آنالیز ـ تیرهای سرتاسری بوسیله حسابگر الکترونیک

(کامپیوتر)

نوشته

ناصر توفیق

دانشجوی سال چهارم راه وساختمان

مقدمه :

مسأله تیرهای سرتاسری نظر به کثرت استعمال در پروژه‌های مختلف ساختمانی نظیر ساختمانهای معمولی ـ پلها ـ جراثقالها ـ مسأله ایست که تمام مهندسین محاسب هر روز باآن مواجهند و علی‌رغم آنچه به‌نظر میرسد حل این‌مسأله در مواقعی که انواع بار زنده روی تیر وجود دارد کار ساده‌ای نیست . ازاین‌رو مهندس محاسب اغلب با روشهای تقریبی وبسته به‌تجربه شخصی‌مسأله را به‌نحوی برای خود حل میکند و ازتعقیب راه حل دقیق آن که مستلزم وقت زیاد است صرفنظر میکند. کوشش نگارنده درحل این مسأله بوسیله کمپیوتر براین بوده است که این‌مسأله را به‌نحوی که محاسبه‌اش با کمپیوتر اقتصادی باشدحل‌نماید.

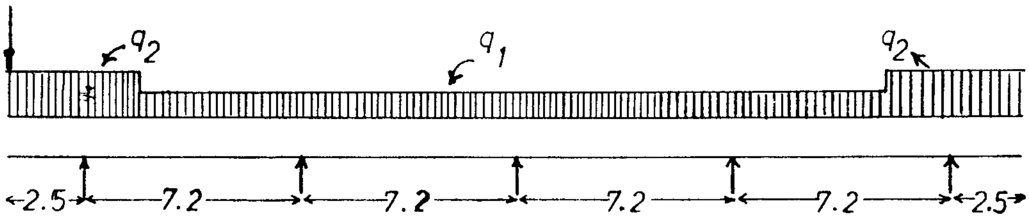
خلاصه مقاله :

ابتدا راه حل‌مسأله به‌اختصار شرح داده‌شده بعدهم حل دومثال را که‌توسط کمپیوترانجام شده نوشته وبالاخره توضیحاتی راجع به‌برنامه داده‌ایم.

حل تیرهای سرتاسری :

ساده‌ترین راه‌حل تیرهای سرتاسری استفاده از معادله سه‌لنگری کلاپیرون است که عموم‌دانشجویان باآن آشنایند . این راه‌حل منجر به‌حل دستگاه معادلات خطی میگردد . وگاهی اوقات‌تنها برای بدست آوردن لنگرهای‌تکیه گاهها بسته‌بدهانه‌ونوع گیردادی‌تکیه گاهها بایدمثلاً حدود ۱۰ معادله ۱۰ مجهولی‌راحل‌نمود . اگر مسأله وقت مطرح شود بهیچوجه این‌طریقه راه حل خوبی نیست . بخصوص که برای هر وضعیت از بار زنده مسأله را باید یک بار حل نمود . لذا درحل این مسأله بهتر است ازطریقه توزیع لنگر (روش کراس یا روش کانی) ویا طریقه‌های‌ماتریسی (نظیر ماتریس های Siffness یا Flexibility) استفاده نمود .

دراین برنامه چون حل مجهولات اضافی redundants که همان ممانهای تکیه گاهها هستند بـا نوشتن برنامه فرعی یا Subprogran صورت گرفته است. بدلخواه میتوان یا از روش کراس ویا از متد کانی برای حل مسأله استفاده نمود . برای جلوگیری از اطناب کلام درین مقاله از توضیح روش کراس و کانی صرفنظر میشود .



(شکل ۱)

جدول شماره ۱

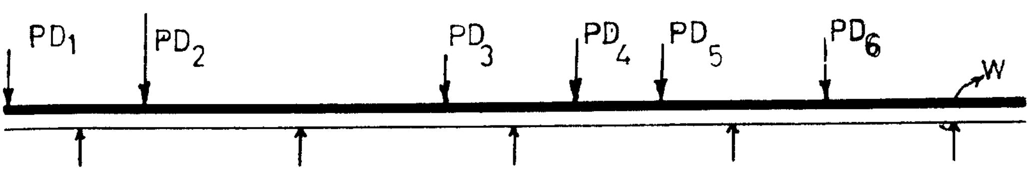
بار مرده یکنواخت	3.64					3.64
بار مرده متمرکز	1.65					
بار زنده یکنواخت	2.01	2.01 1.83			1.83 2.01	2.01
بار زنده متمرکز						

برای آنکه چگونگی بررسی اثر بار زنده روشن گردد ، تیری مطابق شکل ۱ درنظر میگیریم مقادیر بارزنده و مرده در جدول ۱ داده شده‌است. برای سهولت کار فرض می کنیم که مقطع تیر در تمام دهانه‌ها یکسان باشد یعنی I=cte . اما در ساختمانهای‌صنعتی‌وپلها غالباً مقطع تیر یکنواخت نبوده و تیرما هیچه‌داراست.

