

آنالیز تغییر شکل زمین بر مبنای هندسه ذاتی رویه

تحقیق موردی: آنالیز تغییر شکل شبکه ژئودینامیک کشور در فاصله زمانی ۱۹۹۹ تا ۲۰۰۵

علیرضا آزموده اردلان^{۱*}، بهزاد وثوقی^۲ و مهدی روفیان نایینی^۳

^۱ استاد، گروه مهندسی نقشه برداری، قطب علمی مهندسی نقشه برداری در مقابله با سوانح طبیعی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

^۳ دانشجوی دکتری ژئودزی، گروه مهندسی نقشه برداری، قطب علمی مهندسی نقشه برداری در مقابله با سوانح طبیعی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۸۳/۱۳، پذیرش نهایی: ۹۰۴/۱۳)

چکیده

بر خلاف روش‌های کلاسیک آنالیز تغییر شکل که در آنها مدل‌سازی تغییر شکل‌های افقی و قائم به صورت مجزا صورت می‌پذیرد، در این تحقیق، آنالیز تغییر شکل زمین با در نظر گرفتن شکل توپوگرافی واقعی پوسته صورت گرفته و معادلات مربوط به تانسورهای تغییر شکل به همراه پارامترهای مفسر تغییر شکل که در حقیقت رفتار جابه‌جایی پوسته زمین را از لحاظ فیزیکی توجیه می‌کنند، عرضه شده است. سپس به کمک آنها، آنالیز تغییر شکل در شبکه ژئودینامیک کشور با استفاده از مشاهدات سامانه موقعیت‌یابی جهانی GPS براساس روش عرضه شده صورت پذیرفته است. نتایج حاصل از آنالیز "تغییرات رویه‌ای"، حاکی از آن است که شبکه ژئودینامیک کشور در اکثر نقاط با نرخ تقریبی 5.78×10^{-8} unit/yr دچار انقباض شده است. بیشینه مقدار تغییرات انقباض شبکه در بخش‌های جنوبی به وقوع پیوسته و مقدار آن در حدود 1.16×10^{-6} unit/yr بوده است. علاوه بر آن مقدار بیشینه کمیت برش برابر 1.7×10^{-6} unit/yr مربوط به قسمت جنوبی ایران است، در ثانی نتایج حاصل نشان می‌دهد که شبکه ژئودینامیک در اکثر نواحی به صورت یکنواخت دچار برش شده است. علاوه بر آن مشاهده می‌شود که مقدار برش با حرکت از قسمت مرکزی شبکه ژئودینامیک به سمت قسمت‌های جنوب شرقی و شرقی به مقدار بیشینه خود می‌رسد. نتایج حاصل از آنالیز تغییرات قائم رویه، حاکی از رخ دادن بیشینه تغییرات قائم در نواحی جنوبی و جنوب شرقی کشور است. این نتایج همچنین نشان می‌دهد که پوسته زمین در اثر تغییر شکل‌های قائم دچار بال‌آمدگی شده است.

واژه‌های کلیدی: آنالیز تغییر شکل، تانسور تغییر شکل، تانسور خمیدگی رویه، خمینه ریمانی، اِلمان محدود

Deformation analysis of the Earth crust based on manifold intrinsic geometry Case Study: Deformation analysis of the geodynamic network of Iran within 1999 - 2005

Ardalan A. A.¹, Voosoghi, B.² and Raoofian-Naeeni, M.³

¹ Professor, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Center of Excellence in Surveying Engineering and Disaster Prevention, University of Tehran, Iran

² Associate Professor, Faculty of Geodesy & Geomatics Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

³ Ph. D. Student of Geodesy, Department of Surveying and Geomatics Engineering, Center of Excellence in Surveying Engineering and Disaster Prevention, University of Tehran, Iran

(Received: 3 June 2009, Accepted: 4 July 2011)

Abstract

Unlike the classical deformation analysis of the Earth crust, which derives the planar and vertical strains separately, in this study, we have offered a method for 3-D deformation study based on intrinsic geometry of the manifolds on the topographic surface of the Earth. In this way, our method would be based on the 2-D metric tensor of horizontal

E-mail: ardalan@ut.ac.ir

دورنگار: ۰۲۱-۸۸۳۳۷۶۴۲

تلفن: ۰۲۱-۶۱۱۱۴۳۸۳

*نگارنده رابط:

deformation and 2-D curvature tensor of vertical deformation of the topographic surface of the Earth, which solve the problem of classical 2 and 1-D deformation study separately, while does not have the interpretation problem of extrinsic deformation study in 3-D space which results in 3-D strain tensors. From the derived metric tensor in our method two invariant deformations measures, i.e. dilatation (changes in the scale), maximum shear, and from curvature tensor two other invariant deformation measures, i.e. mean curvature and Gaussian curvature can be obtained. Our method algorithmically can be defined through its main computational steps as follows: (i) Computation of 3-D displacement vectors from repeated geodetic observations. (ii) Computation of the covariant and contravariant components of the displacement vector in the Gaussian moving frame. (iii) Discretization of the domain (Earth crust) in to finite surface elements. (iv) Computation of the strain and curvature tensors within the finite surface elements. As the case study, using repeated GNSS observations of the geodynamic network of Iran, crustal deformation within the coverage of the network is computed. The results show that the crust in most parts of the mentioned area is under contraction with the maximum value at South-West of the region. The maximum shear strain has also occurred in the southern part of the geodynamic network. The result of the vertical strain reveals uplift of the crust with maximum values at the South and South-East of the region. The result of the computation and the evaluations by comparison with the seismic map of the region show the success and usefulness of the presented method for deformation study of the crust.

Key words: Intrinsic geometry, Deformation analysis, Deformation tensor, Curvature tensor, Riemannian manifold, Finite element

۱ مقدمه

کننده تغییر شکل، و عرضه روش‌های محاسباتی گوناگون به منظور تعیین جابه‌جایی‌های پوسته زمین است. تغییر شکل‌های زمین را می‌توان در مقیاس زمانی، به صورت دائمی، دوره‌ای یا اتفاقی و در مقیاس‌های مکانی، به صورت جهانی یا منطقه‌ای طبقه‌بندی کرد. علل و عوامل ایجاد کننده این تغییرات بسیار گسترده است و منابع عمده این اثرات شامل حرکت قطبی، نیروهای کشندی (جزرومدی)، فعالیت‌های انسانی، بارگذاری روی پوسته، فعالیت‌های زمین‌ساختی و حرکات نامنظم و اتفاقی است (کراس و همکاران، ۱۹۷۸).

نیروهای وارد بر زمین، سبب ایجاد تأثیرات گوناگون در پوسته و در نهایت منجر به تغییر شکل سطح زمین می‌شوند. زمین با توجه به خصوصیات رئولوژی پوسته و سازوکارهای جبرانی در منتل و اندازه و رفتار زمانی نیروهای وارده، به نیروی اعمال شده پاسخ می‌دهد.

از آغاز خلقت تا کنون، شکل زمین و موقعیت آن در فضا بر اثر نیروهای گوناگون به صورت مداوم دستخوش تغییر و تحول بوده، و امروزه بشر در سایه دانش کسب شده، موفق به کشف موقعیت و شکل زمین و حرکت‌های متناوب آن در فضا شده است. در روند تاریخی، در پرتو تحقیقات و تفکرات اندیشمندان بزرگ دانش ریاضیات و نجوم، دانش عظیم ژئودزی به منزله آگاهی و هنر بررسی هندسه و گرانی زمین، پایه‌ریزی شده، و به واسطه اهمیت حیاتی زمین و نقش آن در بقای زندگی بشر، زمینه‌های فکری و تحقیقاتی آن، به همراه نظریه‌ها و الگوریتم‌های محاسباتی، روز به روز گسترش یافته است، امروزه دربرگیرنده بهینه‌عظیمی از بررسی‌ها و تحقیقات دنیای نوین است. یکی از مهم‌ترین و اساسی‌ترین زمینه‌های تحقیقاتی جدید در ژئودزی، مدل‌سازی تغییر شکل‌های زمین در مقیاس‌های محلی و جهانی و بررسی عوامل ایجاد

می‌سازند. شاید بتوان به ترادا، ۱۹۲۹، به منزله نخستین گام در بررسی جابه‌جایی‌های پوسته‌ای و برآورد گرنش متناظر با آن، با استفاده از مشاهدات ژئودتیکی در یک شبکه مسطحاتی، اشاره کرد. از آن زمان تا کنون، تحقیقات بسیاری از سوی دانشمندان ژئودزی در زمینه تغییر شکل‌های ژئودینامیکی، و عرضه راهکارها و نظریه‌های گوناگون بررسی هندسی آن، صورت پذیرفته است. برای مثال می‌توان به (پاپ، ۱۹۷۲؛ ویسکوچیل، ۱۹۷۷؛ برونر، ۱۹۷۹؛ لیوراتوس و ولاخوس، ۱۹۸۱؛ ولش، ۱۹۸۱؛ برونر و همکاران، ۱۹۸۱؛ ونت و همکاران، ۱۹۸۵؛ گرافارند، ۱۹۸۶؛ کاکوری و چن، ۱۹۹۱؛ تسوبی و همکاران، ۱۹۳۰ و لنسن و همکاران، ۱۹۹۸) اشاره کرد.

در دانش ژئودزی، برای بررسی تغییر شکل‌های زمین، مدل‌ها و راهکارهای گوناگونی عرضه شده است که آنها را می‌توان به روش‌های کلاسیک و نوین تقسیم‌بندی کرد. از آنجا که شبکه‌های ژئودزی کلاسیک بر مبنای فنون اندازه‌گیری، به شبکه‌های مسطحاتی، (triangulation and trilateration techniques) و شبکه‌های ارتفاعی (leveling techniques) تقسیم‌بندی می‌شدند، و هر یک به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌گرفتند، لذا در این شبکه‌ها، تغییر شکل‌های افقی و عمودی زمین به‌طور جداگانه مبنی بر سطوح مرجع تعریف شده برای هر یک محاسبه می‌شدند. با گذشت زمان، روش‌های اندازه‌گیری در ژئودزی به‌طور قابل‌توجهی گسترش یافته و در کنار فنون موجود، روش‌های ژئودزی فضایی با کمک ماهواره‌های GPS، SLR، DORIS، و اندازه‌گیری‌های سامانه‌های VLBI، تحول عظیمی را در موقعیت‌یابی نقاط در روی زمین به وجود آوردند، لذا موقعیت نقاط شبکه به‌طور جامع (مولفه‌های افقی و عمودی موقعیت) و با دقت‌های زیاد قابل محاسبه است و در حکم داده‌های مناسب و قابل

امروزه، در سایه پیشرفت‌های علمی و مفاهیم جدید زمین‌ساخت پلیت‌ها، نظریه‌های فیزیکی و ژئودینامیکی نوینی به منظور بررسی حرکات پوسته‌ای عرضه شده است. این نظریه‌ها بر این اساس است که سنگ‌سپهر (لیتوسفر) از تعدادی متناهی صفحات شبه‌صلب تشکیل شده است، و این صفحات نسبت به یکدیگر در حرکت اند. حرکت پلیت‌ها بر اساس مدل‌های حرکت جهانی گسل‌ها تشریح می‌شود. این مدل‌ها با در نظر گرفتن روش‌های حل معکوس (inverse problem) و استفاده از مشاهدات زمین‌شناسی مربوط به حرکت پلیت‌ها، نظیر تغییر در آزمون شکست، نرخ پخش‌شدگی و بردارهای لغزش حاصل از زلزله در نواحی مرز بین پلیت‌ها، تعیین می‌شوند. برای نمونه می‌توان به مدل‌های جهانی مینستر و جردن (۱۹۷۸) و چیس (۱۹۷۸) و مدل‌های تکامل‌یافته دتمس و همکاران (۱۹۹۰ و ۱۹۹۴) اشاره کرد. در اثر حرکت پلیت‌های زمین‌ساختی، انرژی گرنش کشسان (elastic strain energy) در مرز بین صفحات ذخیره، و پس از گذشت بازه زمانی مشخص، این انرژی به صورت ناگهانی آزاد، و موجب وقوع زلزله می‌شود. مدل‌های جهانی حرکت پلیت‌ها و اطلاعات لرزه‌نگاری، نشان می‌دهد که تغییر شکل‌های عمده سطح زمین در نواحی نسبتاً باریکی در حوالی مرز پلیت‌ها روی می‌دهد و متعاقباً تجمع زمین لرزه‌ها نیز در همین نواحی رخ می‌نماید. برای آگاهی از رفتار فیزیکی این گونه تغییرات و برآورد کمی آنها، نیازمند داشتن نگرشی هندسی برای توصیف طبیعت حادث مسئله هستیم.

بررسی هندسی پدیده‌های ژئودینامیکی در قلمرو دانش پهناور ژئودزی است. اندازه‌گیری موقعیت نقاط شبکه‌های ژئودتیکی در زمان‌های گوناگون و با استفاده از روش‌های کلاسیک یا فنون موقعیت‌یابی ماهواره‌ای، تعیین جابه‌جایی‌های دیفرانسیلی در موقعیت نقاط را میسر

موقعیت یابی به روش های جدید یاد شده است، هر چند که گاهی، تغییرات ارتفاعی با استناد به مولفه ارتفاعی به دست آمده از داده های GPS نیز محاسبه شده اند. برای نمونه می توان به میلن و همکاران، ۲۰۰۱؛ جانسون و همکاران، ۲۰۰۲؛ مازوتی و همکاران، ۲۰۰۳؛ کاسکادیا و اوکی، ۲۰۰۳ و بیوان و همکاران، ۲۰۰۴ اشاره کرد.

