انتقال حرارت و جریان سیال با خواص فیزیکی متغیر در داخل شکل هندسی حلقوی (Annulus)

نوشته :

زین‌العابدین نجات

استادیار دانشکده فنی

در راکتورهای اتمی مورد استفاده جهت بحرکت درآوردن راکت‌ها و مراکز تولید نیرو برای اینکه بازده راکتور را بالا ببرند سعی‌می کنند که درجه‌حرارت میله‌های سوختی را زیاد نمایند. درجه‌حرارت زیاد میله‌های سوختی باعث می‌شود که اختلاف درجه حرارت شدیدی بین سطح داغ میله سوختی ومتوسط سیال خنک کن بوجود آید. چون معمولاً خواص فیزیکی سیال (گاز) متناسب با تغییرات درجه حرارت میباشد لذا تغییرات شدیدی نیز در خواص فیزیکی سیال از مجاورت دیوار داغ میله سوختی در جهت عمود برآن تولید خواهد شد. این تغییرات که باین ترتیب در خواص فیزیکی سیال پدید می‌آید ضریب انتقال حرارت بطریقه جابجائی وهمچنین ضریب اصطکاك را مورد تأثیر قرار خواهد داد. محققین همیشه سعی‌دارند که اثرات این چنین تغییرات خواص فیزیکی را در روی ضرایب گفته شده در بالا بطریقه‌ای نشان دهند. وارد کردن یک نسبت بین درجات حرارت سطح گرم و متوسط سیال $\left(\frac{T_w}{T_b}\right)$ در معادله تجربی معروف Boelter-Dittus از روش‌های معمول است و معادله جدید را بصورت زیر می‌توان نوشت :

$$Nu = CRe^{0.8}Pr^{0.4}\left(\frac{T_w}{T_b}\right)^f \qquad (1)$$

که در آن :

$$Nu = \frac{h \cdot d}{k}$$

عدد بی‌بعد نوسلت

$$Re = \frac{du\rho}{\mu}$$

عدد بی بعد رینولدز

$$Pr = \frac{Cp\mu}{k}$$

عدد پرانتل است. برای نشان دادن لزوم وارد کردن این‌چنین نسبت درجات حرارت می‌توان از آنالیزبعدی استفاده نمود. این طریقه برای سیالی که درخارج‌اجسام جامد در حال جریان است می‌توان درکتاب‌مراجعه (۲) مطالعه کرد ولی برای سیال جاری در داخل مجاری مسدود بنا باطلاع نویسنده این چنین مطالعه‌ای تا حال منتشر نشده است. مجرای مورد مطالعه در اینجا عبارتست از حلقه (Annulus) می‌باشد که اهمیت خاصی را در راکتورهای اتمی حائز است. حلقه عبارتست از دو استوانه متحدالمرکز که جریان سیال ازبین این انجام گرفته و در این حالت فقط استوانه وسطی گرم است.

معادلات پیوستگی ومقدار حرکت و انرژی را برای رژیم آرام می‌توان بصورت زیر نوشت :

معادله پیوستگی :

$$\frac{\partial(r\rho u)}{\partial r} + \frac{\partial(r\rho w)}{\partial z} = O \qquad (۲)$$

معادله مقدار حرکت :

$$\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial r} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu r \frac{\partial w}{\partial r}\right) \qquad (۳)$$

معادله انرژی :

$$\rho Cp\left(u\frac{\partial T}{\partial r} + w\frac{\partial T}{\partial z}\right) = w\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kp\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \mu\left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)^2 \qquad (٤)$$

باید توجه داشت که معادله پیوستگی نشان داده شده در اینجا برای یک جریان متقارن محوری بدست آمده است. معادلات مقدار حرکت وانرژی هم‌نماینده حالت ساده آنهاست که بعد از مقایسه ترمهای مختلف در معادلات باهم و حذف کردن مقادیر کوچک حاصل‌شده است حال اگر معادلات ۲ تا ٤ درمقادیر زیر به ترتیب تقسیم نمائیم این معادلات دارای پارامترهای بی بعد خواهند شد.

