پژوهش برای بهره برداری بهتر

Recherche Opérationnelle

نوشته :

مهندس ایرج شمش ملک آرا

استاد دانشکده فنی

چکیده :

یکی از رشته های جدید دانش که اطلاع ازاصول آن برای تمام مدیران صنایع ضرورت دارد (پژوهش برای بهره برداری بهتر) است زیرا بطوریکه میدانیم مدل ریاضی پدیده‌های صنعتی و اجتماعی کاملاً با حقیقت وفق نمی‌دهند و دراکثر آن‌ها یک عامل یا ضریب اتفاقی موجود است که با زمان ومکان دستخوش تغییرات بوده و برای بهره برداری بهتر شناسایی مناسبترین مقدار این ضریب (Valeur Optimale) ضرورت دارد .

مدیران ومهندسان مسئول صنایع و کارخانه های بزرگ دیگر نمیتوانند به گرداندن چرخ دستگاه صنعت خود اکتفا کنند بلکه باید پیوسته درجستجوی مناسب ترین روش برای بهترین بهره برداری ومناسب ترین بهای تمام شده فرآورده‌های خود باشند .

بطوریکه دراین مقاله دیده میشود کلیه بررسی‌های پژوهشی به یک نتیجهٔ نهائی ختم میگردد که مدیران صنایع باید درانتخاب و قبول آن تصمیم بگیرند و بهمین دلیل مسائل مربوط به این پژوهش ها (مسائل تصمیم) یا تصمیم گیری هم نامیده میشود (Problems de Decisions) بدیهی است حل این نوع مسائل بدلیل وجود معادلات اتفاقی یا ضریب های شانس بدون استمداد از ماشین های حسابگر بسیار مشکل است و شاید بهمین دلیل است که مسائل مربوط به تصمیم گیری و پژوهش برای بهره برداری بهتر عملاً خیلی دیرتر ازآنکه میبایست موردتوجه قرارگیرد در اداره امور صنایع راه یافت و بعبارت دیگر مانند سایر مسائل انفرماتیک (Problem informatique) پس از پیدایش ماشین های حسابگر (Computer) در پانزده سال اخیر جامهٔ عمل پوشید البته نباید تصور کرد که این ماشین است که مسائل پژوهش را حل میکند بلکه وسیله‌ای است که در اختیار دانشمندان برای حل این نوع مسائل میباشد.

برای روشن شدن طرح این نوع مسائل خوب است مثال سادهٔ زیر را درنظر بگیریم :

دریک کارخانه تعداد متوسط کارگرانی که برای ثبت نام یا تقاضای دیگری باید ازمقابل یک باجه عبور کنند یک نفر درهرچهار دقیقه است و مأمور باجه میتواند بطور متوسط درهر ۳ دقیقه و ۱۸ ثانیه تقاضای یک نفر را رسیدگی نماید با توجه بمراتب فوق مأمور مزبور دریک روز باهشت ساعت کار باید $\frac{۸ \times ۶۰}{۴} = ۱۲۰$ نفر را جواب گو باشد ولی چون برای هرنفر فقط ۳ دقیقه و ۱۸ ثانیه وقت صرف می‌نماید لذا روی هم : مدت ثانیه دقیقه $۱۸ / ۳ \times ۱۲۰ = ۶$ ساعت و ۳۶ دقیقه وقت لازم دارد که از ۸ ساعت کار روزانه کمتر و بنابراین‌ظاهراً کافی‌است ولی این‌راه حل باوقت وتعداد متوسط صحیح نیست زیرا مراجعه کارگران ممکن‌است زیادترازیک‌نفر درچهاردقیقه باشد ومأمور باجه‌هم نتواند تقاضای مراجعه کنندگان را در ۳ دقیقه و ۱۸ ثانیه رسیدگی نماید ودرنتیجه ممکن‌است که کارگران‌مجبور شوند چندین ساعت در پشت باجه انتظار بکشند و مقدار زیادی از وقت آنها تلف شود و به این ترتیب بازده کارخانه کاهش یابد بدیهی است اگر زیان ناشی ازاین کاهش بیش از حقوق یک مأمور دوم و هزینه احداث یک باجهٔ دیگر باشد صرفه درآن است که اقدام به تأسیس یک باجهٔ اضافه بشود .

برای حل‌صحیح این‌مسئله بطوریکه بعداً خواهیم دید باید تابع‌اتفاقی که درحقیقت زمان متفاوت رسیدن کارگران‌درمقابل باجه ومدت جوابگوئی به‌هر کارگر را بطور صحیح با استفاده از ضرائبی که بکمک آمار تعیین میشود درنظر گرفت و بهترین جواب مسئله را بدست آورد .

مثال سادهٔ دیگر درموضوع انتخاب مناسب‌ترین روش‌ها یا (Optimisation) است فرض کنیم که یک کارخانه سه نوع فرآورده $P_۱$ و $P_۲$ و $P_۳$ به مقدار $x_۱$ و $x_۲$ و $x_۳$ تهیه مینماید ولی‌حجم فرآورده‌ها یا بعبارت دیگر فضائی که اشغال مینمایند به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ واحد حجم است حال اگر فرض کنیم ظرفیت کامل فضای انبارفرآورده‌ها هم ۴۰۰۰ واحد حجم باشد باید رابطه زیر را داشته باشیم .

$$x_۱ + ۲x_۲ + ۳x_۳ \leqslant ۴۰۰۰$$

ازطرف دیگر اگر سود فروش فرآورده‌های مزبور به ترتیب ۴ و ۱۲ و ۳ واحد پول باشد باید رابطه زیر را داشته باشیم :

$$۴x_۱ + ۱۲x_۲ + ۳x_۳ = M = \text{(حداکثر قابل قبول)}$$

بطوریکه می‌بینیم دومعادله فوق تشکیل یک فضای ۳ بعدی محصور دربین دو سطح را میدهند که تمام نقاط داخل آن جوابهای مسئله هستند وباید بین تمام این نقاط بهترین جواب یا بعبارت دیگر مناسب‌ترین و پرصرفه‌ترین مقدار $x_۱$ و $x_۲$ و $x_۳$ را بدست آورد . (Valeur Optimale)

