

## آنالیز دینامیکی پل‌های راه‌آهن تحت اثر عبور قطار سریع‌السير با در نظر گرفتن اندرکنش پل و قطار

خسرو برگی\*<sup>۱</sup> و علیرضا آقابزرگی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>استاد دانشکده مهندسی عمران - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

<sup>۲</sup>دانش آموخته کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی عمران - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران  
(تاریخ دریافت ۸۶/۶/۱۰، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده ۸۷/۹/۱۴، تاریخ تصویب ۸۹/۲/۲۹)

### چکیده

با توجه به اهمیت ارزیابی رفتار اندرکنش قطارهای سریع‌السير هنگام عبور از پل‌ها، در این مقاله سعی شده است تا با بررسی دقیق مدارک فنی و تجربیات پیشین، روش‌های کاربردی و جدید، برای بررسی پاسخ دینامیکی پل‌های راه‌آهن تحت اثر حرکت قطار سریع‌السير مورد استفاده قرار گیرد. در نظر گرفتن یک مدل رفتاری کامل سه‌بعدی از مجموعه عوامل مؤثر (قطار، ریل و سازه پل) در تحلیل دینامیکی مجموعه توسط نرم‌افزار ANSYS با در نظر گرفتن اثر اندرکنش موجود بین دو مجموعه سازه پل و قطار و ارزیابی نتایج در قالب متغیرهای مؤثر اصلی و مقایسه آنها با روش نتایج حاصل از روش‌های متعارف، از جمله ویژگی‌های این پژوهش به شمار می‌رود. برای بررسی این موارد از نتایج تحلیل سه پل بتنی با طول دهانه متفاوت و مدل‌سازی با استفاده از نرم‌افزار المان محدود در حالت سه‌بعدی با جزئیات کامل و تحت اثر حرکت قطار سریع‌السير در سرعت‌های مختلف، استفاده شده است. ارزیابی وقوع پدیده تشدید (رزونانس) بین سازه پل و سیستم قطار سریع‌السير از موارد پراهمیت در طراحی ایمن این خطوط به شمار می‌رود که در بخشی از این پژوهش مورد توجه واقع شده است و بنابراین بر اساس نتایج حاصل باید در تشخیص سرعت‌های بحرانی و فرکانس تحریک قطار، دقت لازم انجام شود، به گونه‌ای که از انطباق فرکانس ارتعاشی سازه پل با فرکانس تحریک قطار اجتناب شود. در ضمن در نظر گرفتن نیروهای تماسی و اثر اندرکنش بین قطار و سازه پل برای پل‌های با دهانه کوتاه، سبب کاهش پاسخ‌های دینامیکی (تغییر مکان وسط دهانه پل) می‌شود که دلیل آن لحاظ شدن اتلاف انرژی تماسی و کاهش اثر ضربات به دلیل پیش‌بینی فنرها و میراگرهای سیستم تعلیق در مدل در نظر گرفته شده است.

**واژه‌های کلیدی:** پل راه‌آهن، اندرکنش پل و قطار سریع، تحلیل دینامیکی، پدیده تشدید

### مقدمه

اثر قطارهای سریع‌السير پرداخته می‌شود. رفتار دینامیکی پل‌هایی که بر اثر حرکت وسایل نقلیه یا قطار پدید می‌آید، موضوع تحقیقات پیوسته و گسترده‌ای است [۱] و تاریخچه آن به اواسط قرن نوزده برمی‌گردد. اما در دو دهه اخیر با توجه به ساخت خطوط و قطارهای سریع‌السير و رشد و توسعه سیستم حمل و نقل ریلی در اکثر کشورهای دنیا، موضوع بررسی رفتار دینامیکی پل قطارهای سریع‌السير، یکی از مسایل مهم و مورد توجه برای مهندسان و محققان است. در اکثر روش‌های رایج، وسایل نقلیه به شکل بارهای متحرک در نظر گرفته شده است که سبب ارائه یک راه‌حل بسته می‌شود. برای در نظر گرفتن اثر اینرسی مربوط به وسیله نقلیه، می‌توان بر اساس کارهای Fryba از مدل جرم‌های متحرک بهره گرفت. هر چند که برای در نظر گرفتن آسایش مسافران و یا بررسی پاسخ وسیله نقلیه، لازم است تأثیر شاخص‌های مربوط به

راه‌آهن سریع‌السير اغلب به راه‌آهنی گفته می‌شود که سرعت قطارها در آن با در نظر گرفتن تمهیدات خاص از حد معینی (اغلب ۲۰۰ کیلومتر در ساعت) فراتر رود. با اینکه امروزه کمتر کشوری است که در آن راه‌آهن وجود نداشته باشد، ولی کشورهایی که خطوط سریع ریلی دارند، محدود بوده و تعداد کشورهای صاحب فناوری راه‌آهن سریع‌السير نیز اندک شمارند. اولین قطار سریع دنیا، شینکانسن است که در سال ۱۹۶۴ در ژاپن آغاز به کار کرد. اولین خط سریع فرانسه به عنوان یکی از کشورهای پیشرو در راه‌آهن سریع با نام TGV در سال ۱۹۸۱ توسط شرکت راه‌آهن فرانسه افتتاح شد. مطالب مورد بحث درباره راه‌آهن سریع‌السير و پیرامون آن بسیار است، اما از آنجا که هدف اصلی این تحقیق بررسی رفتار دینامیکی پل‌های راه‌آهن خطوط سریع‌السير است، بنابراین در ادامه بیشتر به مسایل و مباحث مربوط به دینامیک پل‌های راه‌آهن تحت

عددی قوی برای حل معادلات، در راستای افزایش دقت نتایج بوده است.

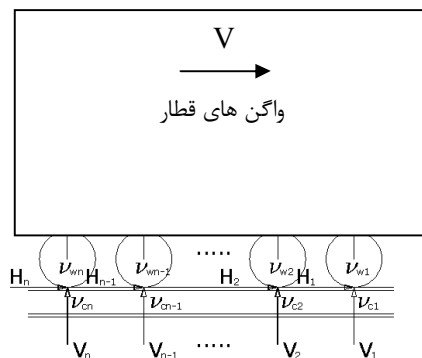
قابل ذکر است طی چند سال گذشته، تحقیقات ارزشمند دیگری در ایران و خارج نیز درباره تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت اثر عبور قطار سریع انجام شده است که از آن جمله می‌توان به کارهای مستمر جبار علی ذاکری [۱۱] طی ده سال گذشته در ایران و همین طور تحقیقات He xia و Nan zhang [۹] و A.Garinei و G.Risitano [۱۰] اشاره کرد. البته وجوه تفاوت‌هایی بین تحقیقات آنها و پژوهش حاضر در زمینه مدل‌سازی (دوبعدی یا سه‌بعدی)، مؤلفه‌های مؤثر سازه‌ای در مدل (به ویژه عدم مدلسازی بالاست و نیروهای تماسی قائم) و همین طور مدنظر نداشتن پدیده رزونانس و نرم‌افزارهای مورد استفاده و مجهولات مدنظر وجود دارد که در عمل به اصالت هر یک از تحقیقات انجام شده خللی وارد نمی‌شود.