از آنجا که روش های کلاسیک مبتنی بر بررسی جداگانه جابه جایی های صفحه ای و قائم است، لذا این مدل ها شامل نارسایی های عمده زیرند:

۱- روش های کلاسیک آنالیز تغییر شکل، نیازمند استفاده از مدل های ریاضی سامانه های تصویر، به منظور محاسبه بردارهای موقعیت مسطحاتی نقاطند، و لذا از تاثیر ناشی از نقص این مدل ها و واپیچش های حاصل از آن تاثیر می پذیرند.

۲- تغییر شکل ها و جابه جایی های پوسته ای، در واقعیت، به طور مجزا، صرفاً به صورت مسطحاتی و یا قائم محض وجود ندارند، و المان هایی از فضای سه بعدی هستند، (تغییر شکل های قائم خود بر تغییر شکل های افقی تاثیر می گذارند) و لذا بررسی آنها به صورت مجزا، طبیعت واقعی مسئله را مدنظر قرار نمی دهد و قادر به بیان حالت واقعی تغییر شکل نیست.

۳- در آنالیز تغییر شکل صفحه ای، صرفاً، تغییر در خصوصیات متریک فضا مورد بررسی قرار گرفته، و یک تناظر یک به یک، مابین مولفه های متناظر تانسور متریک فضا در دو وضعیت جسم (قبل و بعد از تغییر شکل) برقرار می شود. در صورتی که، بررسی تغییر شکل پوسته زمین، فقط با استناد به تغییر در تانسور متریک فضا (بدون مدنظر قرار دادن خمیدگی حاصل از توپوگرافی) به طور کامل صورت نمی پذیرد.

علاوه بر نارسایی های ذکر شده در مدل های کلاسیک، از آنجا که مشاهدات ژئودتیکی وابسته به توپوگرافی سطح زمین اند، آنالیز تغییر شکل کل زمین

اطمینانی در مسئله برآورد تغییر شکل زمین به کار گرفته می شوند. بنابراین در روش های نوین، میدان جابه جایی، به صورت سه بعدی و با استفاده از مشاهدات تکرار شونده در شبکه های ژئودزی فضایی مورد بررسی قرار می گیرد. نمونه هایی از تحقیقات ژئودینامیکی که با کمک روش های ژئودزی فضایی در تعیین تغییر شکل های پوسته زمین صورت گرفته اند به شرح زیر است:

(مکنزی، ۱۹۷۰؛ هاردا و همکاران، ۱۹۷۸؛ ونیچک و همکاران، ۱۹۸۱؛ هارنر و همکاران، ۱۹۸۳؛ کاسپارینی و همکاران، ۱۹۸۵؛ کراس و همکاران، ۱۹۸۷؛ دویی، ۱۹۸۸؛ بوک و همکاران، ۱۹۸۹؛ آرگوس و همکاران، ۱۹۸۹؛ اسمیت و همکاران، ۱۹۹۰؛ چن، ۱۹۹۱؛ آجوس و همکاران، ۱۹۹۲؛ کاستلارین و همکاران، ۱۹۹۲؛ کاکوری و همکاران، ۱۹۹۲؛ جیمز و همکاران، ۱۹۹۳؛ مولر، ۱۹۹۴؛ رنر و همکاران، ۱۹۹۴؛ لانگرن و همکاران، ۱۹۹۵؛ گولک و همکاران، ۱۹۹۶؛ مکاریتی، ۱۹۹۶؛ کاکوری، ۱۹۹۷؛ ریلینگر و همکاران، ۱۹۹۷؛ میوزاکی و همکاران، ۱۹۹۷؛ پلج و همکاران، ۱۹۹۸؛ پاگارت و همکاران، ۱۹۹۸؛ بیانکو و همکاران، ۱۹۹۸؛ کلارک و همکاران، ۱۹۹۸؛ کال و همکاران، ۱۹۹۸؛ کاکوری و همکاران، ۱۹۹۸؛ لیسن و همکاران، ۱۹۹۸؛ کرنک و همکاران، ۱۹۹۸؛ ترگونینگ و همکاران، ۱۹۹۸؛ وسل و همکاران، ۱۹۹۸؛ وارد، ۱۹۹۸؛ بادا و همکاران، ۱۹۹۹؛ سیاجیا و همکاران، ۱۹۹۹؛ بوچر و همکاران، ۱۹۹۹؛ دیمتس و همکاران، ۱۹۹۹؛ مک میلیان و همکاران، ۱۹۹۹؛ ون برانت و همکاران، ۱۹۹۹؛ کاپورالی و همکاران، ۲۰۰۰؛ وثوقی، ۲۰۰۳؛ چان، ۲۰۰۶؛ سادورین و همکاران، ۲۰۰۶ و مقتصد آذر، ۲۰۰۷).

امروزه با وجود روش های موقعیت یابی فضایی و تعیین میدان جابه جایی سه بعدی، بررسی تغییر شکل کماکان به صورت مجزا برای تغییر شکل های افقی و عمودی صورت می پذیرد، شاید علت این امر، نبود دقت ارتفاعی کافی در

نسبت به یک دستگاه مختصات سه‌بعدی اقلیدسی، و فقط، با تکیه بر میدان جابه‌جایی حاصل از مشاهدات ژئودتیکی نیز، طبیعت واقعی و ذاتی پوسته زمین و اندازه تغییر شکل متناسب با آن را مدنظر قرار نمی‌دهد؛ چراکه تغییر شکل‌های پوسته زمین در واقعیت در راستای ناهمواری‌های سطح رویه حاصل از توپوگرافی زمین روی می‌دهند، و اصطلاحاً در یک فضای سه‌بعدی اقلیدسی، جاسازی شده‌اند. علاوه بر اینها، روش‌های بررسی سه‌بعدی تغییر شکل، سادگی محاسبات در فضای دو‌بعدی را ندارند و تفسیر نتایج حاصل از این آنالیزها، که همان تانسورهای تغییر شکل سه‌بعدی و کمیت‌های ناوردای حاصل از آن است بسیار دشوار است. با توجه به نارسایی‌های یادشده و ذکر این نکته که تنها منبع مشاهداتی، اندازه‌گیری‌های ژئودتیکی (طول و عرض جغرافیایی حاصل از روش‌های فضایی) پوسته زمین است، لذا مناسب‌ترین روش برای آنالیز تغییر شکل زمین، با در نظر گرفتن شکل هندسی واقعی پوسته زمین، و بررسی تغییر شکل بر اساس شکل توپوگرافی پوسته، که یک رویه منحنی‌الخط است، صورت می‌پذیرد که در نوشتارهای مربوط به هندسه دیفرانسیل و نظریه پوسته‌ای، به آن آنالیز تغییر شکل رویه (surface deformation analysis) گفته می‌شود.

در این نگرش، سطح زمین به صورت یک خمینه ریمانی دو‌بعدی (M^2)، یعنی، یک رویه منحنی‌الخط، که در یک فضای سه‌بعدی اقلیدسی قرار داده شده، در نظر گرفته می‌شود. لذا، آنالیز تغییر شکل به‌طور کامل به کمک تانسورهای اساسی اول (تغییر در تانسور متریک) و دوم فضا (تغییر در تانسور خمیدگی) و کمیت‌های ناوردای مرتبط با آنها تفسیر می‌شود. برای توصیف هندسه یک خمینه ریمانی n بعدی، فرض می‌کنیم که این خمینه، زیرفضایی از یک خمینه دیگر از ابعاد بالاتر باشد ($M^n \subset M^{n+1}$) که در اصطلاح آن را آب‌رویه خمینه

$$op = x = x_k i^k \quad k = 1, 2, \dots, n+1 \quad (1)$$

در کنار خمینه M^n و فضای آب‌رویه آن E^{n+1} ، یک فضای برداری R^n نیز موجود است، که تصویر M^n تحت یک نگاشت دوسویی و پیوسته φ است و در اصطلاح، نمودار خمینه را ایجاد می‌کند، به تابع φ ، همریختی (homeomorphism) گفته می‌شود. نقطه $p \in M^n$ ، را، یا می‌توان نقطه‌ای از E^{n+1} ، در نظر گرفته و برحسب مولفه‌های $(x^1, x^2, \dots, x^{n+1})$ ، بیان کرد. و یا نقطه‌ای از M^n ، و تصویر آن در R^n تحت نگاشت دوسویی φ در نظر گرفته، و به کمک مختصاتهای منحنی‌الخط محلی (q^1, q^2, \dots, q^n) ، نمایش داد. لذا می‌توان خمینه M^2 را در فضای E^3 ، به کمک سه تابع اسکالر توسط روابط زیر نمایش داد:

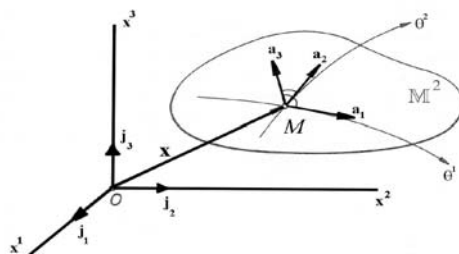
$$x = op = j_k f^k(\theta^1, \theta^2) = j_k x^k \quad (2)$$

برای بررسی تغییر شکل یک رویه، دو نگرش هندسی متفاوت به کار می‌رود.

۱- نگرش بیرونی (extrinsic approach)، که در این روش دستگاه‌های مختصاتی که در فضای جسم تعریف می‌شوند، مرتبط با فضای M^{n+1} هستند، این آب‌فضا (hyper space) را می‌توان با دستگاه مختصات اقلیدسی و یا به‌صورت موضعی با دستگاه مختصات منحنی‌الخط فضایی به دستگاه متریک تبدیل کرد.

۲- نگرش ذاتی یا درونی (intrinsic approach)، که در این روش دستگاه‌های مختصاتی که در فضای جسم تعریف می‌شوند، به‌طور مستقیم مرتبط با هندسه رویه تغییر شکل دهنده هستند و در هر نقطه مطابق شکل (۱) یک

چارچوب، براساس بردارهای پایه مماسی و بردار نرمال بر رویه، که در اصطلاح به آن چارچوب متحرک گاوسی می‌گویند، تعریف می‌شود.



شکل ۱. نمایش بردارهای پایه گاوسی (مقتصد آذر، ۲۰۰۶).

معادلات مربوط به بردارهای پایه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$a_\alpha = \frac{\partial x}{\partial \theta^\alpha} = \frac{\partial (j_k f^k(\theta^1, \theta^2))}{\partial \theta^\alpha} = \frac{\partial f^k(\theta^1, \theta^2)}{\partial \theta^\alpha} j_k \quad (3)$$

$$n = a_3 = \frac{a_1 \times a_2}{\|a_1 \times a_2\|}$$

و برای بردارهای پایه پادوردا خواهیم داشت

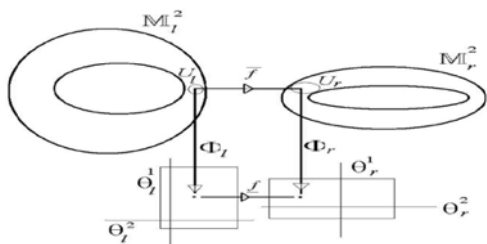
$$a^1 = \frac{a_2 \times a_3}{\langle a_1 \times a_2, a_3 \rangle}, \quad a^2 = \frac{a_3 \times a_1}{\langle a_1 \times a_2, a_3 \rangle} \quad (4)$$

برای مطالعه بیشتر و اطلاعات جامع‌تر در مورد سطوح ریمانی می‌توان به اولدلک، ۱۹۹۰؛ لیسای، ۱۹۹۸؛ آلتینر، ۱۹۹۹؛ وثوقی، ۲۰۰۰ و مقتصد آذر، ۲۰۰۷، مراجعه کرد.

۲ نظریه تغییرشکل رویه

در آنالیز تغییرشکل، ویژگی‌های جسم در دو وضعیت مرجع (reference state) و وضعیت جاری (current state) با یکدیگر مقایسه می‌شود. در روند تغییرشکل، کلیه نقاط جسم از مقطع زمانی t_1 مسیری را در فضا طی می‌کنند، تا به موقعیت جدید خود در مقطع زمانی t_2 برسند. آنالیز تغییرشکل رویه، درحقیقت محاسبه تغییرات ایجاد شده در خصوصیات هندسی رویه در وضعیت مرجع نسبت به وضعیت جاری است. درواقع تغییرشکل رویه، مطابق شکل (۲)، نگاهی یک‌به‌یک از یک خمینه ریمانی (مرجع) به خمینه ریمانی دیگر (جاری)

است.



شکل ۲. نگاهت، از وضعیت مرجع به وضعیت جاری (وثوقی، ۲۰۰۰).