$$\rho_e w_e \qquad (۲a)$$

$$\frac{\rho_e w_e}{do - di} \qquad (۳a)$$

$$\frac{\rho_e T_e w_e}{do - di} \qquad (٤a)$$

حرف e معرف پارامترهای جریان (سرعت و درجه حرارت و ...) در ورودی به مجرای حلقه است و می‌توان پارامترهای بی بعد مطابق زیر تعریف نمود :

$$R'=\frac{r}{do-di} \quad و \quad Z'=\frac{z}{do-di} \quad و \quad U'=\frac{u}{w_e} \quad و \quad W'=\frac{w}{w_e} \quad و \quad \theta=\frac{T}{T_e} \quad و \quad P'=\frac{p}{\rho_e w_e^2}$$

این مقادیر بی بعد را می‌توان در معادلات اصلی جریان ۲ تا ٤ قرار داد و معادلات زیر حاصل خواهد شد .

$$(٥) \qquad \frac{\partial\left(\frac{\rho}{\rho_e}R'U'\right)}{\partial R'}+\frac{\partial\left(\frac{\rho}{\rho_e}R'W'\right)}{\partial Z'}=O$$

$$(٦) \qquad \frac{\rho}{\rho_e}\left(U'\frac{\partial W'}{\partial R'}+W'\frac{\partial W'}{\partial Z'}\right)=-\frac{\partial P'}{\partial Z'}+$$

$$\frac{\mu_e}{\rho_e w_e(do-di)}\ \frac{1}{R'}\frac{\partial}{\partial R'}\left(\frac{\mu}{\mu_e}R'\frac{\partial\theta}{\partial R'}\right)$$

$$(٧) \qquad \frac{\rho Cp}{\rho_e Cp_e}\left(U'\frac{\partial\theta}{\partial R'}+W'\frac{\partial\theta}{\partial z'}\right)=W'\frac{\partial P'}{\partial z'}\ \frac{w_e^2}{Cp_e T_e}+$$

$$\frac{1}{R'}\frac{\partial}{\partial R'}\left(\frac{k}{k_e}R'\frac{\partial\theta}{\partial R'}\right)\frac{k_e}{w_e\rho_e Cp_e(do-di)}+$$

$$\frac{\mu}{\mu_e}\left(\frac{\partial W'}{\partial R'}\right)^2\frac{\mu_e w_e}{\rho_e Cp_e(do-di)T_e}$$

قبلاً یادآوری شد که خواص فیزیکی سیال (گاز) متناسب بادرجه حرارت بوده و از روی جداول موجود با ترسیم لگاریتمی منحنی تغییرات خواص فیزیکی سیال در مقابل درجه حرارت مطلق روابطزیربرای گازها بدست خواهد آمد . بدیهی است که توان‌های مربوطه بستگی کامل بنوع گاز یعنی کیفیت تغییرات خواص فیزیکی آنها با درجه حرارت خواهد داشت .

$$\frac{\mu}{\mu_e}=\left(\frac{T}{T_e}\right)^a \quad و \quad \frac{k}{k_e}=\left(\frac{T}{T_e}\right)^b \quad و \quad \frac{\rho}{\rho_e}=\frac{T_e}{T} \quad و \quad \frac{Cp}{Cp_e}=\left(\frac{T}{T_e}\right)^c$$

حال با استفاده از روابط بالا برای تغییرات خواص فیزیکی سیال (گازها) می‌توان معادلات اصلی جریان را بار دیگر و بصورت زیر نوشت :

$$(٨) \qquad \frac{\partial}{\partial R'}\left[\frac{T}{T_e}R'U'\right]+\frac{\partial}{\partial Z'}\left[\frac{T}{T_e}R'W'\right]=O$$

$$(٩) \qquad \frac{T}{T_e}\left[U'\frac{\partial W'}{\partial R'}+W'\frac{\partial W'}{\partial Z'}\right]=-\frac{\partial P'}{\partial Z'}+\frac{1}{Re_e}\frac{\partial}{\partial R'}\left[\left(\frac{T}{T_e}\right)^a R'\frac{\partial W'}{\partial R'}\right]$$

