مدیریت صنعتی
دوره ۳، شماره ۶
بهار و تابستان ۱۳۹۰
صص ۹۹ تا ۱۱۲

دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

استفاده از مدل‌های فازی در سیستم‌های سفارش‌دهی کنترل موجودی

حسن فارسیجانی [۱]، محمدرضا عبدوس [۲]

چکیده: در این مقاله برای محاسبه‌ی نقاط بهینه سفارش‌دهی در سیستم‌های کنترل موجودی و به‌طور خاص برای سیستم‌های سفارش‌دهی مرور دائم (r,Q) روشی با استفاده از منطق فازی ارایه شده است که به‌طور مشابه برای دیگر روش‌های سفارش‌دهی نیز می‌تواند استفاده شود. از آنجا که در مدل‌های سفارش‌دهی نمی‌توانیم به‌طور دقیق پارامترهایی مثل هزینه را پیش‌بینی نماییم، با ابهام رو به‌رو خواهیم بود. در چنین حالتی استفاده از مقادیر دقیق موجب ایجاد اشتباه در تصمیم‌گیری می‌شود. از طرفی استفاده از روش‌های آماری نیز برای پارامتر های مبهمی چون هزینه معقول به‌نظر نمی‌رسد. به‌همین منظور در این مقاله راهکاری برای استفاده از اعداد فازی در تصمیم‌گیری‌های مربوط به کنترل موجودی سیستم‌های سفارش‌دهی ارایه شده است. برای فازی‌سازی از اعداد فازی ذوزنقه‌ای استفاده شده است. در غیر فازی کردن اعداد فازی نهایی نیز از روش فاصله‌ی علامت‌دار استفاده شده و در نهایت مثالی عددی برای شرح مدل آورده شده است.

واژه‌های کلیدی: سیستم‌های سفارش‌دهی، مدل فازی، اعداد فازی ذوزنقه‌ای، روش فاصله‌ی علامت‌دار

---

۱. استادیار دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، تهران، ایران
۲. کارشناسی‌ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۹/۱۱
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۸۹/۵/۱۸
نویسنده مسئول مقاله: حسن فارسیجانی
Email: h_farsi@sbu.ac.ir

مقدمه

کمبود پدیده‌ای است که در حالت‌های واقعی کنترل موجودی با آن مواجه خواهیم شد. به‌طور کلی هزینه‌های کمبود به دو دسته‌ی هزینه‌ی حالت پس‌افت[1] و هزینه‌ی حالت فروش از دست رفته[2] تقسیم می‌شوند. در حالت پس‌افت به‌هنگام وقوع کمبود تقاضای مورد نظر با تأخیر برآورد می‌شود. هزینه‌های این حالت هزینه‌هایی مانند هزینه‌های اداری اضافی یا هزینه‌ی حمل‌و نقل و همچنین احتمالاً جریمه‌ی دیر کرد کالا به مشتری است. در حالت فروش از دست رفته همان‌طور که از نامش پیداست، تقاضای برآورد نشده از دست می‌رود و در واقع مشتری به سراغ منابع دیگر می‌رود تا نیاز خود را تأمین نماید. هزینه‌های این حالت سود از دست رفته به‌خاطر عدم فروش و نیز تأثیر منفی ایجاد شده در درآمدهای حاصل از فروش آینده به مشتری است.

در این مقاله مدل سفارش‌دهی با مقدار ثابت (r,Q) را در حالتی‌که هم پس‌افت وجود دارد وهم سفارش از دست رفته با استفاده از اعداد فازی ذوزنقه‌ای در پارامترهای هزینه‌ای ارایه می‌نماییم.

در بخش مروری بر پژوهش‌های پیشین ابتدا توضیحاتی راجع به منطق فازی و اعداد فازی و روش غیر فازی کردن ارایه می‌شود. سپس مدل‌های سفارش‌دهی را شرح می‌دهیم. در قسمت روش پژوهش به ارایه ی روشی فازی برای محاسبه‌ی نقاط بهینه‌ی سفارش‌دهی می‌پردازیم و در پایان نیز مثالی عددی برای توضیح بیشتر مدل ارایه شده در این مقاله می‌آوریم.