و لذا می‌توان معادلات حرکت یا تغییرشکل را به صورت زیر بیان کرد

$$\theta^\alpha = \theta^\alpha(\Theta^\Phi), \quad \Theta^\Phi = \Theta^\Phi(\theta^\alpha) \quad (5)$$

دو نگرش در بررسی تغییرشکل مدنظر است، نگرش لاگرانژی، که دراین نگرش، خصوصیات هندسی رویه در وضعیت مرجع معلوم و شناخته شده فرض می‌شود و مدل‌سازی تغییرشکل از مقایسه وضعیت نامعلوم با این وضعیت معلوم به‌دست می‌آید، و نگرش اویلری، که در این نگرش، وضعیت به صورت عکس است. در این حالت خصوصیات هندسی در وضعیت فعلی معلوم هستند. به مختصات نقاط در وضعیت مرجع مختصات لاگرانژی یا مادی، و در وضعیت جاری مختصات اویلری یا فضایی گفته می‌شود. همه کمیت‌های تانسوری و مختصات نقاط در وضعیت مرجع با حروف بزرگ، و در وضعیت جاری با حروف کوچک نمایش داده می‌شوند.

همان‌طور که می‌دانیم هندسه یک رویه به کمک صورت‌های اساسی اول و دوم رویه نمایش داده می‌شود و لذا تغییرشکل رویه، با مقایسه صورت‌های اساسی اول و دوم رویه در دو وضعیت مرجع و جاری محاسبه می‌شود. صورت اساسی اول رویه به کمک تانسور متریک خمینه ریمانی به شکل زیر تعریف می‌شود

$$I(\theta^1, \theta^2) = \langle d\bar{x}, d\bar{x} \rangle = ds^2 = a_{\alpha\beta} d\theta^\alpha d\theta^\beta \quad (6)$$

ناوردای مربوط به تانسور تغییر شکل نوع دوم، مفسرهای فیزیکی تغییر شکل‌های قائم رویه (نشست یا بالا آمدن زمین در همسایگی یک نقطه) هستند.

۱-۲ تانسور تغییر شکل نوع اول

برای دستیابی به معادلات مربوط به این تانسور، از تفاضل صورت اساسی اول رویه برای وضعیت مرجع و جاری مطابق جدول (۱) استفاده می‌کنیم:

که در این معادلات $E_{\Lambda\Phi}$ و $e_{\lambda\phi}$ ، به ترتیب تانسور گرنش لاگرانژی و اوپلری هستند، و به طور خلاصه آنها را با نمادهای E_I و E_r نمایش می‌دهند. علاوه بر تانسورهای گرنش لاگرانژی و اوپلری که مرتبط با صورت اساسی اول رویه هستند، با توجه به روابط موجود در جدول (۱)، معادلات مربوط به دو تانسور تغییر شکل دیگر نیز که در مراجع مربوط به مکانیک محیط‌های پیوسته دارای اهمیت زیادی هستند، با توجه به روابط زیر بیان می‌شوند

$$\begin{aligned} C_{\Phi\Lambda} &= a_{\lambda\phi} \frac{dq^\lambda}{dQ^\Lambda} \frac{dq^\phi}{dQ^\Phi} = \frac{\partial \bar{x}}{\partial \Theta^\Lambda} \\ c_{\lambda\phi} &= A_{\Lambda\Phi} \frac{dQ^\Lambda}{dq^\lambda} \frac{dQ^\Phi}{dq^\phi} = \frac{\partial \bar{X}}{\partial \theta^\lambda} \end{aligned} \quad (10)$$

که $C_{\Phi\Lambda}$ و $c_{\lambda\phi}$ ، به ترتیب تانسور تغییر شکل گرین (باتانسور چپ کوشی-گرین) و تانسور تغییر شکل کوشی (باراست کوشی-گرین) نامیده می‌شوند. (ارینگن، ۱۹۶۲).

که در این معادله $a_{\alpha\beta}$ ، مختصات دو مرتبه هموردا تانسور متریک رویه است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$a_{\alpha\beta} = \left\langle \frac{\partial x}{\partial \Theta^\alpha}, \frac{\partial x}{\partial \Theta^\beta} \right\rangle = \langle a_\alpha, a_\beta \rangle \quad \alpha = 1, 2 \quad (7)$$

و صورت اساسی دوم رویه به کمک تانسور خمیدگی رویه با معادله زیر تعریف می‌شود

$$II(\theta^1, \theta^2) = - \langle dn, d\bar{x} \rangle = b_{\alpha\beta} d\theta^\alpha d\theta^\beta \quad (8)$$

که در این معادله $b_{\alpha\beta}$ ، مختصات دو مرتبه هموردا تانسور خمیدگی رویه است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$b_{\alpha\beta} = - \left\langle \frac{\partial n}{\partial \theta^\alpha}, \frac{\partial x}{\partial \theta^\beta} \right\rangle = \langle n, \frac{\partial a_\alpha}{\partial \theta^\beta} \rangle \quad (9)$$

لذا، آنالیز تغییر شکل رویه، به طور کامل با محاسبه تغییر در تانسور متریک رویه (تفاوت صورت اساسی اول در دو وضعیت) و تانسور خمیدگی رویه (تفاوت صورت اساسی دوم در دو وضعیت) عملی می‌شود و در اصطلاح آنها را تانسور تغییر شکل نوع اول (تانسور گرنش) و تانسور تغییر شکل نوع دوم می‌نامند. هر یک از این تانسورها شامل کمیت‌های ناوردایی هستند که تغییر شکل فیزیکی رویه به کمک آنها تفسیر می‌شود. کمیت‌های ناوردای مربوط به تانسور تغییر شکل نوع اول، مفسرهای فیزیکی تغییر شکل‌های مسطحاتی هستند، و کمیت‌های

جدول ۱. نمایش تانسورهای گرنش لاگرانژی و اوپلری.

Lagrangian

$$\begin{aligned} I_r - I_l &= a_{\lambda\phi} d\theta^\lambda d\theta^\phi - A_{\Lambda\Phi} d\Theta^\Lambda d\Theta^\Phi \\ &= (a_{\lambda\phi} \frac{d\theta^\lambda}{d\Theta^\Lambda} \frac{d\theta^\phi}{d\Theta^\Phi} - A_{\Lambda\Phi}) d\Theta^\Lambda d\Theta^\Phi \\ &= 2E_{\Lambda\Phi} d\Theta^\Lambda d\Theta^\Phi \end{aligned}$$

where

$$E_{\Lambda\Phi} = \frac{1}{2} \left(a_{\lambda\phi} \frac{d\theta^\lambda}{d\Theta^\Lambda} \frac{d\theta^\phi}{d\Theta^\Phi} - A_{\Lambda\Phi} \right)$$

Eulerian

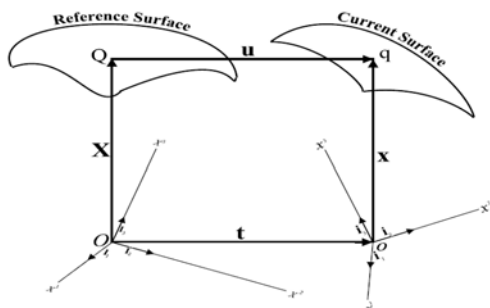
$$\begin{aligned} I_r - I_l &= a_{\lambda\phi} d\theta^\lambda d\theta^\phi - A_{\Lambda\Phi} d\Theta^\Lambda d\Theta^\Phi \\ &= (a_{\lambda\phi} - A_{\Lambda\Phi} \frac{d\Theta^\Lambda}{d\theta^\lambda} \frac{d\Theta^\Phi}{d\theta^\phi}) d\theta^\lambda d\theta^\phi \\ &= 2e_{\lambda\phi} d\theta^\lambda d\theta^\phi \end{aligned}$$

where

$$e_{\lambda\phi} = \frac{1}{2} \left(a_{\lambda\phi} - A_{\Lambda\Phi} \frac{d\Theta^\Lambda}{d\theta^\lambda} \frac{d\Theta^\Phi}{d\theta^\phi} \right)$$

مطابق شکل ۳ به صورت زیر نمایش داد.

$$\vec{u} = \vec{x} - \vec{X} + \vec{t} \quad (11)$$



شکل ۳. بردار جابه‌جایی بین وضعیت مرجع و جاری (وئوقی، ۲۰۰۰).

۱-۳ تانسور تغییرشکل نوع اول

با استفاده از روابط مربوط به تانسورهای تغییرشکل کوشی و گرین و با در نظر گرفتن معادله (۱۱)، روابط مربوط به تانسورهای تغییرشکل نوع اول، طبق روابط جدول (۳) بر حسب بردار جابه‌جایی محاسبه می‌شوند.

۲-۲ تانسور تغییرشکل نوع دوم

برای دستیابی به روابط مربوط به تانسورهای تغییرشکل نوع دوم، از تفاضل صورت اساسی دوم رویه در دو وضعیت مرجع و جاری مطابق روابط جدول (۲) استفاده می‌کنیم. در این معادلات $K_{\lambda\phi}$ و $k_{\lambda\phi}$ به ترتیب تانسورهای تغییرشکل نوع دوم لاگرانژی و اوپلری هستند، و به‌طور خلاصه آنها را با نمادهای K_r و K_l نمایش می‌دهند.

۳ بیان تانسورهای تغییرشکل به کمک بردار

جابه‌جایی

از آنجا که معمولاً تعیین معادلات تغییرشکل (معادلات ۵) دشوار است و در عمل آنچه از طریق مشاهدات ژئودتیکی حاصل می‌شود، بردار جابه‌جایی است، لذا برای کاربردهای عملی این نظریه، مناسب‌تر است که معادلات مربوط به تانسورهای تغییرشکل، براساس بردار جابه‌جایی بیان شوند. می‌توان معادلات مربوط به بردار جابه‌جایی را

جدول ۲. نمایش تانسورهای تغییرشکل نوع دوم در نگرش‌های لاگرانژی و اوپلری.

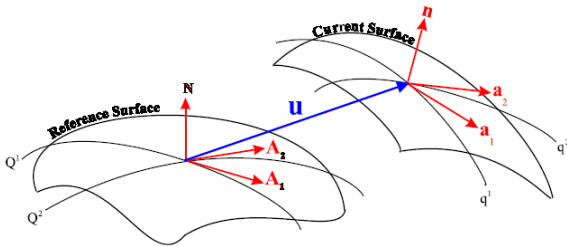
Lagrangian	Eulerian
$\begin{aligned} \Pi_r - \Pi_l &= b_{\lambda\phi} dq^\lambda dq^\phi - B_{\Lambda\Phi} dQ^\Lambda dQ^\Phi \\ &= b_{\lambda\phi} \frac{\partial q^\lambda}{\partial Q^\Lambda} \frac{\partial q^\phi}{\partial Q^\Phi} dQ^\Lambda dQ^\Phi - B_{\Lambda\Phi} dQ^\Lambda dQ^\Phi \\ &= (b_{\lambda\phi} \frac{\partial q^\lambda}{\partial Q^\Lambda} \frac{\partial q^\phi}{\partial Q^\Phi} - B_{\Lambda\Phi}) dQ^\Lambda dQ^\Phi \\ &= 2K_{\Lambda\Phi} dQ^\Lambda dQ^\Phi \end{aligned}$	$\begin{aligned} \Pi_r - \Pi_l &= b_{\lambda\phi} dq^\lambda dq^\phi - B_{\Lambda\Phi} dQ^\Lambda dQ^\Phi \\ &= b_{\lambda\phi} dq^\lambda dq^\phi - B_{\Lambda\Phi} \frac{\partial Q^\Lambda}{\partial q^\lambda} \frac{\partial Q^\Phi}{\partial q^\phi} dq^\lambda dq^\phi \\ &= (b_{\lambda\phi} - B_{\Lambda\Phi} \frac{\partial Q^\Lambda}{\partial q^\lambda} \frac{\partial Q^\Phi}{\partial q^\phi}) dq^\lambda dq^\phi \\ &= 2k_{\lambda\phi} dq^\lambda dq^\phi \end{aligned}$
<p>where</p> $K_{\Lambda\Phi} = \frac{1}{2} (b_{\lambda\phi} \frac{\partial q^\lambda}{\partial Q^\Lambda} \frac{\partial q^\phi}{\partial Q^\Phi} - B_{\Lambda\Phi})$	<p>where</p> $k_{\lambda\phi} = \frac{1}{2} (b_{\lambda\phi} - B_{\Lambda\Phi} \frac{\partial Q^\Lambda}{\partial q^\lambda} \frac{\partial Q^\Phi}{\partial q^\phi})$

جدول ۳. نمایش تانسورهای گرین لاگرانژی و اوپلری بر حسب بردار جابه‌جایی.