در ادامه و برای تحقق هدف، ابتدا با توجه به مدل در نظر گرفته شده، نسبت به تعیین معادلات حاکم بر رفتار سیستم اندرکنش پل و قطار و حل آنها اقدام شده و پس از دسترسی به نیروهای تماسی قائم از معادلات مورد نظر، مدلسازی سه‌بعدی موضوع اندرکنش بین قطار و پل و بالاست به شکل عددی و به ازای عوامل مختلف مؤثر با نرم‌افزار قدرتمند ANSYS تحلیل شده است و مهم‌ترین مؤلفه طراحی، یعنی تغییر مکان حداکثر دهانه پل در حالت رزونانس مورد ارزیابی واقع شده است.

### روش حل مسئله با در نظر گرفتن اندرکنش پل -

#### قطار و نیروهای تماسی

در شکل (۱) مدل شماتیک قطار در حال عبور از ریل (تیر با تکیه‌گاه‌های ساده) به همراه نیروهای مؤثر بر ریل از طریق چرخ‌های قطار، نشان داده شده است.



شکل ۱: شکل شماتیک مدل قطار.

قطار مانند سیستم‌های تعلیق قطار در نظر گرفته شود. ساده‌ترین مدلی که می‌توان برای ارائه با این دیدگاه در نظر گرفت، مدل با جرم‌های معلق است که به وسیله فنر مهار می‌شوند [۲].

با این وجود مدل‌های پیچیده که برای شبیه‌سازی قطار برای حل موضوع اندرکنش پل - قطار به کار می‌روند، برای یافتن پاسخ‌های دینامیکی به ویژه پاسخ‌های قطارهایی که تعداد زیادی واگن دارند، بسیار کارآمد است. با توجه به کارهای Wakui و با در نظر گرفتن اندرکنش پل و قطار (Vehicle Bridge Interaction : VBI) این نکته مشخص می‌شود که نیروهای تماسی نه تنها در اندازه، بلکه در جهت نیز می‌توانند متفاوت باشد [۳].

در تحلیل سیستم‌های (VBI) دو مجموعه از معادلات مرتبه دوم دیفرانسیل در نظر گرفته می‌شود [۴]، که یکی برای وسیله نقلیه و دیگری برای پل است. نیروهای اندرکنشی یا نیروهای تماسی موجود بین پل و قطار در نقاط تماس، این دو مجموعه معادله را با یکدیگر درگیر و مرتبط می‌کند. از آنجا که نیروهای تماسی یا به عبارت دیگر بارهای قطار در هر لحظه موقعیت خود را تغییر می‌دهند و ماتریس‌های حل سیستم نیز به زمان وابسته هستند، باید در هر گام زمانی بار دیگر تشکیل و اصلاح شوند که چنین موردی در مدل‌های قبلی [۷] به دلیل در نظر نگرفتن همه عوامل مؤثر در مدل، لحاظ نمی‌شد. برای حل این سری از معادلات از روش‌های عددی استفاده می‌شود.

از آنجا که هدف از انجام این تحقیق حل و یافتن پاسخ‌های هر دو مجموعه پل و قطار که مهم‌ترین اجزای تشکیل‌دهنده در پل‌های راه‌آهن در خطوط سریع‌السیرند، بوده است؛ بنابراین از روش عددی گام به گام با شتاب متوسط که کارایی خوبی برای حل چنین مدل‌هایی دارد، بهره گرفته شده است [۵]. در وهله اول معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم وسیله نقلیه با استفاده از روش تفاضل محدود به مجموعه‌ای از معادلات هم ارز تبدیل می‌شود [۸]. سپس سعی می‌شود نیروهای تماسی از حل معادلات جدید و بر اساس مدل Yang به دست آیند [۶]. به عبارت دیگر نوآوری این مقاله در نظر داشتن یک مدل سه‌بعدی کامل از مجموعه عوامل اصلی مؤثر (قطار، ریل، بالاست و سازه پل) و تعیین معادلات اندرکنشی بین آنها و به کارگیری روش

هدف این مقاله در تحلیل مدنظر نبوده و بیشتر برای ارزیابی مسئله اصطکاک می‌تواند مؤثر باشد [۸].

معادله حرکت قطار (۱) را می‌توان برای زمان  $t + \Delta t$  با تفکیک ماتریس‌ها برای دو بخش بالایی و چرخ‌ها به این ترتیب نمایش داد:

$$\begin{bmatrix} [m_{uu}] & [m_{uw}] \\ [m_{wu}] & [m_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{d}_u\} \\ \{\ddot{d}_w\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} [c_{uu}] & [c_{uw}] \\ [c_{wu}] & [c_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{d}_u\} \\ \{\dot{d}_w\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} [k_{uu}] & [k_{uw}] \\ [k_{wu}] & [k_{ww}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_u\} \\ \{d_w\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{Bmatrix} \{f_{ue}\} \\ \{f_{we}\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + \begin{Bmatrix} \{l_u\} \\ \{l_w\} \end{Bmatrix} \{f_c\}_{t+\Delta t} \quad (4)$$

به طوری که  $\{f_{ue}\}$  و  $\{f_{we}\}$  به ترتیب نیروی خارجی در دو بخش بالایی و چرخ‌ها را نشان می‌دهد.

اولین ردیف در معادله (۴) به رفتار و عملکرد بخش بالایی و بدون تماس قطار و ردیف دوم به چرخ‌ها و قسمتی که در تماس با پل است، مربوط است. از آنجا که فقط چرخ‌ها به نیروهای تماسی مربوط هستند، بنابراین زیر ماتریس  $[l_u]$  باید به شکل [0] باشد. معادله (۵) بسط ردیف اول معادله (۴) را نیز نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} & [m_{uu}]\{\ddot{d}_u\}_{t+\Delta t} + [C_{uu}]\{\dot{d}_u\}_{t+\Delta t} \\ & + [K_{uu}]\{d_u\}_{t+\Delta t} = \{f_{ue}\}_{t+\Delta t} - \{q_{uc}\}_{t+\Delta t} \end{aligned} \quad (5)$$

به طوری که

$$\{q_{uc}\}_{t+\Delta t} = [m_{uw}]\{\ddot{d}_w\}_{t+\Delta t} + [C_{uw}]\{\dot{d}_w\}_{t+\Delta t} + [K_{uw}]\{d_w\}_{t+\Delta t} \quad (6)$$