مروری بر پژوهش‌های پیشین

مانتگمری اولین روش برای حل مدل‌هایی که هر دو حالت پس‌افت و فروش از دست رفته را شامل می‌شدند، در سال ۱۹۷۳ ارایه کرد [۶]. ئو و کویانگ **۲۳** سال بعد مدل مشابهی را با زمان تحویل متغیر و نقطه‌ی سفارش ثابت تحلیل نمودند[۸]. کیم و پارک مدل پس‌افت بر اساس وزن‌دهی زمانی را با فرض زمان تحویل ثابت و این فرض که بیش از یک سفارش منتظر نباشد، حل نمودند [۲]. کوماران این مدل را با فرض آنکه زمان تحویل از توزیع گاما پیروی نماید، حل کرد [۳].

---

1. Backordered
2. Lost forever

در بیشتر این مدل‌ها، پارامترهای هزینه را به‌صورت متغیرهای دقیق در نظر گرفته‌اند. ولی در حالت‌های کاربردی‌تر، مقادیر دقیق برای این پارامترهای هزینه به‌ندرت پیش می‌آید و اغلب پارامترهای نا دقیق و مبهمی خواهند بود. دلایل مختلف مثل افزایش ناگهانی تقاضا؛ مشکلات حمل ونقل؛ بالا رفتن کرایه‌ها؛ اتفاقات پیش‌بینی نشده، نوسانات تورم؛ تغییرات قیمت بازارهای داخلی و خارجی و و مسایلی چون بحران‌های اقتصادی جهانی و حتی تأثیر مسائل سیاسی و تحریم‌ها و غیره باعث می‌شوند، نتوان هزینه‌های مربوط به سفارش، نگهداری، کمبود و مابقی هزینه‌ها را به‌طور دقیق تعیین نمود. بنابراین در سیستم‌های موجودی، در تصمیم‌گیری باید مقدار انعطاف‌پذیری را در پارامترهای هزینه‌ای در نظر گرفت تا به حالت‌های واقعی نزدیک شویم. نکته‌ای که در اینجا باید به آن اشاره کرد این است که اگرچه در بخش‌هایی مثل پیش‌بینی زمان تحویل استفاده از روش های آماری می‌تواند تقریب خوبی از حالت واقعی باشد، ولی در مورد پارامترهای هزینه‌ای به‌دلیل کمبود مشاهدات تصادفی، بهتر است به‌جای استفاده از روش‌های آماری از مجموعه‌های فازی استفاده نماییم.

در دو دهه‌ی اخیر پژوهش‌هایی بر روی کنترل موجودی با بهره‌گیری از پارامترهای فازی انجام شده است. کاکپرزکی و استنیوسکی مدلی را در نظر گرفتند که در آن برای سطح موجودی، تقاضاهای وارده و باز پرسازی انبار از اصول فازی استفاده نمودند [۴]. ایشی و کاتاگیری هزینه‌های کمبود فازی را در مدل کنترل موجودی بهبود دادند [۵]. پارک مجموعه‌های فازی را در مدل اقتصادی سفارش EOQ با استفاده از اعداد فازی ذوزنقه‌ای برای هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری به کار برد [۷]. لی و یاو مدل موجودی با پس‌افت را در نظر گرفتند و در آن مقدار سفارش را به‌صورت اعداد فازی مثلثی و ذوزنقه ای به‌کار بردند [۹]. چانگ نیز پژوهشی از فروش از دست رفته به‌صورت فازی را برای مدل سفارش‌دهی با دورهی ثابت اجرا نمود [۱].

مجموعه‌های فازی

مجموعه‌های فازی در واقع آن دسته از مجموعه‌ها هستند که اعضای آن‌ها دقیق و مشخص نیستند، مانند مجموعه‌ی اعداد بزرگ یا مجموعه‌ی کتاب‌های قطور. دکتر لطفی عسگرزاده برای تجزیه و تحلیل این مجموعه‌ها، به هر یک از اعضای چنین مجموعه‌هایی عددی از

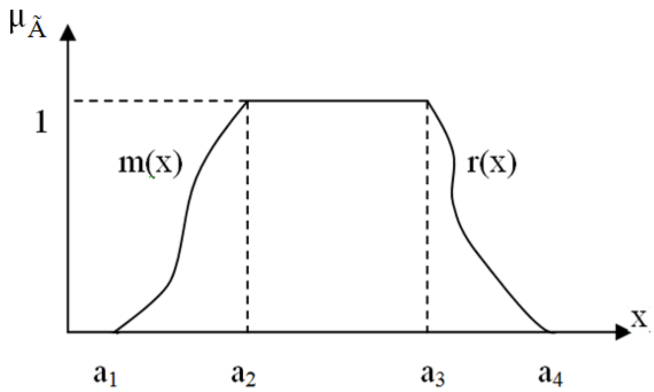
بازه [۰,۱] به‌عنوان درجه عضویت آن عضو در آن مجموعه نسبت داد. به‌عنوان مثال در مجموعه‌ی افراد مسن، فردی با ۹۰ سال سن درجه‌ی عضویت ۱ و فردی با ۵۰ سال سن درجه‌ی عضویت مثلاً ۰/۴خواهد داشت.

