

# تعیین خروج از مرکزیت سازه‌های در استاندارد ۲۸۰۰ ایران

رضا عطارنژاد\*<sup>۱</sup> و نوید مظفری<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد عمران سازه، دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه

تهران

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۰۷/۱۳، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده: ۱۳۹۰/۰۱/۲۷، تاریخ تصویب: ۱۳۹۰/۰۱/۲۴)

## چکیده

در آیین‌نامه‌های بارگذاری لرزه‌ای کنونی، اثرات پیچش اتفاقی ناشی از عدم قطعیت موقعیت بارگذاری کفها توسط پارامتری به نام خروج از مرکزیت اتفاقی اعمال می‌شود. تعریف صحیح مرکز سختی که در آیین‌نامه‌های مختلف تعاریف مختلفی داشته و به صورت تابعی از مشخصات سازه‌ای در پلان و یا ارتفاع فرض شده، از اهمیت بسزایی برخوردار است. تمام تعاریف به کار گرفته شده در ادبیات فنی در مورد مرکز سختی و در نتیجه خروج از مرکزیت استاتیکی در قالب یکی از این سه تعریف قابل ارزیابی است. در این مقاله میزان دقت سه تعریف مختلف از مرکز سختی سازه که جهت تعیین خروج از مرکزیت استاتیکی به کار می‌رود، مقایسه شده است. برای هر یک از این تعاریف، روابط لازم برای ارزیابی اثرات پیچشی ارائه شده و در مورد سه ساختمان بتن مسلح که بصورت یک بعدی مدل شده‌اند بکار گرفته و نتایج حاصل مقایسه شده‌اند. نتایج این بررسی نشان داده است که تعریف به کار رفته در استاندارد ۲۸۰۰ ایران مناسب‌ترین روش برای تعیین مرکز سختی ساختمان‌ها می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** طراحی لرزه‌ای ساختمان‌ها، اثرات پیچش اتفاقی، مؤلفه پیچشی زلزله، خروج از مرکزیت اتفاقی.

## مقدمه

### تعریف خروج از مرکزیت براساس تحلیل یک طبقه

از آنجا که نیروهای جانبی متعامد ناشی از زلزله  $P_{ym}$  و  $P_{xm}$  (  $m = 1, 2, \dots, N$  ) از یکدیگر مستقل هستند دوران  $\theta_m$  می‌تواند به دو بخش  $\theta_{xm}$  و  $\theta_{ym}$  که در تناظر با دو بخش نیروهای جانبی  $P_{xm}$  و  $P_{ym}$  هستند، تقسیم شود.

$$\theta_{xm} = \sum_{j=m}^N P_{xj} (\varepsilon_{ym} - e_{ym}) / K_{\theta m} \quad (1)$$

$$\theta_{ym} = \sum_{j=m}^N P_{yj} (\varepsilon_{xm} - e_{xm}) / K_{\theta m} \quad (2)$$

دوران‌های  $\theta_{xm}$  و  $\theta_{ym}$  مشخصات یکسانی دارند بنابراین بحث و تحلیل‌های بعدی فقط در مورد یکی از آن‌ها انجام خواهد شد. بدیهی است برای اینکه مقدار  $\theta_{xm}$  برابر صفر شود باید فواصل  $e_{ym}$  و  $\varepsilon_{ym}$  برابر باشند یعنی برآیند نیروهای جانبی اعمال شده به کف  $m$  ام و کف طبقات