$\{\Delta d_u\}$  در معادلات زیر مقدار افزایش تغییر مکان قسمت بالایی قطار در فاصله زمانی بین  $t$  تا  $t + \Delta t$  را نشان می‌دهد. با استفاده از روش تفاضل محدود نیومارک، بردار  $\{d_u\}$  و مشتق‌های آن را در زمان  $t + \Delta t$  که به مقادیر زمان  $t$  مربوط است را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \{\ddot{d}_u\}_{t+\Delta t} &= b_0 \{\Delta d_u\} - b_1 \{\dot{d}_u\}_t - b_2 \{\ddot{d}_u\}_t, \\ \{\dot{d}_u\}_{t+\Delta t} &= \{\dot{d}_u\}_t + b_3 \{\ddot{d}_u\}_t + b_4 \{\dot{d}_u\}_{t+\Delta t}, \\ \{d_u\}_{t+\Delta t} &= \{d_u\}_t + \{\Delta d_u\}, \end{aligned} \quad (7)$$

به طوری که عواملی که با اندیس  $t$  نشان داده شده‌اند، مقادیری هستند که در زمان  $t$  به وقوع پیوسته‌اند و فرض می‌شود که مقادیر معلوم و مشخصی هستند. عوامل  $\beta$  و  $\gamma$  نیومارک و ضرایبی که در ادامه استفاده می‌شود، به این شرح است:

همان طور که در شکل نشان داده شده است، قطار را می‌توان به دو بخش تفکیک کرد. بخش اول یا بخش بالایی، قسمتی است که هیچ‌گونه تماس مستقیمی با پل ندارد و شامل بدنه قطار، سیستم‌های تعلیق و بوژی‌ها که در مجموع دارای  $k$  درجه آزادی است و با بردار  $\{d_u\}$  نمایش داده می‌شود. چرخ‌ها و قسمت‌هایی که در تماس مستقیم با پل‌ها است، بخش دوم را تشکیل می‌دهند. در صورتی که هر یک از چرخ‌ها با یک درجه آزادی قائم فرض شود، بخش دوم را می‌توان به شکل  $\{d_w\} = \langle v_{w1} v_{w2} \dots v_{wi} \dots v_{wn} \rangle^T$  به طوری که  $v_{wi}$  تغییر مکان  $i$  امین چرخ را نشان می‌دهد. متنازراً  $n$  نقطه تماس بین پل و قطار وجود دارد که می‌توان تغییر مکان آنها را به شکل  $\{d_c\} = \langle v_{c1} v_{c2} \dots v_{ci} \dots v_{cn} \rangle^T$  تغییر مکان  $i$  امین نقطه تماس را نشان می‌دهد.  $[m_v]$ ،  $[c_v]$  و  $[k_v]$  به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی قطار را نشان می‌دهد و  $\{d_v\}$  بردار تغییر مکان قطار را نشان می‌دهد که در واقع  $\{d_v\} = \langle \{d_u\} \{d_w\} \rangle^T$  است. معادله حرکت قطار به این ترتیب است:

$$\begin{aligned} & [m_v]\{\ddot{d}_v\} + [c_v]\{\dot{d}_v\} + [k_v]\{d_v\} = \{f_v\} \\ & \{f_v\} = \{f_e\} + [l]\{f_c\} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\{f_v\} = \{f_e\} + [l]\{f_c\} \quad (2)$$

در این رابطه، بردار نیروهای خارجی (به جز نیروهای تماسی) شامل وزن و نیروی احتمالی فشار باد و موارد مشابه را نشان می‌دهد و  $\{f_c\}$  بیانگر نیروهای تماسی است که از طریق چرخ‌ها عمل می‌شود.  $\{f_c\} = \langle v_1 v_2 \dots v_i \dots v_n \rangle^T$  که در آن  $v_i$  نیرویی است که روی  $i$  امین نقطه تماس پل عمل می‌کند و  $[l]$  نیز ماتریس تبدیل است. مقدار تغییر مکان چرخ‌ها  $\{d_w\}$  را می‌توان با تغییر مکان در نقاط تماس پل  $\{d_c\}$  مرتبط دانست.

$$\{d_w\} = [l]\{d_c\} + \{r\} \quad (3)$$

$[l]$  به عنوان ماتریس واحد برای مواقعی که پرش بین چرخ‌های قطار و پل اتفاق نمی‌افتد و  $\{r\}$  بردار نمایشگر ناهموازی‌های ریل و یا زبری روسازی راه در نقاط تماس است. در این مقاله با توجه به هدف، فقط به نیروهای تماسی قائم توجه می‌شود. نیروهای تماسی افقی با توجه به

$$\{f_c\}_{t+\Delta t} = [m_c] \{\ddot{d}_u\}_{t+\Delta t} - [c_c] \dot{d}_u \}_{t+\Delta t} + [k_c] \{d_u\}_{t+\Delta t} + \{p_c\}_{t+\Delta t} + \{q_c\}_t \quad (۱۳)$$

به طوری که ماتریس‌های تماسی  $[m_c]$ ،  $[c_c]$  و  $[k_c]$  به این شرح هستند:

$$\begin{aligned} [m_c] &= [l_w]^{-1} ([m_{ww}] - [\psi_{wu}] [\psi_{uu}]^{-1} [m_{uw}]) \\ [c_c] &= [l_w]^{-1} ([c_{ww}] - [\psi_{wu}] [\psi_{uu}]^{-1} [c_{uw}]) \\ [k_c] &= [l_w]^{-1} ([k_{ww}] - [\psi_{wu}] [\psi_{uu}]^{-1} [k_{uw}]) \end{aligned} \quad (۱۴)$$

و بردارهای نیرو  $\{p_c\}_{t+\Delta t}$  و  $\{q_c\}_t$  به این ترتیب به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \{p_c\}_{t+\Delta t} &= [l_w]^{-1} ([\psi_{wu}] [\psi_{uu}]^{-1} \{f_{ue}\}_{t+\Delta t} - \{f_{we}\}_{t+\Delta t}) \\ \{q_c\}_t &= [l_w]^{-1} ([\psi_{wu}] [\psi_{uu}]^{-1} \{q_u\}_t - \{q_w\}_t) \end{aligned} \quad (۱۵)$$

$$\begin{aligned} [\psi_{wu}] &= b_0 [m_{wu}] + b_5 [c_{wu}] + [k_{wu}] \quad (۱۶-الف) \\ [q_w]_t &= [m_{wu}] (b_1 \dot{d}_u \}_t + b_2 \ddot{d}_u \}_t) \\ &+ [c_{wu}] (b_6 \dot{d}_u \}_t + b_7 \ddot{d}_u \}_t) - [k_{wu}] \{d_u\}_t \quad (۱۶-ب) \end{aligned}$$