$$(١٠) \qquad \left(\frac{T}{T_e}\right)^{c-1}\left[U'\frac{\partial\theta}{\partial R'}+W'\frac{\partial\theta}{\partial Z'}\right]=W'\frac{\partial P'}{\partial Z'}Ec_e+$$

$$\frac{1}{Re_e Pr_e}\ \frac{1}{R'}\frac{\partial}{\partial R'}\left[\left(\frac{T}{T_e}\right)^b R'\frac{\partial\theta}{\partial R'}\right]+\left(\frac{T}{T_e}\right)^a\left(\frac{\partial W'}{\partial R'}\right)^2\frac{Ec_e}{Re_e}$$

در معادلات بالا عدد اکرت (Eckert No) بسادگی قابل تبدیل به عدد ماك (Mach No) جریان است و رابطه آنها باین صورت نوشته می‌شود :

$$Ec = M^{2}(\gamma - 1)$$

همچنانکه در بالا ذکر شده است شکل حلقه مورد مطالعه دارای هسته گرمی می‌باشد و برای حل معادلات سه گانه جریان می‌توان شرایط مرزی لازم را بصورت زیر نوشت :

(i) $$z = O \text{ و } R' = \frac{di/2}{do - di}$$

(۱۱) $$\theta = \frac{T}{T_e} = 1 \, , U' = W' = O, Z' = O$$

(ii) $$z = z_1 \text{ و } R' = \frac{di/2}{do - di}$$

(۱۲) $$\theta = \frac{T_w}{T_e} \text{ و } U' = W' = O \text{ و } Z' = \frac{z_1}{do - di} \text{ و } R' = \frac{di/2}{do - di}$$

حل کلی معادلات سه گانه جریان باشرایط مرزی قیدشده دربالا را می‌توان بصورت توابع پارامترهای اصلی جریان نوشت :

(۱۳) $$W' = f_w(Z', R', Re_e, Pr_e, Ec_e, \frac{T_w}{T_e}, a, b, e)$$

(۱٤) $$\theta = f_t(Z', R', Re_e, Pr_e, Ec_e, \frac{T_w}{T_e}, a, b\ e)$$

با در دست داشتن تغییرات سرعت و درجه حرارت ضریب انتقال حرارت جابجائی که با فرمول زیر تعریف شده است بدست میاید که از آن عدد نوسلت حاصل خواهد شد :

(۱۵) $$h = \frac{q_{wi}}{T_{wi} - T_b} = \frac{-k_w \left(\frac{\partial \theta}{\partial R'}\right)_w \frac{T_e}{do - di}}{T_{wi} - T_b}$$

با محاسبه مقدار $\left(\frac{\partial \theta}{\partial R'}\right)_w$ ازمعادله (۱٤) و قرار دادن آن درمعادله (۱۵) مشاهده می‌شود که صورت کلی حل معادلات برای بدست آوردن عدد نوسلت مطابق زیر است :

(۱۶) $$Nu_b = f_{nu}(Z', \frac{di/2}{do - di}, Re_e, Pr_e, M_e, \frac{T_w}{T_e} \text{ و } \frac{T_b}{T_e} \text{ و } \frac{T_w}{T_b} \text{ و } a, b, e, \gamma)$$

برای اینکه بجای مقادیر پارامترهای ورودی ، پارامترهای متوسط را قرار دهیم عددهای رینولدز و نوسلت و پرانتل و ماك را باید درنسبت بین درجات حرارت ورودی و متوسط سیال که بتوانی متناسب

با تغییرات فیزیکی سیال است میرسد ضرب بنمائیم . بنابراین می‌توان نوشت :

$$Nu_b = f_{nu}\left(\frac{z}{do-di} \text{ و } \frac{do}{di}, Re_b, Pr_b, M_b, \frac{T_w}{T_e} \text{ و } \frac{T_b}{T_e} \text{ و } \frac{T_w}{T_b} \text{ و } a, b, e, \gamma\right) \quad (۱۷)$$