Lagrangian	Eulerian
$\begin{aligned} E_{\Lambda\Phi} &= \frac{1}{2} (C_{\Lambda\Phi} - A_{\Lambda\Phi}) \\ &= \frac{1}{2} \left(\left\langle \frac{\partial \vec{u}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \vec{X}}{\partial Q^\Phi} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \vec{X}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \vec{u}}{\partial Q^\Phi} \right\rangle \right) \\ &\quad + \left\langle \frac{\partial \vec{u}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \vec{u}}{\partial Q^\Phi} \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} (\langle u_{,\Lambda}, u_{,\Phi} \rangle + \langle u_{,\Lambda}, A_\Phi \rangle + \langle A_\Lambda, u_{,\Phi} \rangle) \end{aligned}$	$\begin{aligned} e_{\lambda\phi} &= \frac{1}{2} (c_{\lambda\phi} - a_{\lambda\phi}) \\ &= \frac{1}{2} \left(\left\langle \frac{\partial \vec{u}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^\phi} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \vec{u}}{\partial q^\phi} \right\rangle \right) \\ &\quad - \left\langle \frac{\partial \vec{u}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \vec{u}}{\partial q^\phi} \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} (\langle u_{,\lambda}, u_{,\phi} \rangle + \langle u_{,\lambda}, a_\phi \rangle - \langle a_\lambda, u_{,\phi} \rangle) \end{aligned}$

(intrinsic approach) در آنالیز تغییر شکل رویه، مستقیماً مرتبط با ویژگی‌های هندسی رویه تغییر شکل دهنده است، و لذا، دستگاه‌های مختصات و تانسورهای مفسر تغییر شکل بر اساس مختصات منحنی‌الخط رویه تعریف می‌شوند. بنابراین، برای محاسبه مشتقات جزئی بردار جابه‌جایی نسبت به مختصات منحنی‌الخط، در معادلات مربوط به تانسورهای تغییر شکل، باید مولفه‌های هموردا و پادوردا بردار جابه‌جایی را نسبت به چارچوب متحرک گاوسی محاسبه کنیم، لذا همان‌گونه که در شکل ۵ نشان داده شده است، می‌توان بردار جابه‌جایی را برحسب بردارهای پایه (هموردا یا پادوردا) چارچوب گاوسی در وضعیت مرجع و جاری با روابط زیر نشان داد:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \bar{U}^\Lambda \bar{A}_\Lambda + \bar{U}^3 \bar{N} = \bar{U}^\Lambda \bar{A}^\Lambda + \bar{U}^3 \bar{N} && \text{reference state} \\ \bar{u} &= \bar{u}_\lambda \bar{a}^\lambda + \bar{u}^3 \bar{n} = \bar{u}^\lambda \bar{a}_\lambda + \bar{u}^3 \bar{n} && \text{current state} \end{aligned} \quad (13)$$



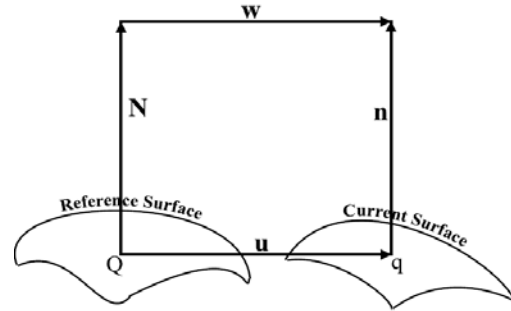
شکل ۵. نمایش تجزیه بردار جابه‌جایی نسبت به چارچوب گاوسی در دو وضعیت مرجع و جاری (وثوقی، ۲۰۰۰).

۲-۳ تانسور تغییر شکل نوع دوم

برای بیان معادلات مربوط به تانسورهای تغییر شکل نوع دوم، از تفاضل بردارهای نرمال بر چارچوب متحرک گاوسی در وضعیت مرجع (N) و جاری (n)، در هر نقطه استفاده می‌کنیم (وثوقی ۲۰۰۳)، لذا بردار تفاضل w ، مطابق شکل (۴) به صورت زیر بیان می‌شود

$$w = \bar{n} - \bar{N} \quad (12)$$

و به کمک این رابطه، معادلات تانسور تغییر شکل نوع دوم برحسب بردار جابه‌جایی به صورت روابط جدول (۴) بیان می‌شود.



شکل ۴. نمایش بردار تفاضل بین امتدادهای نرمال بر چارچوب گاوسی نسبت به حالت مرجع و جاری (وثوقی، ۲۰۰۰).

۴ نگرش ذاتی در آنالیز تغییر شکل رویه

همان‌گونه که در مقدمه تحقیق ذکر شد، نگرش ذاتی

جدول ۴. معادلات مربوط به تانسورهای تغییر شکل لاگرانژی و اویلری نوع دوم نسبت به بردار جابه‌جایی.

Lagrangian

$$\begin{aligned} K_{\Lambda\Phi} &= \frac{\partial q^\lambda}{\partial Q^\Lambda} \frac{\partial q^\phi}{\partial Q^\Phi} b_{\lambda\phi} - B_{\Lambda\Phi} \\ &= - \frac{\partial q^\lambda}{\partial Q^\Lambda} \frac{\partial q^\phi}{\partial Q^\Phi} \left\langle \frac{\partial n}{\partial q^\lambda}, a_\phi \right\rangle - B_{\Lambda\Phi} \\ &= - \left\langle \frac{\partial(w + N)}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial(X + u)}{\partial Q^\Phi} \right\rangle - B_{\Lambda\Phi} \\ &= - \left\langle \frac{\partial w}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial X}{\partial Q^\Phi} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial w}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial u}{\partial Q^\Phi} \right\rangle \\ &\quad - \left\langle \frac{\partial N}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial u}{\partial Q^\Phi} \right\rangle \end{aligned}$$

Eulerian

$$\begin{aligned} k_{\lambda\phi} &= b_{\lambda\phi} - \frac{\partial Q^\Lambda}{\partial q^\lambda} \frac{\partial Q^\Phi}{\partial q^\phi} B_{\Lambda\Phi} \\ &= b_{\lambda\phi} + \frac{\partial Q^\Lambda}{\partial q^\lambda} \frac{\partial Q^\Phi}{\partial q^\phi} \left\langle \frac{\partial N}{\partial Q^\Lambda}, a_\phi \right\rangle \\ &= b_{\lambda\phi} - \left\langle \frac{\partial(w - n)}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial(x - u)}{\partial q^\phi} \right\rangle \\ &= - \left\langle \frac{\partial w}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial x}{\partial q^\phi} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial w}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial u}{\partial q^\phi} \right\rangle \\ &\quad - \left\langle \frac{\partial n}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial u}{\partial q^\phi} \right\rangle \end{aligned}$$

می شوند

$$\bar{U}^\Lambda|_\Phi = \frac{\partial \bar{U}^\Lambda}{\partial Q^\Phi} + \Gamma_{\Phi\Theta}^\Lambda \bar{U}^\Theta, \quad \bar{U}_{\Lambda|\Phi} = \frac{\partial \bar{U}_\Lambda}{\partial Q^\Phi} - \Gamma_{\Lambda\Phi}^\Theta \bar{U}_\Theta \quad (19)$$

که در این روابط $\Gamma_{\gamma\beta}^\alpha$ ، نماد کریستوفل نوع دوم است و با معادله زیر تعریف می شود

$$\Gamma_{\gamma\beta}^\alpha = \frac{1}{2} = a^{\alpha\theta} \left(\frac{\partial a_{\theta\gamma}}{\partial q^\beta} + \frac{\partial a_{\theta\beta}}{\partial q^\gamma} + \frac{\partial a_{\gamma\beta}}{\partial q^\theta} \right) \quad (20)$$

به کمک روابط پیش گفته می توان معادلات تانسورهای تغییرشکل نوع اول را در حالت کلی به صورت ساده شده زیر نمایش داد

$$E_l = \frac{1}{2} (U_{\Lambda\Phi} + U_{\Phi\Lambda} + U_{\Lambda}^\Psi U_{\Psi\Phi} + U_{3\Lambda} U_{3\Phi}) \quad (21)$$

$$E_r = \frac{1}{2} (u_{\lambda\phi} + u_{\phi\lambda} + u_{\lambda}^\psi u_{\psi\phi} + u_{3\lambda} u_{3\phi})$$

برای دستیابی به معادلات مربوط به تانسورهای تغییرشکل نوع دوم، می توان مشابه تجزیه بردار جابه جایی، بردار W را نیز نسبت به بردارهای پایه چارچوب گاوسی تجزیه کرد و در نهایت به معادلات زیر رسید

$$K_l = B_\Phi^\Psi U_{\Psi\Lambda} - W_{\Lambda\Phi} - W_\Phi^\Psi U_{\Psi\Lambda} - W_{3\Phi} W_{3\Lambda} \quad (22)$$

$$K_r = b_\phi^\psi u_{\psi\lambda} - w_{\lambda\phi} + w_\phi^\psi u_{\psi\lambda} + w_{3\phi} w_{3\lambda}$$

که در این معادلات کمیت های تانسوری با روابط زیر مشخص می شوند

$$W_\Lambda^\Phi = W^\Phi|_\Lambda - B_\Lambda^\Phi W^3 \quad (23)$$

$$W_{\Lambda\Phi} = W_{\Lambda|\Phi} - B_{\Lambda\Phi} W^3$$

$$W_{3\Lambda} = B_\Lambda^\Phi W_\Phi + W_\Lambda^3$$

۴-۱ محاسبه مفسرهای ناوردای تغییرشکل

بر خلاف آنالیز تغییرشکل صفحه ای، که در آنها مختصات تانسور گرنش به طور مستقیم دارای مفاهیم فیزیکی هستند، این موضوع در مورد تانسورهای تغییرشکل، در نگرش بیان شده (جدول ۳ و ۴)، به دلیل طبیعت منحنی الخط بودن مسئله، برقرار نیست. اما همان طور که می دانیم، مقادیر ویژه یک ماتریس کمیت هایی هستند که مستقل از دستگاه

که در رابطه (۱۳)، \bar{U}^α ($\alpha = 1, 2$) و \bar{U}^3 ، مولفه های پادوردا و \bar{U}_α ($\alpha = 2$)، و \bar{U}_3 مولفه های هموردا حاصل از تجزیه بردار جابه جایی در چارچوب متحرک گاوسی هستند. (مولفه های هموردا و پادوردا بردار جابه جایی نسبت به بردار نرمال با یکدیگر برابرند، یعنی $U^3 = U_3$) لذا، مشتقات نسبی بردار جابه جایی نسبت به مختصات منحنی الخط به صورت زیر بیان می شود (در اینجا روابط برای وضعیت مرجع بیان می شوند روابط مشابه برای وضعیت جاری را با قرار دادن کمیت های تانسوری در این وضعیت، محاسبه می کنند.

$$\frac{\partial u}{\partial \Theta^\Lambda} = \frac{\partial (\bar{U}^\Phi A_\Phi)}{\partial \Theta^\Lambda} + \frac{\partial (\bar{U}^3 N)}{\partial \Theta^\Lambda} \quad (14)$$

$$= U_\Lambda^\Phi A_\Phi + U_\Lambda^3 N$$

که در این معادله، کمیت های تانسوری U_Λ^Φ و U_Λ^3 با معادلات زیر تعریف می شوند

$$U_\Lambda^\Phi = \bar{U}^\Phi|_\Lambda - \bar{U}^3 B_\Lambda^\Phi \quad (15)$$

$$U_\Lambda^3 = \frac{\partial \bar{U}^3}{\partial \Theta^\Lambda} + \bar{U}^\Phi B_{\Lambda\Phi}$$

همچنین، مختصات یک مرتبه هموردا و یک مرتبه پادوردا تانسور B_Λ^Φ را، با اعمال قاعده بالا و پایین بردن اندیس های یک تانسور، در مورد تانسور خمیدگی رویه $B_{\Lambda\Phi}$ ، با رابطه زیر محاسبه می کنند (وئوقی، ۲۰۰۰)

$$B_\Lambda^\Phi = A^{\Phi\Psi} B_{\Lambda\Psi} \quad (16)$$

و با روش مشابه می توان نشان داد که

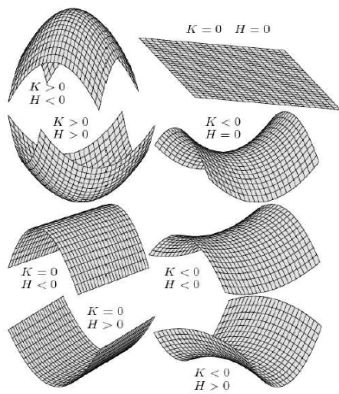
$$\frac{\partial u}{\partial \Theta^\Lambda} = U_{\Phi\Lambda} A^\Phi + U_{3\Lambda} N \quad (17)$$

که در این معادله

$$U_{\Phi\Lambda} = \bar{U}_{\Phi|\Lambda} - \bar{U}^3 B_{\Phi\Lambda} \quad U_{3\Lambda} = U_\Lambda^3 \quad (18)$$

در معادلات (۱۵) و (۱۸)، $\bar{U}^\Phi|_\Lambda$ و $\bar{U}_{\Phi|\Lambda}$ ، به ترتیب مشتقات هموردا بردارهای پادوردا \bar{U}^Φ و \bar{U}_Φ ، نسبت به مختصات منحنی الخط رویه اند و با روابط زیر تعریف

مورد استفاده قرارداد. در آنالیز تغییر شکل رویه، معمولاً، کمیت‌های ناوردای متناسب با صورت اساسی دوم رویه، خمیدگی متوسط (h, H) و خمیدگی گاوسی (k, K) هستند و تفاضل این دو کمیت در وضعیت جاری و مرجع نشان‌دهنده نشست یا بالا آمدن سطح زمین است و آن را با معادلات جدول ۵ نمایش می‌دهند. می‌توان تغییرات قائم رویه را با توجه به علامت خمیدگی متوسط و خمیدگی گاوسی مطابق شکل ۶ نمایش داد.



