تحقیقات مالی
دوره ۱۲، شماره ۳۰
پاییز و زمستان ۱۳۸۹
صص ۱ تا ۲۲

دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

بهینه‌سازی ساختار تعهدات وامی وثیقه‌ای

احمد پویانفر[۱]، شهلا صفابخش[۲]

چکیده: تعهدات وامی وثیقه‌ای، اوراق مشتقه مبتنی بر پرتفولیویی از وام‌های رهنی هستند که در سررسید، نرخ بهره و رتبه‌های اعتباری متفاوتی منتشر می‌شوند. در ایران بنا بر تصمیم‌های مقام‌های دولتی تعیین شده که این اوراق برای نخستین بار از دو بانک ملی ایران و مسکن منتشر شود. یکی از سؤال‌های اساسی در انتشار این دسته از اوراق چگونگی حداکثر نمودن سود ناشر به ازای سررسیدها، تعداد و حجم دسته‌های متفاوت است. در این مقاله از مدل ترکیبی برنامه‌ریزی پویا و شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای بهینه‌سازی سررسید دسته‌های اوراق رهنی در جهت کاهش هزینه‌ی انتشار اوراق استفاده شده است. با در نظر گرفتن سه دسته اوراق و زمان سررسید حداکثر ۸ ساله، و متوسط نرخ سود ۱۲درصد سبد وام‌ها، نتایج اجرای مدل به تعیین سررسیدهای ۸، ۴ و ۳ ساله به‌ترتیب برای دسته‌های اول تا سوم منجر شده است. در مقایسه با روش پیشنهادی ۵ ساله و عدم دسته‌بندی وام‌ها، مدل برنامه‌ریزی پویا به بهبود ۱/۲ درصدی و افزایش ۱/۲ میلیارد ریالی سود ناشر اوراق منجر شده است.

واژه‌های کلیدی: اوراق رهنی، تعهدات وامی وثیقه‌ای، برنامه‌ریزی پویا، شبیه‌سازی مونت‌کارلو

۱. دکترای مدیریت مالی دانشگاه تهران، ایران
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت بازرگانی، گرایش مالی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۳/۱۸
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۸۹/۶/۳۰
نویسنده مسئول مقاله: احمد پویانفر
Email:apouyanfar@gmail.com

مقدمه

اوراق بهادار دارایی ـ پایه[1] سهم بسیار بزرگی از ابزارهای مالی در اقتصادهای توسعه یافته را بر عهده دارند. این اوراق با استفاده از فرآیند تبدیل به اوراق بهادار کردن[2] طراحی و منتشر می‌شوند که در آن ترکیب پرچالشی از سه حوزه‌ی آمار (مدل‌سازی زودپرداخت‌ها)، تحلیل ریسک (رتبه‌بندی اوراق) و به‌کارگیری نظریه قیمت‌گذاری آربیتراژ ارایه می‌شود. رایج‌ترین شکل اوراق بهادار دارایی ـ پایه، اوراق رهنی[3] هستند که نوعی اوراق قرضه‌ی مبتنی بر وام‌های رهنی شمرده می‌شوند. فرآیند انتشار اوراق رهنی به این صورت است که مؤسسه‌ی ناشر، سبدی از وام‌ها که نرخ بهره و سررسید تقریباً یکسانی دارند؛ از بانک‌ها خریداری و آن‌ها را در دسته‌های همگن بسته‌بندی و برای فروش به بازار ارایه می‌نماید. این اوراق اغلب در چند طبقه[4] و هر طبقه در چند دسته[5] بر اساس سررسید، نرخ بهره و رتبه‌ی اعتباری متفاوت منتشر می‌شوند. انواع مختلفی از اوراق رهنی وجود دارد که عمده‌ترین آن‌ها عبارتند از [۳]:

- اوراق بهادار وام ـ پایه انتقالی[6]: دارنده‌ی اوراق رهنی نسبت ثابتی از کل جریانات نقدی تولید شده توسط سبد وام‌ها را دریافت می‌کند.
- تعهدات وامی وثیقه‌ای[7]: این اوراق مشابه اوراق رهنی انتقالی هستند با این تفاوت که طبقات مختلف تعهدات وامی وثیقه‌ای، اولویت متفاوتی را در دریافت جریانات نقدی وام‌هادارند.
- اوراق بهادار وام ـ پایه تماماً بهره[8]: دارنده‌ی اوراق رهنی نسبت ثابتی از بهره حاصل از سبد وام، وام‌ها را دریافت می‌کند.
- اوراق بهادار وام ـ پایه تماماً اصل[9]: دارنده‌ی اوراق رهنی، نسبت ثابتی از اصل حاصل از سبد وام، وام‌ها را دریافت می‌کند.

1. assetbacked securities
2. securitization
3. mortgage backed securities
4. class
5. trenches
6. pass-through
7. collateralized mortgage obligations
8. stripped interest-only MBS
9. stripped principal-only MBS

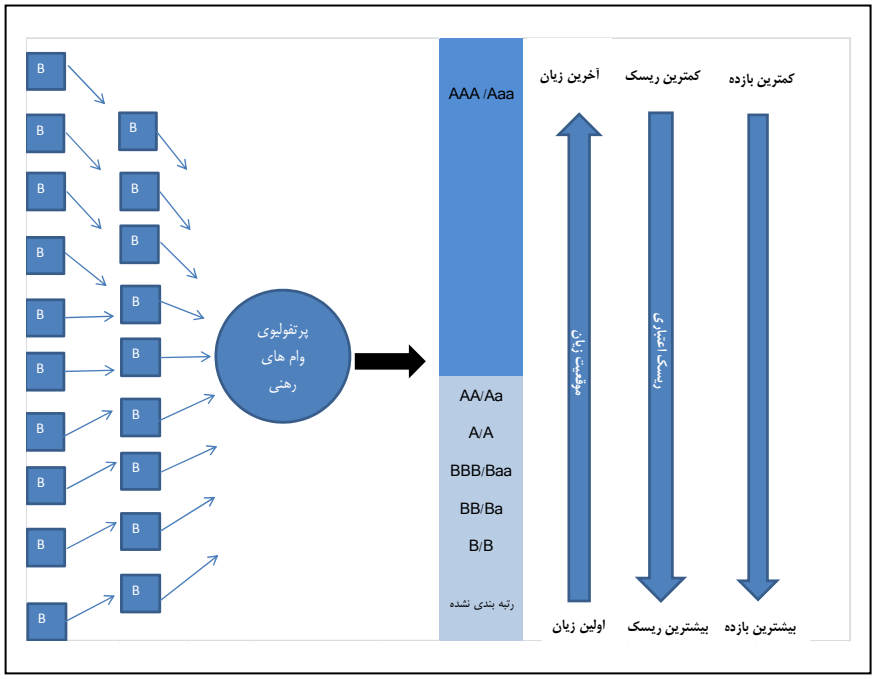
اوراق رهنی حداقل همراه با یک اختیار ضمنی است که آن حق دارنده‌ی وام اولیه در پرداخت زودهنگام اقساط وام است (درواقع دارنده‌ی اوراق رهنی ناشر اختیار خرید است). تغییر در سطح نرخ‌های بهره یا شرایط زندگی و کاری افراد، عمده دلیل پرداخت زودهنگام اقساط است [۴]. بدین ترتیب که با کاهش نرخ بهره، افرادی که وام‌های با نرخ ثابت دارند تمایل به پرداخت زودهنگام اقساط خود خواهند داشت. در ایران به‌دلیل تورمی بودن اقتصاد و همچنین پایین بودن نرخ وام‌های خرید مسکن در مقایسه با سایر وام‌ها، این اختیار اغلب توسط دارنده‌ی وام استفاده نمی‌شود بلکه به‌طورعمده حالت عکس آن، که همان تأخیر در پرداخت‌ها است، رخ می‌دهد.

