تحقیقات مالی
دوره ۱۲، شماره ۳۰
پاییز و زمستان ۱۳۸۹
صص ۳۵ تا ۵۶

دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری سهام بر اساس مدل‌های چند متغیره GARCH : شواهدی از بورس اوراق بهادار تهران

حسن حیدری[۱]، احمد ملا بهرامی[۲]

چکیده: در این مقاله، به‌منظور بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری متشکل از سهام صنایع منتخب فرآورده‌های نفتی، خودرو و ساخت قطعات، ماشین‌آلات برقی، استخراج کانی‌های فلزی عضو سازمان بورس اوراق بهادار تهران، ابتدا ماتریس کوواریانس شرطی زمان ـ متغیر بر اساس مدل‌های چند متغیره‌ی ناهمسان واریانس Diagonal-Vech (۱ ,۱)، CCC (۱ ,۱) و Diagonal-BEKK (۱ ,۱) تخمین زده شده است، سپس بهینه‌سازی سبد با رویکرد حداقل‌سازی ریسک سبد سرمایه‌گذاری سهام بر اساس تئوری پورتفوی مارکوویتز انجام شده و وزن‌های بهینه‌ی صنایع چهارگانه‌ی منتخب در طی زمان مشخص شده‌اند. نتایج بهینه‌سازی بیانگر آن است که طی هر سه مدل گفته شده، وزن بیشتر در سبد سرمایه‌گذاری، به صنایعی اختصاص داده شده است که نوسانات کمتری در بازدهی سهام آن صنایع وجود داشته است. همچنین وزن بهینه در طول زمان، برای صنایعی که نوسانات بازدهی‌شان افزایش داشته است، در حال کاهش بوده و برعکس در صورت کاهش نوسانات در بازدهی و در طی زمان، سهم بهینه از سبد افزایش یافته است.

واژه‌های کلیدی: تئوری سبد سرمایه‌گذاری مارکوویتز، ماتریس کوواریانس زمان ـ متغیر، وزن بهینه از سبد سرمایه‌گذاری، مدل‌های چند متغیره GARCH

۱. استادیار دانشکده اقتصاد و مدیریت دانشگاه ارومیه، ایران
۲. دانشجوی تحصیلات تکمیلی دانشکده اقتصاد و مدیریت دانشگاه ارومیه، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۳/۵
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۸۹/۶/۹
نویسنده مسئول مقاله: حسن حیدری
Email: H.heidari@urmia.ac.ir

مقدمه

ریسک سرمایه‌گذاری یکی از مهم‌ترین مسایلی که سرمایه‌گذار در بورس با آن مواجه است. به‌طور عموم سرمایه‌گذار به‌دنبال تحمل ریسک کمتر و نگهداری سهامی است که بازدهی بالا و ریسک پایینی دارند. از طرفی دیگر، نتایج بسیاری از مطالعه‌های سنتی انجام گرفته، نشان‌دهنده‌ی وجود رابطه مثبت بین ریسک و بازدهی است [۱]. از این‌رو یکی از مهم‌ترین چالش‌های موجود در تشکیل سبد سهام، تعیین نسبت یا وزن بهینه‌ای از سهام موجود، در سبد سهام برای کاهش ریسک است. گفتنی است، مطالعه‌های انجام شده در حوزه‌ی رفتار مالی، نشان می‌دهد که برخلاف نظریه‌های سنتی، شخص سرمایه‌گذار ممکن است تصمیم‌هایی اتخاذ کند که از لحاظ اقتصادی توجیهی نداشته باشد. بر اساس نظریه‌ی رفتار مالی، سرمایه‌گذار اولویت‌هایی دارد که باعث می‌شود ریسک‌گریز نباشد، بلکه زیان‌گریز باشد و بنابراین حاضر به تحمل ریسک بالا باشد. همچنین فرد ممکن است، تحت‌تأثیر اجتماع یا افراد، در تضاد با نظریه‌های سنتی، تصمیم‌هایی اتخاذ کند [۲۰]. با قبول نظریه سنتی، سرمایه‌گذاری و فرض اساسی ریسک‌گریزی شخص، چالش تشکیل سبد بهینه‌ی سهام را می‌توان حل کرد. مارکویتز [۲۷] در سال ۱۹۵۲ با اشاره به این نکته که با تشکیل یک سبد در سطح معینی از ریسک، می‌توان بازدهی بیشتری را به‌دست آورد یا برعکس در سطح معینی از بازدهی، ریسک کمتری را متحمل شد، چالش گفته شده را حل کرد. مارکوویتز برای به‌دست آوردن وزن بهینه‌ی سرمایه‌گذاری‌های موجود در سبد (که شرط حداکثر بازدهی در سطح مشخصی از ریسک و یا حداقل ریسک را در سطح معینی از بازدهی برای سبد سرمایه‌گذاری مورد نظر شخص سرمایه‌گذار برآورده می‌سازد) مسئله‌ی بهینه‌سازی مقیدی را طراحی و حل کرد، که به‌وسیله‌ی آن، می‌توانیم بردار وزن بهینه‌ی سرمایه‌گذاری‌های موجود در سبد را به‌دست آوریم. درواقع مارکوویتز مقدار تخصیص بهینه‌ی ثروت یک شخص سرمایه‌گذار به سرمایه‌گذاری‌های مختلفی که مایل به نگهداری آن‌هاست را از طریق حداکثرسازی بازدهی، در سطح ثابتی از ریسک یا حداقل‌سازی ریسک سبد، در سطح معینی از بازدهی را تعیین کرد. مهم‌ترین ایده مارکوویتز به‌کارگیری انحراف معیار بازدهی سبد سرمایه‌گذاری به‌عنوان معیاری برای ریسک بود. بنابراین، به‌منظور استفاده از نظریه مارکوویتز لازم است ابتدا انحراف معیار سبد سرمایه‌گذاری محاسبه شود که این کار مستلزم تخمین ماتریس کوواریانس شرطی

برای سرمایه‌گذاری‌های موجود در سبد است. در ادبیات اقتصادسنجی به‌منظور تخمین ماتریس کوواریانس شرطی، مدل‌های چند متغیره‌ی تعمیم یافته‌ی خودرگرسیونی شرطی ناهمسان واریانس(MGARCH)[1] به‌کارگرفته می‌شوند [۱۴]. از مهم‌ترین ویژگی این مدل‌ها، تخمین ماتریس کوواریانس شرطی زمان ـ متغیر[2] است. همچنین از مهم‌ترین نتایجی که مدل‌های MGARCH به‌دنبال دارد، این است که با در دست داشتن ماتریس کوواریانس شرطی در طول زمان، می‌توان مسئله‌ی بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را در هر لحظه از زمان به‌کار گرفت [۸][۱۵][۲۸][۲۳][۲۶].