از معادله (۱۳) مشاهده می‌شود که نیروهای تماسی  $[f_c]_{t+\Delta t}$  فقط به پاسخ پل و نیروهای محرک دیگر در زمان  $t + \Delta t$  وابستگی ندارند، بلکه به مقادیر زمان  $t$  نیز مربوط هستند. با فرض شرایط مرزی به شکلی که هیچ گونه پرشی برای چرخ‌هایی که روی ریل حرکت می‌کنند، وجود نداشته باشد و همچنین از ناهمواری‌های مسیر نیز صرف نظر شود، از معادله (۳) داریم  $\{d_w\} \equiv \{d_c\}$  بنابراین با جایگزینی عبارت‌های مساوی، می‌توان معادله زیر را نتیجه گرفت:

$$\begin{aligned} \{f_c\}_{t+\Delta t} &= [m_c] \{\ddot{d}_c\}_{t+\Delta t} + [c_c] \dot{d}_c \}_{t+\Delta t} \\ &+ [k_c] \{d_c\}_{t+\Delta t} + \{p_c\}_{t+\Delta t} + \{q_c\}_t \end{aligned} \quad (۱۷)$$

نیروهای تماسی  $V_{i,t+\Delta t}$  با مقادیر  $n$  و  $\dots$  و  $i = 1$  می‌تواند به این شکل نمایش داده شود:

$$\begin{aligned} \dot{v}_{i,t+\Delta t} &= p_{ci,t+\Delta t} + q_{ci,t} \quad (۱۸) \\ &+ \sum_{j=1}^n (m_{cij} \ddot{d}_{cj,t+\Delta t} + c_{cij} \dot{d}_{cj,t+\Delta t}) \\ &+ k_{cij} d_{cj,t+\Delta t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{4} & \gamma &= \frac{1}{2} \\ b_0 &= \frac{1}{\beta \Delta t^2}, & b_1 &= \frac{1}{\beta \Delta t}, & b_2 &= \frac{1}{2\beta} - 1, \\ b_3 &= (1 - \gamma) \Delta t, & b_4 &= \gamma \Delta t, & b_5 &= \frac{\gamma}{\beta \Delta t}, \\ b_6 &= \frac{\gamma}{\beta} - 1, & b_7 &= \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\gamma}{\beta} - 2 \right). \end{aligned} \quad (۸)$$

با جایگزینی معادله (۷) در معادله دیفرانسیل مربوط به بخش بالایی قطار (۵)، معادله (۹) به دست می‌آید:

$$[\psi_{uu}] \{\Delta d_u\} = \{f_{ue}\}_{t+\Delta t} - \{q_{uc}\}_{t+\Delta t} + \{q_u\}_t \quad (۹)$$

$$[\psi_{uu}] = b_0 [m_{uu}] + b_5 [c_{uu}] + [k_{uu}] \quad (۱۰-الف)$$

$$\begin{aligned} \{q_u\}_t &= [m_{uu}] (b_1 \dot{d}_u \}_t + b_2 \ddot{d}_u \}_t) \\ &+ [c_{uu}] (b_6 \dot{d}_u \}_t + b_7 \ddot{d}_u \}_t) - [k_{uu}] \{d_u\}_t \end{aligned} \quad (۱۰-ب)$$

از معادله (۹) تغییر مکان بخش بالایی قطار  $\{\Delta d_u\}$  به این ترتیب به دست می‌آید:

$$\{\Delta d_u\} = [\psi_{uu}]^{-1} (\{f_{ue}\}_{t+\Delta t}) - \{q_{uc}\}_{t+\Delta t} + \{q_u\}_t \quad (۱۱)$$

با استفاده از معادله (۱۱) بردار تغییر مکان  $\{d_u\}_{t+\Delta t}$  و مشتق‌های آن برای بخش بالایی قطار به این ترتیب به دست می‌آید:

$$\{\ddot{d}_u\}_{t+\Delta t} = b_0 [\psi_{uu}]^{-1} (\{f_{ue}\}_{t+\Delta t} - \{q_{uc}\}_{t+\Delta t} + \{q_u\}_t) - b_1 \dot{d}_u \}_t - b_2 \ddot{d}_u \}_t$$

$$\{\dot{d}_u\}_{t+\Delta t} = b_5 [\psi_{uu}]^{-1} (\{f_{ue}\}_{t+\Delta t} - \{q_{uc}\}_{t+\Delta t} + \{q_u\}_t) - b_6 \dot{d}_u \}_t - b_7 \ddot{d}_u \}_t$$

$$\{d_u\}_{t+\Delta t} = [\psi_{uu}]^{-1} (\{f_{ue}\}_{t+\Delta t} - \{q_{uc}\}_{t+\Delta t} + \{q_u\}_t) + \{d_u\}_t \quad (۱۲)$$

### تعیین نیروهای تماسی از معادلات قطار

یک گام اساسی در بررسی موضوع اندرکنش قطار و پل (VBI)، به دست آوردن نیروی تماسی موجود بین دو زیر مجموعه و یا به عبارت دیگر قطار در حال حرکت و پل است. با جایگزینی معادله (۱۲) در دومین ردیف معادلات قطار در معادله (۴) نیروی تماسی  $\{f_c\}_{t+\Delta t}$  به دست می‌آید:

$$[m_{bi}] \{\ddot{d}_{bi}\}_{t+\Delta t} + [c_{bi}] \{\dot{d}_{bi}\}_{t+\Delta t} + [k_{bi}] \{d_{bi}\}_{t+\Delta t} \quad (22)$$

$$= \{f_{bi}\}_{t+\Delta t} - \sum_{j=1}^n ([m_{cij}^*] \{\dot{d}_{bj}\} + [c_{cij}^*] \{d_{bj}\} + [k_{cij}^*] \{d_{bj}\}) - \{p_{ci}^*\}_{t+\Delta t} - \{q_{ci}^*\}_t$$

به طوری که ماتریس‌های ستاره‌دار بیانگر اثر اندرکنش روی المان‌های VBI هستند.

$$[m_{cij}^*] = \{N_{ci}^v\} m_{cij} \langle N_{cj}^v \rangle \quad (23)$$

$$[c_{cij}^*] = \{N_{ci}^v\} c_{cij} \langle N_{cj}^v \rangle$$

$$[k_{cij}^*] = \{N_{ci}^v\} k_{cij} \langle N_{cj}^v \rangle$$

و مقادیر معادل بار گرهی عبارتند از:

$$\{p_{ci}^*\}_{t+\Delta t} = \{N_{ci}^v\} p_{ci,t+\Delta t} \quad (24)$$

$$\{q_{ci}^*\}_t = \{N_{ci}^v\} q_{ci,t}$$

بدیهی است که اثر اندرکنش پاسخ پل تحت اثر

حرکت قطار، می‌تواند در معادله (۲۲) مشاهده شود.