بطوریکه گفتیم درتمام مسائل فوق یک معادلـه اتفاقی موجود است که تابع زمان میباشد و در آن اتفاق یا شانس دخالت دارد و میتوان با تجربه و تهیه آمار از وقایع مشابه گذشته ضرائب آن‌را بدست آورد مثلاً میتوان مقدار فروش یک کـالا درماه‌های مختلف سال را با استفاده از آمار فروش سال‌های قبل تخمین‌زد درمورد مسائلی که ضریب انتظار درآن دخالت دارد مانند زمان مراجعه کارگران و مدت انتظار درمقابل یک باجه باید تعداد باجه‌ها را باندازه‌ای گرفت که وقت یک کارگر بیش از مقدار معمولی مثلاً پنج دقیقه تلف نگردد وحل مسئله موکول به‌این‌میشود که هزینه برقراری باجه‌های لازم وزیان اتلاف‌وقت کارگران که بعکس یکدیگر تغییرمیکنند روی‌هم‌می‌نیمم باشد ولی‌بطوریکه می‌بینیم‌هزینه برقراری باجه‌ها به نسبت تعداد آن‌ها است درصورتیکه زیان انتظار واتلاف‌وقت یک تابع اتفاقی است که باید تعیین گردد.

بهمین‌ترتیب درمورد مسئله انبارداری باید بین هزینه نگاهداری یک ذخیره کافی و پرخرج وخطر خالی شدن انبار درنتیجه یک درخواست خرید اتفاقی بیش از اندازه متوسط تعادل ایجاد کرد .

درمورد مسائل مربوط به تعمیرگـاه‌های وسائل و ماشین آلات یک کارخانه هم باید بین هزینه آماده داشتن یدکی‌های لازم وضرر متوقف شدن کارخانه درنتیجه فقدان یدکی تعادل برقرار نمود وبدیهی است . دراین مسئله مدت فرسایش ماشین آلات مختلف جنبه اتفاقی داردکـه بایـد ازطریق آزمایش و آمارگیری بدست آید . کلیه این مسائل را بتدریج طبق‌اصولی که درکارخانه‌ها وکارگاه‌ها موردبررسی و عمل قرارگرفته است درچند مقاله شرح خواهیم داد .

قسمت ۱ ـ مسائل مربوط به ورود و انتظار برای نوبت

برمیگردیم به مسئله اول یعنی رسیدن اتفاقی کـارگـران و مدت اتفاقی توقف یا انتظار درمقابل باجه که میتوان آن را با مسئلـه ظرفیت یک پارکینگ عمومی نیز مقایسه نمودکـه درآن رسیدن ماشین‌ها اتفاقی و مدت زمان توقف آنها درپارکینگ نیز اتفاقی میباشد و به‌بینیم که این مسئله بطور صحیح چگونه بررسی میشود .

تجربه نشان‌داده‌است که قانون‌ورودوانتظار دراکثرموارد بصورت‌یک‌تابع‌قوه‌ای (Exponentielle) و یا تصاعدی است واینک میتوان اثبات‌آنرا هم به ترتیبی که دانشمند فرانسوی (Robert Faure) استاد دانشکده معدن پاریس بیان کرده است بررسی نمائیم .

بطوریکه میدانیم احتمال ورود یا بطورکلی بوجودآمدن یک واقعه در زمان Δt متناسب بازمان مزبور میباشد که بصورت $\lambda \cdot \Delta t$ نوشته میشود (که بعلاوه تابع‌مبدأ این‌زمان‌هم نیست) و λ را هم‌ضریب ورود مینامیم که تعداد واردشدگان درواحد زمان میباشد حال اگر وضع واردشوندگان‌را در زمان $t+\Delta t$

درنظربگیریم وفرض کنیم که دراین زمان (n) کارگر یا (n) ماشین وارد شده‌است یکی ازدوحالت زیر ممکن است اتفاق افتاده باشد .

حالت ۱ ـ در زمان t $(n-1)$ کارگر یا ماشین و در زمان (Δt) ۱ جمعاً n

حالت ۲ ـ در زمان t (n) کارگر یا ماشین ودر زمان (Δt) ۰ جمعاً n

بنابراین احتمال وارد شدن (n) کارگر یا ماشین درمدت زمان $(t+\Delta t)$ بصورت زیر است :

$$p_n(t+\Delta t)=p_{n-1}(t)\cdot\lambda\Delta t+p_n(t)(1-\lambda\Delta t)$$

$(\lambda\Delta t)$ احتمال ورود یک کارگر یا ماشین در زمان Δt و $(1-\lambda\Delta t)$ احتمال مخالف آن است (یعنی وارد نشدن) .

بدیهی است اگر تا زمان $(t+\Delta t)$ هیچ کارگر یا ماشین وارد نشده باشد در زمان (t) هم هیچ کارگر یا ماشینی وارد نشده است بنابراین خواهیم داشت :

$$p_0(t+\Delta t)=p_0(t)(1-\lambda\Delta t)$$

و ازآنجا :

$$\frac{p_0(t+\Delta t)-p_0(t)}{\Delta t}=-\lambda p_0(t)$$

و یا با توجه به تعریف مشتق :

$$p'_0(t)=-\lambda p_0(t) \qquad (1)$$

و با استفاده از رابطه اول :

$$p'_n(t)=\lambda p_{n-1}(t)-\lambda p_n(t) \qquad (2)$$

ولی از رابطه (۱) نتیجه میشود :

$$\frac{dp_0}{dt}=-\lambda p_0(t)$$

بنابراین :

$$\frac{dp_0}{p_0(t)}=-\lambda dt$$

و یا :

$$p_0(t)=e^{-\lambda t}$$

و از رابطه (۲) نتیجه میشود :

$$p'_1(t)=\lambda p_0(t)-\lambda p_1(t)$$

و با استفاده از مقدار $p_0(t)$

$$p'_1(t)+\lambda p_1(t)=\lambda e^{-\lambda t}$$

جواب معادله دیفرانسیل بالا بصورت :

$$p_1(t)=\frac{\lambda t}{1!}e^{-\lambda t}$$ میباشد

و بالنتیجه برای ضریب (n) خواهیم داشت :

$$p_n(t)=\frac{(\lambda t)^n}{n!}e^{-\lambda t}$$

و به‌این ترتیب تابع اتفاقی ورود بدست میآید .