مفهوم پیچش استاتیکی معادل یا نامنظمی پیچشی (Torsional Irregularity)، در آیین‌نامه‌های معتبری مانند ASCE7 [۱] برای در نظر گرفتن نیروهای طراحی که از عدم تقارن سازه به وجود می‌آیند به کار رفته است. با استفاده از این مفهوم، اثرات دینامیکی پیچش با به کارگیری یک ضریب بزرگنمایی مناسب برای خروج از مرکزیت‌های استاتیکی که برای هر کف یا طبقه تعریف می‌شوند به جای محاسبه مستقیم لنگر پیچشی طراحی در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله سه تعریف متفاوت از خروج از مرکزیت استاتیکی که در توصیف ساختمان‌های چند طبقه نامتقارن در مراجع مختلف [۲-۵] ارائه شده بررسی شده است. در استاندارد ۲۸۰۰ ایران هم این تعریف به صورت واضح بیان نشده و هیچ روشی برای تعیین میزان خروج از مرکزیت استاتیکی ارائه نشده است. هدف این مقاله ارزیابی این تعاریف و ارائه بهترین تعریف و روش برای تعیین میزان آن در استاندارد ۲۸۰۰ ایران است. در مراجع مختلف [۲-۸] در مورد ساختمان‌های چند طبقه تعاریف متفاوتی بکار گرفته شده‌اند.

که برآیند نیروهای لرزه‌ای جانبی بر کف‌های بالاتر از طبقه مورد نظر اثر می‌کند را نشان می‌دهد.

### تعریف خروج از مرکزیت براساس تحلیل یک کف (خروج از مرکزیت کف)

پایه هر دو تعریف «یک کف» و «همه کف‌ها» از خروج مرکزیت استاتیکی در نظر گرفتن دوران مطلق  $\phi_m$  کف  $m$  ( $m = 1, 2, \dots, N$ ) است به جای دوران نسبی یک طبقه نسبت به طبقات مجاور، این دوران در حقیقت به صورت تجمعی از مجموع دوران طبقات زیر طبقه مورد نظر در اثر اعمال نیروهای جانبی به دست می‌آید. فرض می‌شود که اتصال ساختمان به پی به صورت صلب باشد، پس روابط زیر صادق خواهند بود:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \theta_1 & \phi_2 &= \phi_1 + \theta_2 = \sum_{j=1}^2 \theta_j \\ \phi_m &= \phi_{m-1} + \theta_m = \sum_{j=1}^m \theta_j \\ \phi_m &= \phi_{xm} + \phi_{ym} = -\sum_{j=1}^m \sum_{k=j}^N P_{xk} (\varepsilon_{yj} - e_{yj}) / K_{\theta j} \\ &+ \sum_{j=1}^m \sum_{k=j}^N P_{yk} (\varepsilon_{sj} - e_{sj}) / K_{\theta j} \end{aligned} \quad (9)$$

در این تعریف «خروج از مرکزیت براساس تحلیل یک کف» دوران مطلق طبقه صفر فرض می‌شود  $\phi_m = 0$ ، با توجه به استقلال  $P_{xm}$  و  $P_{ym}$  از یکدیگر مختصات مرکز مقاومت (CRE) کف  $m$ ،  $\tilde{L}_{xm}$  و  $\tilde{L}_{ym}$  می‌تواند از روابط زیر به دست آید:

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{xm} &= e_{xm} + \left\{ -K_{\theta m} \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j}^N P_{yk} (\varepsilon_{sj} - e_{sj}) / K_{\theta j} \right. \\ &+ \left. e_{xm} \sum_{k=m+1}^N P_{yk} - \sum_{k=m+1}^N P_{yk} L_{xk} \right\} / P_{ym} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{ym} &= e_{ym} + \left\{ -K_{\theta m} \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j}^N P_{xk} (\varepsilon_{sj} - e_{sj}) / K_{\theta j} \right. \\ &+ \left. e_{ym} \sum_{k=m+1}^N P_{xk} - \sum_{k=m+1}^N P_{xk} L_{yk} \right\} / P_{xm} \end{aligned} \quad (11)$$

$$(m = 1, 2, \dots, N)$$

بالاتر باید از مرکز سختی طبقه  $m$  و طبقات بالاتر عبور کنند.