المان شماره  $e$  پل از راه ماتریس و بردارهای ستاره‌دار مشخص می‌شود. معادله (۲۲) را می‌توان به عبارتی معادله حرکت فشرده‌شده المان‌های VBI دانست، زیرا همه درجات آزادی قطار که با المان‌های پل در تماس بوده‌اند، حذف شده‌اند. این نکته را باید در نظر داشت که همه ماتریس‌ها و بردارهای ستاره‌دار معادلات (۲۲) و (۲۳) وابستگی زمانی دارند و از آنجا که با نقاط تماسی مرتبط هستند، می‌تواند به گونه‌ای از شکل تابعی  $\{N_{ci}^v\}$  بیان شود.

### معادلات کلی سیستم

همان‌طور که در بخش‌های گذشته شرح داده شد، المان‌های پل که به طور مستقیم تحت اثر بارهای چرخ قطار قرار می‌گیرد به عنوان المان‌های اندرکنش قطار و پل (VBI) در نظر گرفته می‌شوند. حال در بعضی مواقع از زمان  $t$  که مسئله تحت بررسی است، اگر پلی را که تحت اثر عبور قطار قرار دارد در نظر بگیریم، فقط بخش‌هایی از پل تحت اثر بارهای چرخ قطار هستند که باید به شکل المان‌های VBI مدل و حل شوند و بخش‌هایی از پل که تحت اثر و یا تماس مستقیم با قطار نیستند، باید به شکل اولیه خود و بدون اثر تماس مدل شوند. به عبارت دیگر فقط المان‌های پل مدل می‌شوند. با در نظر داشتن این موضوع، معادله حرکت کل سیستم به این ترتیب در نظر گرفته می‌شود:

به طوری که  $m_{cij}$ ،  $c_{cij}$  و  $k_{cij}$  به ترتیب بیانگر مقادیری است که در موقعیت  $i$  امین ردیف و  $j$  امین ستون از ماتریس  $[m_c]$ ،  $[c_c]$ ،  $[k_c]$  قرار می‌گیرد. همچنین از بردار  $p_{ci,t+\Delta t}$  و  $q_{ci,t}$  بیانگر مقادیری است که موقعیت  $i$  ام از بردار  $\{p_c\}_{t+\Delta t}$  و  $\{q_c\}_t$  است.

### حل سیستم‌های اندرکنشی با در نظر گرفتن نیروهای تماسی قائم

با در نظر گرفتن زمان  $t+\Delta t$  به طوری که  $n$  چرخ به طور هم‌زمان روی المان‌های  $e_1, e_2, \dots, e_n$  ام پل قرار می‌گیرد و المان‌های VBI به طور مستقیم تحت تأثیر بار چرخ قرار گرفته باشند، می‌توان با در نظر گرفتن نیروی اندرکنش قائم (بدون در نظر گرفتن نیروی افقی به دلیل تأثیر ناچیز در تحلیل) معادله حرکت المان شماره  $e$  ام پل در زمان  $t + \Delta t$  را به این ترتیب نوشت:

$$[m_{bi}] \{\ddot{d}_{bi}\}_{t+\Delta t} + [c_{bi}] \{\dot{d}_{bi}\}_{t+\Delta t} + [k_{bi}] \{d_{bi}\}_{t+\Delta t} = \{f_{bi}\}_{t+\Delta t} - \{f_{bci}\}_{t+\Delta t} \quad (19)$$

به طوری که  $[m_{bi}]$ ،  $[c_{bi}]$  و  $[k_{bi}]$  به ترتیب بیانگر ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی المان شماره  $e$  ام پل هستند،  $[f_{bi}]$  بردار تغییر مکان گرهی،  $[f_{bci}]$  بردار نیروهای خارجی که به طور مستقیم بر نقاط گرهی اثرگذار هستند و  $[f_{bci}]$  برداری است که شامل نیروهای گرهی در اثر  $i$  امین نیروی تماسی است.

$$\{f_{bci}\}_{t+\Delta t} = \{N_{ci}^v\} v_{i,t+\Delta t} \quad (20)$$

به طوری که  $\{N_{ci}^v\}$  بیانگر بردار درون‌یاب برای  $i$  امین المان پل و همه مقادیر آن به جز آنهایی که با تغییر مکان‌های قائم مرتبط هستند، صفر است و با استفاده از توابع درون‌یابی حجمی بیان می‌شود. اندیس  $c$ ، معین کردن بردار درون‌یابی  $\{N_{ci}^v\}$  را روی نقاط تماس نشان می‌دهد:

$$\{N_{ci}^v\} = \{N^v(x_i)\} \quad (21)$$

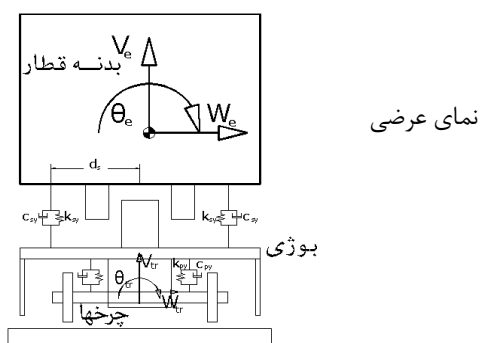
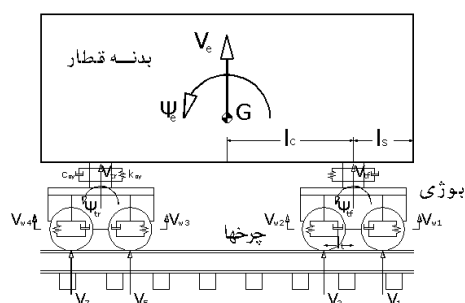
به طوری که  $x_i$  مختصات محلی از  $i$  امین نقطه تماسی روی المان  $e$  ام است. با استفاده از معادله (۱۸) و (۲۰) معادله (۱۹) را برای پل می‌توان به این شکل نشان داد:

## مدل سازی اجزای مسئله اندرکنش

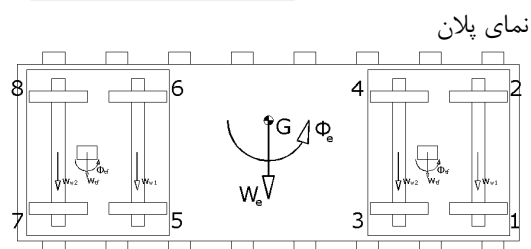
(۱) مدل قطار سریع السیری که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است، از نوع قطارهای سریع شینکانسن (SKS) سری ۳۰۰ است که در طبقه بندی قطارهای آیین نامه ای به دلیل وجود دبوژی در هر واگن به همراه دو جفت محور بار می توان آن را از نوع قطارهای سریع رایج به شمار آورد [۳].

مشخصات سه بعدی مدل یکی از واگن های این قطار از سه نما در شکل (۲) ارائه شده است.

نمای طولی



نمای عرضی



نمای پلان

شکل ۲: نمایش سه بعدی مدل یکی از واگن های قطار.