نکته‌ای که باید به آن اشاره کرد این است که بسیاری از اوقات برای تعریف منطق فازی صرفاً آن را در مقابل منطق دو ارزشی صفر و یکی قرار می‌دهند، در حالی که اگر تنها همین تفاوت مدنظر باشد، منطق کلاسیک چند مقداره نیز توانایی انتخاب اعداد حقیقی بین صفر و یک را دارا بود. تفاوت اصلی این منطق علاوه‌بر انتخاب اعداد بین صفر و یک به‌طور پیوسته، تبدیل عبارات محاوره‌ای زبانی به زبان ریاضی است. پرفسور لطفی‌زاده در مقاله‌ای که در سال ۲۰۰۸ در توجیه برخی ابهامات در مورد منطق فازی به چاپ رساندند می‌نویسند: "خود منطق فازی، فازی و مبهم نیست. در واقع منطق فازی منطقی دقیق از استدلال و تحلیل‌های تقریبی و مبهم (غیر دقیق) است" [۱۳].

اعداد فازی

$\tilde{A}$ یک عدد فازی است اگر و تنها اگر تابع عضویت آن به‌صورت زیر باشد:

$$\mu_{\tilde{A}} = \begin{cases} m(x), a_1 \le x \le a_2 \\ 1, a_2 \le x \le a_3 \\ r(x), a_3 \le x \le a_4 \\ 0, \text{در غیر این‌صورت} \end{cases} \qquad (۱)$$



نمودار ۱. اعداد فازی

فاصله‌ی $[a_1,a_4]$ را فاصله‌ی پایه‌ی عدد فازی می‌نامند. فاصله‌ی $[a_2 , a_3]$ هسته‌ی عدد فازی است که محدوده‌ای را مشخص می‌کند که مقادیر محتمل‌تر در آن قرار می‌گیرند و بازه‌ی $[a_1,a_2]$ و $[a_3, a_4]$ حاشیه‌ی عدد فازی $\tilde{A}$ نامیده می‌شود.

به‌عنوان مثال عدد فازی مورد استفاده در این مقاله عدد فازی ذوزنقه‌ای (Trapezoidal Fuzzy Number) $\tilde{A}$ با تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}}(x)$ و نگاشت پیوسته‌ی $\tilde{A}\mu:R\rightarrow [0,1]$ است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}(x-a_1)/(a_2-a_1), a_1 \le x \le a_2\\ 1, \quad a_2 \le x \le a_3\\ (x-a_4)/(a_3-a_4), a_3 \le x \le a_4\\ 0, \quad \text{در غیر این‌صورت}\end{cases} \qquad (۲$$

که درواقع این عدد فازی که به اختصار به‌صورت TrFN نمایش داده می‌شود، می‌توان با چهار عدد حقیقی a_1، a_2، a_3 و a_4 بیان نمود.

یکی از مزایای استفاده از عدد فازی ذوزنقه‌ای کاهش حجم عملیات محاسباتی است. به‌عنوان مثال اگر $\tilde{A}_1= (a_{11} , a_{22} , a_{13} , a_{14})$ و $\tilde{A}_2 =(a_{21} , a_{22} , a_{23} , a_{24})$ دو عدد فازی ذوزنقه‌ای باشند، آنگاه جمع این دو عدد فازی به سادگی از حاصل جمع هر پارامتر با پارامتر نظیر عدد فازی دیگر به‌دست می‌آید:

$$\tilde{A}_1+ \tilde{A}_2 = (a_{11}+a_{21}, a_{12} + a_{22}, a_{13} + a_{23}, a_{14} + a_{24}) \qquad (۳$$

و همچنین برای هر $b \geq 0$ داریم:

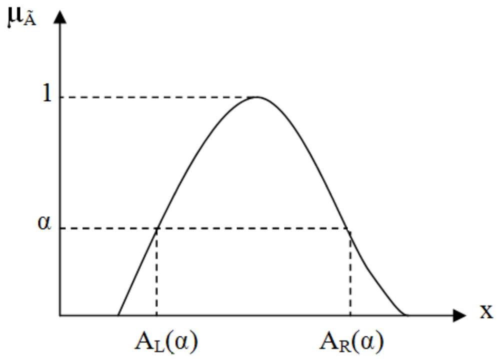
$$b\tilde{A}_1= (ba_{11}, ba_{22}, ba_{13}, ba_{14}) \qquad (۴$$

برش α یک عدد فازی

برش α یک عدد فازی، یک مجموعه‌ی دقیق (غیر فازی) است که به‌صورت $[\tilde{A}]_\alpha = \{x \in R : \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \}$ تعریف می‌شود. طبق تعریف عدد فازی برش آلفا را می‌توانیم با محدوده‌ی سمت چپ و راست ایجاد شده نشان دهیم:

$$[\tilde{A}]_\alpha=[A_L(\alpha), A_R(\alpha)] \qquad (۵$$

در نمودار۲ یک عدد فازی و برش آلفای آن نمایش داده شده است:



نمودار ۲. برش آلفای یک عدد فازی

برای عدد فازی ذوزنقه‌ای $\tilde{A}_1=(a_{11}, a_{22}, a_{13}, a_{14})$ نیز باید محل برخورد $\mu_{\tilde{A}}=\alpha$ را با خط‌های مورب سمت چپ و راست ذوزنقه پیدا نمود که در نهایت خواهیم داشت:

$$\tilde{A}_L(\alpha)= x = (a_2-a_1)\,\alpha + a_1 \qquad (۶$$

$$\tilde{A}_U(\alpha)= x = (a_3-a_4)\,\alpha + a_4 \qquad (۷$$

غیر فازی کردن

روش‌های گوناگونی برای دفازه کردن اعداد فازی وجود دارد؛ مانند روش بیشترین مقدار سمت راست و روش مرکز ثقل و .... در این مقاله از روش فاصله‌ی علامت‌دار که در سال ۲۰۰۰ توسط ئو و یاو ارایه شده است استفاده می‌نماییم [۱۰].

فاصله‌ی علامت‌دار بین عدد حقیقی a و عدد ۰ از معادله‌ی $d_0(a,0) = a$ به‌دست می‌آید. در نتیجه فاصله‌ی علامت‌دار بین $\tilde{A}_L(\alpha)$ و $\tilde{A}_u(\alpha)$ تا ۰ به‌ترتیب برابر $d_0(\tilde{A}_L(\alpha),0)$ و $d_0(\tilde{A}_u(\alpha),0)$ خواهد بود. فاصله‌ی علامت‌دار بین محدوده‌ی $\{\tilde{A}_L(\alpha),\tilde{A}_u(\alpha)\}$ تا مرکز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} d_0\left((\tilde{A}_L(\alpha), \tilde{A}_U(\alpha)), 0\right) &= 0.5\,[d_0(\tilde{A}_L(\alpha),0),\ d_0(\tilde{A}_U(\alpha),0)] \\ &= 0.5\,(\tilde{A}_L(\alpha)+ \tilde{A}_U(\alpha)) \end{aligned} \qquad (۸$$

و فاصله‌ی علامت‌دار $\tilde{A}$ تا $\tilde{0}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(\tilde{A}, \tilde{O}) = \frac{1}{2}\int_0^1 \left(\tilde{A}_L(\alpha) + \tilde{A}_U(\alpha)\right) d\alpha \qquad (۹)$$

نکته‌ی دیگر اینکه $\tilde{A}_1 < \tilde{A}_2$ اگر که $d(\tilde{A}_1, \tilde{O}) < d(\tilde{A}_2, \tilde{O})$

مدل سفارش‌دهی مرور دائم با در نظر گرفتن حالت پس‌افت و فروش ازدست‌رفته

در این بخش به شرح مدل سفارش‌دهی در کنترل موجودی (r,Q) با در نظر گرفتن حالت پس‌افت و فروش ازدست‌رفته می‌پردازیم.

در این سیستم همان‌طور که از نامش نیز پیداست، در هر مبادله‌ای به‌طور پیوسته وضعیت موجودی بررسی می‌شود و سیاست به این ترتیب است که به محض آنکه سطح موجودی به مقدار مشخص r می‌رسد، به میزان Q واحد سفارش داده می‌شود.