در ساختمان‌های برشی که دوران نسبی بین کف طبقات مجاور وجود ندارد، مرکز برش بر مرکز سختی طبقه منطبق است.

$$\sum_{i=1}^{n_m} Q_{xm_i} = U_{xm} \sum_{i=1}^{n_m} K_{xm_i} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{n_m} Q_{xm_i} Y_{m_i} = U_{xm} \sum_{i=1}^{n_m} K_{xm_i} Y_{m_i} \quad (4)$$

بنابراین از روابط بالا داریم:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_m} Q_{xm_i} Y_{m_i}}{\sum_{i=1}^{n_m} Q_{xm_i}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_m} K_{xm_i} Y_{m_i}}{\sum_{i=1}^{n_m} K_{xm_i}} = e_{ym} \quad (5)$$

بنابراین، مرکز برش می‌تواند به عنوان نقطه مرجع برای اندازه‌گیری لنگر پیچشی نسبی ساختمان برشی تحت اثر مجموعه مشخصی از نیروهای جانبی قرار بگیرد. این رویکرد در بسیاری از آئین‌نامه‌های طراحی لرزه‌ای معتبر دنیا [۹ - ۱۳] مورد توجه و استفاده قرار گرفته‌است.

با تعریف لنگر پیچشی طراحی برای طبقه  $m$  ام به شکل  $M_m = M_{xm} + M_{ym}$ ، معادلات (۱۲) و (۱۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\theta_{xm} = M_{xm} / K_{\theta m} \quad M_{xm} = -\sum_{j=m}^N P_{xj} (\varepsilon_{ym} - e_{ym}) \quad (6)$$

$$\theta_{ym} = M_{ym} / K_{\theta m} \quad M_{ym} = \sum_{j=m}^N P_{yj} (\varepsilon_{xm} - e_{xm}) \quad (7)$$

بنابراین خروج از مرکزیت‌های طبقه به صورت زیر تعریف می‌شوند:

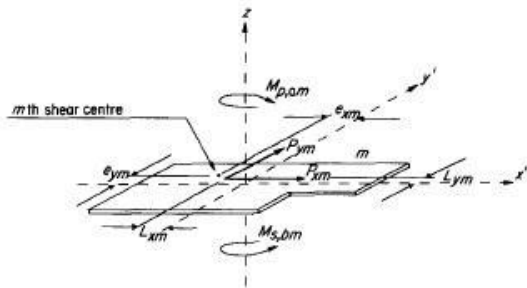
$$\begin{aligned} \eta_{xm} &= \varepsilon_{xm} - e_{xm} \\ \eta_{ym} &= \varepsilon_{ym} - e_{ym} \end{aligned} \quad (8)$$

خروج از مرکزیت تعریف شده به کمک معادله (۸) فواصلی که در جهت X و Y از مراکز برش طبقه تا خطی

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{xm} &= K_{\theta m} \phi_{xm} = K_{\theta m} \phi_{xm-1} + K_{\theta m} \theta_{xm} \\ &= K_{\theta m} \phi_{xm-1} - \sum_{k=m+1}^N P_{xk} (\varepsilon_{ym+1} - e_{ym}) - P_{xm} (L_{ym} - e_{ym})\end{aligned}\quad (18)$$

معادله (۱۷) به صورت زیر هم می‌تواند بازنویسی شود:

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{xm} &= K_{\theta m} \phi_{xm-1} - \sum_{k=m+1}^N P_{xk} (\varepsilon_{ym+1} - e_{ym}) \\ &- P_{xm} (\tilde{L}_{ym} - e_{ym}) - P_{xm} (L_{ym} - \tilde{L}_{ym})\end{aligned}\quad (19)$$



شکل ۱: تعادل لنگرهای بالا و پایین کف مورد نظر

مجموع سه جمله اول سمت راست معادله بالا اگر معادله (۱۲) به طرز مناسبی بازنویسی شود برابر صفر است پس معادله (۱۹) به شکل زیر در می‌آید:

$$\tilde{T}_{xm} = -P_{xm} (L_{ym} - \tilde{L}_{ym}) \quad (20)$$

و بطور مشابه برای جهت y هم با استدلال و محاسبات بالا داریم:

$$\tilde{T}_{ym} = -P_{ym} (L_{xm} - \tilde{L}_{xm}) \quad (21)$$

بنابراین خروج از مرکزیت‌هایی که با روش «تعریف براساس تحلیل یک کف» تعریف می‌شوند عبارتند از:

$$\begin{aligned}\xi_{xm} &= L_{xm} - \tilde{L}_{xm} \\ \xi_{ym} &= L_{ym} - \tilde{L}_{ym}\end{aligned}\quad (22)$$