شکل ۶. نمایش تغییرات قائم رویه با توجه به علامت کمیت‌های ناوردای تانسور خمیدگی رویه (مقتصد آذر، ۲۰۰۷).

جدول ۶. طبقه‌بندی شکل رویه با توجه به علامت کمیت‌های ناوردای مرتبط با تانسور خمیدگی (مقتصد آذر، ۲۰۰۷).

	$K < 0$	$K = 0$	$K > 0$
$H < 0$	Saddle Valley	Concave(Cylinder)	Concave(Ellipsoid)
$H = 0$	Minimal	Plane	Impossible
$H > 0$	Saddle Ridge	Convex(Cylinder)	Convex(Ellipsoid)

جدول ۵. مفسرهای ناوردای مربوط به تانسور تغییر شکل نوع دوم در نگرش لاگرانژی و اویلری.

Lagrangian

$$h - H = \frac{1}{2} \left(a^{\lambda\phi} b_{\lambda\phi} - A^{\Lambda\Phi} B_{\Lambda\Phi} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(A^{\Lambda\Phi} K_{\Lambda\Phi} + 2E^{\Lambda\Phi} B_{\Lambda\Phi} + 2E^{\Lambda\Phi} K_{\Lambda\Phi} \right)$$

$$k - K = \frac{\det(B_{\Lambda\Phi} + K_{\Lambda\Phi})}{\det(A_{\Lambda\Phi} + 2E_{\Lambda\Phi})} - \frac{\det(B_{\Lambda\Phi})}{\det(A_{\Lambda\Phi})}$$

Eulerian

$$h - H = \frac{1}{2} \left(a^{\lambda\phi} b_{\lambda\phi} - A^{\Lambda\Phi} B_{\Lambda\Phi} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(a^{\lambda\phi} K_{\lambda\phi} + 2E^{\lambda\phi} B_{\lambda\phi} + 2E^{\lambda\phi} K_{\lambda\phi} \right)$$

$$k - K = \frac{\det(b_{\lambda\phi})}{\det(a_{\lambda\phi})} - \frac{\det(b_{\lambda\phi} - k_{\lambda\phi})}{\det(a_{\lambda\phi} - 2e_{\lambda\phi})}$$

مختصات اند و لذا در این حالت برای تعیین مقادیر ویژه تانسورهای تغییر شکل، با اعمال مسئله مقادیر ویژه تانسور کُرنش رویه (گرافارند، ۱۹۹۵)، مقادیر ویژه این تانسورها با توجه به روابط زیر محاسبه می‌شود

$$\Lambda'_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\text{tr}(E_I A_I^{-1}) \pm \sqrt{(\text{tr}(E_I A_I^{-1}))^2 - 4 \det(E_I A_I^{-1})} \right)$$

$$\lambda'_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\text{tr}(E_T A_T^{-1}) \pm \sqrt{(\text{tr}(E_T A_T^{-1}))^2 - 4 \det(E_T A_T^{-1})} \right) \quad (24)$$

و کمیت‌های مفسر تغییر شکل با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شود

$$\Delta = \Lambda'_1 + \Lambda'_2 \quad \delta = \lambda'_1 + \lambda'_2 \quad (25)$$

$$\Gamma = \Lambda'_1 - \Lambda'_2 \quad \gamma = \lambda'_1 - \lambda'_2$$

که در این روابط Δ ، اتساع و تفسیر فیزیکی آن تغییر مساحت در واحد سطح است و می‌تواند مثبت یا منفی باشد (مثبت افزایش و منفی کاهش مساحت) و Γ ، بیشینه برش است و بخش غیر یک‌روند تغییر شکل را در همسایگی کوچک یک نقطه نمایش می‌دهد و مقدار آن همواره مثبت است. مشابه آنچه در مورد تانسور تغییر شکل نوع اول بیان شد، می‌توان مسئله مقادیر ویژه را در مورد تانسور تغییر شکل نوع دوم نیز مشابه آنچه در معادلات (۲۵) بیان شد اعمال کرد و مقادیر ویژه متناظر را محاسبه کرد $(\Lambda''_{1,2}, \lambda''_{1,2})$. لذا مجموع و تفاضل این دو مقدار را می‌توان در حکم مفسرهای فیزیکی تغییر شکل‌های قائم

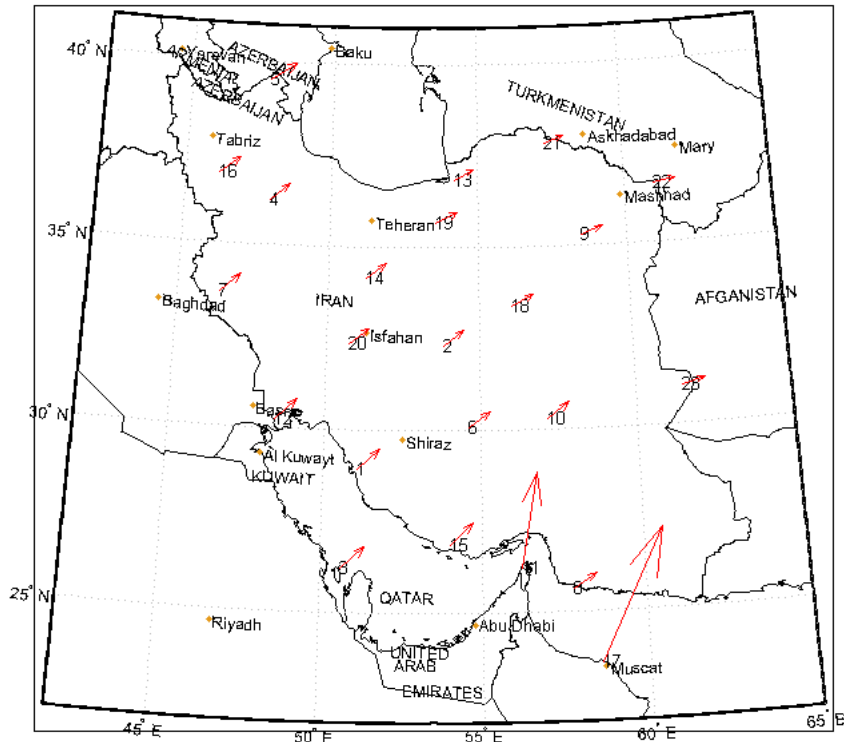
۵ آنالیز تغییر شکل شبکه ژئودینامیک کشور ایران
 ایران به دلیل قرارگیری در یکی از فعال ترین مناطق از نظر زمین ساختی، در زمره زلزله خیزترین کشورهای جهان است و همه ساله خسارت های جانی و مالی بسیاری را متحمل می شود. یکی از راه های موثر در کاهش خسارت های زلزله، پایش تغییر شکل های پوسته ای، محاسبه تنش های وارد بر پوسته، پهنه بندی مناطق از نظر خطر وقوع زلزله، و در نظر گرفتن احتمال وقوع زلزله در اصول ایمنی ساخت و ساز است. خوشبختانه با استقرار شبکه گسترده ایستگاه های دائمی GPS از سوی سازمان نقشه برداری، راه برای بررسی های ژئودینامیکی در کشور گشوده شده است. ما حاصل مشاهدات ایستگاه های دائمی GPS، برآورد نقطه ای بردارهای جابه جایی است که به واسطه وابستگی به تعریف دستگاه مختصات، مفسر مناسبی برای پایش تغییر شکل های پوسته ای محسوب نمی شوند. از جمله تحقیقات زمین ساختی که در مورد شبکه ژئودینامیک کشور صورت پذیرفته است می توان به ورنانت، نیلفروشان و همکاران (۲۰۰۳)، که از مشاهدات سال های ۱۹۹۹ و ۲۰۰۱ ایستگاه های GPS، و بردارهای سرعت حاصل به کمک روش های کلاسیک و مقایسه با مدل های حرکت پلیت ها و دیت های لرزه نگاری الگوی تغییر شکل پوسته ای را در نقاط گوناگون مورد بررسی قرار دادند، و وثوقی و شهامت (۲۰۰۳) که با مشاهدات ۳۰ ایستگاه، بین دو حله زمانی ۱۹۹۹ و ۲۰۰۱ و با استفاده از نگرش ذاتی و به کمک تانسورهای تغییر شکل نوع اول و تانسور دوران رویه حرکات زمین ساختی پوسته را در منطقه تحقیقاتی مورد بررسی قرار دادند، اشاره کرد. با توجه به موقعیت راهبردی منطقه از لحاظ حرکات پوسته ای و فعالیت های زمین ساختی، ضروری است که الگوهای تغییر شکل پوسته با استفاده از مدل های محاسباتی مناسبی برآورد شود و مفسرهای تغییر شکل به طور دقیق برآورد شوند، چراکه نتایج حاصل از آنالیز تغییر شکل را

می توان به منزله داده ای مناسب برای آنالیزهای زمین شناسی، برآورد تنش های ایجاد شده در پوسته و عرضه مدل های حرکات پوسته ای به کار گرفت. لذا در این قسمت نظریه های ریاضی عرضه شده در آنالیز تغییر شکل رویه، در مورد شبکه ژئودینامیک کشور ایران مورد آزمایش قرار گرفته است و نتایج حاصل از آن به طور مفصل با شکل ها و جدول های گوناگون به نمایش در آمده است. در مقاله حاضر با استناد به مشاهدات ۲۶ نقطه از ایستگاه های GPS، مربوط به فاصله زمانی ۶ ساله از ۱۹۹۹ تا ۲۰۰۵، و در دستگاه مختصات ITRF-2000، محاسبه شده اند و با استفاده از معادلات مربوط به تانسورهای تغییر شکل نوع اول و دوم، تغییر شکل های پوسته، مورد بررسی قرار گرفته اند. در شکل های ۷ و ۸، ایستگاه های شبکه به همراه مولفه های مسطحاتی و قائم بردار جابه جایی در دستگاه تصویر متشابه منطقه ای (اردلان و صفری، ۲۰۰۷)، نمایش داده شده اند.

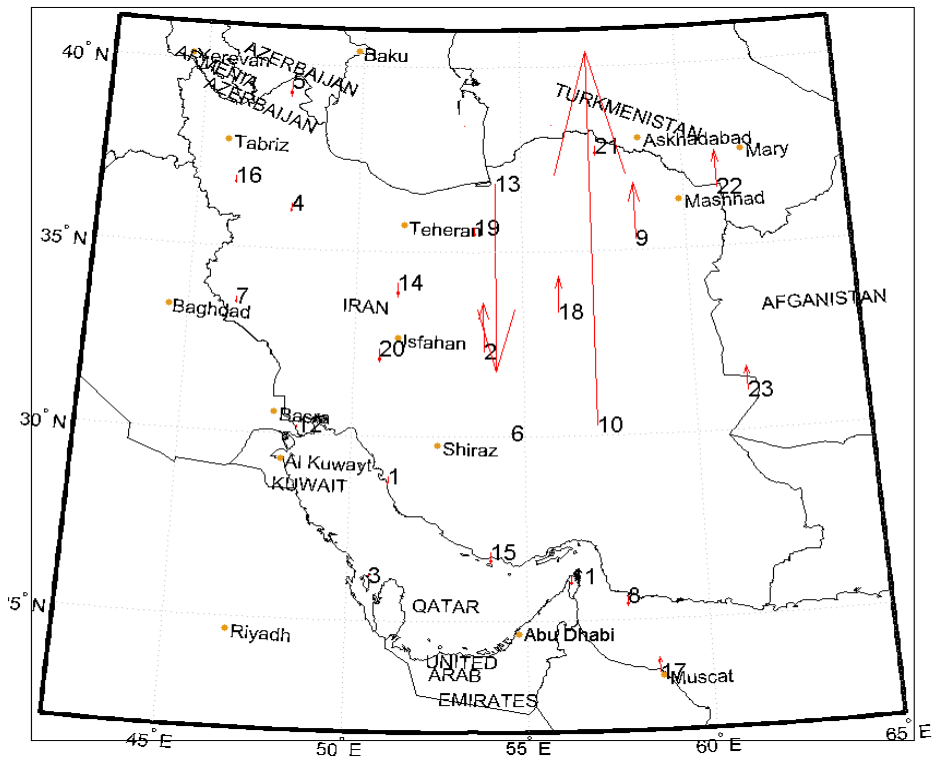
مراحل محاسباتی برای دستیابی به تانسورهای تغییر شکل نوع اول و دوم و محاسبه مفسرهای ناوردای تغییر شکل که از این تانسورها استخراج می شوند به شرح زیر است.