سه منبع اصلی ریسک دراوراق رهنی؛ ریسک نرخ بهره، ریسک نکول و ریسک پرداخت زودهنگام است. برخی از اوراق رهنی توسط نهادهای ذی‌ربط (دولتی یا خصوصی) تضمین می‌شوند. یعنی اگر وامی نکول شود مؤسسه یاد شده پرداخت آن را برعهده می‌گیرد. در این صورت برای اوراق رهنی تضمینی ضرورتی ندارد که ریسک نکول را مدل‌سازی نمود. پرداخت زودهنگام اقساط، بر همه‌ی دارندگان اوراق رهنی تأثیر می‌گذارد. چنانچه اوراق توسط مؤسسه‌های مالی خصوصی همانند مؤسسه‌های تأمین سرمایه منتشر شوند، مشمول ریسک اعتباری نیز خواهند بود.

ریسک اصلی اوراق وام ـ پایه، سطح جریانات نقدی غیرقطعی در اثر پرداخت زودهنگام اقساط وام‌ها است. بدین ترتیب ریسک زودپرداخت به‌طور برابر بین دارندگان اوراق توزیع می‌شود. به‌منظور افزایش دقت پیش‌بینی‌پذیری جریانات نقدی، اوراق وام ـ پایه در قالب تعهدات رهنی وثیقه‌ای منتشر می‌شوند. ایده اصلی در تعهدات وامی وثیقه‌ای ساختاردهی مجدد جریانات نقدی بر اساس سبد وامی از وام‌های رهنی به مجموعه‌ای از اوراق قرضه با سررسیدهای مختلف است؛ به‌نحوی که دسته‌های اوراق قرضه جریانات نقدی را به‌صورت اولویتی، که به آن ساختار پرداخت آبشاری[1] می‌گویند، دریافت می‌نمایند. برخی مواقع در تعهدات وامی وثیقه‌ای به‌دسته‌ی آخر که به آن دسته Z نیز می‌گویند؛ صرفاً درآمد مازاد تعلق می‌گیرد. در نمودار(۱) فرآیند انتشار تعهدات وامی وثیقه‌ای و ویژگی‌های دسته‌های مختلف آن نمایش داده شده است. ملاحظه می‌شود؛

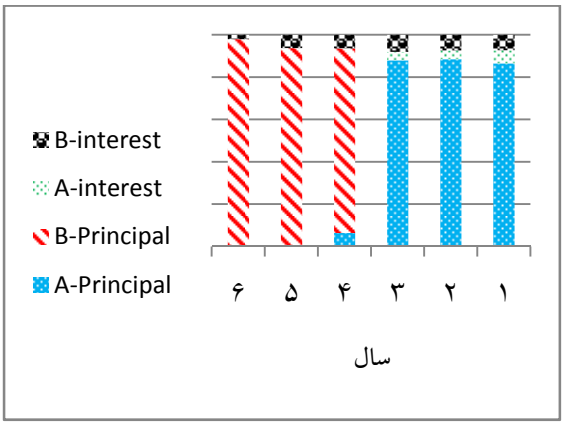
1. waterfall payment structure

دسته‌های با رتبه‌ی اعتباری بهتر، در معرض ریسک اعتباری و درنتیجه نرخ بازده کمتری هستند.



نمودار ۱. فرآیند انتشار تعهدات وامی وثیقه‌ای و ویژگی‌های دسته‌های مختلف

در نمودار (۲) چگونگی توزیع ۱,۰۰۰,۰۰۰ تومان در یک ساختار پرداخت آبشاری برای ۲ دسته اوراق تعهدات وامی وثیقه‌ای، دسته‌های A و B، با ارزش ۵۰۰,۰۰۰ تومان برای هر دسته نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود؛ در تعهدات وامی وثیقه‌ای وقتی دسته‌ای از اوراق، اصل پرداخت‌ها را دریافت می‌کنند، مابقی دسته‌ها تنها بهره‌های ماهانه را بر اساس نرخ بهره خود (بر مبنای اصل) دریافت خواهند کرد. تا زمانی که دسته‌ی اول به طور کامل بازخرید نشود، هیچ پرداختی بابت اصل به‌دسته‌های بعدی انجام نخواهد پذیرفت. این مهندسی به‌طور دقیق سازوکار است که ریسک زودپرداخت را برای برخی طبقات از بین می‌برد.



نمودار ۲. چگونگی توزیع جریانات نقدی در ۲ دسته اوراق با ساختار ترتیبی

در نتیجه‌ی ساختار گفته شده، عدم قطعیت عمر دسته A کمتر خواهد بود. محصول فرعی مهندسی گفته شده بهبود پیش‌بینی‌پذیری جریانات نقدی است. از سوی دیگر با استفاده از سازوکار فوق امکان خلق دسته‌های مختلف با کیفیت‌های اعتباری مختلف فراهم می‌شود. بدین صورت با وجود ریسک نکول زیاد وام‌های موجود در سبد وام‌ها، می‌توان درصد نسبتاً زیادی از اوراق با رتبه اعتباری AAA منتشر نمود که در نتیجه این اوراق نرخ بهره کمتری خواهند داشت. از سوی دیگر ریسک نکول دسته‌های دیر‌پرداخت[1] (دسته Z) بیشتر خواهد بود.

در ایران اجازه انتشار ۱۰۰۰۰ و ۵۰۰۰ میلیارد ریال اوراق رهنی برای بانک‌های مسکن و ملی صادر شده است. سؤال اساسی (برای ناشر اوراق) این است که تعداد، اندازه و سررسید دسته‌ها چگونه تعیین شوند تا سود ناشر حداکثر شود؟ به‌عبارت دیگر چند دسته از این اوراق در چه اندازه و با چه سررسیدی باید منتشر شود تا ناشر حداکثر عایدی را به‌دست آورد؟

در این مقاله با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی پویا، به بررسی این امر خواهیم پرداخت که آیا می‌توان هزینه‌های انتشار تعهدات وامی وثیقه‌ای را از طریق کمینه کردن ارزش فعلی پرداخت‌ها به دارندگان آن‌ها، برای ناشر کاهش داد و ساختار اوراق رهنی منتشره را بهبود بخشید؟ ساختار مقاله بدین صورت خواهد بود که در بخش دو فرآیند محاسبات

1. slow-pay

درتعهدات وامی وثیقه‌ای و چگونگی ارزش‌گذاری آن را بیان می‌نماییم. در بخش سه برنامه‌ریزی پویای مورد استفاده برای مدل‌سازی مسئله مورد نظر بیان می‌شود و در بخش پایانی نتیجه‌گیری را خواهیم داشت.

ارزش‌گذاری تعهدات وامی وثیقه‌ای

در جدول (۱) جریانات نقدی حاصل از یک سبد وام ۱۰۰ میلیون تومانی از وام‌های۶ ساله با نرخ بهره ۱۲٪ (متوسط وزنی نرخ‌های بهره وام‌ها) نمایش داده شده است. مبلغ اقساط (P) سالانه با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$P=\frac{Q\times r}{(1+r)^{k}-1}$$

که در آن Q اصل وام اعطایی، r نرخ بهره و k سررسید وام است. در جدول k =۶، r =٪۱۲ و Q=۱۰۰ است.