دربرنامه مورد نظر میتوان با دادن ضرایب سختی و انتقال بماشین این گونه‌مسائل رانیزحل‌نمود.

طول دهانه‌ها نیز ممکن است متفاوت باشند. وتعداددهانه‌ها درین برنامه حداکثر ۲۰ دهانه‌درنظر گرفته شده است.

چون اثر بار مرده همیشگی است پس لازم است ابتدا تیر را تحت اثر بـار مرده حل نمود . درنتیجه مثلاً تیری با بارهای زیر خواهیم داشت :



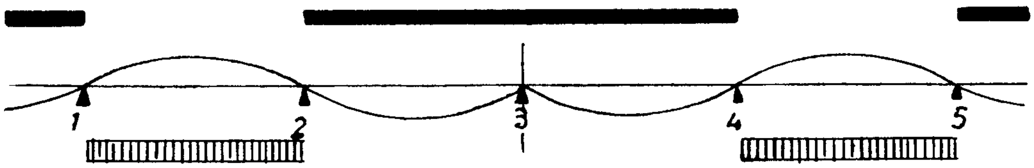
(شکل ۲)

یادآور میشویم کـه شدت بـار مرده یکنواخت هردهانه میتواندبادهانه‌بعدی متفاوت باشد و تعداد بارهای منفرد مرده نیز میتواند ۹ عدد باشد. حل این تیر فرضاً میتواند باطریقه کراس انجام شود .

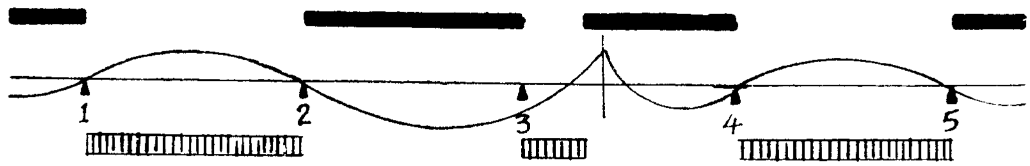
مرحله بعدی محاسبه ممان تکیه گاهها در اثر بار زنده است . درین مورد چون هدف ما بررسی بدترین وضعیت بارگذاری است شکل منحنی تأثیر تیرهای سرتاسری میتواند راهنمای خوبی در این مورد برای ما باشد . رویهمرفته در تیرهای سرتاسری شکل منحنی تأثیر در سرتکیه گاه ودر فاصله کانون و تکیه گاه و بین دو کانون به ترتیب مطابق اشکال ۳و۴و۵ میباشد .

در نتیجه برای پیدا کردن ممانهای ماگزیمم و می نیمم درسرتکیه گاه و در داخل دهانه ها باید تیر را به ترتیب شکل ۳ و شکلهای ۴و۵ بارگذاری نمود .

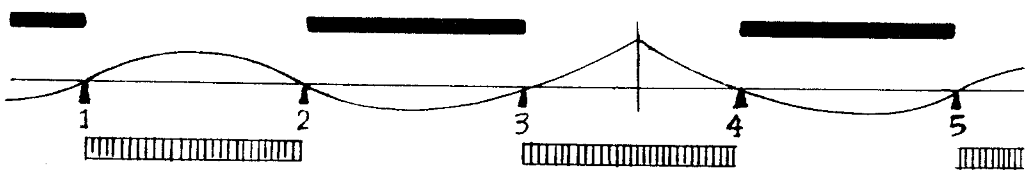
نوارهای پروضعیتی از بار زنده را نشان میدهند که ممان ماگزیمم در سرتکیه گاه ویا در داخل دهانه ها بوجود میآید و نوارهای خط چین نشان دهنده وضعیت بار زنده‌اند در حالتیکه ممان می نیمم در سر تکیه گاه ویا داخل دهانه ها بوجود میآید .



(شکل ۳)



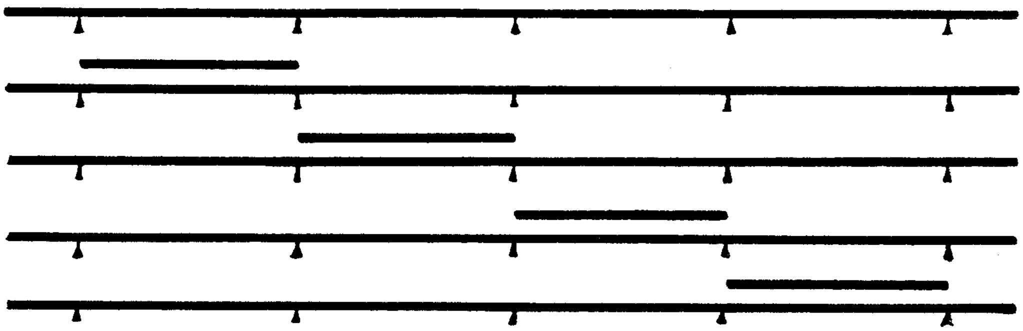
(شکل ٤)