در واقع در هر لحظه از زمان می‌توان با در دست داشتن ماتریس کوواریانس شرطی و بازدهی مورد انتظار سرمایه‌گذاری‌های موجود در سبد، وزن بهینه‌ی سرمایه‌گذاری‌های موجود در سبد را تعیین کرد [۲۲][۲۴]. اصولاً در صورتی‌که ماتریس کوواریانس شرطی در طول زمان تغییر کند، دیگر نیازی به تخمین وزن‌های بهینه ثابت نبوده و باید در پی یافتن وزن‌های بهینه‌ی زمان ـ متغیر بود [۲۹].

تا کنون به‌منظور بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری سهام در مطالعه‌های داخلی مدل‌های MGARCH به‌کارگرفته نشده‌اند. سهم پژوهشگران در این مقاله به‌کارگیری مدل‌های MGARCH به‌منظور بهینه‌سازی سبد بر اساس نظریه‌ی مارکوویتز برای اولین بار در کشور است. بر همین اساس در این مطالعه برای صنایع منتخب ماشین‌آلات برقی، استخراج کانی‌های فلزی، خودرو و ساخت قطعات و فرآورده‌های نفتی، عضو بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل‌های چند متغیره‌ی ناهمسان واریانس (۱, ۱) Diagonal-Vech، (۱, ۱)CCC و (۱, ۱)Diagonal-BEKK ماتریس کوواریانس شرطی در طول زمان تخمین‌زده می‌شود. سپس با فرض وجود سبد متشکل از این صنایع و به‌کارگیری مسئله‌ی بهینه‌سازی مارکوویتز، وزن بهینۀ آن‌ها در طول زمان تخمین زده می‌شود. نتایج بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری متشکل از سهام چهار صنعت، نشان می‌دهد که صنایع ماشین‌آلات برقی و خودرو و ساخت قطعات به‌طور متوسط وزن‌های بیشتری از سبد را به خود اختصاص می‌دهند که این به علت نا اطمینانی پایین در بازدهی سهام این صنایع نسبت به دو صنعت انتخابی دیگر است. نتایج همچنین گویای این مسئله است که وزن بهینه‌ی یک

1. Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasiticity (MGARCH)
2. time varying

صنعت در سبد سرمایه‌گذاری در دوره‌هایی که نوسانات بازدهی سهام آن‌ها شدید بوده؛ افت چشمگیری کرده است و بر عکس برای صنایعی که در طول زمان ثبات بالا و نااطمینانی پایینی در بازدهی سهام‌شان وجود داشته است، افزایش چشمگیری در وزن بهینه‌ی آن‌ها در سبد دیده می‌شود.

ساختار مقاله‌ی حاضر به این ترتیب است که ابتدا در بخش دوم به پیشینه‌ی مطالعه‌های تجربی در این زمینه پرداخته شده است. سپس در بخش سوم مبانی نظری پژوهش تبیین شده است. بخش چهارم به سؤال‌های پژوهش و بخش پنجم به روش پژوهش اختصاص یافته است. در ادامه در بخش ششم به تشریح داده‌های مورد استفاده در مقاله و در بخش هفتم به تخمین مدل‌ها و بیان یافته‌های پژوهش پرداخته شده است. در نهایت بخش هشتم به نتیجه‌گیری وارایه پیشنهاد برای مطالعه‌های آتی اختصاص یافته است.

پیشینه‌ی مطالعه‌های تجربی

مطالعه‌های تجربی انجام شده در زمینه انتخاب سبد بهینه سرمایه‌گذاری را می‌توان به دو گروه داخلی و خارجی تقسیم کرد:

مطالعه‌های خارجی

لدیوت و دیگران [۲۶] یک مدل GARCH چند متغیره‌ی انعطاف‌پذیر را معرفی کرده‌اند. آن‌ها مدل پیشنهادی را به‌منظور تخمین ماتریس کوواریانس شرطی برای بهینه‌سازی سبد دارایی متشکل از بازارهای سهام بین‌الملل به‌کارگرفته و نتایج آن مدل را با مدل‌های BEKK و CCC مقایسه کرده‌اند.

تانسوچات و دیگران [۲۹] در مقاله‌ای مدل‌های CCC، BEKK و DCC را برای تخمین وزن‌های بهینه‌ی سبد سرمایه‌گذاری متشکل از دو بازار نفتی برنت و تگزاس به‌کارگرفته‌اند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد؛ بر اساس هر سه مدل سهم بیشتر از سبد به بازار نفتی تگزاس اختصاص می‌یابد.

مطالعه‌های داخلی

در داخل کشور مطالعه‌های متفاوتی در زمینه انتخاب سبد سرمایه‌گذاری انجام شده است. خالوزاده و امیری [۳] با استفاده از الگوریتم ژنتیک و با تکیه بر معیار ارزش در معرض خطر، به‌عنوان معیار ریسک سبد، شبیه‌سازی برای سبد سهامی متشکل از ۱۲ شرکت

مختلف در بازار بورس اوراق بهادار تهران انجام داده‌اند. نتایج آن‌ها بیانگر کارایی مدل پیشنهادی در تعیین وزن بهینه سبد سرمایه‌گذاری سهام بوده است. خلیلی عراقی [۴] در مطالعه‌ای با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی، مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را مطالعه کرده است. وی با استفاده از معیار نقدشوندگی سهام شرکت، چند شرکت را انتخاب و سپس به تعیین سبد بهینه پرداخته است. نتایج وی بیانگر آن است که بین ریسک و بازدهی سبد تا حد زیادی توازن برقرار است. چهار سوقی و دیگران [۲] مدلی برای انتخاب سبد سهام در بازار بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش رتبه‌بندی و تصمیم‌گیری چند معیاری ارایه کرده‌اند. نتایج آن‌ها بیانگر آن است که رتبه‌بندی صنایع، سپس انتخاب سبد بهینه‌ی سهام با راهبردهای سرمایه‌گذاری مختلف می‌تواند متفاوت باشد و بنابراین در تعیین صنایع برتر و انتخاب سبد سرمایه‌گذاری باید دقت بیشتری کرد. مدرس و محمدی استخری [۶] نیز به‌منظور انتخاب سبد سهام، الگوریتم ژنتیک را به کار گرفته‌اند. آن‌ها ۴۰ سهم از بین جامعه‌ی آماری شرکت‌های پذیرفته شده در بورس انتخاب و پس از طراحی الگوریتم لازم، مقایسه‌ای بین نتایج الگوریتم ژنتیک با مدل مارکوویتز و انتخاب تصادفی انجام داده‌اند. نتایج آن‌ها بیانگر آن است که بازدهی سبد انتخابی سهام بر اساس الگوریتم ژنتیک بیشتر از مدل‌های رقیب است. جلیلیان و دیگران [۱] این فرضیه را که با داشتن اطمینانی خاص می‌توان ریسک را برآورد کرد و به تعداد سرمایه‌گذاری‌های لازم جهت دستیابی به ریسک بهینه دست یافت، آزمون کرده‌اند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که دستیابی به سبد بهینه امکان‌پذیر است. راعی و علی بیگی [۵] با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات به بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری پرداخته‌اند. آن‌ها مرز کارایی سرمایه‌گذاری را برای ۲۰ سهم پذیرفته شده در بازار بورس اوراق بهادار تهران تخمین زده‌اند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان می‌دهد؛ روش پیشنهادی در بهینه‌سازی پورتفوی بهینه‌ی سهام روشی کارا است.

