۵۲,۶
۱۰	۸۰,۳۳	۱۰۴,۶۵	۵۳,۳	۷۹,۰۶	۲۷,۲۸	۱۳۲,۴۹	۴۲,۶۷
۱۱	۲۰۵,۶۲	۱۸۳,۴۹	۱۴۴,۱۶	۵۹,۶۶	۱۴,۰۹	۱۹۶,۲۹	۱۶,۱۵
۱۲	۸۲,۰۹	۱۰۴,۹۴	۴۶,۵۱	۱۲۷,۲۸	۴۴,۸۷	۱۰۸,۵۳	۰
۱۳	۲۰۲,۲۱	۱۸۷,۷۴	۱۴۹,۳۹	۹۳,۶۵	۴۴,۹۷	۱۸۴,۷۷	۰
۱۴	۶۷,۵۵	۸۲,۸۳	۴۴,۳۷	۶۰,۸۵	۲۶,۰۴	۸۵	۲۳,۹۵
۱۵	۷۲,۶	۱۳۲,۷۳	۴۴,۶۷	۱۷۳,۴۸	۵,۵۵	۱۳۵,۶۵	۲۴,۱۳
۱۶	۸۴,۸۳	۱۰۴,۲۸	۱۵۹,۱۲	۱۷۱,۱۱	۱۱,۵۳	۱۱۰,۲۲	۴۹,۰۹
۱۷	۷۱,۷۷	۸۸,۱۶	۶۹,۱۹	۱۲۳,۱۴	۴۴,۸۳	۷۴,۵۴	۶,۱۴

این مثال با استفاده از مدل CCR اولیه حل و مقادیر ورودی و خروجی‌ها در نگاره ۴ ارائه شده است. بر این اساس در هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری، متغیرهای ورودی و خروجی وزن‌های متفاوتی را به دست آورده‌اند.

نگاره ۴ نتایج مدل CCR

	V1	V2	V3	V4	U1	U2	U3	E
۱	۰,۰۱۹۳۷۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰,۰۰۰۳۱۶	۱
۲	۰,۰۰۰۸۸۸	۰,۰۰۷۴۵۲	۰	۰	۰	۰,۰۰۵۷۴۹	۰	۱
۳	۰,۰۰۲۷۲۱	۰,۰۰۰۸۵۱	۰,۰۰۲۸۳۹	۰	۰,۰۰۷۱۵۶	۰	۰	۱
۴	۰	۰,۰۰۶۷۱۴	۰,۰۰۶۲۹۵	۰,۰۰۱۲۹۴	۰	۰,۰۰۷۵۸۸	۰	۱
۵	۰	۰,۰۰۶۱۰۳	۰,۰۰۵۷۲۲	۰,۰۰۱۱۷۶	۰	۰,۰۰۶۸۹۷	۰	۱
۶	۰,۰۰۲۷۷۴	۰,۰۰۴۶۲۹	۰	۰,۰۰۰۶۱۶	۰	۰,۰۰۵۰۵	۰,۰۰۰۰۴۴	۱
۷	۰	۰,۰۰۷۷۸۲	۰,۰۱۸۵۷۹	۰	۰	۰,۰۰۸۳۲۷	۰	۱
۸	۰,۰۰۱۵۶۴	۰,۰۰۹۷۹۷	۰	۰	۰,۰۰۲۰۳۸	۰,۰۰۷۲۴۵	۰,۰۰۰۰۰۰۱	۱
۹	۰,۰۰۸۷۱۱	۰	۰,۰۱۲۶۴۰	۰,۰۰۰۵۰۱	۰,۰۱۹۳۵۹	۰	۰,۰۰۰۰۹۶	۱
۱۰	۰	۰,۰۰۶۷۷۱	۰,۰۰۰۲۷۱	۰,۰۰۳۵۰۳	۰	۰,۰۰۷۰۹۷	۰	۰,۹۴۰۲
۱۱	۰	۰,۰۰۴۵۴۳	۰,۰۰۰۱۸۲	۰,۰۰۲۳۵۱	۰	۰,۰۰۴۷۶۲	۰	۰,۹۳۴۶
۱۲	۰	۰,۰۰۷۶۸۹	۰,۰۰۴۱۵۳	۰	۰,۰۰۵۱۵۵	۰,۰۰۵۵۰۷	۰	۰,۸۲۹۰
۱۳	۰	۰,۰۰۴۱۲۹	۰,۰۰۰۱۶۶	۰,۰۰۲۱۳۷	۰	۰,۰۰۴۳۲۸	۰	۰,۷۹۹۶
۱۴	۰	۰,۰۰۷۶۸۵	۰,۰۰۲۷۱۶	۰,۰۰۳۹۹۲	۰,۰۰۴۷۸۳	۰,۰۰۷۶۳۲	۰	۰,۷۷۳۲
۱۵	۰	۰,۰۰۶۴۶۲	۰,۰۰۳۱۸۶	۰	۰	۰,۰۰۵۶۱۴	۰,۰۰۰۰۴۶	۰,۷۶۲۶
۱۶	۰,۰۰۱۰۴۱	۰,۰۰۸۷۴۲	۰	۰	۰	۰,۰۰۶۷۴۵	۰	۰,۷۴۳۴
۱۷	۰,۰۰۵۸۲۹	۰,۰۰۱۸۲۴	۰,۰۰۶۰۸۳	۰	۰,۰۱۵۳۳۱	۰	۰	۰,۶۸۷۲