فرضیه‌های این مدل عبارتند از:

- هزینه‌ی یک واحد مقدار ثابتی است که از مقدار سفارش مستقل است.
- هزینه‌ی کمبود برای هر واحد از تقاضایی که نمی‌تواند تأمین شود، مقدار ثابتی است.
- هزینه‌ی پس‌افت مستقل از زمان در نظر گرفته می‌شود.
- نقطه‌ی سفارش مجدد r مقداری مثبت است. موجودی اطمینان (SS) که برابر با تفاضل r و متوسط تقاضا در طول مدت تحویل است که مقداری مثبت خواهد بود.
- فرض می‌شود هیچ‌گاه بیش از یک سفارش معوق نشود.
- زمان بین دو بازپرسازی متوالی بسیار کم است.

پارامترهای مورد استفاده در این مدل:

D : متوسط تقاضای سالیانه

y : تقاضا در مدت زمان تحویل

θ : متوسط تقاضای در طول زمان تحویل

$f(y)$: تابع چگالی احتمال تقاضای زمان تحویل

H : هزینه‌ی نگهداری هر واحد در هر سال

C : هزینه‌ی سفارش ثابت در هر چرخه‌ی موجودی

s : هزینه‌ی ثابت کمبود هر واحد

β :کسری از تقاضا که با حالت پس‌افت مواجه می‌شود

π : هزینه‌ی کمبود حالت از دست رفته که شامل سود از دست رفته‌ی واحد نیز است.

نکته‌ی قابل توجه این است که احتمال وقوع کمبود تنها در محدوده‌ی زمان تحویل وجود خواهد داشت. بنابراین برای محاسبه‌ی متوسط کمبود در پایان دوره، مدل را در این محدوده بررسی می‌نماییم. با استفاده از امید ریاضی خواهیم داشت:

$$B(r) = \int_r^{\infty}(y-r)f(y)dy \qquad (10$$

از طرفی مانتگمری هزینه‌ی سالیانه‌ی این مدل را به‌صورت زیر بیان کرده است [۶] :

$$Z(Q,r) = \frac{CD}{Q} + h(\frac{Q}{2} + r - \theta) + B(r)[h(1-\beta) + \frac{sD}{Q} + \frac{\pi(1-\beta)D}{Q}] \qquad (11$$

که در این مقاله پارامترهای مر بوط به هزینه در همین معادله را فازی می‌نماییم.

روش پژوهش

همان‌طور که در قسمت بالا اشاره شد، استفاده از اعداد دقیق به‌جای پارامترهایی که در بر گیرنده‌ی هزینه‌اند با توجه به ابهامی که در پیش‌بینی آن‌ها وجود دارد معقول به‌نظر نمی‌رسد. به‌همین دلیل در این مقاله قصد داریم مدل ریاضی‌ای را ارایه نماییم که در آن از اعداد فازی ذوزنقه‌ای به‌جای اعداد دقیق مربوط به هزینه‌ها استفاده شود.

با مرتب کردن رابطه ۱۱ خواهیم داشت:

$$Z(Q,r) = \frac{C + s + \pi(1-\beta)}{Q}D + h\frac{Q}{2} + [(r-\theta) + B(r)[h(1-\beta)] \qquad (12$$

و برای به‌دست آوردن مقدار Q بهینه، با مقایسه‌ی رابطه به‌دست آمده و رابطه‌ی هزینه‌ی سالیانه در مدل EOQ داریم:

$$Q = \frac{\sqrt{2D[C + sB(r) + \pi(1-\beta)B(r)]}}{h} \qquad (13$$

و برای به‌دست آوردن r بهینه از این رابطه نسبت به r مشتق گرفته و آن را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\partial Z(Q,r)}{\partial r}=0 \qquad (۱۴)$$

و خواهیم داشت:

$$\int_r^{\infty} f(y)dy=\frac{Qh}{Qh(1-\beta)+sD+\pi D(1-\beta)} \qquad (۱۵)$$

مدل سفارش‌دهی مرور دائم با پارامترهای فازی

فرض کنید پارامترهای مربوط به هزینه s,h,C و π همگی پارامترهای فازی‌ای باشند که در اینجا آن‌ها را با اعداد فازی ذوزنقه‌ای به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\widetilde{C} = (C-\delta_1, C-\delta_2 , C+\delta_3, C+\delta_4) \qquad (۱۶)$$

$$\tilde{h} = (h-\delta_5 , h-\delta_6, h+\delta_7 , h+\delta_8) \qquad (۱۷)$$

$$\tilde{s} = (s-\Delta_1 , s-\Delta_2 , s+\Delta_3 , s+\Delta_4) \qquad (۱۸)$$

$$\widetilde{\pi} = \left(\pi-\Delta_5 , \pi-\Delta_6 , \pi+\Delta_7 , \pi+\Delta_8 \right) \qquad (۱۹)$$