ادبیات و چارچوب نظری

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری

پیشگام نظریه‌های نوین انتخاب سبد سهام هری مارکوویتز(۱۹۵۲) است. وی با این فرضیه‌هاکه شخص سرمایه‌گذار ریسک‌گریز و به‌دنبال تحمل ریسک کمتر و حداکثر

نمودن بازدهی مورد انتظارش است، نظریه خود را بنیان نهاد. مهم‌ترین نظر وی در نظر گرفتن انحراف معیار بازدهی سبد به‌عنوان معیاری برای سنجش ریسک سبد بود. بر اساس نظریه‌ی مارکوویتز در صورتی‌که شخصی N دارایی را نگهداری کند که $r_{i,t}$ و ${\sigma_{i,t}}^2$ به‌ترتیب بیانگر بازدهی مورد انتظار و واریانس بازدهی مورد انتظار i امین سرمایه‌گذاری در لحظه t باشند و همچنین $\rho_{ij,t}$ برابر ضریب همبستگی بین i امین و j امین سرمایه‌گذاری در لحظه t باشد، بازدهی مورد انتظار و واریانس سبد سرمایه‌گذاری به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$r_{p,t} = \sum_{i=1}^{N} r_{i,t} X_{i,t} \tag{1}$$

$$\sigma_{p,t}^2 = \sum_{i=1}^{N} X_{i,t}^2 \sigma_{i,t}^2 + \sum_{i \neq j} \sum 2 X_{i,t} X_{j,t} \sigma_{i,t} \sigma_{j,t} \rho_{ij,t} \tag{2}$$

در این‌صورت بر اساس نظریه پورتفوی مارکوویتز بهینه‌سازی سبد دارایی با دو رویکرد حداقل‌سازی ریسک در سطح معینی از بازدهی مورد انتظار و همچنین حداکثرسازی بازدهی مورد انتظار در سطح ثابتی از ریسک به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

الف) رویکرد حداقل سازی ریسک سبد

$$Min \quad \sigma_{p,t}^2 \tag{3}$$

s.t :

$$\sum_{i=1}^{N} r_{i,t} X_{i,t} = \bar{r}_{p,t} \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{N} X_{i,t} = 1 \qquad X_{i,t} \geq 0 \qquad i = 1,2,\ldots, N \tag{5}$$

ب) رویکرد حداکثرسازی بازدهی مورد انتظار سبد

$$Max \quad r_{p,t} \tag{6}$$

s.t :

$$\sigma_{p,t}^2 = \bar{\sigma}_{p,t}^2 \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{N} X_{i,t} = 1 \qquad X_{i,t} \geq 0 \qquad i = 1,2,..., N \tag{۸}$$

دو مسئله‌ی بهینه‌سازی مطرح شده از نوع مسایل برنامه‌ریزی غیرخطی با قیود نامساوی هستند. آنچه در این مطالعه مورد نظر است؛ حل مسئله‌ی اول است.

مدل‌های چند متغیره GARCH

مدل‌سازی نااطمینانی در سری‌های زمانی مالی در قالب مدل‌های خود رگرسیونی شرطی ناهمسان واریانس [۱] (ARCH) با کار انگل [۱۸] مورد توجه قرار گرفت. به‌دنبال آن مدل‌های ARCH متعددی مورد توجه قرار گرفتند که بیشترشان مدل‌های ARCH تک متغیره بودند. سپس تعمیم آن به مدل‌های [۲] GARCH و MGARCH مورد توجه قرار گرفت. یکی از مهم‌ترین کاربردهای مدل‌های MGARCH تخمین ماتریس کوواریانس شرطی است که در مدیریت ریسک و انتخاب سبد سرمایه‌گذاری و بررسی مدل‌های قیمت سهام اهمیت زیادی دارد. در تصریح یک مدل MGARCH لازم است که نخست مدل آنقدر انعطاف‌پذیر باشد که بتواند پویایی ماتریس کوواریانس شرطی را نشان دهد. در ثانی از آنجایی که تعداد پارامترهای یک مدل MGARCH با افزایش بعد مدل خیلی سریع افزایش می‌یابد، بنابراین تصریح مدل باید شرط به صرفه بودن را برآورده سازد. البته باید توجه داشت که برقراری شرط به صرفه بودن اغلب با تصریح غلط مدل همراه خواهد بود. همچنین باید توجه داشت که از شرایط دیگر تصریح یک مدل MGARCH آن است که ماتریس کوواریانس شرطی باید معین مثبت باشد. اگرچه تلفیق این ویژگی‌ها در قالب یک مدل MGARCH کار مشکلی است ولی از طریق اعمال چند شرط می‌توان آن‌ها را برآورده ساخت. انواع مختلفی از مدل‌های MGARCH در ادبیات موضوع مورد استفاده قرار گرفته است. اولین نوع مدل‌های چند متغیره‌ی GARCH، مدل Vech(q,p) است که توسط بولرسلیو، انگل و ولدریج [۱۳] معرفی شده است. این مدل به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$r_{i,t} = \mu_i + x_{i,t} \qquad , \qquad i = 1,2,..., N \tag{۹}$$

---

1. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH)
2. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)

$$E(x_{i,t})=0 \qquad , \qquad \forall i=1,2,...,N \tag{۱۰}$$

که در آن بازدهی سرمایه‌گذاری i ام در زمان t برابر $r_{i,t}$ است. با استفاده از جبر ماتریس می‌توان نوشت:

$$r_t=\mu+x_t \tag{۱۱}$$

$$Vech(H_t)=c+\sum_{j=1}^{q}A_j vech(x_{t-j}x'_{t-j})+\sum_{j=1}^{p}B_j vech(H_{t-j}) \tag{۱۲}$$

که در آن x_t بردار باقی‌مانده‌های مدل است. همچنین Vech(·) عملگری است که ستون‌های بخش پایین مثلثی یک ماتریس دلخواه را ردیف می‌کند و C یک بردار $\frac{N(N+1)}{2}\times 1$ و A_j و B_j ماتریس‌هایی $\frac{N(N+1)}{2}\times\frac{N(N+1)}{2}$ از پارامترهای مدل هستند. اگر ε_t باقی‌مانده استاندارد مدل لحاظ شود، آنگاه می‌توان نوشت:

$$x_t=H_t^{\frac{1}{2}}\varepsilon_t \ , \ E(\varepsilon_t\varepsilon'_t)=1 \ , \ E(\varepsilon_t)=0 \tag{۱۳}$$

برای تخمین مدل بالا تابع لگاریتم راستنمایی با فرض نرمال بودن توزیع x_t به‌صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$\sum_{t=1}^{T}l_t(\theta)=c-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\ln\left|H_t\right|-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}x'_tH_t^{\frac{1}{2}}x_t \tag{۱۴}$$

مدل گفته شده مشکلاتی دارد: نخست حتی در صورت کوچک بودن بعد مدل، یعنی N، تعداد پارامترهایی که باید تخمین زده شوند، خیلی زیاد است. در ثانی فقط شرط کافی برای مثبت و مشخص بودن ماتریس کوواریانس شرطی H_t برقرار است و شرط لازم وجود ندارد. بنابراین، تخمین همگی پارامترها امکان‌پذیر نخواهد بود. برای رفع این مشکل فرض شده است که در رابطه (۱۲) ماتریس‌های A_j و B_j ماتریس‌هایی قطری هستند. در این حالت رسیدن به یک ماتریس کوواریانس مشخص و مثبت امکان‌پذیر خواهد بود [۱۱]. مدل به‌دست آمده از فرض بالا Diagonal –Vech (q , p) نامیده می‌شود. تخمین این مدل ساده‌تر به نظر می‌رسد؛ زیرا تعداد پارامترهای تخمینی $\frac{(p+q+۱)N(N+۱)}{۲}$ است.