حال برای به دست آوردن اوزان مشترک این متغیرها از مدل پیشنهادی تحقیق (معادله ۸) استفاده و در رابطه ۱۰ نشان داده شده و نتایج آن در نگاره ۵ ارائه شده است.

نگاره ۵. اوزان مشترک حاصل از حل مدل پیشنهادی

V1	V2	V3	V4	U1	U2	U3
۰/۰۰۱۸۵۸	۰/۰۰۵۵۱۵	۰/۰۰۱۹۴۱	۰/۰۰۰۷۰۶	۰/۰۰۴۴۹۷	۰/۰۰۴۵۳۵	۰/۰۰۰۰۰۸۷

رابطه ۹

$$MIN\ (Z) = \sum_{i=۱}^{۴}\left(d_i^- + d_i^+ \right) + \sum_{j=۱}^{۳}\left(d'^-_j + d'^+_j \right)$$

$$v_{۱C} + d_۱^- - d_۱^+ = ۰.۰۰۱۸۵۸$$

$$v_{۲C} + d_۲^- - d_۲^+ = ۰.۰۰۵۵۱۵$$

$$v_{۳C} + d_۳^- - d_۳^+ = ۰.۰۰۱۹۴۱$$

$$v_{۴C} + d_۴^- - d_۴^+ = ۰.۰۰۰۷۰۶$$

$$u_{۱C} + d'^-_۱ - d'^+_۱ = ۰.۰۰۴۴۹۷$$

$$u_{۲C} + d'^-_۲ - d'^+_۲ = ۰.۰۰۵۳۱۷$$

$$u_{۳C} + d'^-_۳ - d'^+_۳ = ۰.۰۰۰۱۹۹$$

$$\sum_{r=۱}^{۳} u^*_{ic}\, y_{rk} - \sum_{i=۱}^{۴} v_{ic}\, x_{ik} \le ۰, \forall\ k = ۱,۲,...,۱۷$$

$$\sum_{r=۱}^{۳} u^*_{ic} + \sum_{i=۱}^{۴} v^*_{ic} = ۱$$

$$\forall i, j : d_i^-, d_i^+, d'^-_j, d'^+_j, v_{ic}, u_{jc} \ge ۰$$

بر اساس اوزان مشترک محاسبه شده مقادیر کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری محاسبه و در نگاره ۶ ارائه شده است. در این نگاره همچنین نتایج حل مدل بر اساس روش برنامه‌ریزی آرمانی ماکوئی (۲۰۰۸) و رویکرد توافقی کائو و هانگ (۲۰۰۵) بر اساس مقادیر $p = ۱,۲,\infty$ که به ترتیب تحت عنوان MAD، MSE و MAX نامگذاری شده‌اند، ارائه شده است (اعداد داخل پرانتز رتبه واحدهای تصمیم‌گیری بر اساس هر یک از مدل‌ها