جدول۱. جریانات نقدی یک سبد وام ۱۰۰ میلیون تومانی از وام‌های ٦ ساله با نرخ بهره ۱۲٪

مانده از اصل (Q)	اصل (P)	بهره (I)	دوره
۱۰۰/۰۰			۰
۷۸/۶۸	۱۲/۳۲	۱۲/۰۰	۱
۷۳/۸۸	۱۳/۸۰	۱۰/۵۲	۲
۵۸/۴۲	۱۵/۴۶	۸/۸۷	۳
۴۱/۱۱	۱۷/۳۱	۷/۰۱	۴
۲۱/۷۲	۱۹/۳۹	۴/۹۳	۵
۰/۰۰	۱۲/۷۲	۲/۶۱	۶
	۱۰۰/۰۰		جمع

پرداختی بابت اصل سال اول با توجه به فرمول برابر ۱۲/۳۲ خواهد بود. چنانچه ۱۲٪ نرخ بهره را به P اضافه نماییم کل پرداختی برابر ۲۴/۳۲ = ۱۲/۳۲+ ۱۲٪ × ۱۰۰ میلیون تومان خواهد بود. در جدول (۱) فرض بر این است که هیچ زودپرداختی انجام نپذیرد. می‌توان محاسبات را با توجه به زودپرداخت نیز انجام داد. بدین منظور ابتدا ضروری است که نرخ زودپرداخت را به‌دست آورد. نرخ زودپرداخت را می‌توان با استفاده از داده‌های تاریخی و یا مدل‌های مختلف رگرسیونی مبتنی بر متغیرهای کلان اقتصادی به‌دست آورد [۲]. دو رویکرد اصلی کاربردی، استفاده از نرخ زودپرداخت ثابت و جدول مؤسسه اوراق بهادار

دولتی[1] امریکاست[2] [۴]. برای سادگی محاسبات، از جدول مؤسسه اوراق بهادار دولتی استفاده می‌نماییم. مؤسسه‌ی گفته شده نرخ زودپرداخت را برای سال اول ۱٪ اصل وام، برای سال دوم ۳٪ ، برای سال سوم ۵٪ و برای سال‌های بعد از سال سوم ۶٪ اعلام کرده است. البته باید توجه نمود که این نرخ باید به‌صورت ماهانه در نظر گرفته شود. برای سادگی، ما از نرخ‌های سالانه استفاده نموده‌ایم. مبالغ زودپرداخت را با PP نمایش می‌دهیم.

به عنوان مثال در سال اول علاوه بر پرداخت ۱۲ میلیون تومان بهره و ۱۲/۳۲ میلیون تومان اصل، مبلغ ۰/۸۷۶۸ = ۱٪ × ۸۷/۶۸ = ۱۲/۲۳ − ۱۰۰ میلیون تومان نیز زودپرداخت در انتهای سال خواهیم داشت. بدین ترتیب کل مبلغ پرداختی بابت اصل در انتهای سال اول برابر ۱۳/۲۰ = ۰/۸۷۶۸ + ۱۲/۳۲ = $T_1 = P_1 + PP_1$ میلیون تومان و مانده وام در انتهای سال اول برابر ۸۶/۸۰ = ۱۳/۲۰ − ۱۰۰ = Q_1 میلیون تومان خواهد بود.

در سال ۲، بهره پرداختی(I_2) برابر ۱۰/۴۲میلیون تومان، مبلغ قسط بابت اصل وام ۱۳/۶۶ = ۱− [5](۱/۱۲)/۰/۱۲ × ۸۶/۸۰ = $P_2 = Q_1 \times$ میلیون تومان و مبلغ زودپرداخت ۲/۱۹= ۳٪ × (۸۶/۸۰ − ۱۳/۶۶) = $PP_2 = (Q_1 - P_2) \times$ میلیون تومان خواهد بود. در نهایت کل پرداختی بابت اصل برابر ۱۵/۸۶ = $PT_2 = P_2 + PP_2$ میلیون تومان است. در جدول(۲) خلاصه محاسبات با توجه به نرخ زودپرداخت نمایش داده شده است.

جدول ۲. جریانات نقدی حاصل از یک سبد وام ۱۰۰ میلیون تومانی از وام‌های ٦ ساله با نرخ بهره ۱۲٪با اعمال نرخ زودپرداخت

دوره	بهره (I)	اصل (P)	مانده از اصل (Q)	نرخ زودپرداخت	مبلغ زودپرداخت(PP)	زودپرداخت + اصل(T)	مانده از اصل(Q*)
۰			۱۰۰/۰۰				۱۰۰/۰۰
۱	۱۲/۰۰	۱۲/۳۲	۷۸/۶۸	۰/۰۱	۰/۸۸	۱۳/۲۰	۸۶/۸۰
۲	۱۰/۴۲	۱۳/۶۶	۷۳/۱۴	۰/۰۳	۲/۱۹	۱۵/۸۶	۷۰/۹۴
۳	۸/۵۱	۱۴/۸۴	۵۶/۱۰	۰/۰۵	۲/۸۰	۱۷/۶۵	۵۳/۲۹
۴	۶/۴۰	۱۵/۷۹	۳۷/۵۰	۰/۰۶	۲/۲۵	۱۸/۰۴	۳۵/۲۵
۵	۴/۲۳	۱۶/۶۳	۱۸/۶۲	۰/۰۶	۱/۱۲	۱۷/۷۵	۱۷/۵۱
۶	۲/۱۰	۱۷/۵۱	۰/۰۰	۰/۰۶	۰/۰۰	۱۷/۵۱	۰/۰۰
جمع		۹۰/۷۶			۹/۲۴	۱۰۰/۰۰	

1. public securities association

۲. از دیگر معیارهای مربوط به تعیین نرخ زودپرداخت می‌توان به: federal housing administration experience و conditional prepayment rate اشاره کرد.

ارزش‌گذاری تعهدات وامی وثیقه‌ای

دو رویکرد رایج برای ارزش‌گذاری تعهدات وامی وثیقه‌ای؛ مدل ساختاری[1] و مدل کاهش یافته[1]ست. در رویکرد اول، زودپرداخت به‌عنوان اختیار خرید توسط دارندگان وام تلقی می‌شود و اعمال اختیار تابعی از دو متغیر نرخ بهره و قیمت ملک خواهد بود. با اعمال قضیه ایتو[2] بر روی دینامیک دو فرآیند گفته شده به یک معادله دیفرانسیل جزئی می‌رسیم که قابل حل با شرایط مرزی معین خواهد بود. به‌دلیل محاسبات بسیار پیچیده در رویکرد گفته شده، در عمل اغلب از مدل کاهش یافته استفاده می‌شود. در این روش قیمت تعهدات وامی وثیقه‌ای باید برابر با ارزش فعلی کل جریانات نقدی آتی باشد. به‌عنوان مثال برای یک سبد وام ۱۰ ساله با جریانات نقدی ماهانه و با نرخ‌های بهره r رابطه زیر صادق خواهد بود:

$$V_{CMO}=\frac{CF_1(f_1,f_2,\ldots)}{(1+r_1)}+\frac{CF_2(f_1,f_2,\ldots)}{(1+r_2)^2}+\ldots+\frac{CF_{120}(f_1,f_2,\ldots)}{(1+r_{120})^{120}}$$

V ارزش تعهدات وامی وثیقه‌ای و f متغیرهای توضیحی هستند. در مدل یاد شده جریانات نقدی با توجه به مبلغ زودپرداخت‌ها تعیین و نرخ‌های بهره با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو به‌دست می‌آیند. برای مدل‌سازی نرخ بهره می‌توان از مدل‌های واسیچک[3] [۸] یا کاکس، اینگرسل و راس[4] [۲] استفاده نمود.