کلاس دیگری از مدل Vech توسط بولرسلیو [۱۲] در سال ۱۹۹۰ معرفی شد که فرض کرده بود ماتریس همبستگی شرطی مستقل از زمان است و در طول زمان ثابت می‌ماند که به مدل همبستگی شرطی ثابت[1] (CCC) معروف است.

در سال ۱۹۹۱ کلاس دیگری از مدل Vech(q,p) توسط بابا، انگل، کرونر و کرافت[۷] معرفی شد که به مدل Diagonal –BEKK مشهور شد. این مدل این ویژگی جالب را دارد که با اعمال چند محدودیت، ماتریس کوواریانس شرطی مثبت و مشخص می‌شود [۱۹].

این مقاله ماتریس کوواریانس شرطی را در قالب مدل‌های (۱, ۱) Vech برای کلاس‌های (۱, ۱)Diagonal –Vech و (۱,۱) Diagonal –BEKK و (۱, ۱) CCC تخمین می‌زند.[2]

سؤال‌های پژوهش

بر اساس نظریه بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری مارکوویتز سؤال‌های پژوهش عبارتند از:

۱- سهم بهینه صنایع منتخب در این پژوهش از سبد سرمایه‌گذاری چه اندازه است؟

۲- سهم بیشتر از سبد به چه صنایعی و با چه ویژگی‌هایی اختصاص می‌یابد؟

۳- در طی زمان سهم بهینه صنایع منتخب از سبد سرمایه‌گذاری چگونه تغییر می‌کند؟

روش انجام پژوهش

بر اساس آنچه در قبل آورده شده، مدل‌های (۱, ۱) Diagonal-Vech، (۱, ۱) CCC و (۱, ۱)Diagonal-BEKK برای تخمین ماتریس کوواریانس شرطی در طول زمان به‌کار گرفته خواهند شد. ابتدا به‌منظور تصریح معادلات میانگین، وقفه بهینه را برای مدل‌های AR مربوط به داده‌های مورد استفاده در این مقاله پیدا می‌کنیم. وقفه بهینه AR بر اساس توابع خود همبستگی[3] و توابع خود همبستگی جزئی[4] و همچنین معیار آکائیک[5] برای همگی چهار سری زمانی مورد استفاده، یعنی لگاریتم بازدهی قیمت سهام صنایع چهارگانه

1. Constant Conditional Correlation (CCC)

۲. برای آشنایی بیشتر با این مدل‌ها، خواننده می‌تواند به مراجع [۷][۱۴][۲۷] که در بخش منابع پژوهش بیان شده‌اند، مراجعه کند.

3. Autocorrelation Functions (ACF)

4. Partial Autocorrelation Functions (PACF)

5. Akaike Information Criterion (AIC)

منتخب معرفی شده یک است. پس از تصریح معادلات میانگین مدل‌های چند متغیره گفته شده با استفاده از نرم‌افزار Eviews 6 تخمین زده می‌شوند.

حال با استفاده از ماتریس کوواریانس زمان- متغیر تخمین زده شده توسط مدل‌های Diagonal-Vech (۱ ,۱)، CCC (۱ ,۱) و Diagonal-BEKK(۱ ,۱) و بـا بـه‌کـارگیری بهینه‌سازی مارکوویتز، سهم بهینه‌ی صنایع چهارگانه‌ی مورد مطالعه در این مقاله در سبد سرمایه‌گذاری، شامل سهام این چهار صنعت در طول زمان با استفاده از روش حداکثر راستنمایی تخمین زده می‌شود.[۱]

جامعه‌ی آماری و قلمرو پژوهش

داده‌های مورد استفاده در این پژوهش داده‌های روزانه‌ی لگاریتم بازدهی سهام چهار صنعت ماشین‌آلات برقی، استخراج کانی‌های فلزی، خودرو و ساخت قطعات و فرآورده‌های نفتی، عضو بازار بورس اوراق بهادار تهران در بازه‌ی زمانی ۱۳۸۷/۷/۲ تا ۱۳۸۹/۷/۴ هستند[۲]. حجم نمونه‌ی مورد بررسی ۵۰۰ است. به‌منظور محاسبه‌ی بازدهی قیمت سهام این چهار صنعت به این ترتیب عمل شده است که اگرقیمت i امین سرمایه‌گذاری را در لحظه t با $P_{i,t}$ نمایش دهیم، می‌توان لگاریتم بازدهی آن سرمایه‌گذاری را در لحظه t به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$r_{i,t} = \log(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}) \qquad (۱۵)$$

در جدول شماره ۱ آماره‌های توصیفی لگاریتم بازدهی قیمت سهام این چهار صنعت آمده است. همچنین نمودارهای ۱، ۲، ۳ و ۴ روند زمانی بازدهی قیمت سهام صنایع چهارگانه‌ی مورد بررسی را نشان می‌دهند.

جدول شماره ۱ بیانگر وجود ویژگی‌های متفاوت آماری در داده‌های مورد استفاده در پژوهش است. به‌عنوان مثال صنایع ۱ و۳ میانگین بازدهی بالاتر و واریانس بازدهی پایین‌تری نسبت به صنایع ۲ و ۴ دارند. چولگی در سری زمانی بازدهی صنایع ۱و۳ پایین بوده و برای صنعت ۲ چولگی منفی و برای صنعت ۴ مثبت است. همچنین کشیدگی توزیع

---

۱. سهم بهینه‌ی صنایع منتخب در این مقاله با استفاده از برنامه نوشته شده در محیط نرم‌افزار MATLAB تخمین زده شده است.

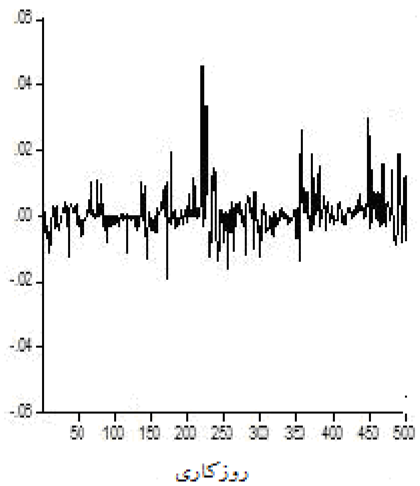
۲. از این پس در کل پژوهش به‌منظور راحتی صنایع نام‌برده را به‌ترتیب صنعت ۱، ۲ ، ۳ و ۴ می‌نامیم.