(شکل ٥)

بنابراین چنانکه دیده میشود برای هردهانه سه مرتبه باید مسأله را حل نمود ودرنتیجه در یک تیر ۷ دهانه اگر بدین نحو عمل شود می بایست ۲۱ مرتبه یک سیستم تیر سراسری را در اثر انواع مختلف بار گذاری حل نمود اما باتوجه باین مطلب که حالتی که در شکل ٤ نشان داده‌شده مربوط به منحنی تأثیرمقاطعی است که در نزدیکی تکیه گاه انتخاب‌شوند وتفاوت بارگذاری آن بابارگذاری شکل ۳ فقط در قسمت کوچکی از طول تیر است بنابراین باقبول تقریب حاصل از این فرض میتوان مسأله را فقط در حالات شکل ۳و۵ مطالعه نمود . اگر بخواهیم حالت ٤ را نیز بررسی کنیم ناگزیر از آنیم که نسبتهای کانونی و محل کانونها را نیز درداخل هردهانه بدست آوریم .

اما با انتخاب طریقه زیر فقط کافیست تیر ٧ دهانه را در ٧ وضعیت حل نمود و با استفاده از اصل اجتماع اثرها سایر حالات را از آن نتیجه گیری نمود. بدین ترتیب که تیر را در حالاتی درنظر میگیریم که فقط یک دهانه از آن بارگذاری شده باشد. (شکل ٦)



(شکل ٦)

بعداز حل هریک از حالات فوق برای پیدا کردن ممانهای تکیه گاهها در حالاتی که مقدار ممان در سرتکیه گاه ویا در داخل دهانه ماگزیمم یا می‌نیمم باشد از هفت حالت فوق استفاده میکنم. مثلا برای پیدا کردن مقدار ممان ماکزیمم در سرتکیه گاه شماره ٤ کافیست دهانه‌های ١و٣و٤و٦ را بارگذاری نمود.

چون مقدار ممان در تکیه گاه٤ را درحالاتی که فقط دهانه ١ ویا دهانه ٣ ویا دهانه٤ و بالاخره دهانه٦ بارگذاری شده‌اند پیدا کرده‌ایم کافیست آنهارا با هم جمع جبری کنیم.

درمورد ممان ماکزیمم و می‌نیمم در داخل دهانه دوحالت پیش میآید یا مقطعی که درآن مقدار ممان ماگزیمم یا می‌نیمم است در داخل دوکانون تیر قرار دارد ویا بین یکی ازکانونها و تکیه گاه میباشد در هریک‌ازاین‌حالات با توجه باشکال٣و٥ باز میتوان وضعیت بارگذاری رامشخص نمود. برای پیدا کردن مقدار ممان در داخل دهانه باید مقدار ممان درسردوتکیه گاه‌دهانه مربوطه را درین‌وضعیت بارگذاری بدست آورد واز معادله زیر استفاده نمود:

$$M_x = \mu_x + M_{i-1}\left(1 - \frac{x}{l_i}\right) + M_i \frac{x}{l_i} \qquad (١)$$

که درآن μ_x ممان در تیر ایزواستاتیک نظیر تحت اثر بارهای مورد نظر در مقطع x است و M_{i-1} و M_i به‌ترتیب ممان‌های تکیه گاه چپ وراست تیر و l طول دهانه است.

مقداراین ممان موقعی ماگزیمم میگردد که برش مساوی صفر باشد یعنی:

$$T = \mathcal{T} + \frac{M_i - M_{i-1}}{l_i} = 0 \qquad (٢)$$

باشد.

اما نکته جالب در حل این مسأله توسط کمپیوتر این‌است که بعلت آنکه وضعیت بار زنده در هر مسأله یک شکل خاص دارد و معادله برش در تیر درقسمتهای مختلف بسته به‌محل بارها فرق میکند. درنتیجه

نوشتن معادلهٔ بصورت کلی که تمام حالاتی را که ممکن است در مسائل مختلف پیش‌آید در خود مستتر داشته باشد امکان پذیر نیست مگر آنکه تعداد بارهای منفرد و گسترده را ثابت اختیار کرده و به تعداد حداکثر نواحی که بسته باشکال بارگذاری پیش میآیند معادله برش نوشت. این کار نه‌تنها از نظر برنامه نویسی جالب نیست‌بلکه‌احتیاج به‌محل زیادی در حافظه ماشین دارد و ازنظر مقایسه زمانی باطریقه‌ای که در ذیل می‌نویسیم چندان فرقی‌هم ندارد . راه حلی که دراین برنامه بکار رفته است بقرار زیر است :