معادله (۲۲) نشان می‌دهد که تعریف خروج از مرکزیت طبقه با این روش عبارتست از: فاصله اندازه‌گیری

معادلات بالا نشان می‌دهد که محل مرکز مقاومت در کف m ام به توزیع بارگذاری اعمال شده به ساختمان در کل ارتفاع سازه (بالا تر و پایین تر از طبقه مورد نظر) و به مشخصات سازه در بخشی از ساختمان که در زیر کف m ام قرار دارد، بستگی دارد بنابراین مرکز مقاومت (CRE) یک ساختمان یک طبقه مستقل از بارگذاری بوده و بر مرکز برش (CS) منطبق است. مفهوم مرکز مقاومت با روابط زیر هم می‌تواند بیان شود:

$$M_{p,m} = M_{s,bm} + M_{p,am} \quad (12)$$

$$M_{p,m} = P_{xm} (L_{ym} - e_{ym}) - P_{ym} (L_{xm} - e_{xm}) \quad (13)$$

$$M_{s,bm} = K_{\theta m} \phi_{m-1} \quad (14)$$

$$M_{p,am} = - \sum_{j=m+1}^N P_{xj} (L_{yj} - e_{ym}) + \sum_{j=m+1}^N P_{yj} (L_{xj} - e_{xm}) \quad (15)$$

$$(m = 1, 2, \dots, N) \quad (16)$$

در معادلات (۱۳) تا (۱۵) منظور از اندیس S سازه و منظور از اندیس P نیروهای جانبی اعمالی به سازه است. کف m ام، کف مورد نظر در این معادلات است و منظور از اندیس‌های am و bm به ترتیب بخشی از ساختمان است که پایین و بالای کف m ام قرار دارد.

رابطه تعادلی (۱۳) در شکل (۱) نشان داده شده است. برای تعیین خروج از مرکزیت‌ها براساس رویکرد «یک کف» ابتدا باید لنگر پیچشی دینامیکی کف مورد نظر تعریف و تعیین شود. دوران کف m ام براساس معادله (۱۰) به دست می‌آید که مشارکت مستقل دسته‌های متعامد نیروهای جانبی در آن مشخص است. گشتاور پیچشی متناظر با روش «یک کف» به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{T}_m = \tilde{T}_{xm} + \tilde{T}_{ym} = K_{\theta m} \phi_{xm} + K_{\theta m} \phi_{ym} \quad (17)$$

با در نظر گرفتن یکی از مؤلفه‌های گشتاور پیچشی  $\tilde{T}$ ، به عنوان مثال  $\tilde{T}_{xm}$ ، روابط زیر براساس روابط پیشین به راحتی به دست می‌آیند:

علیرغم اینکه محل مرکز مقاومت  $CRi$  در تراز کف  $m$  ام با توجه به نیروهای جانبی مؤثر در کف  $m$  ام و کفهای بالاتر و مشخصات سازه‌ای ساختمان در ترازهای بالاتر از کف  $m$  ام تعیین می‌شود، ولی این تعریف  $2N$  معادله (دو برابر تعداد طبقات سازه) بر اساس معادلات (۲۵) و (۲۷) به دست می‌دهد که باید همزمان حل شوند، بنابراین این تعریف، «تعریف براساس تحلیل همه کفها»، از دو تعریف قبلی که بررسی شدند به لحاظ محاسبه، وقت‌گیرتر است. قابل ذکر است که اگر شرایط مربوط به تعریف «همه کفها» ارضاء شود شرایط تعریف‌های «یک طبقه» و «یک کف» ارضاء خواهد بود. در حالت کلی مجموعه نقاطی که مربوط به هر یک از تعاریف هستند برهم منطبق نیستند. این موضوع به کمک مثال‌های بخش‌های بعد نشان داده خواهد شد. مرکز مقاومت  $CRi$  در کف  $m$  ام به صورت موقعیت محلی که برآیند نیروهای عکس‌العمل‌المان‌ها در کف عمل می‌کند تعریف می‌شود. این نیروهای عکس‌العمل در مثال‌ها به صورت تفاوت برش‌های اجزاء در طبقات مجاور (بالا و پایین) طبقه مورد نظر در نظر گرفته شده‌اند. با استفاده از معادلات (۲) و (۲۷) ارتباط بین لنگر پیچشی طبقه  $M_{xm}$  و محل مرکز مقاومت ( $CRi$ ) برای تراز کف  $m$  ام به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} M_{xm} &= K_{\theta m} \theta_{xm} = -\sum_{k=m}^N P_{xik} (\varepsilon_{ym} - e_{ym}) \\ &= -\sum_{k=m}^N P_{xk} (L_{yk} - e_{ym}) \\ &= -\sum_{k=m}^N P_{xk} (L_{yk} - L_{yk}^* + L_{yk}^* - e_{ym}) \\ &= -\sum_{k=m}^N P_{xk} (L_{yk} - L_{yk}^*) = -\sum_{k=m}^N T_{xk} \end{aligned} \quad (27)$$