سری زمانی بـازدهی صـنایع ۱ و ۳ کمتـر از دو صـنعت دیگـر اسـت. از لحـاظ آمـاره‌هـای توصیفی صنایع ۱ و۳ نزدیک‌تر و مشابه‌ترند. همچنین آماره جارک ـ برا نشان می‌دهد؛ برای هر چهار صنعت، فرض نرمال بودن سری زمانی بـازدهی در سـطح معنـاداری ۱ درصـد، رد می‌شود.

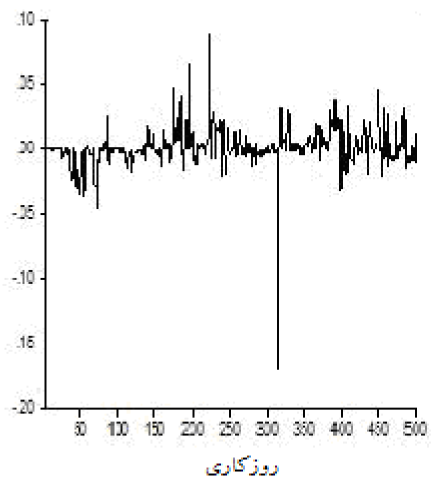
جدول ۱. آماره‌های توصیفی داده‌های لگاریتم بازدهی روزانه صنایع چهارگانه

	Jarqe-Bera	کشیدگی	چولگی	انحراف معیار	میانگین
صنعت ۱	۷۸۰۶/۷۹۱	۲۲/۳۷۴۵	۰/۱۶۲۱۱	۰/۰۰۶۵۵۶	۰/۰۰۰۶۲۵
صنعت ۲	۲۱۶۱۴/۸۱	۳۴/۹۹۹	−۱/۹۷۶۷	۰/۰۱۵۴۵	۰/۰۰۰۴۹۸
صنعت ۳	۲۲/۲۹۶	۴/۰۲۸۸	۰/۱۰۸۹	۰/۰۱۰۲۸	۰/۰۰۱۶۹۹
صنعت ۴	۲۳۰۰۲/۱۵	۳۵/۹۸۹۷	۲/۱۲۱۰	۰/۰۱۷۸۰	۰/۰۰۰۲۳۲

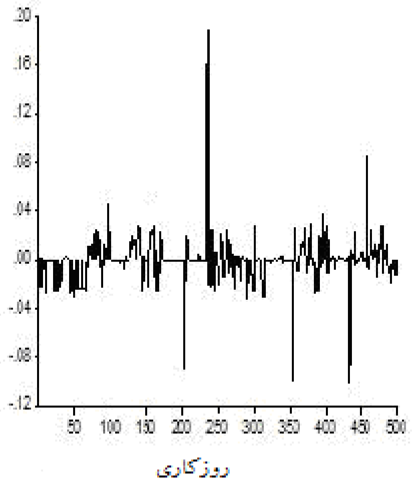
منبع: محاسبه‌های پژوهشگران



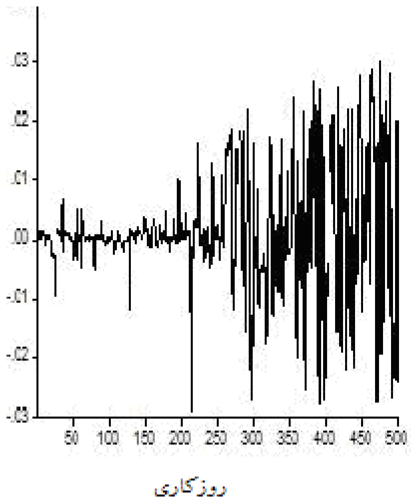
نمودار ۱. روند زمانی لگاریتم بازدهی روزانه سهام صنعت ۱



نمودار ۲. روند زمانی لگاریتم بازدهی روزانه سهام صنعت ۲



نمودار ٤. روند زمانی لگاریتم بازدهی روزانه سهام صنعت ٤



نمودار ٣. روند زمانی لگاریتم بازدهی روزانه سهام صنعت٣

تخمین مدل‌ها و یافته‌های پژوهش

جدول‌های شماره ۲، ۳ و ۴، به‌ترتیب نتایج تخمین مدل‌های (١ ,١)CCC، (١ ,١) Diagonal-BEKK و (١ ,١)Diagonal-Vech را نشان می‌دهند.

مدل (١ ,١) Diagonal-BEKK که در جدول ۲ تخمین زده شده است، به‌شکل ماتریسی، به‌صورت زیر تصریح می‌شود:

$$H_t = CC' + A'x_{t-1}x'_{t-1}A + B'H_{t-1}B \qquad (۱۶)$$

که در آن $G = CC'$ است و ماتریس C یک ماتریس پایین مثلثی و ماتریس‌های A, B ماتریس‌هایی قطری هستند.

جدول ۲ . تخمین پارامترهای مدل (۱,۱) Diagonal – BEKK

صنعت ۱	صنعت ۲	صنعت ۳	صنعت ٤
		$\widehat{G}$	
4/56E-06			
2/21E-06	0/000132		
6/27E-08	3/75E-06	1/02E-07	
1/54E-08	1/92E-05	8/43E-08	4/35E-06
		$\widehat{a}_{ii}$	
0/15935	0/50715	0/1324	0/00357
		$\widehat{b}_{ii}$	
0/9279	0/3302	0/9945	0/9931

منبع: محاسبه‌های پژوهشگران

همچنین صورت ماتریسی مدل CCC(1,1) تخمین زده شده در جدول ۳ به‌صورت زیر تصریح می‌شود:

$$H_t = D_t P D_t \tag{۱۷}$$

$$D_t = diag(h_{11,t}^{\frac{1}{2}}, h_{22,t}^{\frac{1}{2}}, ..., h_{NN,t}^{\frac{1}{2}}) \quad P = [\rho_{ij}]_{i,j=1,2,...,N} \tag{۱۸}$$

که در آن P ماتریس همبستگی است.

جدول۳. تخمین پارامترهای مدل CCC(1,1)

صنعت ۱	صنعت ۲	صنعت ۳	صنعت ٤
		$\widehat{c}_{ii}$	
5/29E-06	0/000153	9/09E-08	5/02E-07
		$\widehat{a}_{ii}$	
0/29358	0/22497	0/01698	-0/01568
		$\widehat{b}_{ii}$	
0/8417	0/08357	0/98991	1/0178
		$\widehat{\rho}_{ij}$	
1			
0/5244	1		
0/0359	0/1238	1	
-/0124	0/1439	0/07197	1

منبع: محاسبه‌های پژوهشگران

شـکل ماتریسـی مـدل (۱,۱) Diagonal-Vech تخمـین زده شـده در جـدول ۴ نیـز به‌صورت زیر تصریح می‌شود.

$$H_t = C + A(x_{t-1}x'_{t-1}) + BH_{t-1} \tag{۱۹}$$

که در آن ماتریس‌های A, B, C متقارن هستند.