حال فرض نمائیم که نسبت‌های بین درجات حرارت‌های متفاوت $\left(\frac{T_w}{T_e} \text{ و } \frac{T_e}{T_b} \text{ و } \frac{T_w}{T_b}\right)$ رامیتوان با هم تلفیق کرده و با یک نسبت ساده $\frac{T_w}{T_b}$ که شدت تغییرات درجه حرارت از سطح گرم تا متوسط سیال را نشان میدهد نمایش داد . لذا معادله بالا را می‌توان تا اندازه‌ای ساده‌تر نمود .

$$Nu_b = f_{nu}\left(\frac{z}{do-di} \text{ و } \frac{do}{di} \text{ و } Re_b, Pr_b, M_b, \frac{T_w}{T_b} \text{ و } a, b, e, \gamma\right) \quad (۱۸)$$

با صرفنظر کردن از ترم‌های اول و سوم دست راست معادله انرژی (معادله شماره ٤) رابطه بدست آمده برای عدد نوسلت بصورت زیر در خواهد آمد . صرفنظر کردن این ترم‌ها که معرف تولید حرارت در اثر افت فشار و لزجت میباشند اشتباهات زیادی را در محاسبه تولید نمی کند . چه این ترمها در مقام مقایسه با بقیه ترمهای دیگر معادله انرژی بسیار کوچکند و قابل صرفنظر کردن میباشد . حال معادله (۱۸) را یکبار دیگر می‌نویسیم :

$$Nu_b = f_{nu}\left(\frac{z}{do-di} \text{ و } \frac{do}{di} \text{ و } Re_b, Pr_b, \frac{T_w}{T_b} \text{ و } a, b, e\right) \quad (۱۹)$$

معادله بالا صورت کلی رابطه بین پارامترهای بی‌بعد انتقال حرارت و جریان سیال و تغییرات خواص فیزیکی با درجه حرارت را نشان میدهد . از این معادله نتیجه می‌شود که f تابعی از توانهای a و b و e ذکرشده در بالاست . بدیهی‌است برای ایستگاههائی که از ورود به‌مقطع حلقه دور نیستند باید یک ترم بی‌بعد دیگر نشان دهند فاصله آنها ازلبه ورودی به‌شکل هندسی مورد نظر را وارد کنیم یعنی $\left(\frac{z}{do-di}\right)$ را در معادله شماره (۱) قرار دهیم .

وقتی که جریان سیال در هم مورد نظر باشد عوامل دیگر نیز مانند اندازه و شدت در همی جریان باید به معادله فوق اضافه گردد .

ماخذ مقاله

References :

1- Z. Nejat : Ph. D. Thesis, University of Liverpool,

2- Eckert & Drake : Heat & Mass Transfer.

3- Z. Nejat & H. Barrow : To be published.

علائم

a	ثابت	b	ثابت
C_c	ثابت	di	قطر داخلی حلقه
do	قطر خارجی حلقه	e	ثابت
f	ثابت	h	ضریب جابجائی انتقال حرارت
k	ضریب هدایتی انتقال حرارت	$M=\frac{W_b}{W_s}$	عدد ماك
p	فشار استاتیک	P′	فشار بی‌بعد
$Pr=\frac{Cp\mu}{k}$	عدد پرانتل	q_{wi}	شارحرارتی دیوارگرم
R′	شعاع بی‌بعد	Re	عددرینولدز
T	درجه حرارت	u	سرعت دراستداد شعاع
U′	سرعت شعاعی بی‌بعد	w	سرعت در استداد محور
W′	سرعت محوری‌بی‌بعد	z	فاصله درجهت محور
Z′	فاصله بی‌بعد	μ	ضریب لزجت
ρ	چگالی	γ	نسبت‌بین گرماهای‌ویژه (درفشاروحجم‌ثابت)
θ	درجه حرارت بی‌بعد		