است). با بررسی و مقایسه نتایج مدل پیشنهادی می‌توان نسبت به اعتبار نتایج آن به اظهار نظر پرداخت. در مقایسه با مدل CCR اولیه نتایج این مدل از قدرت تمایز بیشتری میان واحدهای تصمیم‌گیری برخوردار است. بر اساس نتایج مدل CCR، ۹ واحد تصمیم‌گیری کارا و دارای امتیاز ۱ می‌باشند در حالی که در مدل پیشنهادی این وضعیت تنها برای ۲ واحد تصمیم‌گیری وجود دارد. بر این اساس به جای اینکه ۹ واحد دارای رتبه ۱ باشند در مدل پیشنهادی ۲ واحد در رتبه ۱ قرار می‌گیرند. در روش کائو و هانگ این وضعیت تنها برای مدل MSE وجود دارد. بر این اساس یکی از امتیازات اصلی این مدل در رتبه‌بندی کامل کارایی نسبی بر اساس اوزان مشترک معیارها قرار دارد. این نکته نیز شایان ذکر است که بر اساس نظر رول و دیگران (۱۹۹۱) و گولانی و یو (۱۹۹۵) یکی از ویژگی‌های اوزان مشترک آن است که باید بخش عمده‌ای از کارایی هر واحد تصمیم‌گیری را تشریح نماید. این الزام نشان می‌دهد که حداقل یکی از واحدهای تصمیم‌گیری باید با اوزان مشترک به کارایی ۱ دست یابند و در غیر اینصورت اوزان مشترک مقادیر کارایی را کمتر برآورد کرده‌اند. بر این اساس ملاحظه می‌گردد که نتایج مدل پیشنهادی ویژگی فوق را نیز برطرف می‌نماید.

نگاره ۶. مقادیر کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری بر اساس اوزان مشترک

	پیشنهادی	ماکوئی (۲۰۰۸)	MAX	MSE	MAD	CCR
۱	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)
۲	۰,۹۵۸۸ (۳)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)
۳	۰,۹۵۶۳ (۴)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۰,۷۲۳۱ (۱۱)	۰,۹۹۸۹ (۳)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)
۴	۰,۹۱۸۰ (۵)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۰,۸۹۸۷ (۴)	۰,۹۹۲۷ (۴)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)
۵	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۱,۰۰۰۰ (۱)	۰,۹۸۶۶ (۵)	۰,۹۷۴۷ (۵)	۱,۰۰۰۰ (۱)
۶	۰,۸۶۳۳ (۶)	۰,۹۶۵۴ (۶)	۰,۸۶۹۲ (۷)	۰,۹۱۲۳ (۶)	۰,۸۵۲۴ (۹)	۱,۰۰۰۰ (۱)
۷	۰,۷۷۹۷ (۹)	۰,۸۷۴۳ (۸)	۰,۷۴۳۲ (۹)	۰,۸۸۴۹ (۷)	۰,۹۲۴۴ (۶)	۱,۰۰۰۰ (۱)
۸	۰,۸۳۳۶ (۷)	۰,۸۴۶۹ (۹)	۰,۸۹۳۹ (۵)	۰,۸۷۰۷ (۹)	۰,۸۹۵۴ (۷)	۱,۰۰۰۰ (۱)
۹	۰,۷۲۸۹ (۱۱)	۰,۶۷۸۳ (۱۳)	۰,۷۲۳۰ (۱۲)	۰,۶۶۹۰ (۱۴)	۰,۶۶۱۹ (۱۴)	۱,۰۰۰۰ (۱)
۱۰	۰,۸۱۷۳ (۸)	۰,۸۷۷۹ (۷)	۰,۸۷۶۱ (۶)	۰,۸۷۶۸ (۸)	۰,۸۷۲۱ (۸)	۰,۹۴۰۳ (۱۰)
۱۱	۰,۵۵۵۷ (۱۶)	۰,۶۵۲۶ (۱۵)	۰,۶۵۷۷ (۱۳)	۰,۶۵۱۸ (۱۵)	۰,۶۳۹۸ (۱۵)	۰,۹۳۴۶ (۱۱)
۱۲	۰,۷۶۱۴ (۱۰)	۰,۷۱۷۵ (۱۱)	۰,۷۵۹۴ (۸)	۰,۷۲۸۲ (۱۰)	۰,۷۴۵۶ (۱۰)	۰,۸۲۹۰ (۱۲)
۱۳	۰,۵۸۸۶ (۱۵)	۰,۶۲۲۷ (۱۶)	۰,۶۴۵۳ (۱۴)	۰,۶۲۶۰ (۱۶)	۰,۶۲۲۹ (۱۷)	۰,۷۹۹۷ (۱۳)
۱۴	۰,۷۰۶۷ (۱۲)	۰,۷۱۲۶ (۱۲)	۰,۷۴۰۶ (۱۰)	۰,۷۱۴۲ (۱۲)	۰,۷۱۴۰ (۱۲)	۰,۷۷۳۳ (۱۴)
۱۵	۰,۵۹۵۰ (۱۴)	۰,۷۲۱۵ (۱۰)	۰,۶۴۱۰ (۱۵)	۰,۷۲۱۰ (۱۱)	۰,۷۲۴۵ (۱۱)	۰,۷۶۲۷ (۱۵)
۱۶	۰,۴۷۵۰ (۱۷)	۰,۶۶۹۶ (۱۴)	۰,۴۶۶۵ (۱۷)	۰,۶۸۱۱ (۱۳)	۰,۶۹۹۶ (۱۳)	۰,۷۴۳۵ (۱۶)
۱۷	۰,۶۴۱۹ (۱۳)	۰,۵۹۲۵ (۱۷)	۰,۵۹۰۸ (۱۶)	۰,۶۰۶۸ (۱۷)	۰,۶۳۱۰ (۱۶)	۰,۶۸۷۳ (۱۷)