حال برای تعیین قانون انتظار می‌بینیم که اگر در زمان $(t+\Delta t)$ (n) نفر درخط انتظار باشند این وضع ممکن است به‌چهار حالت زیر اتفاق افتاده باشد :

حالت	عده منتظرین در زمان t	عده واردشدگان در زمان Δt	عده خارج شدگان درزمان Δt	عده منتظرین در زمان $t+\Delta t$
۱	$n-1$	۱	۰	n
۲	n	۰	۰	n
۳	n	۱	۱	n
۴	$n+1$	۰	۱	n

وچون احتمال ورود و خروج در زمان Δt به ترتیب $\lambda\Delta t$ و $\mu\Delta t$ میباشد که درآن λ ضریب ورود و μ ضریب خروج است وهمچنین احتمال مخالف‌آنها یعنی وارد نشدن وخارج نشدن هم به‌ترتیب $(1-\lambda\Delta t)$ و $(1-\mu\Delta t)$ میباشد لذا احتمال اینکه (n) نفر درخط انتظار باشند ، بصورت زیر خواهد بود :

$$p_n(t+\Delta t)=p_{n-1}(t)\,[\lambda\Delta t(1-\mu\Delta t)]+p_n(t)\,[(1-\lambda\Delta t)\,(1-\mu\Delta t)]+$$
$$+p_n(t)\cdot\lambda\Delta t\cdot\mu\Delta t+p_{n+1}[(1-\lambda\Delta t)\cdot\mu\Delta t)]$$

و ازآن‌جا با حذف بینهایت کوچک درجه دوم :

$$p_n(t+\Delta t)=p_{n-1}(t)\,\lambda\Delta t+p_n(t)\,[1-(\lambda+\mu)\Delta t]+p_{n+1}(t)\,\mu\Delta t$$

و یا :

$$\frac{p_n(t+\Delta t)-p_n(t)}{\Delta t}=\lambda p_{n-1}(t)-(\lambda+\mu)\,p_n(t)+\mu p_{n+1}(t)$$

و با توجه به تعریف مشتق :

$$p'_n(t)=\lambda p_{n-1}(t)-(\lambda+\mu)\,p_n(t)+\mu p_{n+1}(t) \qquad (3)$$

بسهولت دیده میشود که برای $n=0$ فقط سه حالت زیر ممکن است اتفاق افتاده باشد :

حالت	تعداد منتظرین در زمان (t)	عده واردشدگان درزمان Δt	عده خارج شدگان در زمان Δt	تعداد منتظرین در زمان $(t+\Delta t)$
۱	۰	۰	۰	۰
۲	۰	۱	۱	۰
۳	۱	۰	۱	۰

و با توجه باینکه درحالت اول جدول بجای احتمال مخالف خروج که $(1-\mu\Delta t)$ میباشد احتمال ۱ خواهیم داشت یعنی اگر کسی درخط انتظار نیست و کسی هم داخل نمیشود حتماً کسی خارج نخواهد شد و بعلاوه دراین حالت $p_{n-1}(t)=0$ میباشد لذا خواهیم داشت :

$$p'_0(t)=-\lambda p_0(t)+\mu p_1(t)$$

و با توجه باینکه احتمالات ثابت هستند $p'(t)=0$ میگردد و بنابراین خواهیم داشت :

$$p_1(t)=\frac{\lambda}{\mu}p_0(t) \qquad (4)$$

و معادله ۳ هم بصورت زیر درخواهد آمد :

$$\lambda p_{n-1}(t)-(\lambda+\mu)p_n(t)+\mu p_{n+1}(t)=0 \qquad (5)$$

بعلاوه از معادله (۵) نتیجه میشود :

$$\lambda p_0(t)-(\lambda+\mu)p_1(t)+\mu p_2(t)=0$$

و با استفاده از معادله (۴) :

$$p_2(t)=\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 p_0(t)$$

و از آنجا :

$$p_n(t)=\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n p_0(t)$$

و ازطرف دیگر چون مجموع احتمالات برابر واحد میباشد :

$$p_0(t)+p_1(t)+p_2(t)+\cdots+p_n(t)=1$$

بنابراین :

$$p_0(t)\left[1+\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)+\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2+\cdots+\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]=1$$

و یا :

$$p_0(t)\frac{1}{1-\frac{\lambda}{\mu}}=1 \qquad p_0(t)=1-\frac{\lambda}{\mu}$$

و ازآنجا خواهیم داشت :

$$p_n(t)=\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n p_0(t)=\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right) \qquad (6)$$

و به‌این ترتیب تابع اتفاقی انتظار هم بدست میآید و چون هیچگاه احتمال از یک تجاوز نمیکند لذا باید داشته باشیم $0<\frac{\lambda}{\mu}<1$

معنی این نامساوی این‌است که باید ضریب ورود همواره ازضریب‌خروج کوچکتر باشد که کاملاً منطقی است

اکنون بموجب قانون توزیع احتمال وطبق فرمول اسپرانس یا محتمل‌ترین‌متوسط **(Espérance)** میتوانیم تعداد متوسط منتظرین را که $\bar{n}$ نامیده میشود بدست بیاوریم و با توجه به رابطه (۶) این تعداد متوسط بصورت‌زیر نوشته خواهد شد :

$$\bar{n}=\sum_0^n np_n(t)=0\cdot p_0(t)+1\cdot p_1(t)+2\cdot p_2(t)+\cdots+np_n(t)$$

$$\bar{n}=\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right)\left[\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)+2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2+3\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3+\cdots+n\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]$$

و یا :

$$\bar{n}=\frac{\lambda}{\mu}\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right)\left[1+2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)+3\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2+\cdots+n\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n-1}\right]$$

بطوریکه می‌بینیم جمله داخل کروشه مشتق جمله :

$$1+\frac{\lambda}{\mu}+\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2+\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3+\cdots+\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n=\frac{1}{1-\frac{\lambda}{\mu}}$$

میباشد و این مشتق برابر $\frac{1}{\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}$ است لذا خواهیم داشت :

$$\bar{n}=\frac{\lambda}{\mu}\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right)\times\frac{1}{\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}=\frac{\lambda}{\mu-\lambda} \qquad (7)$$