ابتدا یک مقدار برش برای تیر در مقطع x در تحت تأثیر بار مرده یکنواخت و ممانهای انتهائی بصورت زیر می‌نویسیم .

$$T = R_1 - Q_0 x + \frac{M_i - M_{i-1}}{l_i}$$

مقدار x ابتدا صفر بوده و بعد مرتب مقدار ثابتی نظیر A بآن اضافه شده و بدین نحو در طول تیر جلو میرویم ودر هرافزایش امتحان‌می‌کنیم که آیا دراین فاصله اضافه‌شده‌بار متمرکز ویا گسترده‌ای وجود دارد یانه ودر صورت موجود بودن ، بار متمرکز را بصورت معادله زیر :

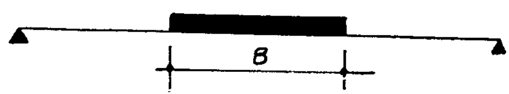
$$T = T - PL_i$$

وبارگسترده را بصورت زیر :

(a) $$T = T - Q_i(x - A)$$

(b) $$T = T - Q_i(B)$$

درنظر میگیریم بسته بآنکه‌مقطع x در طول بارگسترده‌بطول B واقع باشد ویادرطرف‌راست آن قرار داشته‌باشد.



(شکل ۷)

برای پیدا کردن مقدار ممان درهروضعیت معادله ممان نظیر را می‌نویسیم مثلا در حالت ابتدائی معادله ممان بصورت زیر است .

$$M = R_1 \times x - Q_0 \frac{x^2}{2} + M_{i-1}\left(1 - \frac{x}{l}\right) + M'_i \frac{x}{l}$$

و در سایر حالات مقدار آن بسته بوضعیت تعیین شده توسط ماشین بدین‌ترتیب بدست میآید .

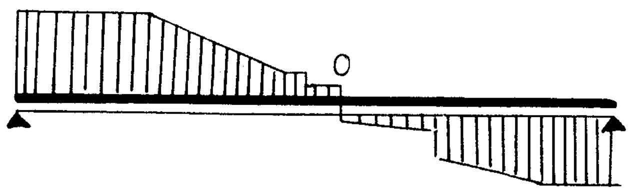
$$M = M - Q_1 \times (x - A)\ 2/2$$

ویا :

$$M = M - Q_1 \times B2/2$$

باید متذکرشدکه درین روابط مقادیر T ویا M که در سمت راست معادله قرار دارند مقادیری هستند که قبلاً در حافظه ماشین قرار دارند وباید بآنها اثرات بارهای موجود در فاصله A را افزود .

بدین ترتیب مسأله پیدا کردن برش و ممان درهر مقطع حل میشود. امانکته مهم پیدا کردن محل برش صفراست. برای اینکار از تغییر علامت دادن مقدار T استفاده کرده‌ایم بدین معنی که بمحض آنکه علامت برش از مثبت به‌منفی تبدیل شد یعنی حالتی پیش آمد که از نقطه O در شکل ۸ ردشدیم بین دومحل شماره n و ۱+n که T تغییر علامت داده است.



(شکل ۸)

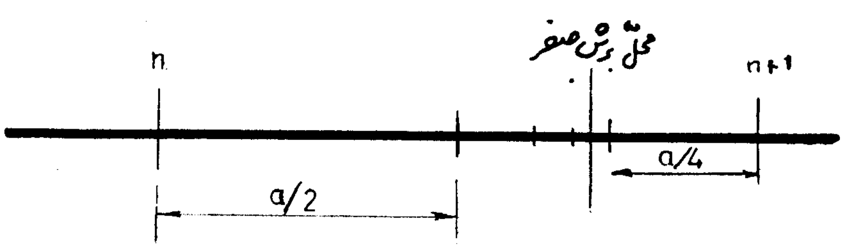
فاصله تغییرات یا افزایش مقدار x را بصورت یک تصاعد هندسی نزولی کم میکنیم یعنی مثلاً از فرمولهای زیر استفاده میکنیم:

(a) $$x=x+\frac{A}{(۲)^{k}}$$

(b) $$x=x-\frac{A}{(۲)^{k}}$$

موقعیکه T مثبت است از رابطه (a) وموقعیکه T منفی است است از رابطه (b) برای بدست آوردن مقدار x که فاصله نقطه برش مساوی صفراست، استفاده میکنیم. K تعداد دفعاتی است که فاصله ثابت A رابفواصل کوچکتر تقسیم میکنیم. بدین معنی که مثلا اگر بازاء مقدار x علامت T مثبت و بازاء x+A علامت آن منفی باشد مقدار x را باندازه $\frac{A}{۲}$ اضافه میکنیم وباز علامت T رامشخص میکنیم درصورتیکه مثبت باشد باندازه $\frac{A}{(۲)^{۲}}$ بآن میافزائیم و در صورتیکه منفی باشد این مقدار را از x کم میکنیم. درنتیجه بسرعت به نقطه‌ایکه T در آن صفر است میرسیم. این موضوع در شکل ۹ نشان داده شده است.