برای بررسی بیشتر نتایج، میزان همبستگی میان نتایج روش‌های مختلف بررسی شده است. از آنجا که در نگاره ۶ با توجه به امتیازات حاصل از مدل، واحدهای تصمیم‌گیری در هر یک از مدل‌ها رتبه‌بندی شده‌اند و از طرف دیگر حداکثر امتیاز کارایی برای هر واحد توسط مدل اولیه CCR به دست می‌آید، بر این اساس ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن برای رتبه حاصل از دو مدل بر اساس رابطه زیر محاسبه می‌شود.

رابطه ۱۰

$$r_S = ۱ - \frac{۶\sum_{i=۱}^{n} d_i^۲}{n\left(n^۲ - ۱\right)}$$

در این رابطه r_S ضریب همبستگی رتبه‌های حاصل از دو مدل و d_i اختلاف رتبه واحد تصمیم‌گیری i ام در دو مدل مورد بحث است. با توجه به نتایج نگاره ۶ مقادیر همبستگی رتبه‌ای میان نتایج مدل CCR و مدل‌های MAD، MSE و MAX، ماکوئی (۲۰۰۸) و مدل پیشنهادی به شرح نگاره ۷ نشان داده شده است.

نگاره ۷. مقادیر r_S میان مدل CCR و سایر مدل‌ها

مدل پیشنهادی	ماکوئی (۲۰۰۸)	MAX	MSE	MAD
٪۸۲	٪۷۸	٪۷۶	٪۷۶	٪۷۶

ملاحظه می‌گردد که مدل ارائه شده در این تحقیق بالاترین ضریب همبستگی رتبه‌ای را نسبت به نتایج مدل CCR دارا می‌باشد. با استفاده از آزمون آماری زیر می‌توان تفاوت میان مقادیر ضرایب همبستگی میان نتایج مدل‌های مختلف با مدل CCR را نیز بررسی نمود. به عنوان مثال چنانچه ρ_{MAD} نشان دهنده ضریب همبستگی رتبه‌ای میان نتایج مدل MAD با CCR و ρ_S همبستگی مدل پیشنهادی را نشان دهد، آنگاه:

$$\begin{cases} \mathrm{H}_0 : \rho_{\mathrm{S}} = \rho_{\mathrm{MAD}} \\ \mathrm{H}_0 : \rho_{\mathrm{S}} \succ \rho_{\mathrm{MAD}} \end{cases}$$