اگر هدف، انتشار تعهدات وامی وثیقه‌ای تنها با دو دسته (A و B)باشد قیمت‌گذاری آن‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$P_A=\frac{CF_1}{(1+r_1)^1}+\frac{CF_2}{(1+r_2)^2}+\ldots+\frac{CF_{t1}}{(1+r_{t1})^{t1}}$$

t_1 زمانی است که دسته A به‌طور کل بازخرید می‌شود. جریان نقدی (CF) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$CF_t = SPT_t + PPT_t + IPA_t$$

1. structural model
2. ito lemma
3. vasicek
4. Cox, Ingersoll and Ross

IPA پرداخت بهره بر اساس مانده دستهA در زمان t، SPT پرداخت اصل طبق جدول و PPT مبلغ زودپرداخت از سبد وام هستند. برای دسته B خواهیم داشت:

$$P_B = \frac{IP}{(1+r_1)^1} + \frac{IP}{(1+r_2)^2} + \cdots + \frac{CF_{t1}}{(1+r_{t1})^{t1}} + \cdots + \frac{CF_t}{(1+r_t)^t}$$

IP مبلغ بهره ثابت دستهB در زمانی است که دسته A هنوز در جریان است. اولین جریان نقدی دسته B برابر فرمول زیر خواهد بود که شامل پرداخت اصل و زودپرداخت است.

$$CF_{t1} = SPT_{t1} + PPT_{t1} + IPB_{t1}$$

مراحل قیمت‌گذاری تعهدات وامی وثیقه‌ای با استفاده از رویکرد کاهش یافته به‌شرح زیر است [۴]:

۱. شبیه‌سازی فرآیند نرخ بهره. اغلب بین ۲۵۰ تا ۱۰۰۰ مسیر برای نرخ بهره شبیه‌سازی می‌شود. نرخ‌های بهره شبیه‌سازی شده برای تنزیل جریانات نقدی استفاده خواهند شد.
۲. محاسبه نرخ زودپرداخت و در نتیجه مبلغ زودپرداخت.
۳. تعیین نرخ نکول.
۴. تعیین تعداد دسته‌ها و نرخ کوپن دسته‌ها. در تعیین نرخ کوپن باید توجه نمود که نرخ تعهدات وامی وثیقه‌ای همواره کمتر از متوسط موزون نرخ‌های بهره سبد وام‌ها خواهد بود.
۵. محاسبه جریانات نقدی هر دسته با توجه به نرخ‌های کوپن دسته‌ها و زودپرداخت‌ها.
۶. محاسبه قیمت تئوریک هر دسته. قیمت تئوریک ارزش فعلی پرداخت‌های هر دسته با توجه به مسیرهای نرخ بهره شبیه‌سازی شده خواهد بود. ارزش فعلی هر مسیر با رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$P_{ij} = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_{it}}{(1+r_j)^t}$$

P_{ij} ارزش دسته i به ازای مسیر j است. ارزش هر دسته با رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$V_i = \sum_{j=1}^{N} \frac{P_j}{N}$$

N تعداد مسیرهای نرخ بهره شبیه‌سازی شده است.

در ادامه چگونگی قیمت‌گذاری یک تعهدات وامی وثیقه‌ای با دو دسته بیان شده است. به‌منظور جلوگیری از پیچیدگی، تنها یک مسیر نرخ بهره شبیه‌سازی شده و محاسبات بر مبنای جریانات نقدی سالانه و نه ماهانه انجام شده است.

انتشار تعهدات وامی وثیقه‌ای را با سبد وام ۱,۰۰۰,۰۰۰ تومانی، متوسط نرخ کوپن ۱۰٪، سررسید ۶ سال و با دو دسته در نظر بگیرید. با فرض نرخ زودپرداخت صفر، نبود نرخ نکول و نرخ خدمات صفر برای ناشر، اصل و بهره متعلق به هر دسته طبق جدول (۳) خواهد بود.

جدول۳. محاسبات اصل و بهره در یک تعهدات وامی وثیقه‌ای با دو دسته

مانده			اصل			بهره		
جمع	B	A	جمع	B	A	جمع	B	A
۱,۰۰۰,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰						
۸۷۰,۳۹۳	۵۰۰,۰۰۰	۳۷۰,۳۹۳	۱۲۹,۶۰۷	۰	۱۲۶,۶۰۷	۱۰۰,۰۰۰	۵۰,۰۰۰	۵۰,۰۰۰
۷۲۷,۸۲۵	۵۰۰,۰۰۰	۲۲۷,۸۲۵	۱۴۲,۵۶۸	۰	۱۴۲,۵۶۸	۸۷,۰۳۹	۵۰,۰۰۰	۳۷,۰۳۹
۵۷۱,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰	۷۱,۰۰۰	۱۵۶,۸۲۵	۰	۱۵۶,۸۲۵	۷۲,۷۸۲	۵۰,۰۰۰	۲۲,۷۸۲
۳۹۸,۴۹۲	۳۹۸,۴۹۲	۰	۱۷۲,۵۰۷	۱۰۱,۵۰۸	۷۱,۰۰۰	۵۷,۱۰۰	۵۰,۰۰۰	۷,۱۰۰
۲۰۸,۷۳۴	۲۰۸,۷۳۴	۰	۱۸۹,۷۵۸	۱۸۹,۷۵۸	۰	۳۹,۸۴۹	۳۹,۸۴۹	۰
۰	۰	۰	۲۰۸,۷۳۴	۲۰۸,۷۳۴	۰	۲۰,۸۷۳	۲۰,۸۷۳	۰
			۱,۰۰۰,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰	۳۷۷,۶۴۴	۲۶۰,۷۲۳	۱۱۶,۹۲۲

در ادامه فرض نمایید که نرخ زودپرداخت سالانه ۵٪ باشد (جدول ۴).

جدول ٤. محاسبات اصل و بهره هر دسته با در نظر گرفتن نرخ زودپرداخت سالانه ۵٪

مانده			اصل				بهره		
جمع	B	A	P	جمع	B	A	جمع	B	A
۱,۰۰۰,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰							
۸۲۶,۸۷۳	۵۰۰,۰۰۰	۳۲۶,۸۷۳	۱۲۹,۶۰۷	۱۷۳,۱۲۷	۰	۱۷۳,۱۲۷	۱۰۰,۰۰۰	۵۰,۰۰۰	۵۰,۰۰۰
۶۵۶,۸۶۲	۵۰۰,۰۰۰	۱۵۶,۸۶۲	۱۳۵,۴۴۰	۱۷۰,۰۱۱	۰	۱۷۰,۰۱۱	۸۲,۶۸۷	۵۰,۰۰۰	۳۲,۶۸۷
۴۸۹,۵۶۱	۴۸۹,۵۶۱	۰	۱۴۱,۵۳۴	۱۶۷,۳۰۱	۱۰,۴۳۹	۱۵۶,۸۶۲	۶۵,۶۸۶	۵۰,۰۰۰	۱۵,۶۸۶
۳۲۴,۵۷۴	۳۲۴,۵۷۴	۰	۱۴۷,۹۰۴	۱۶۴,۹۸۶	۱۶۴,۹۸۶	۰	۴۸,۹۵۶	۴۸,۹۵۶	۰
۱۶۱,۵۱۴	۱۶۱,۵۱۴	۰	۱۵۴,۵۵۹	۱۶۳,۰۶۰	۱۶۳,۰۶۰	۰	۳۲,۴۵۷	۳۲,۴۵۷	۰
۰	۰	۰	۱۶۱,۵۱۴	۱۶۱,۵۱۴	۱۶۱,۵۱۴	۰	۱۶,۱۵۱	۱۶,۱۵۱	۰
			۸۷۰,۵۵۹	۱,۰۰۰,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰	۳۴۵,۹۳۸	۲۴۷,۵۶۵	۹۸,۳۷۳

محاسبات جدول‌های ۳ و۴ بر مبنای روابط و فرمول‌های تعریف شده در جدول (۲) انجام شده است.

حال که جریانات نقدی هر دسته مشخص شده‌اند؛ باید با توجه به نرخ تنزیل مناسب، ارزش فعلی هر دسته مشخص شود. نرخ تنزیل با توجه به نرخ‌های بهره شبیه‌سازی شده به‌علاوه یک اسپرد تعیین می‌شود. با فرض صفر بودن اسپرد، از نرخ‌های بهره شبیه‌سازی شده هر سال برای تنزیل جریانات نقدی هر دسته استفاده می‌نماییم. نرخ‌های بهره شبیه‌سازی شده هر سال و ارزش تئوریک هر دسته در جدول (۵) نمایش داده شده اند.