که در این رابطه δ_i و Δ_i، $i=1,2,..,8$ اعداد مثبت اختیاری با شرایط زیر هستند:

$C > \delta_1 > \delta_2$, $\delta_3 < \delta_4$, $h > \delta_5 > \delta_6$, $\delta_7 < \delta_8$

$s > \Delta_1 > \Delta_2$, $\Delta_3 < \Delta_4$, $\pi > \Delta_5 > \Delta_6$, $\Delta_7 < \Delta_8$

برای برش‌های آلفای راست و چپ این اعداد ذوزنقه‌ای داریم:

$$\tilde{C}_L(\alpha) = C-\delta_1+(\delta_1-\delta_2)\propto , \tilde{C}_U(\alpha) = C+\delta_4-(\delta_4-\delta_3)\propto \qquad (۲۰)$$

$$\tilde{h}_L(\alpha) = h-\delta_5+(\delta_5-\delta_6)\propto , \tilde{h}_U(\alpha) = h+\delta_8-(\delta_8-\delta_7)\propto \qquad (۲۱)$$

$$\tilde{s}_L(\alpha) = s-\Delta_1+(\Delta_1-\Delta_2)\propto , \tilde{s}_U(\alpha) = s+\Delta_4-(\Delta_4-\Delta_3)\propto \qquad (۲۲)$$

$$\tilde{\pi}_{\mathrm{L}}(\alpha) = \pi - \Delta_5 + (\Delta_5 - \Delta_6) \propto , \tilde{\pi}_{\mathrm{U}}(\alpha) = \pi + \Delta_8 - (\Delta_8 - \Delta_7) \propto \qquad (۲۳$$

حال پارامترهای فازی را در رابطه‌ی هزینه‌ی متغیر سالانه ی مدل جای‌گذاری می‌نماییم:

$$\tilde{Z}(Q,r) = \frac{\tilde{C}D}{Q} + \tilde{h}\left(\frac{Q}{2} + r - \theta\right) + B(r)[\tilde{h}(1-\beta) + \frac{\tilde{s}_L(\propto)D}{Q} + \frac{\tilde{\pi}_L(\propto)(1-\beta)D}{Q}] \qquad (۲۴$$

و برش آلفای چپ و راست هزینه نیز به‌صورت زیر خواهد بود:

$$d(\tilde{\pi},\tilde{0}) \qquad (۲۵$$

و

$$\tilde{Z}_U(Q,r) = \frac{\tilde{C}_U(\alpha)D}{Q} + \tilde{h}_U(\alpha)\left(\frac{Q}{2} + r - \theta\right) + B(r)[\tilde{h}_U(\alpha)(1-\beta) + \frac{\tilde{S}_U(\alpha)D}{Q} + \frac{\tilde{\pi}_U(\alpha)(1-\beta)D}{Q} \qquad (۲۶$$

اگر معادلات به‌دست آمده برای برش‌های چپ و راست را نیز جای‌گذاری نماییم، به‌صورت زیر خواهد بود:

$$d(\tilde{Z}(Q,r),\tilde{0}) = \frac{k_1 D}{Q} + k_2(\frac{Q}{2} + r - \theta) + B(r)\left[k_2(1-\beta) + \frac{k_3 D}{Q} + \frac{k_4(1-\beta)D}{Q}\right] \qquad (۲۷$$

که در این معادله:

$$k_1 = \frac{(4C - \delta_1 - \delta_2 + \delta_3 + \delta_4)}{4},$$
$$k_2 = \frac{(4h - \delta_5 - \delta_6 + \delta_7 + \delta_8}{4}$$
$$k_3 = \frac{(4s - \Delta_1 - \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4)}{4},$$
$$k_4 = \frac{(4\pi - \Delta_5 - \Delta_6 + \Delta_7 + \Delta_8)}{4}$$

مقدار غیر فازی شده $d(\widetilde{Z}(Q,r),\widetilde{0})$ که با قرار دادن تقریب‌های هزینه‌ی فازی در معادله‌ی ۱۷ به‌دست می‌آید، با $E(\widetilde{Z}_{Q,r})$ نشان می‌دهیم.