جدول ٤ . تخمین پارامترهای مدل (۱,۱) Diagonal-Vech

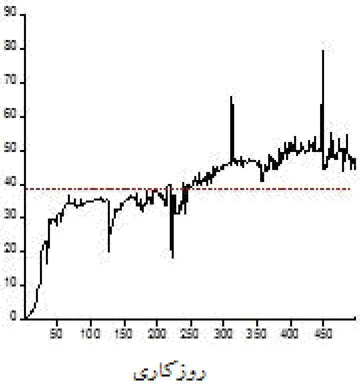
صنعت ۱	صنعت ۲	صنعت ۳	صنعت ٤
		$\widehat{C}$	
4/15E- 06			
1/01E-06	0/000141		
2/84E-08	3/72E-06	7/94E-08	
1/68E-07	1/81E-05	4/95E-07	6/01E-07
		$\widehat{A}$	
0/039285			
0/030474	0/258997		
-/005198	0/62847	0/016327	
-/065953	0/011191	-0/011186	-/008154
		$\widehat{B}$	
0/840185			
0/305292	0/103318		
0/913163	0/325918	0/991093	
0/929869	0/335166	0/935888	1/01

منبع: محاسبه‌های پژوهشگران

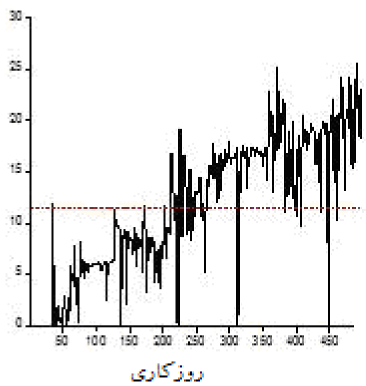
نتایج بهینه‌سازی سبد سهام در مجموعه نمودارهای ۵، ۶ و ۷ وجدول‌های شماره ۵، ۶ و ۷، گزارش شده است. بر این اسـاس نمودارهـای ۵-۱، ۵-۲، ۵-۳ و ۵-۴ وزن‌هـای بهینـه‌ی چهار صنعت را در طول زمان (بر حسب درصـد) بـر اسـاس مـاتریس کوواریـانس شـرطی زمـان- متغیـر تخمـین زده شـده توسـط مـدل(۱, ۱) Diagonal-BEKK نشـان مـی‌دهنـد. نمودارهای ۶-۱، ۶-۲، ۶-۳ و ۶-۴ وزن‌هـای بهینـه‌ی چهـار صـنعت را در طـول زمـان (بـر حسب درصد) بر اساس ماتریس کوواریانس شرطی زمان- متغیر تخمـین زده شـده توسـط مدل (۱, ۱) CCC نشان می‌دهند. همچنین نمودارهای ۷-۱، ۷-۲، ۷-۳ و ۷-۴ نیز وزن‌هـای بهینه‌ی چهار صنعت را در طول زمـان (برحسـب درصـد) بـر اسـاس مـاتریس کوواریـانس

شرطی زمان– متغیر تخمین زده شده توسط مدل (۱, ۱) Diagnoal-Vech را نشان می‌دهند. نتایج گویای روند تغییر وزن‌های بهینه‌ی چهار صنعت در سبد سرمایه‌گذاری در طی زمان هستند. بدین صورت که نتایج بهینه‌سازی نشان می‌دهد وزن بهینه در طول زمان برای صنایعی که نوسانات بازدهی شان افزایش یافته است، رو به کاهش بوده است. هر سه مدل وزن بیشتری از سبد را به صنایعی اختصاص داده‌اند که نااطمینانی کمتری در بازدهی شان وجود داشته است. بر طبق هر سه مدل، صنایع ۱ و ۳ بیشترین اوزان را در سبد سرمایه‌گذاری به خود اختصاص داده‌اند. بررسی آماره‌های توصیفی آورده شده در جدول شماره ۱ نیز نشان می‌دهد که دو صنعت ۱ و۳ ویژگی‌های آماری مشابهی دارند. برای مثال میانگین بازدهی بالاتر و واریانس بازدهی کمتری نسبت به دو صنعت دیگر دارند. همچنین وزن بهینه‌ی صنعت ۱ در هر سه مدل در طول زمان افزایش داشته است که به‌دلیل کاهش نوسانات در بازدهی سهام این صنعت بوده است. همچنین وزن بهینه‌ی صنعت ۳ در طول زمان به دلیل افزایش نوسانات بازدهی درحال کاهش بوده است. صنایع ۲ و ۴ نیز بر اساس هر سه مدل وزن‌های بهینه‌ی کمتری از سبد را به خود اختصاص داده‌اند.

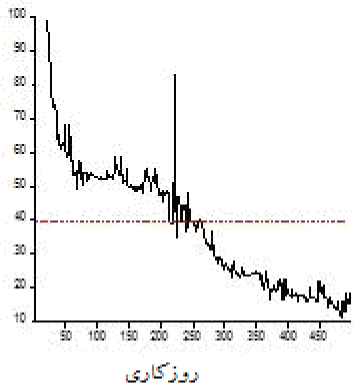
نتایج بهینه‌سازی بر اساس مدل (۱,۱) Diagonal-BEKK



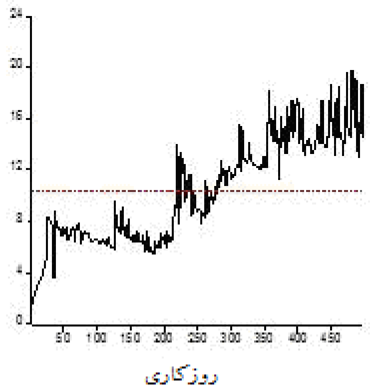
نمودار ۵-۱. سهم بهینه صنعت ۱ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)



نمودار ۵-۲. سهم بهینه صنعت ۲ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)



نمودار ٥-٣. سهم بهینه صنعت ۳ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)

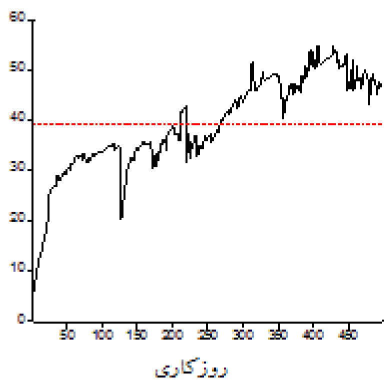


نمودار ٥-٤. سهم بهینه صنعت ٤ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)

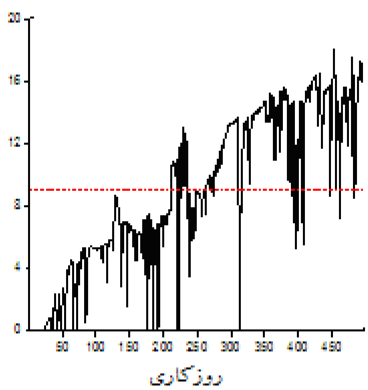
منبع: محاسبه‌های پژوهشگران

در نمودارهای بالا نتایج بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری بر اساس مدل Diagonal –BEKK (۱ ,۱) گزارش شده است.