جدول ۵. ارزش تئوریک دسته‌ها در یک تعهدات وامی وثیقه‌ای با توجه به نرخ‌های بهره شبیه‌سازی شده

دوره	نرخ بهره شبیه‌سازی شده	ارزش دسته A	ارزش دسته B
۱	۰/۱۷۰	۱۹۰,۷۰۷	۴۲,۷۳۵
۲	۰/۱۶۰	۱۵۰,۶۳۸	۳۷,۱۵۸
۳	۰/۱۶۵	۱۰۹,۱۲۷	۳۸,۲۲۴
۴	۰/۱۵۰	۰	۱۲۲,۳۲۲
۵	۰/۱۵۰	۰	۹۷,۲۰۷
۶	۰/۱۴۰	۰	۸۰,۹۴۲
	ارزش کل	۴۵۰,۴۷۲	۴۱۸,۵۸۹

ارزش هر دسته در هر دوره از حاصل جمع بهره و اصل دریافتی تنزیل شده بر اساس نرخ بهره شبیه‌سازی شده به‌دست می‌آید.

ارزش دسته A و B به ترتیب برابر ۴۷۲,۴۵۰ و ۵۸۹,۴۱۸ تومان و ارزش تئوریک تعهدات وامی وثیقه‌ای برابر ۸۶۹,۰۶۱ تومان است. دلیل اینکه ارزش تئوریک تعهدات وامی وثیقه‌ای کمتر از ارزش اسمی است؛ بالا بودن نرخ تنزیل نسبت به نرخ کوپن وام‌ها (۱۰٪) است. حال سؤال اساسی که می‌توان با استفاده از برنامه‌ریزی پویا به آن پاسخ داد این است که سررسید بهینه دسته‌ها با توجه به حجم، نرخ کوپن و نرخ زودپرداخت داده شده چقدر باید باشد؟ می‌توان مدل برنامه‌ریزی پویا را برای تعیین تعداد و حجم هر دسته و همچنین منظور نمودن نرخ زودپرداخت تعمیم داد، که در قسمت نتیجه‌گیری به آن خواهیم پرداخت.

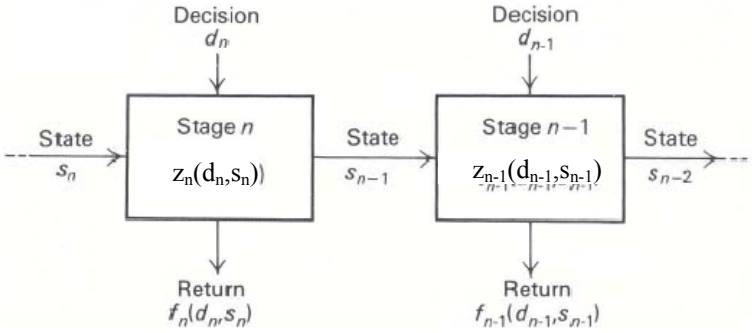
رویکرد برنامه‌ریزی پویا

برنامه‌ریزی پویا ابزاری است که ما را در تعیین استراتژی‌های بهینه با توجه به اطلاعات زمان حال و آینده و فضای تصمیمات ممکن یاری می‌دهد. تکنیک‌های برنامه‌ریزی پویا را می‌توان با توجه به ویژگی‌های گسسته و پیوسته بودن فضا، متناهی و نامتناهی بودن زمان و قطعی و تصادفی بودن تصمیمات دسته‌بندی نمود. در این مسئله از مدل برنامه‌ریزی پویای گسسته متناهی و قطعی استفاده شده است. روش حل مدل برنامه‌ریزی پویا بر اساس اصل بهینگی بلمن[1] قرار دارد. بدین معنی که برای حصول به بهینگی کلی در یک مدل خاص که از سلسله‌مراتبی از تصمیمات پیروی می‌کند؛ باید همه‌ی تصمیمات باقی مانده با توجه به (حالت ناشی از) اتخاذ تصمیم جاری به سیاست بهینه منجر شود.

۵ عنصر اساسی در برنامه‌ریزی پویا عبارتند از مرحله[2]؛ وضعیت[3]؛ تصمیم؛ عایدی[4] و تابع حرکت[5]. اغلب، مراحل به بررسی سیستم در طی زمان اشاره دارند؛ اما در حالت کلی بیانگر تقسیم‌بندی سیستم به نحوی هستند که بتوان چندین وضعیت را در آن بررسی نمود. متغیرهای وضعیت، وضعیت سیستم را توضیح می‌دهند. به‌نحوی که دربرگیرنده‌ی

1. Bellman's principle of optimality
2. stage
3. state
4. return
5. transition function

اطلاعات مورد نیاز برای تصمیم‌گیری هستند. متغیرهای تصمیم متغیرهای کنترلی هستند که مجاز به انتخاب آن‌ها هستیم. تابع حرکت، چگونگی تغییر متغیرهای وضعیت را به‌عنوان تابعی از متغیرهای تصمیم نشان می‌دهند. تابع عایدی، عایدی یا هزینه ناشی از اتخاذ تصمیم در یک وضعیت خاص را ارایه می‌کند.در نمودار (۳) فرآیند و اجزا اصلی مدل عمومی برنامه‌ریزی پویا نمایش داده شده است [۶].



نمودار ۳. فرآیند و اجزا اصلی مدل عمومی برنامه‌ریزی پویا

در نمودار بالا $f_n(d_n, s_n)$ عایدی (هزینه) یک وضعیت خاص در مرحله s_n با توجه به تصمیم مجاز d_n و $z_n(d_n, s_n)$ بیانگر تابع حرکت است. در مسئله‌ای عمومی برنامه‌ریزی پویا، هدف کمینه (بیشینه) کردن مجموع توابع عایدی در طی تمامی مراحل است. تنها قید مسئله این است که تصمیم انتخابی در هر وضعیت متعلق به d_n تصمیم مجاز باشد. بدین ترتیب با فرض اینکه در مرحله s_n با n وضعیت باقی مانده باشیم، مسئله بهینه‌سازی حل مدل زیر خواهد بود:

$$v_n(s_n) = Max\{f_n(d_n, s_n) + v_{n-1}[z_n(d_n, s_n)]\}$$

Subject to:

$$d_n \in D_n$$

معادله بالا را معادله بازگشتی[1] می‌نامیم.

1. recursive equation

در بهینه‌سازی ساختار تعهدات وامی وثیقه‌ای، هدف این است که سررسید هر دسته به روش بهینه‌ای تعیین شود. بدین ترتیب هدف، حداکثرسازی سود ناشر با تعیین طول دوره هر دسته خواهد بود. به‌عبارت دیگر تابع هدف، کمینه کردن ارزش فعلی پرداخت‌ها به دارندگان تعهدات وامی وثیقه‌ای با توجه به سررسید هر دسته است.

اجزای مدل برنامه‌ریزی پویای مسئله‌ی مورد نظر به‌صورت زیر بیان می‌شود:

تابع هدف: یافتن افق زمانی بهینه انتشار ۳ دسته به‌نحوی که هزینه انتشار تعهدات وامی وثیقه‌ای کمینه شود. بدین منظور ارزش فعلی پرداخت‌ها به دارندگان قرضه باید حداقل شود.

وضعیت‌ها: افق زمانی دسته‌ها، با توجه به اینکه ۳ دسته برای انتشار در نظر گرفته شده است و اینکه دسته‌ها حداقل باید یک‌سال از نظر سررسید با یکدیگر اختلاف داشته باشند، بدین منظور وضعیت‌های مسئله را ۸ سال در نظر گرفته‌ایم. البته می‌توان وضعیت‌ها را در دامنه ۵ تا ۱۵ سال با توجه به ویژگی‌های وام‌های تجمیع شده نیز بررسی نمود.

مراحل. تعداد دسته‌های مورد نظر n، تا سال T (۳ دسته). با عنایت به اینکه در عمل، اوراق طراحی شده به‌طور عمده در ۳ تا ۴ دسته طراحی می‌شوند و همچنین به‌دلیل حجم کم اوراق منتشره، تعداد دسته‌ها را ۳ در نظر گرفته‌ایم. البته می‌توان برای تعداد دسته‌ها قیود متناسب را در مدل وارد نمود.