به‌این ترتیب تعداد متوسط انتظارکشندگان نوبت با فرمول ساده بالا بدست میآید بعلاوه میتوانیم مدت متوسط انتظار هرنفر را درپشت باجه نیز تعیین کنیم زیرا ضریب خروج یعنی تعدادی که در واحد زمان از مقابل باجه میگذرند μ فرض کردیم بنابراین مدتی که هرنفر در مقابل باجه میگذراند برابر $\frac{1}{\mu}$ میشود و درنتیجه مدت لازم برای آنکه $\bar{n}$ نفر از مقابل باجه بگذرند :

$$\bar{t}=\frac{\bar{n}}{\mu}=\frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \qquad (8)$$

خواهد شد و این همان مدتی‌است که بطور متوسط یک‌نفر باید انتظار بکشد تانوبت به او برسدو بطوریکه قبلاً گفته شدمدتی‌است که‌برای محاسبه تلف شدن‌وقت‌لازم بود وچون بااستفاده‌ازآمار ورود میتوان مقدار :

$$p_n(t)=\frac{(\lambda t)^n}{n!}e^{-\lambda t}$$

را بدست آورد لذا ضریب λ تعیین‌خواهد شد وبا استفاده ازآمارمدت انتظار درپشت باجه هم میتوان‌احتمال

$$p_n(t)=\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right)$$

را تعیین و بالنتیجه ضریب μ را هم بدست آورد و سپس با محاسبه $\bar{t}$ میتوانیم تعداد باجه‌های لازم را حساب کنیم .

مثال ـ برای تهیه آمار ورود وخروج تعداد واردین یاخارج شدگان را درفاصله‌های زمانی ۵ دقیقه شمارش مینمایند فرض کنیم که نتیجه این شمارش یا آمارگیری به ترتیب جدول صفحه بعد باشد :

اولاً بطوریکه دیده میشود بسآمد یاتعداد دفعات‌بشدت کاهنده است بعبارت‌دیگر احتمال‌یک‌تابع قوه‌ای میباشد که ازلحاظ نظری هم اثبات شد و ثانیاً میتوانیم با استفاده از این جدول متوسط تعداد واردین را درهر ۵ دقیقه طبق‌فرمول $\bar{n}$ که‌قبلاً گفتیم حساب کنیم‌بنابراین خواهیم داشت :

تعداد دفعات درمدت آمارگیری یا بسامد fn	تعداد وارد شدگان درمدت هر ۵ دقیقه (n)
۲۹ مرتبه	تعداد ۰ نفر
۳٤ »	» ۱ »
۲٤ »	» ۲ »
۹ »	» ۳ »
۳ »	» ٤ »
۱ »	» ۵ »
۰ »	» ٦ »

$$\bar{n}=\sum_{0}^{6} n \cdot \frac{fn}{100}=\frac{1}{100}\left[\begin{array}{l}0\times 29+1\times 34+2\times 24+3\times 9+4\times 3\\ +5\times 1+6\times 0=1{,}26 \text{ نفر}\end{array}\right]$$

ازطرف دیگر طبق تعریف ضریب λ که قبلاً گفته شد خواهیم داشت : $\lambda t = 1{,}26$ که مقدار t همان فاصله زمانی ۵ دقیقه است .

حال میتوانیم از فرمول توزیع احتمال که قبلاً بدست آوردیم یعنی :

$$p_n=\frac{(\lambda t)^n}{n!}e^{-\lambda t}$$

احتمالات نظری زمان‌های مختلف آمارگیری را حساب کنیم و با مقدار تجربی آن که درجدول بالا ذکرشده است مقایسه کنیم .

و به‌این ترتیب خواهیم داشت :

$$p_0(t)=e^{-\lambda t}=e^{-1{,}26}=0{,}28=28\ \% \text{ درصد}$$

$$p_1(t)=\frac{\lambda t}{1}e^{-1{,}26}=1{,}26\times e^{-1{,}26}=0{,}36=36\ \%$$

$$p_2(t)=\frac{(\lambda t)^2}{2}e^{-\lambda t}=\frac{(1{,}26)^2}{2}e^{-1{,}26}=0{,}23=23\ \% \text{ درصد}$$

$$p_3(t)=\frac{(\lambda t)^3}{3!}e^{-\lambda t}=\frac{(1{,}26)^3}{6}e^{-1{,}26}=0{,}09=9\ \% \text{ درصد}$$

$$p_4(t)=\frac{(\lambda t)^4}{4!}e^{-\lambda t}=\frac{(1/26)^4}{24}e^{-1/26}=0/03=3\%$$ درصد

$$p_5(t)=\frac{(\lambda t)^5}{5!}e^{-\lambda t}=\frac{(1/26)^5}{120}e^{-1/26}=0/01=1\%$$ درصد

بطوریکه میبینیم احتمالات نظری بالا با احتمالات تجربی مذکور درجدول اختلاف زیادی ندارند واین دلیل دقت فرمول توزیع احتمالات میباشد که با استدلال بدست آوردیم بدیهی است مقدار λ یعنی ضریب ورود یا بعبارت دیگر تعداد واردین درهردقیقه برابر نفر $\frac{1/26}{5}=0/25$ خواهد شد . $(\lambda=0/25)$

حال برای محاسبه ضریب μ میپردازیم به محاسبه زمان متوسط توقف هرنفر درپشت باجه فرض کنیم که نتیجه آمارگیری زمانی این توقف به ترتیب جدول زیر باشد .