نکته جالبی که در مورد تیرهای با بار متمرکز در حل مسأله با کمپیوتر با این روش اتفاق میافتد

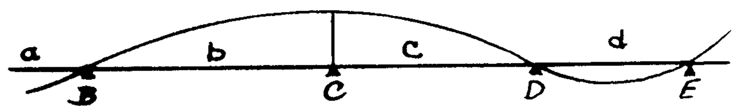


(شکل ۹)

آنستکه چون در زیر بار متمرکز منحنی نمایش نیروی برش شکستگی دارد بازاء ε+ یا ε+ در اطراف این نقطه مقدار برش قابل ملاحظه است و عملاً کمپیوتر نمیتواندفاصله‌ای راتعیین کند که بازاء آن مقدار برش

دقیقاً مساوی صفر باشد. برای این‌منظور میتوان این حدود یا دقت محاسبه را بماشین داد وتا مقدار معینی از K فاصله $\frac{A}{2^k}$ را بفواصل کوچک تقسیم نمود واز آن به‌بعد نقطه مزبور رانقطه برش‌صفر درنظر گرفت.

برای بدست آوردن ماکزیمم ومی‌نیمم‌نیروی عکس‌العمل تکیه گاهها نیز از شکل ۳ میتوان‌استفاده نمود ویا مطابق شکل منحنی تأثیر نیروی برشی در مقطع c ، مطابق شکل ۱ تیر را بارگذاری نمود ومقدار عکس‌العمل نقطه c را در تیرهای b و c بدست آورده وباهم جمع نمود .



(شکل ۱۰)

مثال ۱ ـ در تیر شکل ۱ مقدار ممان ماکزیمم و می‌نیمم تکیه گاه و عکس‌العمل های ماکزیمم و می‌نیمم را بدست آورید ضمناً محل ومقدار ممان ماکزیمم و می‌نیمم در داخل هردهانه از تیر را نیز معین کنید . I=cte

حل ـ کافیست نیروها و فواصل را با ضرایب انتقال و سختی بماشین داده ماشین جوابهای زیر را در طرف ۸ دقیقه بماخواهد داد.

جواب مثال ۱ :

SP.No	X	MAX−M	MIN−M
2	0.00	−15500.00	−21781.00
	3.70		3061.09
	3.44	17997.37	
3	0.08	−12784.00	−27730.00
	3.68		3400.29
	3.60	16260.02	
4	0.00	−11740.00	−26512.00
	3.47		2840.10
	3.57	15803.72	
5	0.00	−13829.00	−29086.00
	3.71		4565.51
	3.87	19891.03	
6	0.00	−11375.00	−17656.00

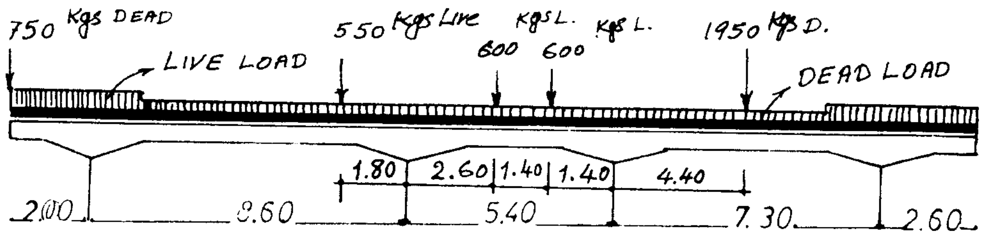
SUP.NO.	MAX-REAC.	MIN.-REAC.	REAB.-D	ST.REAC.-L
1	0.0	0.0	0.0	0.0
2	36336.6	35262.0	23854.6	12169.8
3	42850.7	37186.7	26208.0	13429.1
4	41788.2	36108.1	26208.1	13221.1
5	44484.5	38749.1	26208.0	14120.8
6	34027.5	32974.1	22204.0	12261.0

مثال ۲ ـ درتیر ماهیچه‌دار شکل ۱۱ مقادیر ممان ماکزیمم ومی‌نیمم را درسرتکیه‌گاهها و در داخل دهانه‌ها بدست آورید. مقدارعکس‌العمل ها را نیز معلوم کنید.

نسبت طول ماهیچه‌ها به‌طول دهانه‌ها ۲ر. فرض میشود.

ارتفاع هرتیر در دوانتهای آن دوبرابر ارتفاع آن دروسط فرض میشود.