حال برای محاسبه آماره آزمون داریم [۱]:

رابطه ۱۱

$$Z_r = \frac{۱}{۲}\log\left(\frac{۱+r}{۱-r}\right)$$

رابطه ۱۲

$$Z = \left(Z_S - Z_{MAD}\right) \Big/ \sqrt{\frac{۱}{n_۱ - ۳} + \frac{۱}{n_۲ - ۳}}$$

بر این اساس Z برابر است با:

$$Z_{MAD} = \frac{۱}{۲}\log(۱ + ۰.۷۶/۱ - ۰.۷۶) = ۷.۳۳ \qquad Z_S = \frac{۱}{۲}\log(۱ + ۰.۸۲/۱ - ۰.۸۲) = ۱۰.۱۱$$

$$Z = \frac{۱۰.۱۱ - ۷.۳۳}{\sqrt{\frac{۱}{۱۷ - ۳} + \frac{۱}{۱۷ - ۳}}} = ۷.۳۵$$

با توجه به مقدار Z فرض صفر با هر درجه اطمینانی رد می‌شود و لذا همبستگی میان نتایج مدل پیشنهادی تحقیق با مدل CCR بیشتر از مدل MAD می‌باشد. از سوی دیگر همبستگی رتبه‌ای میان نتایج مدل پیشنهادی با سایر مدل‌ها نیز محاسبه و در نگاره ۸ ارائه شده است.

نگاره ۸. ضریب همبستگی رتبه‌ای میان نتایج مدل پیشنهادی و روش‌های دیگر

	MAD	MSE	MAX	ماکوئی (۲۰۰۸)
پیشنهادی	٪۸۹,۲	٪۹۰,۷	٪۸۹	٪۹۲,۲

این مقادیر همبستگی نشان می‌دهد که همخوانی زیادی میان نتیجه مدل پیشنهادی با سایر مدل‌های ارائه شده وجود دارد، بگونه‌ای که این همبستگی بطور متوسط برابر ۹۰٪ است که مقدار مناسبی می‌باشد.

۴. نتیجه‌گیری

در این تحقیق بر اساس مفاهیم برنامه‌ریزی آرمانی مدلی برای محاسبه اوزان مشترک به منظور سنجش کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری همسان ارائه گردید. مدل پیشنهادی در تحقیق حاضر می‌تواند پاسخگوی برخی مسائل پیرامون مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها باشد و کاربرد این مدل‌ها و جذابیت نتایج آنها برای مدیران سازمانی را افزایش دهد. در مدل پیشنهادی تحقیق حاضر، متغیرهای تصمیم همان اوزان مشترک معیارهای ورودی و خروجی بودند. این مدل بر روی مجموعه‌ای از اوزان معیارهای ورودی و خروجی ناشی از حل یک مدل اولیه تحلیل پوششی داده‌ها بر روی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری برازش می‌شود که همان ورودی‌های مدل را شکل می‌دهد. خروجی‌های مدل نیز مجموعه‌ای از اوزان مشترک معیارهای ورودی و خروجی برای محاسبه کارایی نسبی