مدت توقف هر نفر در پشت باجه θ	تعداد سرویس شدگان در مدت آمارگیری n_θ
۱ > دقیقه	۲۳ نفر
« ۱ — ۲ دقیقه	۲۰ «
« ۲ — ۳ «	۱۴ «
« ۳ — ٤	۱۲ «
« ٤ — ٥	۹ «
« ٥ — ٦	٥ «
« ٦ — ۷	٤ «
« ۷ — ۸	٥ «
« ۸ — ۹	۳ «
« ۹ — ۱۰	۲ «
« ۱۰ — ۱۱	۲ «
« ۱۱ — ۱۲	۱ «
« ۱۲ — ۱۳	۰ «

۱۰۰ جمع سرویس شدگان

بازهم با استفاده ازفرمول اسپرانس مدت t زمان متوسط توقف درپشت باجه را حساب میکنیم وخواهیم داشت:

$$\sum_{۰٫۵}^{۱۱٫۵} \theta \cdot \frac{n_\theta}{۱۰۰} = \frac{۱}{۱۰۰}\Big[۰٫۵ \times ۲۳ + ۱٫۵ \times ۲۰ + ۲٫۵ \times ۱۴ + ۳٫۵ \times ۱۲ + ۴٫۵ \times ۹ + ۵٫۵ \times ۵ + ۶٫۵ \times ۴ + ۷٫۵ \times ۵ + ۸٫۵ \times ۳ + ۹٫۵ \times ۲ + ۱۰٫۵ \times ۲ + ۱۱٫۵ \times ۱ = ۳٫۲۷\Big] \text{ دقیقه}$$

وبالنتیجه ضریب خروج μ یعنی تعداد سرویس شدگان درهردقیقه که همان تعداد خارج شدگان میباشدبرابر

$$\mu = \frac{۱}{۳٫۲۷} = ۰٫۳۰ \text{ نفر}$$

خواهد شد .

اکنون میتوانیم تعداد متوسط منتظرین یا انتظارکشندگان نوبت را هم حساب کنیم وطبق فرمول (۷) که قبلاً ثابت کردیم خواهیم داشت :

$$\bar{n} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{۰٫۲۵}{۰٫۳۰ - ۰٫۲۵} = ۵ \text{ نفر}$$

و همچنین مدت انتظار یک نفر برای نوبت و سرویس طبق فرمول (۸) که قبلاً ثابت کردیم برابر :

$$\bar{t} = \frac{n}{\mu} = \frac{۵}{۰٫۳۰} = ۱۶ / \frac{۲}{۳} \text{ دقیقه}$$

خواهد شد .

(**تبصره** ـ باید توجه کرد که مدت انتظار یا توقف درپشت باجه که ۳٫۲۷ دقیقه میباشد با مدت انتظار یا توقف درصف انتظارکشندگان که $۱۶ / \frac{۲}{۳}$ دقیقه میباشد اشتباه نشود .)

اکنون میتوان وقت تلف شده مراجعه کنندگان به باجه مورد بحث را بسهولت حساب نمود .

زیرا بطوریکه دیدیم ۰٫۲۵ نفر درهردقیقه مراجعه میکنند وهریک بطور متوسط $۱۶ / \frac{۲}{۳}$ دقیقه درصف انتظار و در پشت باجه می‌مانند و به‌این ترتیب درمدت ۸ ساعت کار روزانه وقت تلف شده مراجعه کنندگان به باجه مورد بحث جمعاً برابر :

$$۸ \times ۶۰ \times ۰٫۲۵ \times ۱۶\frac{۲}{۳} = ۳۳ / \frac{۱}{۳} \text{ ساعت}$$

خواهد شد درصورتیکه متصدی باجه فقط :

$$۸ \times ۶۰ \times ۰٫۲۵ \times ۳٫۲۷ = ۶ / \frac{۱}{۲}$$

ساعت در روزکار خواهد کرد . که هردو به زیان کارخانه میباشد .

اکنون برای‌محاسبه مناسب‌ترین یاپرصرفه‌ترین تعداد باجه (Optimisation) بطوریکه دیدیم باید ضرر زیاد کردن باجه را با استفاده از کاهش وقت تلف شده کارگران جبران نمود و مخصوصاً نباید تصور کرد که‌درصورت زیاد شدن‌تعداد باجه بهمان نسبت ازتعدادمنتظرین نوبت کاسته میشود زیرا محاسبه میزان کاهش مدت انتظار مانند محاسباتی که قبلاً شرح داده شد دارای یک ضریب احتمال است و اینک در زیر نحوه این محاسبات شرح داده میشود :

فرض کنیم که m تعداد باجه‌هاست و برای سهولت نوشتن معادلات ضریب $\frac{\lambda}{\mu}$ راهم r مینامیم که درمسئله موردنظر برابر :

$$\frac{۰٫۲۵}{۰٫۳۰} = ۰٫۸۳۳$$

میباشد برای تعیین مناسب‌ترین و با صرفه‌ترین راه حل ابتدا احتمال آنکه حتی یک نفرهم درپشت باجه‌ها درانتظار نماند حساب میکنند این احتمال بصورت جمله :

$$P_{\circ} = \frac{۱}{\dfrac{r^m}{m!\left(۱-\dfrac{r}{m}\right)} + ۱ + \dfrac{r}{۱} + \dfrac{r^۲}{۲!} + \cdots + \dfrac{r^{m-۱}}{(m-۱)!}}$$

میباشد .

و مدت تلف شده درحال انتظار هم بطور متوسط :

$$\bar{t}_f = \frac{r^m}{\mu m m!\left(۱-\dfrac{r}{m}\right)^۲} P_{\circ}$$

میباشد .

(**تبصره** ـ برای اثبات فرمول‌های بالا مراجعه شود به کتاب پژوهش Rob. Faure) .

مثلاً برای دوباجه یعنی m=۲ احتمال مزبور برابر :

$$P_{\circ,۲} = \frac{۱}{\dfrac{(۰٫۸۳۳)^۲}{۲!\left(۱-\dfrac{۰٫۸۳۳}{۲}\right)} + ۱ + \dfrac{۰٫۸۳۳}{۱}} = ۰٫۴۱۱ = ۴۱٫۱ \%$$

و برای سه باجه یعنی m=۳ :

$$P_{\circ,۳} = \frac{۱}{\dfrac{(۰٫۸۳۳)^۳}{۳!\left(۱-\dfrac{۰٫۸۳۳}{۳}\right)} + ۱ + \dfrac{۰٫۸۳۳}{۱} + \dfrac{۰٫۸۳۳^۲}{۲}} = ۰٫۴۳۲ = ۴۳٫۲ \%$$

میباشد .