برای بهینه نمودن $E(\widetilde{Z}_{Q,r})$ باید از معادله ۱۷ نسبت به Q مشتق بگیریم و آن را مساوی صفر قرار دهیم که در نهایت خواهیم داشت:

$$Q = \sqrt{\frac{2D[k_1 + k_3 B(r) + k_4 (1-\beta) B(r)}{k_2}} \tag{۲۸}$$

در این مقاله جهت تعیین پارامترهای هزینه‌ای بدین روش عمل می‌شود که پیش‌بینی خبرگان امر در خصوص کران بالا و پایین هزینه‌ها پرسیده می‌شود و سپس محدوده‌ای که محتمل‌تر است به‌صورت هسته عدد فازی انتخاب می‌شود.

به عنوان مثال فرض کنید یک مدل مربوط به سفارش‌دهی دائم (r,Q) را بررسی نماییم که در آن هزینه‌ی هر بار سفارش‌دهی (C) ۲۰۰ تومان، هزینه‌ی نگهداری هر واحد در سال (h)۱۵تومان، هزینه‌ی کمبود هر واحد (s) ۲۵ تومان و هزینه‌ی از دست رفتن (π) ۳۰ تومان باشد. در ضمن فرض کنید درصد تقاضای پس‌افت نیز ۰.۵ باشد.

برای هر پارامتر یک عدد فازی ذوزنقه‌ای طبق تعریف‌های گفته شده در نظر می‌گیریم. اغلب از لحاظ تئوری یک مقدار مینیمم و ماکزیمم حدس زده می‌شود و برای مشاهده‌ها و تجربه‌های گذشته نیز یک مقدار مینیمم وماکزیمم بیان می‌شود و در واقع بر اساس این چهار عدد δ_iها حاصل می‌شوند. برای یافتن این اعداد نیاز به نظر خبرگان است. برای مثال درمورد هزینه‌ی سفارش مثال گفته شده نظر خبرگان را می‌توان جویا شد و فرض کنید که طبق اظهار نظرها بر اساس تئوری، هزینه‌ی سفارش از ۱۳۰ کمتر و از ۲۸۰ بیشتر نخواهد شد. بر اساس مشاهده‌های موارد مشابه نیز امکان افزایش بیش از ۲۱۰ و کمتر از ۱۵۰ هم کم نباشد. پس عدد فازی ذوزنقه‌ای با مشخصات زیر خواهیم داشت:

(۱۳۰ , ۱۵۰ , ۲۱۰ , ۲۸۰)

طبق تعریف ارایه شده، داریم:

$\widetilde{C} = (C - \delta_1, -\delta_2 , C + \delta_3, C + \delta_4 =$ (۱۳۰ , ۱۵۰ , ۲۱۰ , ۲۸۰)

به‌عبارتی دیگر با ۲۰۰ = C خواهیم داشت:

$\delta_1 =$ ۷۰ , $\delta_2 =$ ۵۰ , $\delta_3 =$ ۱۰ , $\delta_4 =$ ۸۰

و با استفاده از فرمول برش چپ و راست آلفای $\widetilde{C}$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\widetilde{C}_L(\alpha) = C - \delta_1 + (\delta_1 - \delta_2) \propto = 200 - 70 + (70\text{-}50)\ \alpha = 130 + 20\ \alpha$$

و

$$\widetilde{C}_U(\alpha) = C + \delta_4 - (\delta_4 - \delta_3) \propto = 200 + 80 - (80 - 10)\alpha = 280 - 70\alpha$$

با قرار دادن مقادیر به‌دست آمده در معادله‌ی غیر فازی کننده داریم:

$$d(\widetilde{C},\widetilde{0}) = \frac{1}{2}\int_0^1 (\widetilde{C}_L(\alpha) + C_U(\alpha))d\alpha =$$

$$\frac{1}{2}\int_0^1 [(130 + 280) + (20 - 70) \propto] d \propto = 180$$

به‌همین ترتیب برای هزینه‌ی نگهداری (h)، هزینه‌ی کمبود (s) و هزینه حالت از دست رفته (π) نیز با بهره از نظر خبرگان به‌صورت اعداد فازی ذوزنقه خواهیم داشت:

$$\tilde{h} = (h - \delta_5\ , h - \delta_6, h + \delta_7\ , h + \delta_8) = (12,13,16,17)$$

$$\tilde{s} = (s - \Delta_1\ , s - \Delta_2\ , s + \Delta_3\ , s + \Delta_4) = (21,23,26,28)$$

$$\tilde{\pi} = (\pi - \Delta_5\ , \pi - \Delta_6\ , \pi + \Delta_7\ , \pi + \Delta_8) = (28,29,32,34)$$

این اعداد را نیز با استفاده از روش فاصله‌ی علامت‌دار غیر فازی کرده و درصد اختلاف عدد به‌دست آمده با عدد واقعی را نیز به‌دست می‌آوریم (جدول ۱).