بدنه هر واگن قطار شامل ۵ درجه آزادی است که در حرکت های قائم و افقی و دوران، حول سه محور که به صورت  $\{d_e\} = \{v_e \ w_e \ \theta_e \ \phi_e \ \psi_e\}^T$  نشان داده می شود. همچنین دو بوژی واقع در هر واگن مانند

$$[M]\{\ddot{D}\}_{t+\Delta t} + [C]\{\dot{D}\}_{t+\Delta t} + [K]\{D\}_{t+\Delta t} = \{F_b\}_{t+\Delta t} - \{P_c^*\}_{t+\Delta t} - \{Q_c^*\}_t \quad (25)$$

به طوری که  $\{D\}_{t+\Delta t}$  تغییر مکان های کل سیستم VBI را نشان می دهد،  $[M]$ ،  $[C]$  و  $[K]$  به ترتیب ماتریس های جرم، میرایی و سختی،  $\{F_b\}_{t+\Delta t}$  نیروهای خارجی  $\{P_c^*\}_{t+\Delta t}$  و  $\{Q_c^*\}_t$  نیروهای تماسی معادل در مختصات کلی سیستم هستند. یک راه ساده برای ساختن ماتریس های  $[M]$ ،  $[C]$  و  $[K]$  تشکیل ماتریس های  $[M_b]$ ،  $[C_b]$  و  $[K_b]$  پل که عاری از هر گونه اثر چرخ و یا قطار است و ترکیب کردن آنها با اثرات اندرکنش قطار که در معادله (۲۳) نشان داده شده است، می باشد:

$$\begin{aligned} [M] &= [M_b] + [M_c^*] = \sum [m_{bi}^*] + \sum [m_{cij}^*] \\ [C] &= [C_b] + [C_c^*] = \sum [c_{bi}^*] + \sum [c_{cij}^*] \\ [K] &= [K_b] + [K_c^*] = \sum [k_{bi}^*] + \sum [k_{cij}^*] \end{aligned} \quad (26)$$

مشابه همین حالت را می توان نیروهای تماسی

$$\begin{aligned} \text{معادل } \{P_c^*\}_{t+\Delta t} \text{ و } \{P_c^*\}_T \text{ را بیان کرد:} \\ \{P_c^*\}_{t+\Delta t} &= \sum \{P_{ci}^*\}_{t+\Delta t} \\ \{Q_c^*\}_{t+\Delta t} &= \sum \{Q_{ci}^*\}_{t+\Delta t} \end{aligned} \quad (27)$$

در معادلات (۲۶) و (۲۷) همه عبارات های ستاره دار، در واقع اثرات اندرکنشی ناشی از وجود وسیله نقلیه نیز هستند که فقط باید در بررسی المان های VBI در نظر گرفته شوند. از آنجا که چرخ ها در هر زمان جابه جا می شوند، لازم است که المان تحت بررسی در هر گام زمانی، از نظر ماهیت مشخص شود که آیا یک المان اولیه پل است و یا یک المان VBI است و بعد از مشخص شدن این مورد، ماتریس های مربوط آن تشکیل شود.

یک مزیت این فرمول بندی این است که تعداد درجات آزادی سیستم و پل، صرف نظر از اثرات اندرکنشی ثابت می ماند و همچنین خاصیت تقارن ماتریس سیستم نیز به دلیل ثابت باقی ماندن تعداد درجات آزادی اولیه، حفظ می شوند.

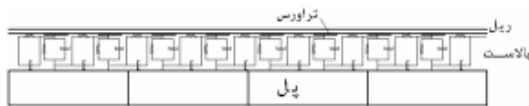
در ضمن این روند را می توان برای مدل های قطار با پیچیدگی های خاص خود در نظر گرفت. به عبارت دیگر قابلیت انعطاف مدل، توانایی در نظر گرفتن یک بار ساده تا یک مدل قطار با درجات آزادی بالا را دارد.

پل‌های راه‌آهن بسیار بالا است و به حساب آوردن همه آن غیرممکن است. تا کنون روش‌ها و روابط زیادی برای در نظر گرفتن میرایی ارائه شده است [۲].

مدل‌های دیگر مورد استفاده دو پل با طول دهانه ۳۰ و ۴۰ متر با مشخصات مشابه مدل قبلی است.

(۳) مدل اجزای خط‌آهن از دو قسمت اصلی، روسازه و زیرسازه تشکیل شده است. روسازه یا بخش بالایی خط‌آهن شامل ریل، تراورس و سیستم‌های اتصالات است. بالاست از اجزای زیرسازه است.

شکل شماتیک مدلسازی بالاست که برای مدلسازی آن از المان‌های فنر-میراگر که اثر آنها در دو جهت قائم و افقی در نظر گرفته شده، در شکل (۵) نشان داده شده است [۳].

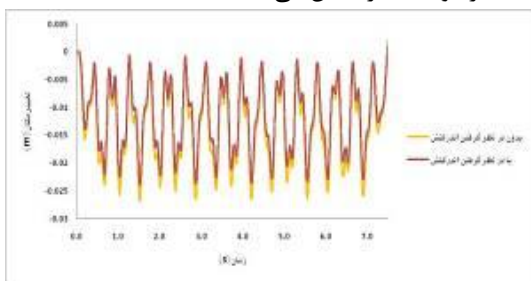


شکل ۵: مدل‌سازی بالاست.

### بررسی اثر اندرکنش

برای ارزیابی پدیده رزونانس در عملکرد پل، با اعمال سرعت‌های متفاوت قطار، برای بررسی اثرات اندرکنش موجود بین دو مجموعه پل و قطار که مورد مطالعه این تحقیق است، مدل پل ۲۰ متری در دو حالت در سرعت‌های مختلف بررسی شده‌اند.

در حالت اول، همه جزئیات پل و قطار مثل بدنه قطار، بوژی، سیستم‌های تعلیق اولیه و ثانویه و بالاست در مدل در نظر گرفته شده است. اما در حالت دوم اثر کلیه جزئیات ذکر شده نادیده گرفته شده است و در واقع پاسخ دینامیکی پل تحت اثر بار عبوری قطار با مدل جرم متحرک به دست آمده است. شکل (۶) میزان و نحوه تغییر مکان وسط دهانه پل برای قطار با سرعت ۲۰۰ کیلومتر بر ساعت در دو حالت را نشان می‌دهد.



شکل ۶: پاسخ تغییر مکان وسط دهانه پل ۲۰ متری در سرعت ۲۰۰ کیلومتر بر ساعت.