به طور مشابه، با تکرار محاسبات بالا برای  $M_{ym}$  داریم:

$$M_{ym} = \sum_{k=m}^N P_{yk} (L_{xk} - L_{xk}^*) = \sum_{k=m}^N T_{yk} \quad (28)$$

شده در جهت عمود بر جهتی که نیروی جانبی به کف مورد نظر وارد می‌شود (در راستای  $X$  و  $Y$ ) از مرکز مقاومت طبقه که معادلات (۱۱) و (۱۲) آن را تعریف می‌کنند. علاوه بر این، براساس روابط و معادلات بالا لنگر پیچشی طبقه  $m$  ام در روش «یک کف» می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{xm} &= K_{\theta m} \phi_{xm} = K_{\theta m} \phi_{xm-1} + K_{\theta m} \theta_{xm} \\ &= \left( \frac{K_{\theta m}}{K_{\theta m-1}} \right) \tilde{T}_{xm-1} + M_{xm} \end{aligned} \quad (23)$$

در رابطه بالا  $M_{xm}$  میزان لنگر پیچشی است که باید در طراحی طبقه مورد نظر مد نظر قرار گیرد که در روش «یک طبقه» و با معادله (۶) بیان شد. با بازنویسی معادله (۲۳) لنگر پیچشی طراحی برای طبقه مورد نظر تحت بارهای وارده در جهت  $X$  با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$M_{xm} = \tilde{T}_{xm} - \left( \frac{K_{\theta m}}{K_{\theta m-1}} \right) \tilde{T}_{xm-1} \quad (24)$$

و برای بارهای وارده در جهت  $Y$  و با استدلال و محاسبات مشابه جهت  $X$  داریم:

$$M_{ym} = \tilde{T}_{ym} - \left( \frac{K_{\theta m}}{K_{\theta m-1}} \right) \tilde{T}_{ym-1} \quad (25)$$

### تعریف خروج از مرکزیت براساس تحلیل همه کفها (خروج از مرکزیت کفها)

مختصات مرکز صلبیت ( $CRi$ ) کف  $m$  ام،  $L_{xm}^*$  و  $L_{ym}^*$  از معادلات (۱۱) و (۱۲) به دست می‌آید. لازمه این کار این است که جملات مربوط به  $\phi_{m-1}$  ( $m = 1, 2, \dots, N$ ) براساس معادلات ۹ و ۱۰ صفر باشد چرا که باید دوران همه طبقات برابر صفر باشد. ذکر این نکته ضروری است که با روش «یک طبقه»  $\phi_m$  فقط برای طبقه مورد نظر صفر بود، ( $\phi_m = 0$ ). مراکز صلبیت با به کار بردن معادلات (۱۱) و (۱۲) برای  $m = 1, 2, \dots, N$  به دست می‌آید. لذا داریم:

$$\begin{aligned} L_{xm}^* &= e_{xm} + \left\{ e_{xm} \sum_{k=m+1}^N P_{yk} - \sum_{k=m+1}^N P_{yk} L_{xk}^* \right\} / P_{ym} \\ L_{ym}^* &= e_{ym} + \left\{ e_{ym} \sum_{k=m+1}^N P_{xk} - \sum_{k=m+1}^N P_{xk} L_{yk}^* \right\} / P_{xm} \end{aligned} \quad (26)$$