و بهمین ترتیب مدت‌های انتظار هم طبق فرمول‌های بالا برای :

$$\bar{t}_{f_1} = ۱۶\frac{۲}{۳} \text{ دقیقه} \qquad (m=۱)$$

و برای $(m=۲)$ $\qquad \bar{t}_{f_2} = ۰٫۷۰$ دقیقه $\qquad$ و برای $(m=۳)$ $\qquad \bar{t}_{f_3} = ۰٫۰۹$ دقیقه

خواهد شد بطوریکه می‌بینیم با زیاد شدن تدریجی باجه‌ها مدت انتظار بمقدار فوق‌العاده قابل ملاحظه‌ای کاهش مییابد که بطور عادی قابل پیش‌بینی نبود .

ولی درمقابل بدلیل زیاد شدن باجه کار متصدیان آن کاهش مییابد که البته اهمیت آن کمتر میباشد و این کاهش کار را بنام ضریب عدم فعالیت بعلامت $\bar{\rho}$ نشان میدهند که مقدار آن برای :

$$\bar{\rho}_1 = ۰٫۱۶۷ \quad (m=۱)$$

بوده و بنابراین برای یک باجه اضافی یعنی :

$$\bar{\rho}_2 = ۱٫۱۶۷ \quad (m=۲)$$

و برای دو باجه اضافی یعنی : $\quad \bar{\rho}_3 = ۲٫۱۶۷ \quad (m=۳)$ $\quad$ میباشد .

ضریب‌های بالا به‌این معنی است که مثلاً درمورد دو باجه فعالیت آن‌ها در ۸ ساعت کار روزانه روی هم ازیک باجه تمام وقت باندازه ۱۶۷ ر. یعنی ٪۱۶٫۷ هم کمتر میباشد . زیرا بطوریکه قبلاً دیدیم با یک باجه هم فعالیت تمام وقت وجود نداشت .

حال اگر فرض کنیم که زیان ناشی از وقت تلف شده کارگران که درگردش چرخ کارخانه تأثیر میگذارد برای هرساعت ۱۲ فرانک وضرر عدم فعالیت مامورین که فقط اثر انفرادی دارد برای هرساعت ۵ فرانک تعیین گردد با توجه باینکه مدت خدمت روزانه یک مأمور باجه در ۸ ساعت کار :

$$۸ \times ۶۰ = ۴۸۰ \text{ دقیقه}$$

و تعداد کارگران مراجعه کننده در هرروز ازقرار ۲۵ ر. نفر در دقیقه برابر :

$$۴۸۰ \times ۰٫۲۵ = ۱۲۰ \text{ نفر}$$

میباشد لذا مبلغ کل زیان کارخانه درسه حالت فوق‌الذکر برای یک‌باجه $m=۱$ و دو باجه $m=۲$ وسه باجه $m=۳$ به‌ترتیب بشرح زیر خواهد بود :

$$Q_1 = ۱۲۰ \times ۱۶\frac{۲}{۳} \times \frac{۱۲}{۶۰} + ۴۸۰ \times ۰٫۱۶۷ \times \frac{۵}{۶۰} = ۴۰۶٫۷۰ \text{ فرانک}$$

$$Q_2 = ۱۲۰ \times ۰٫۷۰ \times \frac{۱۲}{۶۰} + ۴۸۰ \times ۱٫۱۶۷ \times \frac{۵}{۶۰} = ۶۱٫۵۰ \text{ فرانک}$$

$$Q_3 = 120 \times 0.90 \times \frac{12}{60} + 480 \times 2.167 \times \frac{5}{60} = 88.80$$ فرانک

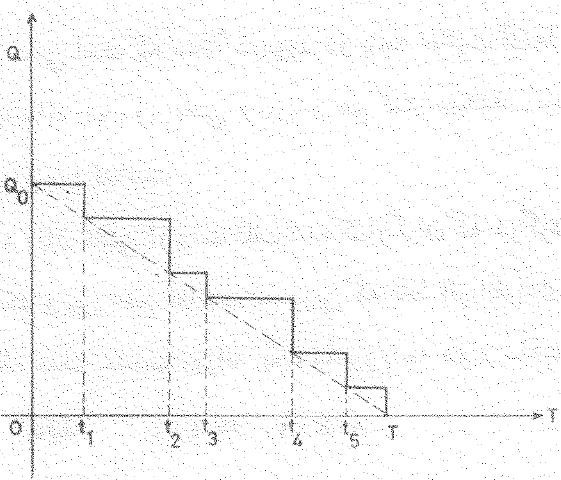
و بطوریکه دیده میشود مناسب‌ترین راه‌حل تأسیس دو باجه خواهد بود که زیان مربوط به‌آن حداقل میباشد.

قسمت ۲ ـ مسائل مربوط به‌انبارداری و فرسایش ویدکی ماشین‌آلات.

در کلیه مسائل انبارداری کاهش تدریجی یک مقدار کالای Q را که آن‌را ذخیره یا (Stocks) مینامند مورد مطالعه قرار میدهند این کاهش تدریجی بمقادیر مختلف q_1 ، q_2 و ... q_n در زمان‌های t_1 و t_2 و t_3 صورت میگیرد و نمایش ترسیمی این کاهش بصورت یک خط پلکانی است بدیهی است درصورتیکه کاهش یکنواخت باشد منحنی نمایش بصورت یک خط با شیب ثابت:

$$C = \frac{Q_0}{T}$$

درخواهد آمد. (مانند خارج شدن تدریجی آب یا نفت ازیک مخزن).



شکل ۱

درانبارداری مهمترین موضوع این است که قبل از تمام شدن ذخیره و بموقع مناسب مقدار کافی کالا به انبار برسانند و بعبارت دیگر ذخیره را تجدید نمایند البته چون از یک طرف تجدید ذخیره زودتر از موقع مستلزم هزینه اضافی ناشی از اجاره محل و زیان سرمایه گذاری زودتر از موقع است و ازطرف دیگر تأخیر دررساندن کالا به‌انبار هم ممکن‌است باعث تمام شدن ذخیره شود که نتیجه آن ازدست دادن مشتری ودرمورد معاملات تعهدآور و قراردادی مستلزم پرداخت جریمه وخسارت‌هم باشد لذا بطوریکه قبلاً گفته

شد مسئله انبارداری‌هم از نوع مسائلی است که باید بهترین و مناسب‌ترین راه حل آن را پژوهش و جستجو نمود .