تصمیم (اقدام): طول زمان یا سررسید هر دسته،j. بدین ترتیب اگر در وضعیت $t = i$ (سال آغازین دسته مورد نظر) باشیم با انتخاب وضعیت j (سال آخر دسته)، n امین دسته (i, j) را تعریف می‌کنیم و عمل j را اتخاذ می‌نماییم.

تابع حرکت: تابعی است که وضعیت حصول یافته را به هنگام انتخاب اقدام k ارایه می‌دهد. در مدل حاضر انتخاب اقدام k همانند رفتن به حالت j است. در این صورت تابع حرکت $f_k(j) = j$ خواهد بود.

عایدی (هزینه): مقادیر ارزش فعلی پرداخت‌ها در هر دسته، عایدی مسئله $r(n, t, k)$ است. با توجه به اینکه هدف کمینه کردن پرداخت‌ها است؛ بنابراین عایدی مسئله مفهوم هزینه را خواهد داشت.

در جدول (۶) اجزا مدل طراحی شده نمایش داده شده است.

اگر $f(n,t)$ حداکثر ارزش فعلی کل پرداخت‌ها برای دارندگان اوراق قرضه در سال ۱ تا t باشد؛ در این‌صورت $f(۱,t)$ برابر $r(۱,t)$ خواهد بود.

جدول ٦. اجزا مدل طراحی شده

مرحله	n	تعداد دسته باقی مانده
وضعیت		سررسید مانده برای تخصیص به مراحل باقی‌مانده
تصمیم (اقدام)		سررسید برای مرحله جاری
رویه		سررسید مرحله جاری تا آخر
عایدی		ارزش فعلی حاصل از تعیین سررسید t در مرحله nام بر اثر اقدام k
تابع حرکت		وضعیت مرحله بعدی
ارزش وضعیت		ارزش فعلی مرحله nام تا آخرین مرحله
معادله بازگشتی	$f^*(n,t) = \min_{k\in k}[r(n,t,k) + f(n-1,t)]$	

برای $n \geq ۲$ ارزش $f(n,t)$ به‌صورت برگشتی[1] توسط فرمول زیر محاسبه می‌شود [۱]:

$$f^*(n,t) = \min_{k\in K}[r(n,t,k) + f(n-1,t)]$$

برای مثال برای $n = ۲$ و $t = ۴$ مقدار $f(۱,t) + r(۴,۲)$ را برای هر $j = ۴,۵,۶,۷,۸$ محاسبه و کمترین مقدار را انتخاب می‌کنیم. با افزایش k قدرت برنامه‌ریزی پویا مشخص می‌شود. برای مثال وقتی $k = ۴$ است؛ نیازی به محاسبه هزاران ترکیب ممکن ۴ دسته نیست. به‌جای آن از ساختار بهینه $f(۳,j)$ که در مرحله قبل محاسبه شده است؛ استفاده می‌نماییم.

اجرای مدل: با عنایت به این که در تعیین نرخ سود اوراق، ملاحظات مدیریتی و مقرراتی وجود دارد، فرض بر این است که نرخ اوراق، متغیر از پیش تعریف شده باشد. همچنین با توجه به ثابت در نظر گرفتن تعداد دسته‌ها، هدف اصلی تعیین سررسید هر دسته خواهد بود. طبق برآوردهای انجام شده متوسط نرخ وام‌های خرید مسکن در حدود ۱۲ درصد و وام‌ها در سررسیدهای ۸ تا ۱۵ ساله ارایه می‌شوند. حال بر اساس داده‌های گفته شده می‌خواهیم سبد تعهدات وامی وثیقه‌ای با ۳ دسته A، B و C ایجاد نماییم.

همان‌گونه که عنوان شد،؛ نرخ کوپن دسته‌ها باید از متوسط نرخ سود (۱۲٪) سبد وام‌ها کمتر باشد. هزینه خدمات ناشر به‌طور عمده نرخی بین ۱تا ۲ درصد است. بدین ترتیب در محاسبات انجام شده نرخ کوپن دسته‌های A، B و C به‌ترتیب ۱۰، ۱۱ و ۱۲ درصد فرض

1. recursively

شده است. دلیل تعیین نرخ کوپن ۱۲ درصدی برای دسته C ریسک اعتباری دسته گفته شده است.

باید توجه نمود که نرخ‌های گفته شده در مقایسه با نرخ سود سپرده‌های بلندمدت بانکی (۱۲-۱۵٪) و اوراق مشارکت (۱۶٪) نرخ‌های جذابی برای سرمایه‌گذاران نیستند. اما دو مزیت اصلی اوراق طراحی شده، فراهم نمودن بازار دومی به‌وسیله‌ی ناشر و دریافت اصل و بهره در انتهای هر سال یا ماه (بسته به ساختار طراحی شده) است. از همه مهم‌تر اینکه در حال حاضر بانک‌های کشور با نرخ تقریبی ۳۰٪ از منابع بانک مرکزی جهت تأمین کسری منابع خود استفاده می‌نمایند. با انتشار اوراق گفته شده هرچند به نرخی پایین‌تر از نرخ تسهیلات اعطایی، در واقع بانک می‌تواند متوسط نرخ تأمین مالی خود را کاهش دهد.

مراحل اجرای شبیه‌سازی به‌صورت زیر بوده است:

۱- **شبیه‌سازی نرخ بهره:** برای شبیه‌سازی نرخ بهره از مدل کاکس، اینگرسل و راس [۲]

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dW$$

استفاده شده است. dr تغییرات در نرخ بهره از دوره‌ای به دوره دیگر، r سطح جاری نرخ بهره، σ انحراف معیار سالانه نرخ بهره، dt افق زمانی محاسبه نرخ بهره (در این مسئله ۱)، dW فرآیند تصادفی واینر[1]، a سرعت تعدیل میانگین بلندمدت نرخ بهره ،b، است.

با توجه به روند تاریخی کاهش نرخ سود سپردهای بانکی، کاهش نرخ تورم و همچنین سیاست بلندمدت دولت در کاهش نرخ‌های سود بانکی، پارامترهای مدل به‌شرح زیر تعیین شده است.

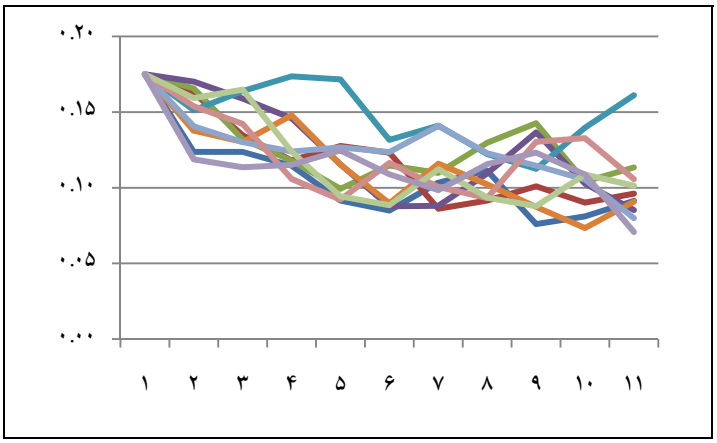
جدول ۷. پارامترهای مدل کاکس، اینگرسل و راس

پارامتر	t	a	b	σ	r
ارزش	۱	۰/۳۰	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۱۷۵

پارامترهای مدل باید با توجه به مدل‌های اقتصادسنجی تخمین زده شود. همچنین می‌توان از مدل‌های دیگر برای مدل‌سازی نرخ بهره نیز استفاده نمود که این امر مستلزم انجام پژوهش دیگری خواهد بود.