## مثال‌ها و نتیجه‌گیری

برای تعیین خروج از مرکزیت براساس سه تعریف متفاوت ارائه شده در بخش‌های قبل این مقاله، سه سازه مورد بررسی قرار گرفته که هر سه سازه نامتقارن هستند تعداد طبقات، تعداد قاب‌ها و جهت بارگذاری (y) در همه سازه‌های گروه ثابت است. نتایج تحلیل سه مدل نشان داد که: خروج از مرکزیت‌های استاتیکی حاصل از روش «تعریف براساس تحلیل همه کف‌ها» حساسیت بیشتری به نامنظمی سختی نسبت به روش «تعریف براساس تحلیل

یک طبقه» دارند. علاوه بر این، در روش «تعریف براساس تحلیل همه کف‌ها» تغییرات در توزیع عمودی بارهای جانبی تأثیر ویژه‌ای در نتایج می‌گذارد. هر دو روش «تعریف براساس تحلیل یک طبقه» و «تعریف براساس تحلیل همه کف‌ها» نسبت به نوع خروج از مرکزیت در ساختمان‌های نامتقارن، نسبتاً غیرحساس هستند. مقادیر خروج از مرکزیت‌ها در روش «تعریف براساس تحلیل یک کف» به طور ویژه‌ای بیشتر از مقادیر به دست آمده از روش‌های «تعریف براساس تحلیل همه کف‌ها» و «تعریف براساس تحلیل یک طبقه» است.

## مراجع

1. ASCE (2005). Minimum design loads for buildings and other structures, ASCE Standard 7-05, Reston, Va.
2. Mohammad R. Ghayamghamian, Masato Motosaka, (2003). *The effects of torsion and motion coupling in site response estimation*. Earthquake Engng Struct. Dyn.; Vol. 32, PP. 691–709.
3. Jose L. Almazan and Juan C. de la Llera, (2003). *Accidental torsion due to overturning in nominally symmetric structures isolated with the FPS*. Earthquake Engng Struct. Dyn.; Vol. 32, PP. 919–948.
4. Stathopoulos. K. G. and Anagnostopoulos, S. A., (2005). *Inelastic torsion of multistorey buildings under earthquake excitations*. Earthquake Engng Struct. Dyn, Vol. 34, PP. 1449-1465.
5. Dong-Woo Ko and Han-Seon Lee, (2006). *Shaking table tests on a high-rise RC building model having torsional eccentricity in soft lower storeys*. Earthquake Engng Struct. Dyn, Vol. 35, PP. 1425-1451.
6. Kan. C. L. and Chopra, A. K., (1977). *Elastic earthquake analysis of torsionally coupled multistorey buildings*, Earthquake Engng and Struct. Dvn., Vol. 5, PP. 395 -412.
7. Stafford-Smith, B. and Vezina, S, (1985). *Evaluation of centres of resistance in multistorey building structures*, Proc. Insr. Civ. Engrs., Part 2, Vol. 79 (4). 623 -635.
8. Associate Committee on the National Building Code, (1990). *National Building Code of Canada 1990*, National Research Council of Canada, Ottawa.
9. International Conference of Building Officials, (1997). *Uniform Building Code*.
10. Commission of the European Communitie, (1988). Eurocode NO.8: *Design for structures in seismic regions. part I. general and building*. Rep. EUR 12266 EN. Brussels.
11. International Association for Earthquake Engineering (1988). *Earthquake resistant regulations. A world list*, Tokyo, Japan.
12. Standard- Association of New Zealand, (2009). *Code of practice for general structural design and design loadings for buildings: NZS 4203'*. Wellington. New Zealand.
13. Seismology Committee. Structural Engineers Association of California, (1975). *Recommended Lateral Force Requirements and Commentary* (4th Edn), San Francisco. CA.