در مرحله نخست، مختصات نقاط شبکه ژئودینامیک که در دستگاه مختصات دکارتی قائم الزاویه محاسبه شده است (ITRF 2000) با استفاده از روابط تبدیل، به مختصات منحنی الخط (طول و عرض ژئودتیکی) تبدیل می شود. (برای محاسبه مختصات منحنی الخط، از بیضوی WGS 84 با پارامترهای $a = 6378137$, $b = 6356752.3$ استفاده شده است. با در دست داشتن مختصات دکارتی نقاط شبکه ژئودینامیک، مولفه های دکارتی بردارهای جابه جایی مربوط به نقاط شبکه با استفاده از تفاضل بردار موقعیت نقاط در دو حله زمانی مطابق رابطه زیر محاسبه می شوند

$$U = x^t - X^{t_0} \quad (26)$$



شکل ۷. مولفه‌های مسطحاتی بردار جابه‌جایی.



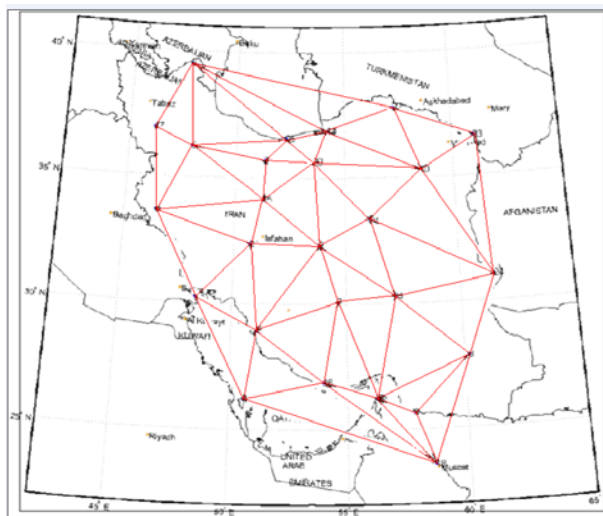
شکل ۸. مولفه‌های قائم بردار جابه‌جایی (مقیاس ۵).

دورانی و H ، ارتفاع نرمال از بیضوی است، در اینجا فرض می‌کنیم که ارتفاع H ، تابعی از مختصات منحنی‌الخط است و آن را در حکم یک مولفه مستقل در نظر نمی‌گیریم. نکته مهم دیگری که در اینجا باید به آن توجه داشته باشیم، این است که با توجه به معادلات مربوط به تانسورهای تغییرشکل که در جدول‌های (۳) و (۴) ذکر شد، محاسبه مولفه‌های تانسورهای تغییرشکل، نیازمند مشتقات بردار جابه‌جایی و بردار تفاضل امتدادهای نرمال است و لذا برای محاسبه مشتقات این بردارها باید بردار جابه‌جایی نقاط شبکه به صورت پیوسته موجود باشند. اما از آنجا که مشاهدات ژئودتیکی، طبیعتی گسسته دارند، به کمک آنها قادر به تولید میدان جابه‌جایی پیوسته نیستیم و لذا میدان جابه‌جایی پیوسته، باید با استفاده از روش‌های درون‌یابی (interpolation) به‌طور تقریبی از روی مشاهدات ژئودتیکی برآورد شود. روش‌های محدود، یکی از فنون مناسب و سودمند در روش‌های آنالیز عددی است. به کمک روش‌های محدود (که در این مسئله خاص از حالت دو بُعدی آن استفاده می‌شود) شبکه نقاط به‌ایمان‌های مجزا افزای می‌شود که در این حالت این‌ایمان‌ها مثلثی شکل هستند و در شکل ۹ نمایش داده شده‌اند.

برای عملی ساختن آنالیز تغییرشکل به کمک نگرش یادشده، مولفه‌های بردار جابه‌جایی را باید نسبت به چارچوب متحرک گاوسی محاسبه کرد. برای این منظور، به کمک بردارهای پایه چارچوب متحرک گاوسی که با معادلات (۱)، (۳) و (۴) بیان شده‌اند، مولفه‌های هموردا و پادوردا بردار جابه‌جایی در چارچوب متحرک گاوسی محاسبه می‌شوند. سپس، با استفاده از معادلات مربوط به بردارهای قائم بر چارچوب متحرک گاوسی در وضعیت مرجع و جاری (معادله ۳) مولفه‌های دکارتی بردار تفاضل امتدادهای قائم نیز محاسبه و سپس با استفاده از بردارهای پایه خمینه ریمانی، مولفه‌های بردار W ، نیز نسبت به چارچوب متحرک گاوسی برآورد می‌شوند. در اینجا به منظور برآورد تانسورهای تغییرشکل، از نگرش لاگرانژی استفاده می‌کنیم، همان‌طور که می‌دانیم می‌توان سطح توپوگرافی زمین را به کمک یک نمایش گاوسی (لوئس، ۱۹۹۱ و گرافارند، ۱۹۹۲) به کمک معادلات زیر نشان داد

$$X(\Lambda, \Phi) = I_1(N + H(\Lambda, \Phi)) \cos \Lambda \cos \Phi + I_2(N + H(\Lambda, \Phi)) \sin \Lambda \cos \Phi + I_3 \left(N \frac{b^2}{a^2} + H(\Lambda, \Phi) \right) \sin \Phi \quad (27)$$

که در این معادله N ، شعاع مقطع نصف‌النهار بیضوی



شکل ۹. ایمانهای مثلثی تولید شده توسط روش مثلث بندی دلتونی.

انقباض شده‌اند. بیشینه انقباض شبکه همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، مربوط به بخش کوچکی در جنوب شرقی کشور است. انقباض شبکه ژئودینامیک کشور ناشی از حرکت‌های همگرایی صفحه عربستان از جنوب غربی و صفحه اوراسیا از شمال شرقی به سمت صفحه ایران است که بر طبق یافته‌های زمین‌شناسی و زمین‌ساختی موجود، این دو صفحه نسبت به همدیگر دارای حرکت‌های همگرایی‌اند. شکل ۱۱ مقادیر کمیت بُرش را در نقاط گوناگون شبکه نمایش می‌دهد.

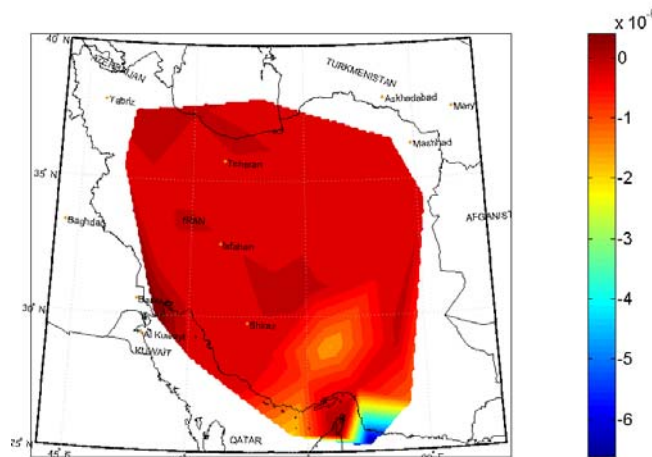
در این شکل مقادیر کمیت بیشینه برش برحسب مختصات ژئودتیکی نقاط ترسیم شده است و همان‌طور که از رابطه ریاضی مربوط به آن انتظار می‌رود، مقدار این کمیت همواره مثبت است. با توجه به شکل ۱۱ دیده می‌شود که مقدار برش در نواحی مرکزی و پهنه شمالی تقریباً یکسان است و مقدار بیشینه آن در قسمت جنوب شرقی کشور به وقوع پیوسته است. علاوه بر آن مشاهده می‌شود، که مقدار برش با حرکت از قسمت جنوبی و غربی شبکه ژئودینامیک به سمت سایر قسمت‌های شبکه با نرخ تقریباً ثابتی کاهش یافته است و در قسمت‌های شمالی و مرکزی، شبکه به کمینه مقدار خود می‌رسد.

برای محاسبه مشتقات بردار جابه‌جایی، فرض می‌کنیم که معادله بردار جابه‌جایی برحسب مختصات منحنی‌الخط به صورت زیر باشد

$$U = a_0 + a_1(\Lambda - \Lambda_0) + b_1(\Phi - \Phi_0) \quad (28)$$

با محاسبه مولفه‌های منحنی‌الخط بردار جابه‌جایی در رأس‌های هر مثلث، می‌توان ضرایب موجود در معادله (۲۸) را محاسبه کرد. همچنین با توجه به آنچه قبلاً ذکر شد (معادله ۲۷) و همچنین با در نظر گرفتن روابط مربوط به تانسور خمیدگی رویه، مقادیر مشتقات بردار W ، و ارتفاع H نیز باید مطابق معادله (۲۸) و با استفاده از مقادیر عددی این کمیت‌ها در رأس‌های هر مثلث محاسبه شوند. نتایج عددی آنالیز تغییر شکل برای کمیت‌های اتساع، بُرش، خمیدگی گاوسی و خمیدگی متوسط در شکل‌هایی که در ادامه نمایش داده خواهد شد، آمده است. شکل ۱۰ مقادیر کمیت اتساع را در نقاط متفاوت نمایش می‌دهد.

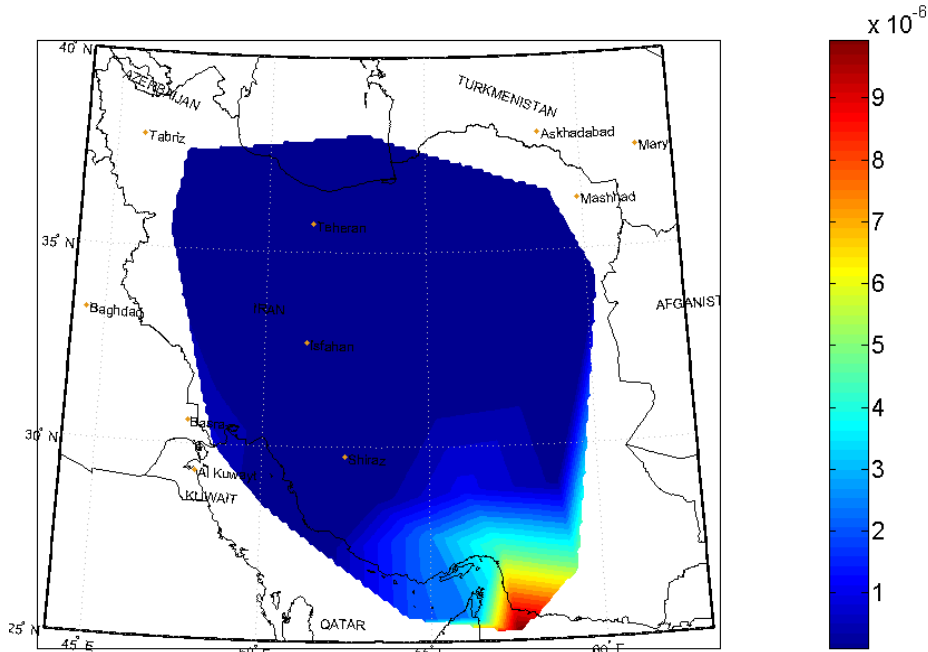
در این شکل، مقادیر کمیت اتساع برحسب مختصات ژئودتیکی نقاط شبکه ترسیم شده است. مقادیر مثبت نشان‌دهنده کشیدگی و مقادیر منفی نشان‌دهنده انقباض شبکه هستند. با توجه به شکل ۱۰، دیده می‌شود که اکثر قسمت‌های شبکه در اثر فرایندهای زمین‌ساختی دچار



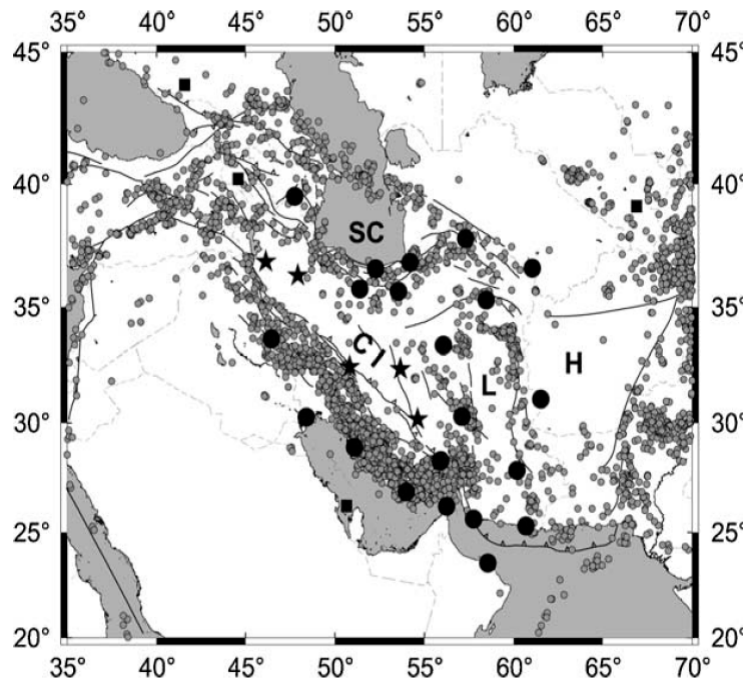
شکل ۱۰. نمایش تغییرات کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه.

بوده و در نواحی جنوب شرقی شبکه اتفاق افتاده است. نقشه فعالیت‌های لرزه‌ای منطقه در شکل ۱۲ نمایش داده شده است.