1. Wiener

برای سادگی و همچنین به‌دلیل عدم دسترسی به جریانات نقدی واقعی وام‌های انتقالی به سبد وام، محاسبات برای افق زمانی سالانه انجام شده و ۱۰۰ مسیر برای نرخ بهره شبیه‌سازی شده است، در حالی‌که در عمل باید محاسبات به‌صورت ماهانه انجام گیرد و در حدود ۱۰۰۰ مسیر نرخ بهره شبیه‌سازی شود. در نمودار (۴)، ۱۰ مسیر نرخ بهره شبیه‌سازی شده برای ۱۰ سال آتی نمایش داده شده است.



نمودار ٤. نرخ بهره‌های شبیه‌سازی شده

۲- نرخ زودپرداخت: این نرخ برای سال‌های ۱ تا ۸ (دوره برنامه‌ریزی) به‌شرح زیر تعیین شده است.

جدول ۸. نرخ زودپرداخت برای دوره ۸ ساله

۱	۲	۳	٤	٥	٦	۷	۸
۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸

همان‌گونه که در قبل نیز گفته شد، نرخ زودپرداخت نیز باید بر اساس مدل‌های رایج تخمین زده شود. اما به‌دلیل عدم دسترسی به جریانات نقدی واقعی، از نرخ‌های فرضی بالا استفاده شده است.

۳- محاسبه جریانات نقدی دسته‌ها: به‌منظور سهولت محاسبات، حجم هر دسته متغیر از پیش تعریف شده فرض شده است، بدین صورت که C =۲۰، B =۳۰ و A =۵۰. در جدول (۹) با توجه به مفروضات گفته شده جریانات نقدی متعلق به هر دسته ارایه شده است.

جدول ۹.جریانات نقدی دسته‌ها

	بهره				اصل					مانده				
	A	B	C	جمع	A	B	C	جمع	P	A	B	C	Q	جمع
دوره										۵۰	۳۰	۲۰	۱۰۰	۱۰۰
۱	۵	۳/۳۰	۲/۴۰	۸/۳۰	۱۳/۳۱	۰	۰	۱۳/۳۱	۸/۷۴	۳۶/۶۹	۳۰	۲۰	۹۱/۲۶	۸۶/۶۹
۲	۳/۶۷	۳/۳۰	۲/۴۰	۶/۹۷	۱۳/۰۲	۰	۰	۱۳/۰۲	۹/۱۴	۲۳/۶۸	۳۰	۲۰	۷۷/۵۵	۷۳/۶۸
۳	۲/۳۷	۳/۳۰	۲/۴۰	۵/۶۷	۱۴/۶۸	۰	۰	۱۴/۶۸	۹/۵۵	۹/۰۰	۳۰	۲۰	۶۴/۱۳	۵۹/۰۰
۴	۰/۹۰	۳/۳۰	۲/۴۰	۴/۲۰	۹/۰۰	۴/۶۱	۰	۱۳/۶۱	۹/۶۶	۰	۲۵/۳۹	۲۰	۴۹/۳۳	۴۵/۳۹
۵	۰	۲/۷۹	۲/۴۰	۲/۷۹	۰	۱۲/۶۳	۰	۱۲/۶۳	۹/۷۸	۰	۱۲/۷۶	۲۰	۳۵/۶۱	۳۲/۷۶
۶	۰	۱/۴۰	۲/۴۰	۱/۴۰	۰	۱۱/۷۳	۰	۱۱/۷۳	۹/۹۰	۰	۱/۰۳	۲۰	۲۲/۸۶	۲۱/۰۳
۷	۰	۰/۱۱	۲/۴۰	۰/۱۱	۰	۱/۰۳	۹/۸۶	۱۰/۹۰	۱۰/۰۲	۰	۰	۱۰/۱۴	۱۱/۰۲	۱۰/۱۴
۸	۰	۰	۱/۲۲	۰	۰	۰	۱۰/۱۴	۱۰/۱۴	۱۰/۱۴	۰	۰	۰	۰	۰

P اقساط سالانه بابت اصل وام، A جمع بهره و اصل وام و Q مانده وام بدون اعمال نرخ زودپرداخت است.

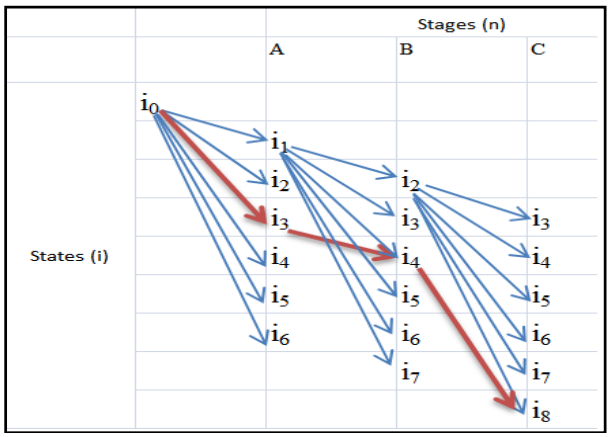
٤- ارزش فعلی جریانات نقدی هر دسته: به‌منظور تعیین ارزش فعلی جریانات نقدی هر دسته، حجم هر دسته در سررسیدهای متناسب قسط‌بندی، سپس با استفاده از نرخ‌های بهره شبیه‌سازی شده، ارزش فعلی آن‌هابه‌دست آمده است. درجدول (۱۰) ارزش فعلی پرداخت‌های هر دسته نمایش داده شده است.

جدول۱۰. ارزش فعلی پرداخت‌های هر دسته

دسته	حجم	سررسید							
		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
A	۵۰	۴۷/۹۰	۴۷/۵۵	۴۶/۵۱	۴۶/۷۱	۴۶/۸۰	۴۶/۷۰	۴۶/۳۶	۴۵/۹۴
B	۳۰	۲۹/۰۰	۲۸/۵۶	۲۸/۷۰	۲۸/۶۰	۲۸/۷۵	۲۸/۷۷	۲۸/۶۴	۲۸/۴۵
C	۲۰	۱۹/۵۱	۱۹/۲۹	۱۹/۲۴	۱۹/۴۵	۱۹/۶۱	۱۹/۶۸	۱۹/۶۵	۱۹/۵۶

۵- تعیین سررسید بهینه هر دسته. وضعیت و حالت‌های مسئله مورد بررسی در نمودار(۵) آورده شده است.

برای تعیین سررسید بهینه دسته A، بدین صورت عمل نموده‌ایم که ابتدا محاسبات اصل و بهره برای سررسید ۱ سال، سپس برای ۲ سال و همین‌طور تا ۶ سال (حداقل ۲ سال برای دو دسته باقی مانده) انجام شده است.



نمودار ۵. سررسید بهینه هر دسته

در ادامه ارزش فعلی جریانات نقدی به ازای سررسیدهای مختلف و با توجه به نرخ بهره‌های شبیه‌سازی شده به‌دست آمده است. جدول مربوط به مرحله n=۱ به‌شرح زیر است:

جدول ۱۱. تعیین سررسید برای مرحله اول

A n=۱

t	f*(۱.t)	k*(۱)
۱	۴۷/۹۰	۱
۲	۴۷/۵۵	۲
۳	۴۶/۵۱	۳
۴	۴۶/۷۱	۴
۵	۴۶/۸۰	۵
۶	۴۶/۷۰	۶

ملاحظه می‌شود که در مرحله ۱ تنها وضعیت‌های ۱ تا ۶ مجاز هستند. در مرحله ۲ با توجه به محدودیت مسئله تنها وضعیت‌های ۲ تا ۷ را خواهیم داشت. در این مرحله به ازای

سررسیدهای ۴ تا ۷ برای دسته B، سررسیدهای متفاوتی برای دسته A قابل تعریف است اما در عمل باید وضعیت بهینه که همان کمترین ارزش فعلی است، انتخاب شود.