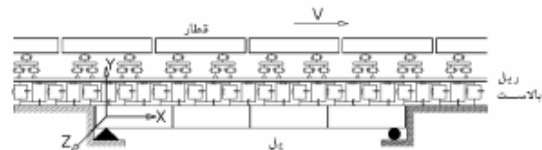
بدنه هر واگن ۵ درجه آزادی دارند:

$$\{d_r\} = \langle v_{br} \ w_{br} \ \theta_{br} \ \phi_{br} \ \psi_{br} \rangle^T$$

$$\{d_f\} = \langle v_{bf} \ w_{bf} \ \theta_{bf} \ \phi_{bf} \ \psi_{bf} \rangle^T$$

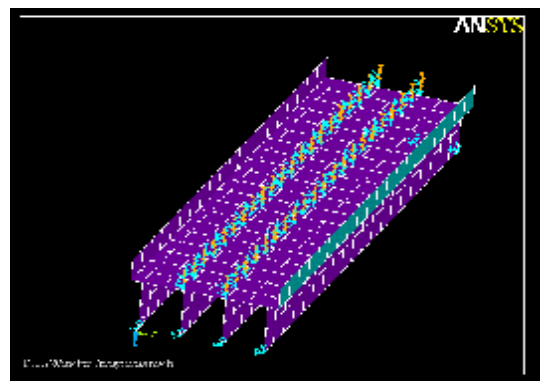
هر محور چرخ سه درجه آزادی حرکت قائم، افقی و غلتشی به صورت  $\{d_{wi}\} = \langle v_{wi} \ w_{wi} \ \theta_{wi} \rangle^T$  داشته که با نمایش  $\{d_{wi}\} \langle v_{wi} \rangle^T$  به مقدار متغیر  $i=1 \approx 4$  برای هر محور بار است.

در شکل (۳) دیدگاه کلی مدل‌سازی مورد استفاده در این تحقیق، برای جزئیات در نظر گرفته شده مانند سیستم‌های تعلیق قطار، ریل، بالاست و پل با تکیه‌گاه ساده نشان داده شده است.



شکل ۳: مدل کلی.

(۲) برای مدل پل، در بررسی پاسخ‌های دینامیکی آن تحت اثر عبور قطار سریع‌السیر در این تحقیق، از سه نمونه مدل پل با دهانه ۲۰ و ۳۰ و ۴۰ متری شامل چهار تیر اصلی استفاده شده است. این پل‌های بتنی که با تکیه‌گاه‌های ساده از دو طرف مهار شده‌اند، شرایطی دارند که مطابق با آیین‌نامه‌های جدید پل‌های خطوط سریع‌السیر راه‌آهن باید تحت آنالیز دینامیکی قرار گیرند. مدل پل مورد نظر در شکل (۴) نشان داده شده است.



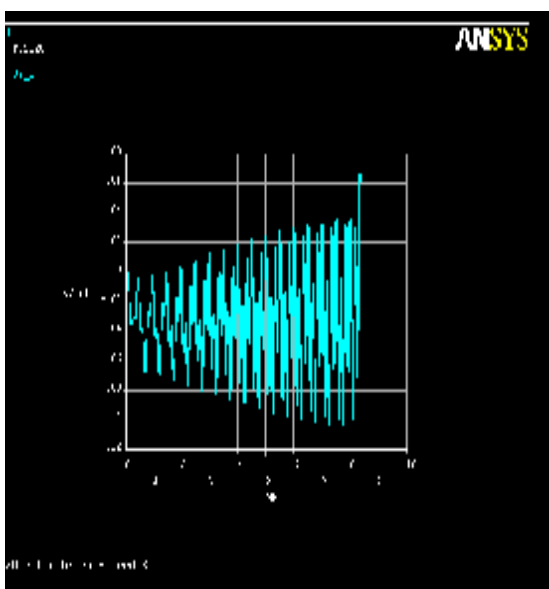
شکل ۴: مدل‌سازی پل مورد نظر با استفاده از نرم‌افزار ANSYS.

یکی از عواملی که باید در مدل‌سازی پل مورد توجه قرار گیرد، میرایی سازه است. بدیهی است که تعداد منابع میرایی ارتعاش‌های

مدل‌های پل ۳۰ و ۴۰ متری نیز مانند پل ۲۰ متری در سرعت‌های مختلف بررسی و تحلیل و مشاهده شد که پاسخ‌های مدلی که اثرات اندرکنش موجود بین دو مجموعه پل و قطار در آن مورد توجه قرار گرفته است، مقادیر کمتری را نسبت به حالت مدل جرم متحرک ارائه می‌دهد.

### بررسی اثر رزونانس (تشدید)

برای ارزیابی پدیده رزونانس در عملکرد پل، با اعمال سرعت‌های متفاوت قطار، در محدوده سرعتی خاص مشاهده می‌شود که پاسخ‌های پل به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد. در واقع این بازه، محدوده رزونانس را نشان می‌دهد. این پدیده به دلیل نزدیک شدن فرکانس اصلی پل به فرکانس تحریک پل که ناشی از ضربات متوالی و مرتب محور چرخ‌های قطار است، به وجود می‌آید. همان طور که در شکل (۹) نشان داده شده است، پل ۲۰ متری در سرعت ۳۱۰ کیلومتر بر ساعت، بیشترین پاسخ خود را نشان می‌دهد. در واقع در این سرعت با نزدیکی فرکانس تحریک قطار به فرکانس طبیعی پل، پدیده رزونانس رخ می‌دهد. در صورت بروز چنین پدیده‌ای، ایمنی حرکت قطار، آسایش روانی مسافران و حتی پایداری سازه دچار اشکال می‌شود. بنابراین باید در تشخیص سرعت‌های بحرانی و فرکانس تحریک قطار دقت لازم شود و به گونه‌ای از انطباق فرکانس سازه با فرکانس تحریک قطار اجتناب شود.

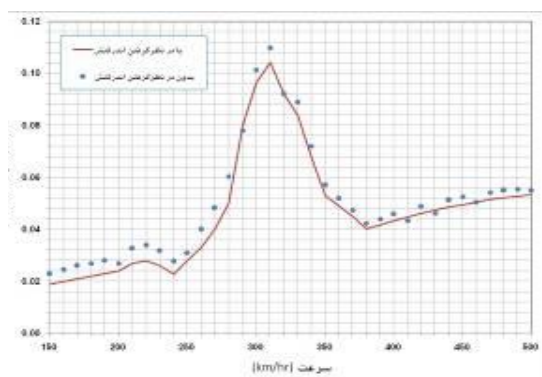


شکل ۹: تغییر مکان وسط پل ۲۰ متری در سرعت ۳۱۰ کیلومتر بر ساعت.