جدول ۱. نتایج فازی شده و درصد اختلاف عدد به‌دست آمده با عدد واقعی

$d(\widetilde{C},\widetilde{0})$	$d(\widetilde{h},\widetilde{0})$	$d(\widetilde{s},\widetilde{0})$	$d(\widetilde{\pi},\widetilde{0})$
۱۸۰	۱۴/۵	۲۴/۵	۲۹/۲۵
P_C	P_h	P_s	P_π
−۱۰	−۳/۳	−۲/۰	−۲/۵

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با استفاده از تیم کارشناسی خبره و دریافت نظرهای آن‌ها راجع به هزینه‌های مدل و تبدیل آن‌ها به اعداد فازی و اعمال محاسبات بر این اعداد و در نهایت دفازه کردن آن‌ها می‌توان ابهام موجود در هزینه‌های مدل را رفع کرد.

نتیجه

در مدل‌های کنترل موجودی به‌دلیل آنکه نمی به‌طور دقیق پارامترها را پیش‌بینی نماییم با ابهام رو به‌رو خواهیم بود. اگرچه در بخش‌هایی مثل پیش‌بینی زمان تحویل استفاده از روش‌های آماری می‌تواند تقریب خوبی از حالت واقعی باشد ولی در مورد پارامترهای هزینه‌ای به‌دلیل کمبود مشاهدات تصادفی، بهتر است به‌جای استفاده از روش‌های آماری از مجموعه‌های فازی استفاده نماییم. در این مقاله راه‌حلی ارایه شد که در آن به‌جای استفاده از اعداد دقیق برای پارامترهای هزینه‌ای که پارامترهایی مبهم خواهند بود، از اعداد فازی استفاده شد که می‌تواند در حل مسایل مربوط به سفارش‌دهی بسیار راهگشا باشد.

منابع

1. Chang H.C (2003). An investigation of fuzzy lost sales on the periodic review inventory model with variable lead time, Journal of Information & Optimization Sciences; 24 (2): 269-282.

2. Kim O.H, Park K.S (1985). (Q, r) inventory model with a mixture of lost sales and time weighted backorders, Journal of Operational Research Society; 36: 231-238.

3. Kumaran M, Achary K.K, Geetha K.K (2006). On the solution of a time weighted (Q, r) inventory model using GLD approximation, Statistical Methods; 8 (1): 31-46.

4. Kacprzyk J, Staniewski P (1982). Long term inventory policy-making through fuzzy decision making models, Fuzzy Sets and System; 8: 117-132.

5. Katagiri H, Ishii H (2002). Fuzzy inventory problems for perishable commodities, European Journal on Operational Research; 138: 545-553.

6. Montgomery D, Bazara M, Keswani A (1973). Inventory models with a mixture of backorders and lost sales, Naval Research Logistic Quarterly; 20: 255-263.

7. Park K.S (1987). Fuzzy set theoretic interpretation of economic order quantity. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics; 17 (6): 1082-1084.

8. Quyang L.Y, Wu K.S (1996). Mixture inventory models with backorders and lost sales for variable lead time, Journal of Operational Research Society; 47: 829-832.

9. Yao J.S, Lee H.M (1999). Fuzzy inventory with or without back order for fuzzy order quantity with trapezoidal fuzzy numbers, Fuzzy Sets and Systems; 105: 311-337.

10. Yao J.S, Wu K (2000). Ranking fuzzy numbers based on decomposition principle and signed distance. Fuzzy Sets and Systems; 116: 275- 288.

11. Zimmerman H.J (1991). Fuzzy Set Theory and Its Applications, second ed. Kluwer Academic Publishers, Boston.

12. Zadeh L (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility, Fuzzy Sets and Systems 1: 3-28.

13. Zadeh L (2008). Is there a need for fuzzy logic? Information Sciences 178(13): 2751-2779.