علاوه بر این مقایسه شکل‌های ۱۰ و ۱۱، نشان می‌دهد که مقادیر بیشینه کمیت‌های اتساع (مقدار قدر مطلق این کمیت) و بُرش تقریباً برابر



شکل ۱۱. نمایش تغییرات بیشینه برش در نقاط مختلف شبکه.

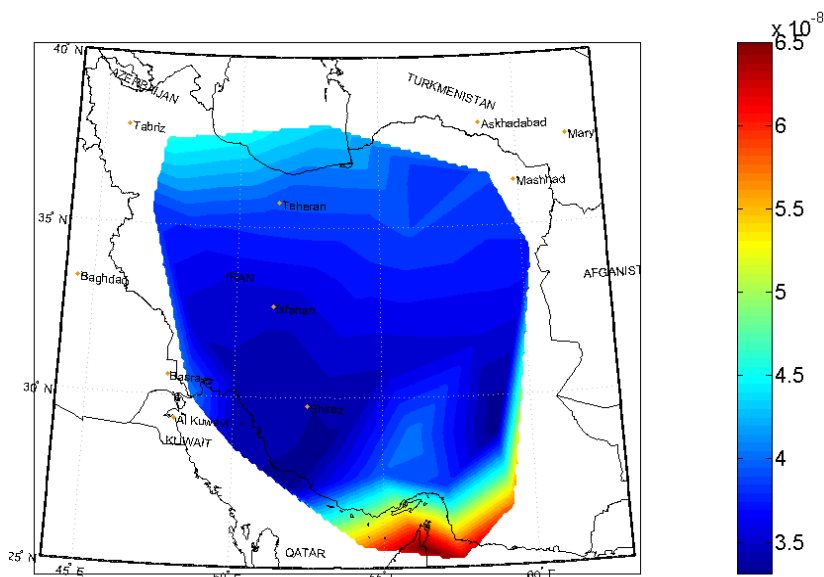


شکل ۱۲. نقشه فعالیت‌های لرزه‌ای ایران (ورنانت، ۲۰۰۳).

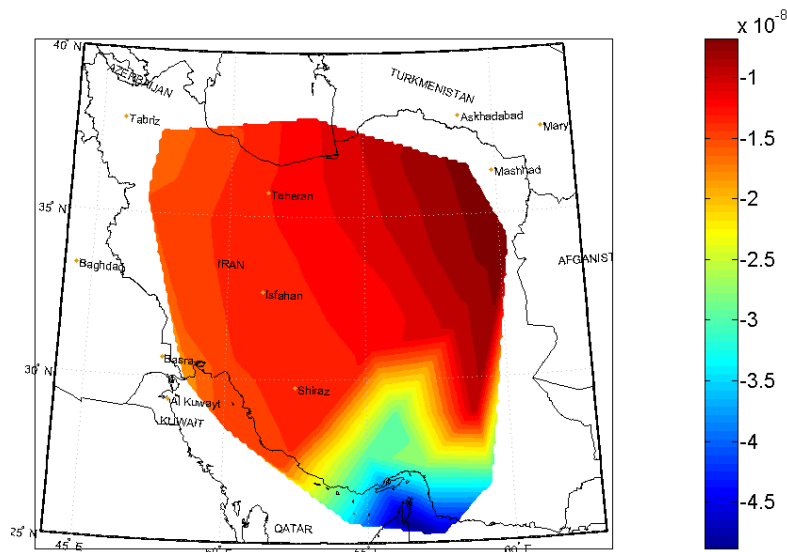
تغییر شکل نوع اول، در ادامه به نتایج حاصل از تانسور تغییر شکل نوع دوم به همراه تفسیرهای فیزیکی مربوط خواهیم پرداخت. برای این منظور ابتدا همانند تانسور تغییر شکل نوع اول، کمیت‌های ناوردای مجموع و تفاضل مقادیر ویژه مربوط به تانسور خمیدگی رویه نمایش داده خواهد شد و سپس کمیت‌های ناوردای متناسب با این تانسور (خمیدگی گاوسی و خمیدگی متوسط) مورد بررسی قرار خواهد گرفت. شکل ۱۳، تغییرات $(\Lambda_1'' - \Lambda_2'')$ را بر حسب مختصات ژئودتیکی نقاط شبکه نمایش می‌دهد. مقدار این کمیت با توجه به فرمول ریاضی آن، مانند کمیت بُرش، همواره مثبت است.

در این شکل، همان‌طور که انتظار می‌رود، ناحیه‌ای با بیشینه تغییر شکل رویه در پهنه جنوبی بوده و با رنگ سرخ تیره نمایش داده شده است. در حالت کلی الگوی تغییر شکل قائم رویه از مرکز به طرف قسمت‌های شمالی و جنوبی کشور افزایش می‌یابد. در شکل ۱۴ تغییرات $(\Lambda_1'' + \Lambda_2'')$ در نقاط گوناگون شبکه نمایش داده شده است.

با توجه به شکل ۱۲، دیده می‌شود که کشور ایران از دو کمربند زمین‌ساختی فعال تشکیل شده است که یکی از قسمت غربی کشور آغاز می‌شود و تا قسمت‌های جنوبی ادامه می‌یابد و دیگری رشته‌فعلالی است که در دامنه شمالی کشور مشاهده می‌شود. با توجه به شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که، بیشتر فعالیت‌های زمین‌ساختی در کمربند غربی و نواحی جنوبی کشور رخ داده است و در نتیجه بیشینه مقادیر جابه‌جایی‌های پوسته‌ای نیز در این مناطق رخ داده‌اند. این با توجه به نتایج حاصل از شکل‌های ۱۰ و ۱۱ که مقادیر بیشینه اتساع و برش را در این مناطق نشان می‌دهند، در همخوانی کامل است. نتایج تغییرات مولفه‌های مسطحاتی بردار جابه‌جایی که در شکل ۷، نمایش داده شده است، دو نکته مهم را نشان می‌دهد: نخست اینکه، بیشینه مقدار جابه‌جایی مسطحاتی در جهت شمال شرقی کشور به وقوع پیوسته است و دوم اینکه شبکه در یک جهت دچار تغییر شکل شده است که این نتایج مشابه نتایجی است که از تفسیر شکل‌های مربوط به اتساع و بُرش شبکه حاصل شد. پس از عرضه نتایج و تفسیرهای مربوط به تانسور



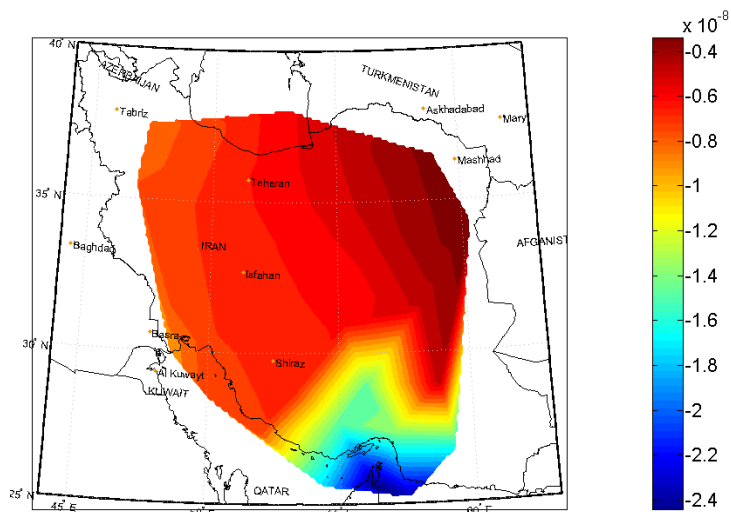
شکل ۱۳. تغییرات $(\Lambda_1'' - \Lambda_2'')$ در نقاط شبکه.



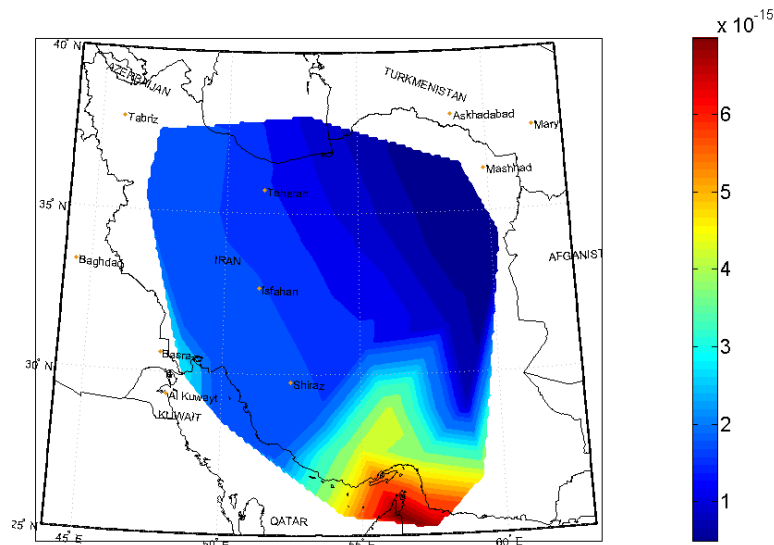
شکل ۱۴. تغییرات $(\Lambda_1'' + \Lambda_2'')$ ، در نقاط گوناگون شبکه.

مربوط به خمیدگی متوسط و خمیدگی گاوسی، نشان می‌دهند که مقدار خمیدگی متوسط در همه نقاط شبکه منفی، و مقدار خمیدگی گاوسی در همه نقاط شبکه مثبت است. با در نظر گرفتن نتایج حاصل از شکل‌های ۱۵ و ۱۶ و مراجعه به شکل (۶، بالای شکل سمت چپ) و جدول (۶)، دیده می‌شود که تغییر شکل پوسته با توجه به علامت خمیدگی متوسط و خمیدگی گاوسی $(H < 0, K > 0)$ ، همانند یک بیضوی محدب (بالا آمدگی) است.

این شکل نیز مشابه شکل ۱۳ الگوهای تغییر شکل قائم رویه را نمایش می‌دهد. مقدار بیشینه این تغییرات نیز مشابه حالت قبل، در نواحی جنوبی اتفاق افتاده است و نتایج حاصل از هر دو شکل حاکی از آن است که اکثر نقاط شبکه با نرخ ثابتی در حال تغییر شکل‌های قائم هستند. به منظور تفسیر فیزیکی نتایج حاصل از تانسورهای تغییر شکل نوع دوم، از کمیت‌های ناوردای مرتبط با این تانسور که همان خمیدگی متوسط (شکل ۱۵) و خمیدگی گاوسی (شکل ۱۶) هستند، استفاده می‌کنیم. نمودارهای



شکل ۱۵. نمایش خمیدگی متوسط در نقاط شبکه.



شکل ۱۶. تغییرات خمیدگی گاوسی در نقاط شبکه.

۶ بحث و نتیجه گیری

در این مقاله بر خلاف روش‌های کلاسیک در آنالیز تغییر شکل، از تانسورهای تغییر شکل محاسبه شده برای رویه توپوگرافی زمین استفاده شد، و به کمک معیارهای ناوردای حاصل از آنها شبکه ژئودینامیک کشور مورد آنالیز تغییر شکل قرار گرفت. نتایج حاصل از این آنالیز بر مبنای محاسبات عددی صورت گرفته در شکل‌های ۱۰ تا ۱۶ به همراه تفسیرهای فیزیکی آنها، الگوهای تغییر شکل مسطحاتی و قائم پوسته زمین را به دست داد. نتایج حاصل، بیشینه مقادیر تغییر شکل زمین را در نواحی جنوبی و کمربندی غربی کشور خاطر نشان می‌کند. از آنجا که نقاط مورد استفاده در این آنالیز در فاصله تقریبی ۳۰۰ کیلومتر از هم واقع شده‌اند، لذا نمودارهای عرضه شده می‌توانند نمایانگر حرکت‌ها و ساختارهای زمین‌ساخت که ماهیتاً بزرگ مقیاس‌اند باشند. با توجه به نتایج حاصل، روش مورد استفاده که دارای مزایای زیر است برای آنالیز شبکه ژئودینامیک کشور و شبکه‌های مشابه در سایر مناطق جهان توصیه می‌شود.

۱- نبود نیاز به استفاده از مدل‌های ریاضی سامانه‌های تصویر و عاری بودن از خطاهای ناشی از واپیچش و نقص

این مدل‌ها.

۲- در نظر گرفتن هندسه واقعی تغییر شکل‌های زمین و مدل‌سازی هندسی تغییر شکل‌های افقی و قائم زمین بدون بررسی مجزای آنها.

۳- عرضه نتایج حاصل از تغییر شکل به صورت تانسورهای تغییر شکل دو بُعدی و دارا بودن سادگی محاسبات در فضای دو بُعدی بدون از دست دادن اطلاعات مربوط به بُعد سوم.