حل ـ کافیست مقادیر طول ماهیچه وارتفاع آن مشخص باشد تا با مراجعه به‌جدول مقدار ضریب صلبیت و انتقال هر تیر مشخص شود. مقادیر حاصل را بماشین میدهیم وباز درهمان‌مدت ۸ دقیقه جوابهای زیر را از ماشین تحویل می‌گیریم:



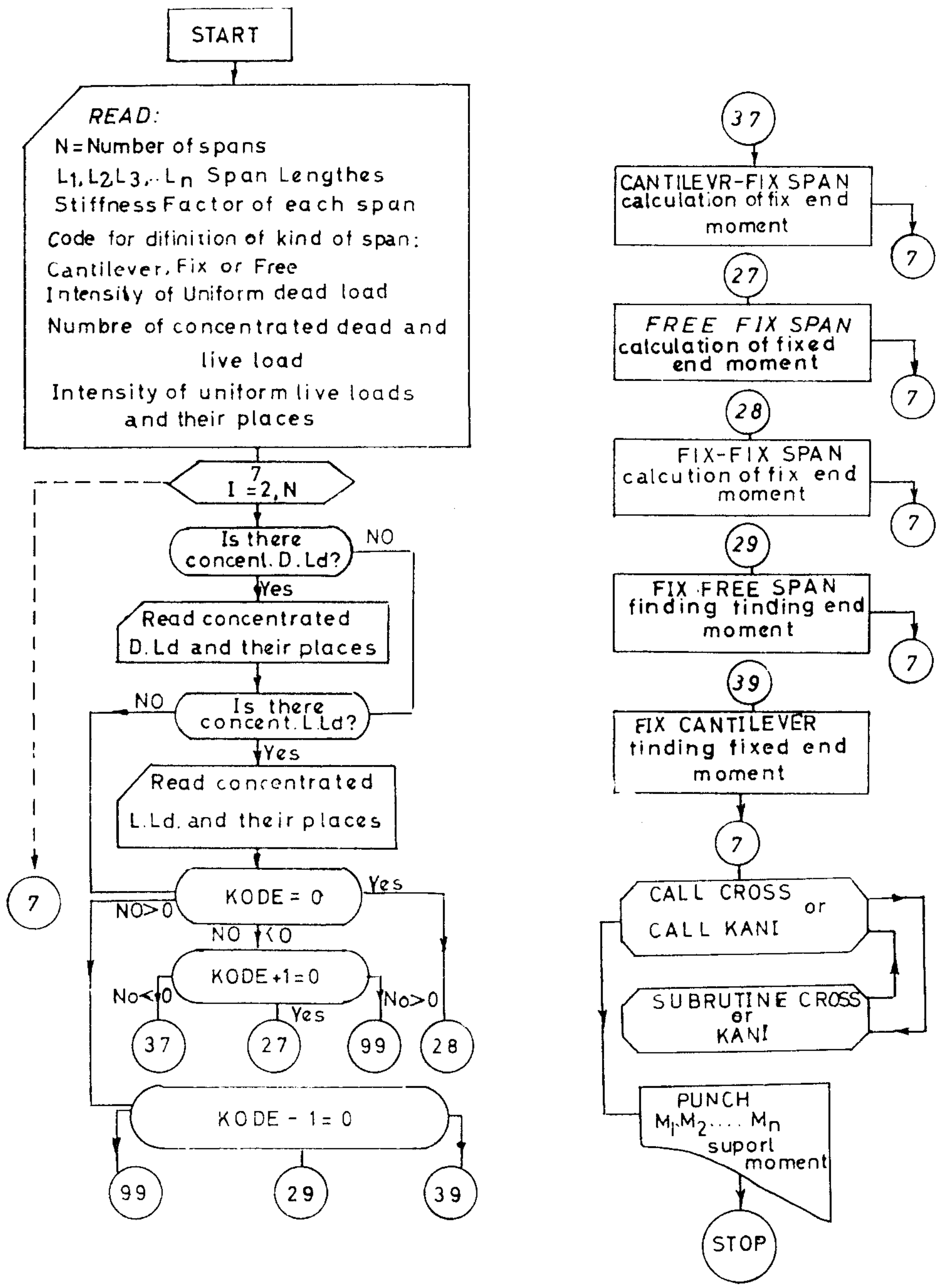
(شکل ۱۱)

SUP.NO.	MAX-REAC.	MIN-REAC.
1	0.0	0.0
2	20333.0	19921.6
3	20016.8	18053.0
4	16853.0	14424.1
5	22555.9	21470.5

SP.NO.	X	MAX-M	MIN-M
2	0.00	—6950.00	—10033.00
	4.20		11432.01
	4.01	18066.00	
3	0.00	—10422.60	—14357.00
	3.06		—1887.65
	2.96	441.78	
4	0.00	—6111.00	—9742.00
	3.65		8350.53
	4.05	11247.00	
4	0.00	—8078.00	—13131.00