است. دو ویژگی اصلی نتایج این مدل عبارتند از (۱) نتایج مدل حاضر در مقایسه با نتایج مدل تحلیل پوششی داده‌ها تمایز بیشتری را میان واحدهای تصمیم‌گیری قائل می‌شوند و (۲) رتبه‌بندی نهایی حاصل از کاربرد این مدل بر اساس اوزان مشترک حاصل از مدل می‌باشد که مقبولیت نتایج مدل در میان تصمیم‌گیرندگان را افزایش خواهد داد. در مقایسه نتایج این مدل با سایر مدل‌های اوزان مشترک ملاحظه گردید که همبستگی نتایج مدل پیشنهادی با نتایج مدل اولیه CCR در مقایسه با نتایج مدل‌های دیگر بیشتر بوده است که این امر نشان دهنده توانایی و اعتبار نتایج مدل پیشنهادی است. همچنین بر اساس معیار حداقل یک واحد تصمیم‌گیری کارا نتایج مدل از اعتبار برخوردار است. امتیاز دیگر این مدل منطق ساده و شفاف آن است که سعی در کمینه‌سازی انحراف مقادیر اوزان مشترک از مقادیر مدل اولیه دارد. همچنین شکل برنامه‌ریزی خطی این مدل در مقایسه با برنامه‌ریزی غیر خطی برخی مدل‌های دیگر، نظیر مدل کائو و هانگ، باعث سادگی در کاربرد آن می‌گردد. آخرین ویژگی مدل حاضر نیز بر این اصل قرار دارد که کاربرد بسیاری از مدل‌های دیگر اوزان مشترک مستلزم این است که در بسیاری از آنها باید ابتدا واحدهای تصمیم‌گیری را بر اساس مدلی خاص، نظیر CCR، با یکدیگر مقایسه نمود و پس از آن از مدل‌های ارائه شده برای محاسبه اوزان مشترک استفاده نمود. در حالی که در مدل پیشنهادی از آنجا که در پی کاهش انحرافات از اوزان معیارهای ورودی و خروجی می‌باشیم لذا می‌توان از هر یک از مدل‌های مختلف تحلیل پوششی داده‌ها برای مقایسه اولیه واحدها استفاده نمود و سپس مدل پیشنهادی را برای محاسبه اوزان مشترک مورد استفاده قرار داد. بطور خلاصه سادگی، قابلیت کاربرد گسترده، اعتبار و سازگاری بالای نتایج با مدل استاندارد تحلیل پوششی داده‌ها از مهم‌ترین امتیازات مدل ارائه شده در این تحقیق به شمار می‌رود.

منابع

۱. هومن، حیدرعلی (۱۳۸۳)، استنباط آماری در پژوهش رفتاری، تهران، انتشارات سمت.

2. Charnes, A., W.W. Cooper (1961) Management Models and Industrial Applications of Linear Programming, New York, John Wiley & Sons.

3. Charnes, A., W.W. Cooper, E. Rhodes (1978) "Measuring the efficiency of decision-making units", European Journal of Operational Research, Vol. 2, pp. 429-444.

4. Cooper, W., L. Seiford and K.Tone (2006) Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software, 2nd edition, Boston, Kluwer, Springer.

5. Farrel, M.J (1957) "The Measurement of Productive Efficiency", Journal of Royal Statistical Society, Vol. 120, pp. 253-281.

6. Golany B., Yu G. (1995) "A goal programming-discriminant function approach to the estimation of an empirical production function based on DEA results", Journal of Productivity Analysis Vol. 6, pp. 171-186.

7. Jahanshahloo G.R., Memariani A., Lotfi F.H., Rezai H.Z. (2005) "A note on some of DEA models and finding efficiency and complete ranking using common set of weights", Applied Mathematics and Computation, Vol. 166, pp. 265-281.

8. Kao C., Hung H.T. (2005), "Data envelopment analysis with common weights: the compromise solution approach", Journal of the Operational Research Society, Vol. 56, pp. 1196-1203.

9. Kornbluth J. (1991) "Analysing policy effectiveness using cone restricted data envelopment analysis", Journal of the Operational Research Society, Vol. 42, pp. 1097-1104.

10. Makui, A., A. Alinezhad, R. Kiani Mavi, M. Zohrebandian (2008) "A Goal Programming Method for Finding Common Weights in DEA with an Improved Discriminating Power for Efficiency", Journal of Industrial and Systems Engineering, Vol. 1, No. 4, pp.293-303.

11. Pierce (1996) Efficiency Progress in the Newsothwale Government, Internet: www.treesury.nsw.gov.edu.

12. Roll Y., Cook W.D., Golany B. (1991) "Controlling factor weights in data envelopment analysis", IIE Transactions, Vol.23, No.1; pp.2-9.

13. Tzeng, Gwo–Hshiung (2003) "Multiple–Objective Decision–Making in the Past", Present and Future, Journal of Da-yeh University, Vol. 12, No. 2, pp. 1-8.

14. Witzel, Morgen (2002) "a Short History of Efficiency", Bussiness Strategy Review, Vol. 13, pp. 38-47.