منابع

- Ahjos, T. and Uski, M., 1992, Earthquakes in northern Europe in 1375-1989, *Tectonophysics*, **207**, 1-23.
- Altiner, Y., 1996, Geometrische modellierung innerer und "außerer deformationen der Erdoberfl"äche. Number 462 in Reihe C. Deutsche Geod"atische Kommission, Bayerischen Akademie Wissenschaften.
- Altiner, Y., 1999, Analytical Surface Deformation Theory: for Detection of the Earth's Crust Movements, Springer, Berlin.
- Argus, D. F., Gordon, R. G., DeMets, C. D. and Stein, S., 1989, Closure of the Africa-Eurasia-North Americaplate motions circuit and the tectonic of the Gloria fault, *Journal of Geophysical Research*, **94**, 5585-5602.
- Boucher, C., Altamimi, Z. and Sillard, P., 1999, the 1997 international terrestrial reference frame

- parameters: A study of frame invariance and parameter estimability. In: Sevilla MJ, Henneberg H (eds) Proc Int. Conf. Cartography – Geodesy, Maracaibo/Venezuela, 24.11.-3.12.1992, Instituto de Astronomia y Geodesia, Madrid, pp 66–85.
- Dermanis, A. and Livieratos, E., 1983, Applications of deformation analysis in geodesy and geodynamics, *Rev Geophys Space Phys*, **21**, 41–50.
- Demets, C., Gordon, R., Stein, S., and Argus, D., 1987, A revised estimate of Pacific-North America motion and implications for western North America plate boundary zone tectonics, *Geophys. Res. Lett*, **14**, 911–914.
- Dermanis, A. and Livieratos, E., 1983, Dilatation, shear, rotation and energy analysis of map projections. *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, **1**(42), 53–68.
- Dewey, J. F., 1988, Extensional collapse of orogens, *Tectonics* **7**, 1123–1139.
- Eringen, A. C., 1962, *Non-linear theory of continuous media*. McGraw-Hill, New York.
- Goelke, M., Cloetingh, S. and Coblentz, D., 1996, Finite-element modelling of stress patterns along the Mid-Norwegian continental margin, 62_ to 68_ N, *Tectonophysics* **266**1-4, 33-53.
- Grafarend, E. W. 1986, Three-dimensional deformation analysis: global vector spherical harmonics and local finite element representation, *Tectonophysics*, **130**, 337–359.
- Grafarend, E. W. and Engels, J., 1992, A global representation of ellipsoidal heights - geoidal undulations or topographic heights - in terms of orthonormal functions, part 1: "amplitude-modified" spherical harmonic functions. *Manuscr. Geodaet.*, **17**(1), 52–58.
- Grafarend, E. W. and Voosoghi, B., 2003, Intrinsic deformation analysis of the earth's surface based on displacement fields derived from space geodetic measurements, case studies: present-day deformation patterns of Europe and of the Mediterranean area (ITRF data sets). *J. Geod.*, **77**(5-6), 303–326.
- Grafarend, E. W. and Lohse, P., 1991, The minimal distance mapping of the topographic surface onto the (reference) ellipsoid of revolution, *manuscripta geodaetica*, **16**, 92-110.
- Harada, T. and Shimura, M., 1978, Horizontal deformation of the crust in Western Japan revealed from first order triangulation carried out three times, *Tectonophysics* **52**, 469–478.
- Heitz, S., 1985, *Coordinates in Geodesy*, Ferd. Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- Horner, F., Freeman, R., 1983, Paleomagnetic evidence from pelagic limestones for clockwise (ITRF 97) tech note 27, TERS, observation de paris.
- Beda, G., Kozak, I. and Verhas, J., 1995, *Continuum mechanics*, Akademiai Kiado, Budapest.
- Bianco, G., Devoti, R., Fermi, M., Luceri, V., Rutigliano, P. and Sciarretta, C., 1998, A contribution in the estimation of tectonic motion in crucial areas: the CGS96 SLR solution, *Tectonophysics*, **294**, 225–236.
- Baarda, W., 1975, Difficulties in establishing a model for testing crustal movements, In *progress in geodynamics*, Amsterdam (North-Holland), 45-51.
- Bock, Y. and Shimada, S., 1989, Continuously monitoring GPS networks for deformation measurements, *Global and regional geodynamics, International association of geodesy symposium No. 102, Edinburgh (Scotland)* pp. 40-56.
- Brunner, F. K., 1979, On the analysis of geodetic networks for the determination of the incremental strain tensor, *Survey Review*, **25**, 6-67.
- Caporali, A., Martin, S., 2000, First results from GPS measurements on present day alpine kinematics, *J Geodynam*, **30**, 275-283.
- Castellarin, A., Cantelli, L., Fesce, A. M., Mercier, J. L., Picotti, V., Pinni, G. A., Prosser, G. and Selli, L., 1992, Alpine compressional tectonic in the Southern Alps: relationships with the Apennines, *Ann Tecton*, **6**, 62-94.
- Gasparini, C., Iannaccone, G. and R. Scarpa, S., 1985, Fault-plane solutions and seismicity of the Italian Peninsula, *Tectonophysics*, **117**, 59-78.
- Chen, R., 1991, On the horizontal crustal deformation in Finland, *Rep Finnish Geod Inst* 91:1, Masala.
- Chan, Ws, Xu, Yl, Ding, Xi (2006), An integrated GPS-accelerometer data processing technique for structural deformation monitoring, *J Geod*, **80**, 705-719.
- Chase, C. G., 1978, Plate kinematics: the America, East Africa and the rest of the world, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **37**, 355-368.
- Cross, P. A., Hannah, J., Hradilek, L., Kelm, R., Makinen, J. and Merry, C. L., 1987, Four-dimensional geodetic positioning manuscript *Geod*, **12**, 147-222.
- DeMets, C., Dixon, T. H., 1999, New kinematic models for Pacific-North America motion from 3 Ma to present, I: evidence for steady motion and biases in the NUVEL-1A model. *Geophys Res Lett*, **26**, 1921–1924.
- Dewey, J. F., 1988, Extensional collapse of Orogens, *Tectonics*, **7**, 1123-1139.
- Dermanis, A., Grafarend, E. W., 1993, The finite element approach to the geodetic computation of two- and three-dimensional deformation

- University of Stuttgart.
- MacMillan, D. S. and Ma, C., 1999, VLBI measurements of Caribbean and South American motion, *Geophys Res Lett*, **26**, 919–922.
- Macvean, D. B., 1968, Die Elementararbeit in einem Kontinuum und die Zuordnung von Spannungs- und Verzerrungstensoren. *Z Math Phys.*, **19**, 157–185.
- McCarthy, D. D., (ed), 1996, IERS Conventions 1996. IERS tech note 21, Observatoire de Paris, Paris.
- McKenzie, D. P., 1970, Plate tectonics of the Mediterranean region. *Nature*, **226**, 239–243.
- Miyazaki, S., Saito, T., Sasaki, Y., Hatanaka, Y. and Limura, Y., 1997, Expansion of GSI's nationwide GPS array. *Bull Geog Surv Inst*, **43**, 23–34.
- Mueller, B., Zoback, M. L., Fuchs, K., Mastin, L., Gregersen, S., Pavoni, N., Stephansson, O. and Ljunggren, C., 1992, Regional patterns of tectonic stress in Europe, *J. Geophys Res*, **97**(11), 783–803.
- Pagarete, J., Teixeira Pinto, J., Mendes, V. B., Antunes, C. and Ribeiro, H., 1998, The importance of classical geodetic observations for analyzing the geodynamic behaviour of the Acores archipelago, *Tectonophysics*, **294**, 281–290.
- Plag, H. P., Engen, B., Clark, T. A., Degnan, J. J. and Richter, B., 1998, Post-glacial rebound and present-day three-dimensional deformations, *Journal of Geodynamics*, **25**, 213–240.
- Pope, A. J., 1972, Strain analysis of horizontal crustal movements in Alaska based on triangulation surveys before and after the earthquake in The Great Alaska Earthquake of 1964, *Geodesy and seismology*, National Academy of Sciences, Washington, D. C, 435–447.
- Renner, G. and Slejko, D., 1994, Some comments on the seismicity of the Adriatic region, *Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata*, **36**, 141–144.
- Reilinger, R. E., McClusky, S. C., Oral, M. B., King, R. W. and Toksoz, M. N., 1997a, Global positioning system measurements of present-day crustal movements in the Arabia-Africa-Eurasia plate collision zone, *Journal of geophysical research* 102 No.B5, 9983–9999, May 1997.
- Safari, A. and Ardalan, A. A., 2007, New Cylindrical Equal Area and Conformal Map Projections of the Reference Ellipsoid for Local Applications, *Survey Review* **39**, 132–144.
- Smith, D. E., Kolenkiewicz, R., Dunn, P. J., Torrance, M. H., Klosko, S. M., Robbins, J.W., Williamson, R. G., Pavlis, E. C., Douglas, N. B. and Fricke, S. K., 1989, The determination of presentday tectonic motions from laser ranging rotation of the Ionian zone, western Greece. *Tectonophysics*, **98**, 11–27.
- Johnson, H. O., Agnew, D. C. and Wyatt, F. K., 1994, Present-day crustal deformation in Southern California, *J. Geophys. Res.*, **99**(B12), 23951–23974.
- James, T. S. and Lambert, A., 1993, A comparison of VLBI data with ICE-3G glacial rebound model, *Geophysical Research Letters*, **20**, 871–874.
- Kakkuri, J., 1997, Postglacial deformation of the Fennoscandian crust, *Geophysica*, **31**, 99–109.
- Kakkuri, J., Chen, R., 1992, On horizontal crustal strain in Finland. *Bull Geod*, **66**, 12–20.
- Kakkuri, J. and Wang, Z. T., 1998, Structural effects of the crust on the geoid modeled by using deep seismic sounding interpretations. *Geophys, J Int* **135**, 495–504.
- Livieratos, E., 1979, Techniques and problems in geodetic monitoring of crustal movements at tectonically unstable regions, *Terrestrial and space techniques in earthquake prediction research*, Edited by A.Vogel, Federal Republic of Germany.
- Lesne, O., Calais, E. and Deverchere, J., 1998, Finite element modelling of crustal deformation in the Baikalrift zone: new insights into the active-passive rifting debate, *Tectonophysics* 289 4, 327–340.
- Lundgren, P., Saucier, F., Palmer, R. and Langon, M., 1995, Alaska crustal deformation: Finite element modeling constrained by geologic and very long baseline interferometry data, *Journal of geophysical research-Solid Earth* 100 No.B11, 22033–22047.
- Mazzotti, S. T., James, S., Henton, J. and Adams, J., 2005, GPS crustal strain, postglacial rebound, and seismic hazard in eastern North America: The Saint Lawrence valley example. *J. Geophys. Res.*, **110** (B11301).
- Meghan-Miller, M., Johnson, D. J., Rubin, C. M., Dragert, H., Wang, K., Qamar, A. and Goldfinger, C., 2001, GPS-determination of along-strike variation in Cascadia margin kinematics: Implications for relative plate motion, subduction zone coupling, and permanent deformation. *Tectonics*, **20**(2), 161–176.
- Minster, C., Thorne, K. and Wheeler, J. 1973, *Gravitation*. W. H. Freeman, New York.
- Minster, J. B. and Jordan, T. H., 1978, Present-day plate Motions, *Journal of Geophysical Research*, **83**(B11), 5331–5354.
- Moghtasad-Azar, 2007, *Surface Deformation Analysis of Dense GPS Networks Based on Intrinsic Geometry Deterministic and Stochastic Aspects*, Ph.D thesis, Institute of Geodesy,

- LAGEOS, Proceedings of ron mother symposium on fourdimensional geodesy, Lecture notes in Earth Sciences **29**, 221-240.
- Soudarin, L. and Cretaux, J., 2006, A model of present-day tectonic plate motions from 12 years of DORIS Measurments, *J. Geod.*, **80**, 609-624.
- Terada, T. and Miyabe, N., 1929, Deformation of earth crust in Kiranasai District and its relation to the orographic feature, *Bulletin of Earthquake Research Institute* 7, 223-241, University of Tokyo.
- Tsuboi, C., 1930, A note on the analytical treatments of the horizontal deformation of earthquake research institute 8 pp.384-392, University of Tokyo.
- Vanicek, P., Thapa, K. and Schneider, D., 1981, The use of strain to identify incompatible observations and constraints in horizontal geodetic networks. *Manuscr. Geodaet.*, **6**(3), 257-281.
- Vanbrabant, Y., Jogmans, D., Hassani, R. and David, B., 1999, An application of two-dimensional finite element modelling for studying the deformation of the variscan fold-and-thrust belt (Belgium), *Tectonophysics*, 309 1-4, 141-159.
- Voosoghi, B., 2000, Intrinsic deformation analysis of the Earth surface based on 3-dimensional displacement fields derived from space geodetic measurements, PhD thesis, Institute of Geodesy, University of Stuttgart, Germany.
- Vogel, A., (ed) *Terrestrial and space techniques in earthquake prediction research*, Friedr. Vieweg & Sohn, Wiesbaden pp 515-531.
- Vyscocol, P., 1977, Global recent crustal movements as determined by geodetic measurements *Tectonophysics* , **38**, 49-59.
- Welsch, W., 1981, Description of homogeneous horizontal strains and some remarks on their analysis, *IAG Symp. Geodetic Networks and Computations (Fourth Int Symp on Geod Comps)*, Munich, 31 Aug. to 5 Sep. 1981, 19.
- Ward, S. T., 1998a, On the consistency of earthquake moment rates, geological fault data, and space geodetic strain: the United States, *Geophys. J. Int.*, 134(1), 172-186.