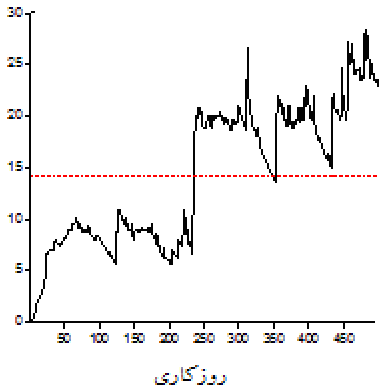
نتایج بهینه‌سازی بر اساس مدل (۱,۱) CCC



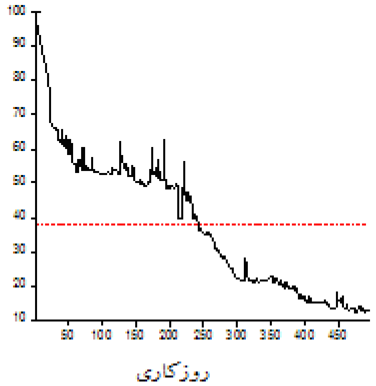
نمودار ٦-١. سهم بهینه صنعت ۱ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)



نمودار ٦-٢. سهم بهینه صنعت ۲ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)



نمودار ٦-٤. سهم بهینه صنعت ٤ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)

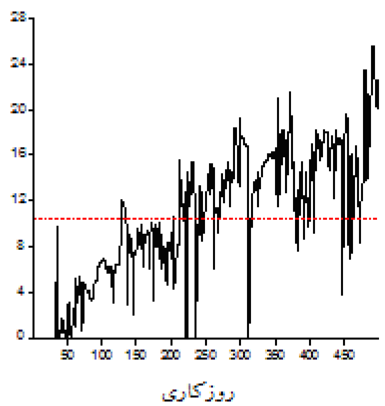


نمودار ٦-٣. سهم بهینه صنعت ۳ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)

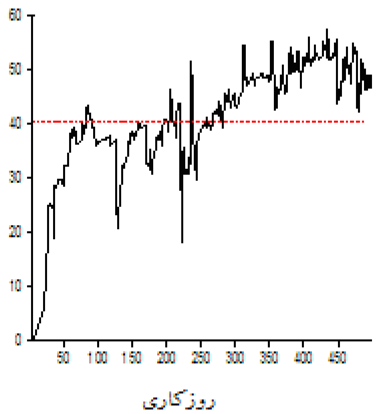
منبع: محاسبه‌های پژوهشگران

در نمودارهای بالا نتایج بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری بر اساس مدل CCC(1,1) گزارش شده است.

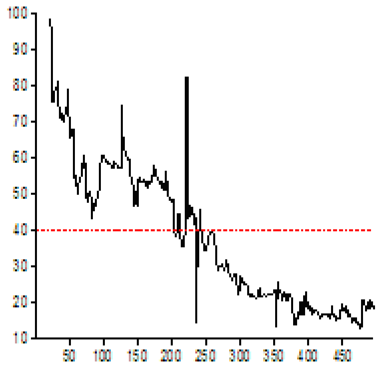
نتایج بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری بر اساس مدل Diagonal -Vech



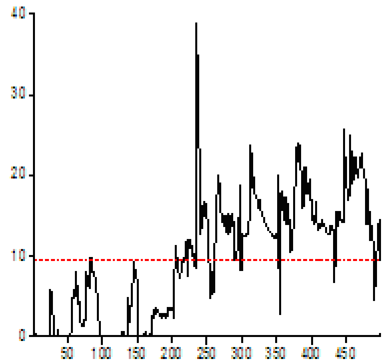
نمودار ۷-۲. سهم بهینه صنعت ۲ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)



نمودار ۷-۱. سهم بهینه صنعت ۱ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)



نمودار ۷-۳. سهم بهینه صنعت ۳ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)



نمودار ۷-٤. سهم بهینه صنعت ٤ از سبد سرمایه‌گذاری (به درصد)

منبع: محاسبه‌های پژوهشگران

در نمودارهای بالا نتایج بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری بر اساس مدل (۱, ۱) Diagonal –Vech گزارش شده است.

جدول‌های شماره ۵، ۶ و ۷ نیز به‌ترتیب متوسط وزن بهینه‌ی سهام چهار صنعت انتخابی در این مقاله را در سبد سرمایه‌گذاری سهام به‌ترتیب بر اساس سه مدل (۱, ۱) Diagonal-BEKK، (۱, ۱) CCC و(۱, ۱) Diagonal-Vech نشان می‌دهند. نتایج نشان می‌دهد، بر اساس هر سه مدل متوسط وزن بهینه‌ی سبد سرمایه‌گذاری صنایع ۱ و۳ بیشتر از دو صنعت دیگر است. بر اساس مدل‌های (۱, ۱) Diagonal-Vech و (۱, ۱) Diagonal-BEKK وزن بهینه‌ی صنعت ۲ از صنعت ۴ بیشتر است در حالی که بر اساس مدل (۱, ۱) CCC وزن بیشتری به صنعت ۴ داده شده است. بر اساس نتایج جدول شماره ۵، ۶ و ۷ هر سه مدل نتایج بسیار مشابهی را در خصوص بردار وزن متوسط بهینه‌ی صنایع چهارگانه از سبد سرمایه‌گذاری می‌دهند.

جدول ۵ . متوسط درصد سهم بهینه از سبد بر اساس مدل (1,1) Diagonal-BEKK

صنعت ۱	صنعت ۲	صنعت ۳	صنعت ٤
۳۸/۸۲۳	۱۱/۴۶۳۶	۳۹/۸۷۴۳	۱۰/۳۴۷

منبع: محاسبه‌های پژوهشگران

جدول ٦ . متوسط درصد سهم بهینه از سبد بر اساس مدل (۱,۱) CCC

صنعت ۱	صنعت ۲	صنعت ۳	صنعت ٤
۳۹/۲۵	۸/۹۶۲۲	۳۷/۸۲۳۱	۱۴/۱۸۰۳

منبع: محاسبه‌های پژوهشگران

جدول ۷ . متوسط درصد سهم بهینه از سبد بر اساس مدل (۱,۱) Diagonal-Vech

صنعت ۱	صنعت ۲	صنعت ۳	صنعت ٤
۴۰/۳۹۲۲	۱۰/۴۸۳۷	۴۰/۱۵۸۳	۹/۵۶۸۷

منبع: محاسبه‌های پژوهشگران

نتیجه‌گیری

این مقاله با استفاده از مدل‌های چند متغیره (۱, ۱) GARCH ماتریس کوواریانس شرطی زمان- متغیر را برای داده‌های بازدهی سهام صنایع منتخب فرآورده‌های نفتی، خودرو و ساخت قطعات، ماشین‌آلات برقی و استخراج کانی‌های فلزی عضو بازار بورس اوراق‌بهادار تهران تخمین می‌زند. از آنجاکه مدل‌های پویای چند متغیره (۱, ۱) Diagonal-Vech، (۱, ۱) CCC و (۱, ۱) Diagonal-BEKK ماتریس کوواریانس شرطی را در طول زمان به‌دست می‌دهند، مسئله‌ی بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، برای هر لحظه از زمان به‌کارگرفته شده است. نتایج نشان می‌دهند؛ بر اساس هر سه مدل، وزن بیشتری از سبد به صنایعی اختصاص می‌یابد که نوسانات کمتری در بازدهی سهام آن‌ها وجود داشته است. نتایج همچنین نشان می‌دهد، در دوره‌هایی که نوسانات بازدهی بالا بوده سهم بهینه‌ی صنعت از سبد سرمایه‌گذاری رو به کاهش گذاشته و بر عکس افزایش سهم بهینه از سبد برای یک صنعت مربوط به دوره‌هایی بوده که نوسانات بازدهی سهام پایین بوده است.