این نوع مسائل درسال‌های قبل از پیدایش‌حسابگرها بروش ویلسون (Wilson) حل میشد که کاملاً نظری و فرضی میباشد ولی بطوریکه خواهیم دید این راه حل بهیچوجه مطابق با حقیقت نیست و بدلیل وجود ضریب‌های اتفاقی باید بروش توابع احتمالی و برمبنای تجربه و آمار مورد بررسی و مطالعه قرارگیرد که بطورخلاصه بعداً به‌ترتیبی که دانشمند فرانسوی (Robert Faure) اثبات نموده است شرح داده خواهد شد .

الف ـ روش‌ویلسون (Model de Wilson) دراین روش برای سهولت محاسبه یک‌مقدار متوسط مصرف در واحد زمان بصورت ضریب C درنظر میگیرند .

بعلاوه برای نگاهداری ذخیره در انبار هم یک ضریب هزینه انبارداری برای واحد کالا در واحد زمان درنظرگرفته میشود که γ_s نامیده میشود وهمچنین برای تجدید ذخیره نیز یک ضریب هزینه γ_1 درنظر میگیرند که برای سهولت محاسبه آنرا ثابت فرض‌میکنند درصورتیکه درحقیقت این‌ضریب تابع مقدار کالائی است که برای تجدید ذخیره ضرورت دارد .

فرض کنیم که مسئله انبارداری برای مدت زمان θ بررسی میشود البته ذخیره مربوطه‌هم برابر $Q=\theta \cdot C$ خواهد بود بدیهی است بدلیل هزینه‌های زیاد انبارداری :

$$M=\gamma_s \frac{\theta \cdot C}{۲} \cdot \theta$$

تأمین این ذخیره دریک نوبت مقرون بصرفه نمی‌باشد و بهتر است آن را به n ذخیره کوچکتر تقسیم کنیم بطوریکه مقدار هرذخیره کوچک برابر :

$$q=\frac{Q}{n}=\frac{\theta \cdot C}{n}=tc$$

گردد $(\theta=nt)$ t مدت زمان مصرف ذخیره q میباشد برای محاسبه بهترین مقدار $\bar{q}$ می‌بینیم که درمدت زمان t ذخیره متوسط برابر $\frac{q}{۲}$ است و هزینه انبارداری آن‌هم برابر $\frac{q}{۲}\gamma_s t$ میباشد وبرای ذخیره کامل Q این هزینه برابر $n\frac{q}{۲}\gamma_s t$ خواهد شد .

از طرف دیگر هزینه کامل تجدید ذخیره که در n نوبت انجام میشود برابر $n\gamma_1$ میباشد بنابراین هزینه کامل انبارداری و تجدید ذخیره برابر :

$$P = n \cdot \frac{q}{2}\gamma_s t + n\gamma_l \qquad (1)$$

خواهد شد .

ولی چون :

$$n = \frac{\theta \cdot C}{q} \qquad و \qquad \theta = nt$$

لذا معادله (۱) بصورت زیر نوشته خواهد شد:

$$p = \theta \frac{q}{2}\gamma_s + \frac{\theta C}{q}\gamma_l$$

درمعادله فوق که یک منحنی هذلولی میباشد فقط مقدار q متغیر است و برای بدست آوردن حداقل p که پائین‌ترین نقطه منحنی است کافی است مشتق p را برابر صفر بگیریم بنابراین خواهیم داشت :

$$\frac{\partial p}{\partial q} = \frac{\theta}{2}\gamma_s - \frac{\theta C}{q^2}\gamma_l = 0$$

و ازآنجا :

$$q^2 = \frac{2C\gamma_l}{\gamma_s}$$

و بالنتیجه :

$$\bar{q} = \sqrt{2C\frac{\gamma_l}{\gamma_s}}$$

که میتوان آنرا با توجه به رابطه $Q = \theta \cdot C$ بصورت :

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{2Q}{\theta}\frac{\gamma_l}{\gamma_s}}$$

هم نوشت که بهترین مقدار q میباشد وحداقل هزینه p انبارداری‌هم برای $q = \bar{q}$ برابر :

$$\bar{p} = \theta\sqrt{2C\gamma_l\gamma_s}$$

خواهد شد وهمچنین بهترین مقدار n هم برابر :

$$\bar{n} = \frac{\theta C}{\bar{q}} = \theta\sqrt{\frac{C\gamma_s}{2\gamma_l}}$$

میگردد . بدیهی است باید همواره $n > 1$ باشد یعنی $\frac{\gamma_l}{\gamma_s} < \frac{\theta^2 C}{2}$

ویا :

$$\gamma_l =< \gamma_s\frac{\theta^2 C}{2} < \gamma_s\frac{Q\theta}{2}$$

یعنی هزینه تجدید ذخیره کمتر از هزینه کامل انبارداری درمدت زمان θ باشد واین شرط همواره عملی میباشد .

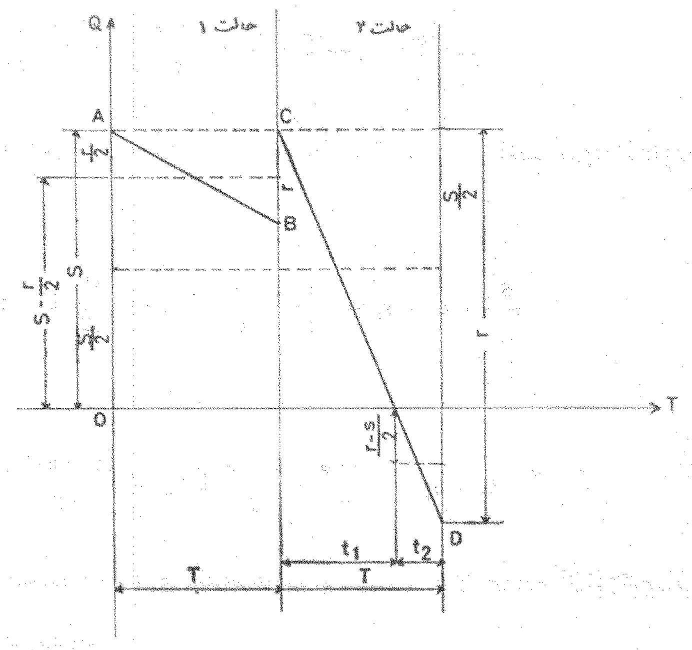
ب ـ روش احتمالی .Modèle Probabilste ـ درمسئله قبل فرض شد که میزان مصرف در واحد زمان ثابت است و بعلاوه فرض کردیم هزینه تجدید ذخیره تابع مقدار آن نمی‌باشد و هزینه انبارداری هم متناسب بازمان ومقدار ذخیره اولیه‌است ودرحقیقت هیچیک ازاین سه فرض کاملاً صحیح نیست زیرا میزان مصرف وابسته به تقاضا است که یک تابع احتمالی است و باید با تجربه تعیین شود و با توجه به مهلت‌لازم برای‌تجدیدذخیره هم ملاحظه میشود که روش ویلسون که درست درانتهای زمان های t ذخیره‌های $\bar{q}$ را تجدید مینماید بسیار خطرناك و ممکن است همراه با تمام شدن ذخیره باشد که بسیار خسارت آمیز است لذا باید روش مطمئن‌تری که اشکالات فوق‌را برطرف نماید درنظر گرفت برای این‌منظور می‌بینیم که دوحالت ممکن است اتفاق افتد .