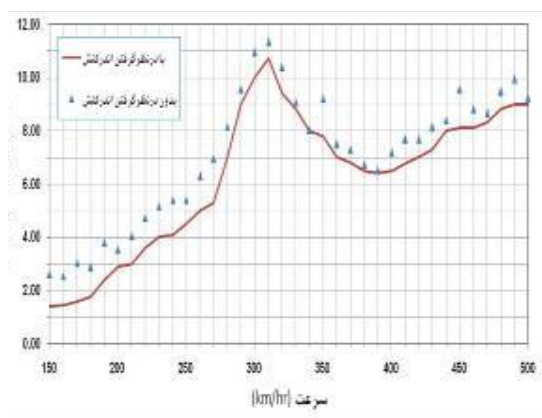
همان طور که مشاهده می‌شود، پاسخ مدل‌هایی که در آنها اثر اندرکنش لحاظ شده است و از اثرات جزئیات موجود در حالت واقعی صرف نظر نشده است، به دلیل اندرکنش ماهیت مقاومتی ناشی از اندرکنش، مقدار کمتری را با کاهش تقریباً ۱۰ درصدی نسبت به حالت در نظر گرفتن مدل جرم متحرک ارائه می‌دهند.

پاسخ‌های شتاب نیز نتایج مشابهی را ارائه می‌دهد. به عبارت دیگر شتاب منتج حالتی که اثرات اندرکنشی پل و قطار در نظر گرفته شده است مقادیر کمتری به میزان حدود ۲۰ درصد نسبت به حالتی که اثر قطار فقط با بار عبوری در نظر گرفته می‌شود، دارد.

شکل‌های (۷) و (۸) به ترتیب مقادیر متناظر تغییر مکان و شتاب بیشینه را در سرعت‌های مختلف نشان می‌دهند. با توجه به نتایج به دست آمده، می‌توان گفت که با افزایش سرعت قطار، اثرات کاهش پاسخ‌های اندرکنش سیستم کمتر می‌شود.



شکل ۷: مقایسه بیشینه تغییر مکان‌های وسط پل در دو حالت بررسی.



شکل ۸: مقایسه بیشینه شتاب‌های منتج وسط پل در دو حالت بررسی.



## نتیجه گیری

برای بررسی عملکرد پل‌های راه‌آهن تحت عبور قطارهای سریع‌السیر با در نظر گرفتن اثر اندرکنشی موجود بین دو مجموعه پل و قطار با به کارگیری از نرم‌افزار اجزای محدود، مدل‌سازی و بررسی انجام گرفت و نتایج زیر مشخص شد:

در نظر گرفتن نیروهای تماسی و اثر اندرکنشی موجود بین دو مجموعه پل و قطار برای پل‌های با دهانه کوتاه، سبب کاهش پاسخ‌های دینامیکی می‌شود. در واقع این کاهش‌ها، پاسخ واقعی را با در نظر گرفتن اتلاف‌های انرژی و گاهی کاهش اثر ضربات که ناشی از لحاظ کردن اثر فنرها و میراگرهای سیستم‌های تعلیق است، نشان می‌دهد. با توجه به هزینه بالای محاسباتی و زمانی این رویکرد، در صورتی که فقط پاسخ پل مد نظر باشد، می‌توان با روش بار یا جرم متحرک آنالیز را انجام داد، اما در صورتی که پاسخ‌های دینامیکی قطار و رفاه سرنشینان مد نظر باشد، از آنجا که مدل‌هایی مانند بار یا جرم متحرک هیچ گونه پاسخی از پل ارائه نمی‌دهد، باید مدل‌سازی‌ها به دقت انجام شود و اثرات اندرکنشی نیز مورد توجه قرار گیرد.

کاهش پاسخ‌های مدل اندرکنشی برای پل ۲۰ متری نسبت به حالت جرم متحرک برای تغییر مکان‌های وسط دهانه پل در سرعت‌های مختلف حدود ۱۰ درصد است. کاهش پاسخ‌های مدل اندرکنشی برای پل با دهانه ۲۰ متری نسبت به حالت بار متحرک برای شتاب‌های وسط دهانه پل در سرعت‌های مختلف حدود ۲۰ درصد است. با افزایش سرعت، درصد اختلاف پاسخ‌های مدل اندرکنشی نسبت به حالت جرم متحرک کاهش می‌یابد. همچنین از نتایج مدل پل ۳۰ و ۴۰ متری می‌توان به این نتیجه رسید که تفاوت پاسخ‌های اندرکنشی نسبت به حالت بار یا جرم متحرک با افزایش طول دهانه کاهش می‌یابد.

شایان ذکر است در چارچوب بررسی مقایسه‌ای و صحت‌سنجی نتایج حاصل در این مقاله، از کارهای تجربی He xia و Nan zhang [۹]، شامل اندازه‌گیری تغییر مکان وسط دهانه یک پل ساده به طول دهانه ۲۴ متری استفاده شد که با مشابه‌سازی لازم از نظر هندسی و سرعت قطار برای مدل‌سازی عددی این تحقیق، تطابق قابل قبول فنی با اندک تفاوت ناشی از مدل‌سازی ملاحظه شد که می‌تواند در اعتبار بخشی نتایج حاصل، مؤثر باشد.

## مراجع

- 1 - Chen, T. H. and Li, C. Y. (2000). "Dynamic response of elevated high-speed railway." *J. Bridge Eng., ASCE*, Vol. 5, No. 2, PP. 124-130.
- 2 - Fryba, L. (1996). *Dynamics of railways bridges*, Thomas Telford.
- 3 - Wakui, H., Matsumoto, N., Matsuura, A. and Tanabe, M. (1995). "Dynamic interaction analysis for railway vehicles and structures." *J. Struct. Mech. & Earthquake Eng., JSCE*, Vol. 513, PP. 129-138.
- 4 - Wang, R. T. (1997). "Vibration of multi-span Timoshenko beams to a moving force." *J. Sound & Vibr.*, Vol. 207, No. 5, PP. 731-742.
- 5 - Yang, Y. B., Chang, C. H. and Yau, J. D. (1999). "An element for analyzing vehicle-bridge systems considering vehicle's pitching effect." *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 46, PP. 1031-1047.
- 6 - Yang, Y. B. and Yau, J. D. (2004). *Vehicle-bridge interaction dynamics*. Published by World Scientific Publishing Co.Pte.Ltd.
- 7 - Yang, Y. B., J. D. and Hsu, L. C. (1997). "Vibration of simple beams due to trains moving at high speeds." *Eng. Struct.*, Vol. 19, No. 11, PP. 936-944.
- 8 - Yang, Y. B., Wu, C. M., and Yau, J. D. (2001). "Dynamic response of a horizontally curved beam subjected to vertical and horizontal moving loads." *J. Sound & Vibr.*, Vol. 242, No. 3, PP. 519-537.
- 9 - He xia, Nan zhang, (2005). "Dynamic analysis of railway bridge under high-speed trains." *Computers & Structures*, Vol. 83, No. 23-24.

- 
- 10 - Garinei, A. and Risitano, G. (2008). "Vibration of railway bridge for high speed trains under moving loads varying in time." *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 3.
- 11 -.Zakeri, J. A. (2008). "Railway Bridge Dynamic Analysis under moving Vehicle." *Journal of Eng. University of Tabriz*, Vol. 33, No, 3.