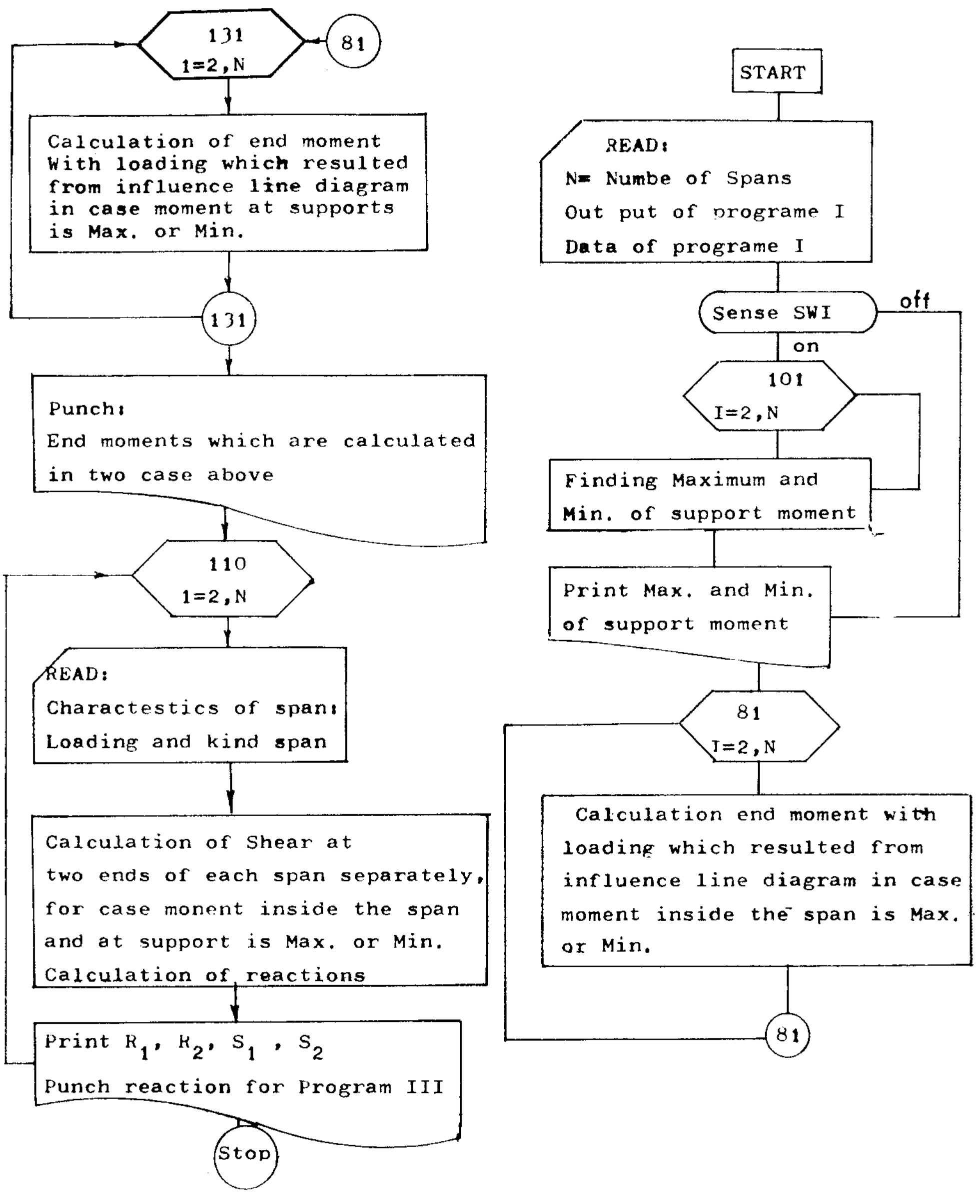
نظر به‌حجم زیاد برنامه که لااقل ۵ صفحه از نشریه را میگیرفت فقط به‌ترسیم Flow chart اقدام نموده و تذکر میدهد. درصورتیکه دانشجویان دانشکده فنی مایل باستفاده از آن هستند به‌آرشیو مرکز محاسبات و تحقیقات الکترونی دانشگاه تهران مراجعه نمایند.