جدول ۱۲. تعیین سررسید برای مرحله دوم

B n=۲

t	t(۲)=۲	t(۲)=۳	t(۲)=۴	t(۲)=۵	t(۲)=۶	t(۲)=۷	f*(۲,t)	k*(۲)	k*(۱)
۱	۷۶/۴۶	۷۶/۶۰	۷۶/۵۰	۷۶/۶۵	۷۶/۶۷	۷۶/۵۴	۷۶/۴۶	۲	۱
۲		۷۶/۲۵	۷۶/۱۶	۷۶/۳۰	۷۶/۳۲	۷۶/۱۹	۷۶/۱۶	۴	۲
۳			۷۵/۱۲	۷۵/۲۶	۷۵/۲۸	۷۵/۱۵	۷۵/۱۲	۴	۳
۴				۷۵/۴۶	۷۵/۴۸	۷۵/۳۵	۷۵/۳۵	۷	۴
۵					۷۵/۵۷	۷۵/۴۴	۷۵/۴۴	۷	۵
۶						۷۵/۳۴	۷۵/۳۴	۷	۶

وضعیت‌های بهینه حاصل از مرحله ۲ در ستون ابتدایی مرحله ۳ نمایش داده شده است (جدول ۱۳).

جدول ۱۳. تعیین سررسید برای مرحله سوم

C n=۳

	k*(۲)	t(۳)=۳	t(۳)=۴	t(۳)=۵	t(۳)=۶	t(۳)=۷	t(۳)=۸	f*(۳,t)	k*(۳)	k*(۲)	k*(۱)
۲	۷۶/۴۶	۹۵/۷	۹۵/۹۱	۹۶/۰۷	۹۶/۱۴	۹۶/۱۱	۹۶/۰۲	۹۵/۷۰	۴	۲	۱
۴	۷۵/۱۲			۹۴/۷۳	۹۴/۸۰	۹۴/۷۶	۹۴/۶۸	۹۴/۶۸	۸	۴	۳
۷	۷۵/۳۴						۹۴/۹۰	۹۴/۹۰	۸	۷	۶

در مرحله ۳ وضعیت‌های مجاز سررسیدهای ۳ تا ۸ برای دسته C هستند. در این مرحله سررسید بهینه ۴ و ۸ خواهند بود. در نهایت استراتژی بهینه انتخاب سررسید ۸، ۴ و ۳ به‌ترتیب برای دسته‌های C، B و A است.

مقایسه نتایج با رویکرد معمولی: در این قسمت نتایج به‌دست آمده با استفاده از مدل برنامه‌ریزی پویا با حالت معمولی که بدون استفاده از هرگونه رویکرد بهینه سازی اجرا می‌شود، مقایسه شده است. در رویکرد معمولی بدون توجه به پارامترهای قیمت‌گذاری، صرفاً یک دسته و با سررسید ۵ ساله طراحی می‌شود. برای فراهم نمودن امکان قابلیت

مقایسه همانند رویکرد برنامه‌ریزی پویا در رویکرد معمولی نیز ۳ دسته به ارزش ۵۰، ۳۰ و ۲۰ میلیارد تومان به‌ترتیب با نرخ‌های سود ۱۰، ۱۱ و ۱۲ درصد در نظر گرفته شده و پس از تعیین اقساط هر دسته، ارزش فعلی اقساط با نرخ‌های بهره شبیه‌سازی شده به‌دست آمده است. نتایج در جدول (۱۴) ارایه شده‌اند.

جدول ١٤. مقایسه نتایج مدل بهینه با وضع پیشنهادی

دسته	سررسید در ساختار پیشنهادی	هزینه	سررسید در ساختار بهینه	هزینه
A	۵	۹۵/۸۳	۳	۴۶/۵۱
B			۴	۲۸/۶۰
C			۸	۱۹/۵۶
هزینه کل		۹۵/۸۳		۹۴/۶۸

مقایسه نتایج به‌دست آمده در دو رویکرد نشان می‌دهد؛ استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی پویا به بهبود ۱/۲درصدی جواب حاصله منجر می‌شود و بدین ترتیب از نظر ریالی، سود ناشر را ۱/۲ میلیارد ریال بهبود می‌بخشد.

نتیجه‌گیری

ابزارهای جدید مالی، که به‌طور عمده مبتنی بر فرآیند تبدیل به اوراق بهادار کردن سایر دارایی‌های مالی با تغییر اندازه و کیفیت جریانات نقدی آن‌ها انجام می‌پذیرد، در چند دهه‌ی اخیر سهم قابل‌توجهی از بازارهای مالی را به خود اختصاص داده‌اند. در این میان اوراق بهادار وام ـ پایه، به‌دلیل ویژگی‌های منحصربه‌فرد خود در تأمین نیازهای سرمایه‌گذاری سرمایه‌گذاران نهادی و همچنین آزادسازی منابع بانک‌ها اهمیت بسیاری دارد.

در طراحی و انتشار این دسته از اوراق مهم‌ترین معیار تصمیم‌گیری سودآور بودن اوراق بهادار طراحی شده برای ناشر است. بدیهی است که ابزار اصلی بیشینه‌سازی سود یا کمینه نمودن هزینه، استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی خواهد بود. پیچیدگی فرآیند طراحی و انتشار اوراق وام ـ پایه مستلزم استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی چندمرحله‌ای است. تکنیک برنامه‌ریزی پویا از قوی‌ترین ابزارهای بهینه‌سازی چندمرحله‌ای است که می‌تواند در این زمینه استفاده شود. در این مقاله با استفاده از تکنیک گفته شده اقدام به بهینه‌سازی فرآیند انتشار اوراق بهادار وام ـ پایه نمودیم.

برای این منظور اوراق را در ۳ دسته و در طی یک دوره زمانی ۸ سال مورد بررسی قرار دادیم. نتایج به‌کارگیری مدل برنامه‌ریزی پویا در مورد سررسید دسته‌ها نشان داد که به‌جای انتخاب تنها یک سررسید، باید برای هر دسته سررسید بهینه آن را تعیین نمود.

پیشنهاد برای پژوهش‌های آتی

رویکرد فوق بر اساس تنها یک مدل زودپرداخت و فرض نکول صفر، مدل‌سازی شده است. اگر چنانچه چندین سناریو برای زودپرداخت و وارد نمودن نرخ‌های نکول با احتمالات معین وجود داشته باشد و همچنین حجم و تعداد دسته‌ها متغیر باشد ودر نهایت اگر افق زمانی و اندازه هر دسته در فضای پیوسته بررسی شود، در آن‌صورت مدل واقعی‌تری را خواهیم داشت و باید از رویکرد مدل برنامه‌ریزی پویای تصادفی پیوسته استفاده شود. همچنین می‌توان از مدل‌های دیگر برای مدل‌سازی نرخ بهره، نرخ زود یا دیرپرداخت استفاده نمود.

منابع

1. Cornuejols G, Tütüncü R (2005). Optimization Methods in Finance. Carnegie Mellon University, Pittsburgh.
2. Cox C, J. E Ingersoll, S. A Ross (1985). "A theory of the term structure of interest rate", Econometrica, Vol. 53:385-407.
3. Fabozzi F. J (2000). The Handbook of Mortgage-Backed Securities, New York, NY: McGraw-Hill.
4. Fabozzi Frank J, Chuck Ramsey (1999). Collateralized Mortgage Obligations: Structure and Analysis. 3rd edition. Frank J. Fabozzi Associates, New Hope, Pennsylvania.
5. Joachim Zietz (2004). Dynamic Programming: An Introduction by Example, Middle Tennessee State University, Murfreesboro, TN, Department Of Economics and Finance Working Paper Series.
6. Kall P, Wallace S W (1994). Stochastic Programming, John Wiley & Sons.
7. Kourosh Marjani Rasmussen, Jens Clausen (2006). "Mortgage loan portfolio optimization using multi-stage stochastic programming", Journal of Economic Dynamics & Control.
8. Vasicek O (1977). "An Equilibrium Characterization of the term structure". Journal of Financial Economics, Vol. 5: 177-188.