نتایج پژوهش سرمایه‌گذاری در صنایعی را پیشنهاد می‌کند که ثبات بیشتری در قیمت سهامشان و نوسانات کمتری در بازدهی سهامشان در طول زمان وجود دارد. این نتیجه بیانگر سازگاری نتایج با هدف حداقل‌سازی ریسک سبد و بنابراین دقت بالای مدل‌های چند متغیره GARCH در تخمین ماتریس کوواریانس پویا است. بنابراین از آنجاکه این مدل‌ها به‌منظور تخمین ماتریس کوواریانس شرطی معادلاتی را برازش نموده‌اند، می‌توان

به نتایج پیش‌بینی ماتریس کوواریانس شرطی توسط این مدل‌ها در جهت تشکیل سبد سرمایه‌گذاری بهینه امیدوار بود.

برای مطالعه‌های آتی نیز پیشنهاد می‌شود؛ مدل‌هایی چون مدل همبستگی شرطی پویا [۱] که بر خلاف مدل CCC ماتریس همبستگی پویا را لحاظ می‌نماید، به‌کار گرفته شود [۱۶].

منابع

۱. جلیلیان امید، جلیلیان حمید، قنبری مهرداد (۱۳۸۸). پیش‌بینی مخاطره پورتفوی بهینه در سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران بدون توجه به روحیه سرمایه‌گذار، فصلنامه حسابدارای مالی، شماره ۲، تابستان ۸۸: ۱۲۷–۱۴۳.

۲. چهارسوقی سید کمال، البدوی امیر، اصفهانی‌پور اکبر (۱۳۸۵). انتخاب سبد سهام در بورس با رتبه‌بندی صنایع و شرکت‌ها، فصلنامه امیرکبیر. شماره ۶۵: ۲۱–۳۱

۳. خالوزاده حمید، امیری نسیبه (۱۳۸۵). تعیین سبد سهام بهینه در بازار بورس ایران براساس نظریه ارزش در معرض خطر، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۷۳: ۲۱۱–۲۳۱.

۴. خلیلی عراقی مریم (۱۳۸۵). انتخاب بدره بهینه سهام با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی، مجله پژوهشنامه اقتصادی، شماره ۲۰: ۱۹۳–۲۱۴.

۵. راعی رضا، علی بیگی هدایت (۱۳۸۹). بهینه‌سازی پورتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات، مجله تحقیقات مالی، شماره ۲۹: ۲۱ –۴۰.

۶. مدرس سید احمد، محمدی استخری نازنین (۱۳۸۶). انتخاب یک سبد سهام از بین سهام شرکت‌های پذیرفته شده دربورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک، مجله توسعه و سرمایه، سال اول، شماره ۱: ۷۱–۹۲.

7. Baba Y, Engle R. F, Kraft D. F, Kroner K. F (1991). "Multivariate simultaneous generalized ARCH", University of California and San Diego: Department of Economics, Discussion Paper.

8. Baillie R, R Myers (1991). "Bivariate GARCH estimation of the optimal commodity futures hedge", Journal of Applied Econometrics, 6: 109-124.

9. BollerslevT (1986). "Generalized autoregressive conditional heteroskdasti-city ", Journal of Econometrics 31: 307-327.

1. Dynamic Conditional Correlation Model (DCC)

10. Bollerslev T, R. Y. Chou, K. F. Kroner (1992). "ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence". Journal of Econometrics 52: 5-59.

11. Bollerslev T, R. F. Engle, D. B. Nelson (1994). "ARCH models". In R.F. Engle & D. McFadden, Handbook of econometrics, Vol. 4: 2959-3038.

12. .Bollerslev T (1990). "Modeling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model ", Review of Economics and Statistics 72: 498-505.

13. Bollerslev T., R. F. Engle, J. M. Wooldridge (1988). "A capital asset pricing model with time-varying covariances", The Journal of Political Economy, 96: 116-131.

14. Brock C (2008). "Introductory econometrics for finance", Cambridge University Press.

15. Cecchetti S, R. Cumby, S Figlewski (1988). "Estimation of the optimal futures hedge", Review of Economics and Statistics, 70: 623-630..

16. Engle R.F (2002). "Dynamic conditional correlation - a simple class of multivariate GARCH models", Journal of Business and Economic Statistics, 20(3): 339-350

17. Engle R.F. and K. Sheppard, 2001, "Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH", University of California, San Diego, Discussion paper 200: 1-15.

18. Engle, F. R (1982). "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation" Econometrica, Vol.50-4: 987-1007.

19. Engle F. R, Kroner, K.F (1995). "Multivariate Simultaneous Generalized GARCH ". Econometric Theory 11: 122-150.

20. Fromlet H (2001). "Behavioral finance theory and practical application", Business Economics, No. 36: 63-69.

21. King B. F (1966). "Market and Industry Factors in Stock Price Behavior", Journal of Business, No.1.

22. Kroner K, V Ng (1998). "Modeling asymmetric movements of asset prices", Review of Financial Studies, 11: 871-844.

23. Kroner K, J. Sultan (1993). "Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 28: 535-551.

24. Hammoudeh S, Y Yuan, M McAleer, M.A. Thompson (2009). "Precious metals exchange rate volatility transmission and hedging strategies", http://ssrn.com/abstract=1495748.

25. Horasanli M, Fidan N. "Portfolio Selection by Using Time Varying Covariance Matrices", Journal of Economic and Social Research 9(2): 1-22.

26. Ledoit O, Santa-Clara.P, Wolf.M (2001). "Flexible Multivariate GARCH Modeling with an Application to International Stock Markets", University Pompeu Fabra in its series Economics Working Papers with number 578.

27. Markowitz H (1952). "Portfolio Selection ", Journal of Finance, Vol. 7: 77-91.

28. Myers R (1991). "Estimating time varying hedge ratio on futures markets", Journal of Futures Markets, 11: 39-53.

29. Tansuchat R, Chang CH.L, Mcaleer M (2010). "Crude Oil Hedging Strategies Using Dynamic Multivariate GARCH ", Research Paper, Report Econometric Institute and Erasmus University Rotterdam: 1-33.

30. Tole T.M (1992). "you can not Diversify without Diversifying ", Journal of portfolio management , 8, 2,winter: 5-11