Program I

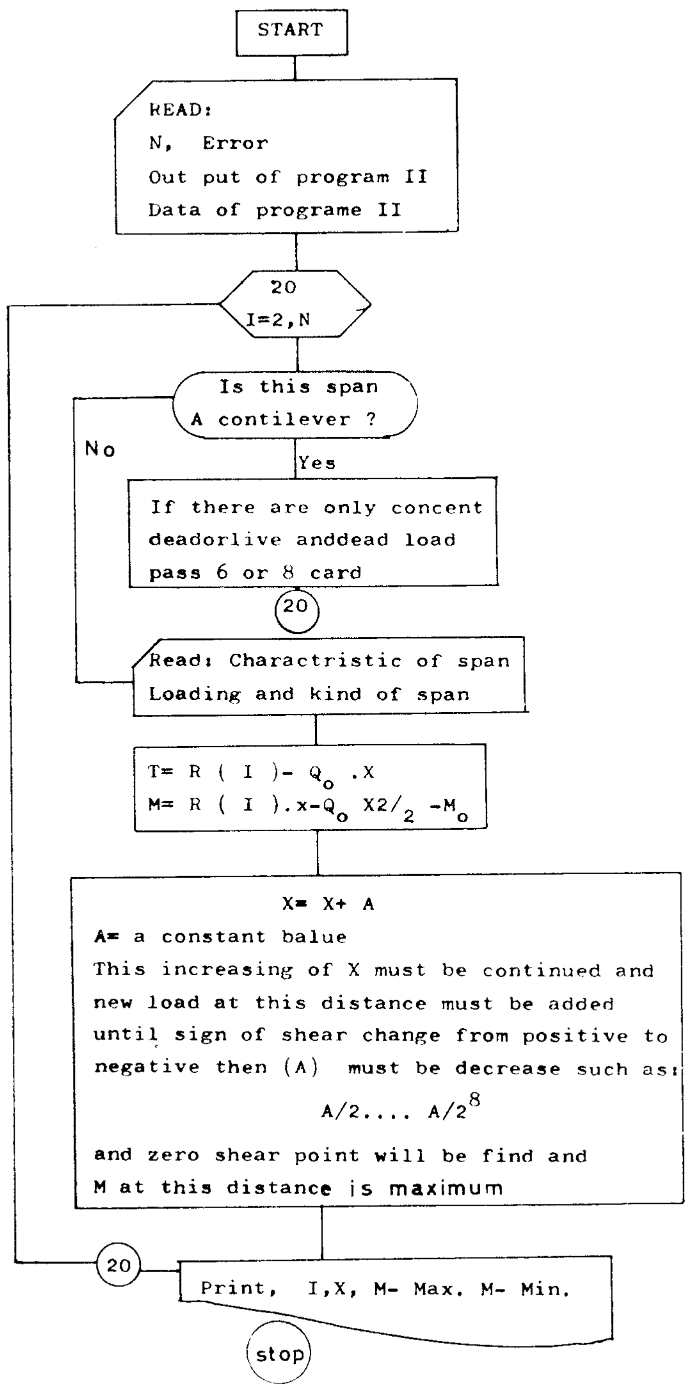


START
READ:
N=Number of spans
L1, L2, L3, .. Ln Span Lengthes
Stiffness Factor of each span
Code for difinition of kind of span:
Cantilever, Fix or Free
Intensity of Uniform dead load
Numbre of concentrated dead and live load
Intensity of uniform live loads and their places
7
I = 2, N
Is there concent. D. Ld?
NO
Yes
Read concentrated D. Ld and their places
Is there concent. L. Ld?
NO
Yes
Read concentrated L. Ld. and their places
KODE = 0
Yes
NO>0
NO <0
KODE+1=0
No<0
Yes
No>0
37
27
99
28
KODE - 1 = 0
99
29
39
7
37
CANTILEVR-FIX SPAN calculation of fix end moment
7
27
FREE FIX SPAN calculation of fixed end moment
7
28
FIX-FIX SPAN calcution of fix end moment
7
29
FIX-FREE SPAN finding finding end moment
7
39
FIX CANTILEVER finding fixed end moment
7
CALL CROSS or CALL KANI
SUBRUTINE CROSS or KANI
PUNCH M1, M2 .... Mn suport moment
STOP

Program II


START
READ:
N= Numbe of Spans
Out put of programe I
Data of programe I
Sense SWI
off
on
101
I=2,N
Finding Maximum and
Min. of support moment
Print Max. and Min.
of support moment
81
I=2,N
Calculation end moment with
loading which resulted from
influence line diagram in case
moment inside the span is Max.
or Min.
81
131
1=2,N
81
Calculation of end moment
With loading which resulted
from influence line diagram
in case moment at supports
is Max. or Min.
131
Punch:
End moments which are calculated
in two case above
110
1=2,N
READ:
Charactestics of span:
Loading and kind span
Calculation of Shear at
two ends of each span separately,
for case monent inside the span
and at support is Max. or Min.
Calculation of reactions
Print R1, R2, S1, S2
Punch reaction for Program III
Stop

Program III


START
READ:
N, Error
Out put of program II
Data of programe II
20
I=2,N
Is this span
A contilever ?
No
Yes
If there are only concent
deadorlive anddead load
pass 6 or 8 card
20
Read: Charactristic of span
Loading and kind of span
T= R (I)- Q_o .X
M= R (I).x-Q_o $X2/_2$ -M_o
X= X+ A
A= a constant balue
This increasing of X must be continued and
new load at this distance must be added
until sign of shear change from positive to
negative then (A) must be decrease such as:
A/2.... $A/2^8$
and zero shear point will be find and
M at this distance is maximum
20
Print, I,X, M- Max. M- Min.
stop