حالت ۱ ـ موقعی که مصرف برابر یا کمتر از ذخیره است که البته هیچ خطر و اشکالی همراه نخواهد داشت .

حالت ۲ ـ موقعی که مصرف زیادتر از ذخیره است که البته خطرناك و همراه با پرداخت خسارت میباشد .

حال اگر مقدار ذخیره را s و مقدار مصرف را r بنامیم و $p_t(r)$ هم احتمال مصرف r درمدت‌زمان t باشد وذخیره‌راهم به‌تعداد یا کیلوگرم تعیین کنیم که بصورت‌اعدادصحیح ۱ و ۲ و ۳ ... منظور شوند.

دوحالت مذکور فوق را میتوان بوسیله شکل زیر نمایش داد .



شکل ۲

درحالت اول شکل طرف چپ ذخیره متوسط پس‌ازگذشت زمان T برابر $\left(s-\frac{r}{2}\right)$ است .

حال اگر هزینه انبارداری را برای واحد زمان و واحد کالا γ_s فرض کنیم مخارج انبارداری ذخیره متوسط بالا برابر $\left(s-\frac{r}{2}\right)T\cdot\gamma_s$ خواهد شد و با درنظر گرفتن $p_t(r)$ یعنی احتمال مصرف r در زمان t و تعداد (n) دوره مصرف کالای موردنظر هزینه انبارداری مربوطه برابر :

$$P_1=n\sum_{r=0}^{s}\left(s-\frac{r}{2}\right)\gamma_s\cdot T\cdot p_t(r)$$

خواهد شد .

درحالت دوم شکل طرف راست تا زمان t_1 ذخیره متوسط برابر $\frac{s}{2}$ است و درمدت زمان t_2 هم که ذخیره تمام شده است کسر ذخیره متوسط که موجب زیان و پرداخت خسارت است برابر $\frac{r-s}{2}$ میباشد زمان‌های t_1 و t_2 را میتوانیم از روی شکل طرف راست بسهولت حساب کنیم زیرا :

$$\frac{r-s}{t_2}=\frac{r}{T}$$

و ازآنجا :

$$t_2=T\frac{r-s}{r}$$

و :

$$t_1=T-t_2=T-T\cdot\frac{r-s}{r}=T\cdot\frac{s}{r}$$

حال اگر خسارت کسر ذخیره را هم برای واحد زمان و واحد کالا γ_p فرض کنیم هزینه انبارداری درحالت دوم برابر :

$$\frac{s}{2}\cdot t_1\cdot\gamma_s=\frac{s}{2}\cdot\frac{s}{r}T\gamma_s=\frac{s^2}{2r}T\cdot\gamma_s$$

و خسارت کسر ذخیره هم برابر :

$$\frac{r-s}{2}\cdot t_2\cdot\gamma_p=\frac{r-s}{2}\cdot\frac{r-s}{r}T\gamma_p=\frac{(r-s)^2}{2r}T\cdot\gamma_p$$

خواهد شد که با درنظرگرفتن احتمال $p_t(r)$ و تعداد n دوره مصرف کالا هزینه انبارداری و خسارت کسر ذخیره مربوطه برای هر دو حالت روی هم :

$$P=nT\left[\gamma_s\sum_{r=0}^{s}\left(s-\frac{r}{2}\right)P_t(r)+\gamma_s\sum_{r=s+1}^{\infty}\frac{s^2}{2r}p_t(r)+\gamma_p\sum_{r=s+1}^{\infty}\frac{(r-s)^2}{2r}p_t(r)\right]$$

خواهد شد .

به جمله P فوق‌الذکر باید هزینه تجدید ذخیره را هم اضافه نمود که برای هر واحد کالا γ_I میباشد بنابراین هزینه کامل انبارداری و خسارت کسر ذخیره و تجدید ذخیره مربوط به مسئله فوق برای هر دو حالت برابر :

$$P=nT\left[\gamma_s\sum_{r=0}^{s}\left(s-\frac{r}{2}\right)P_{(t)}(r)+\gamma_s\sum_{r=s+1}^{\infty}\frac{s^2}{2r}p_t(r)+\gamma_p\sum_{r=s+1}^{\infty}\frac{(r-s)^2}{2r}p_t(r)+\frac{\gamma_I}{T}\right]$$

خواهد شد .

بدیهی است با تعیین می‌نیمم جمله فوق مقدار ($\bar{S}$) جواب مسئله یعنی بهترین مقدار ذخیره بدست خواهد آمد .

مثال ـ فرض کنیم که کالای مورد انبارداری قطعات یدکی یک ماشین است و آمار تابع احتمالی $p_t(r)$ برای یک دوره تهیه یدکی طبق جدول زیر بدست آمده است .

مصرف یا تعداد درخواست یدکی	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	> ۶
احتمال $p_t(r)$	۰٫۰۵	۰٫۱۰	۰٫۲۰	۰٫۳۰	۰٫۱۵	۰٫۱۵	۰٫۰۵	۰

بعلاوه فرض کنیم که برای این دوره هزینه انبارداری هر قطعه یدکی ۵۰ فرانک برای هر عدد یدکی و خسارت کسر ذخیره هم ۴۰۰ فرانک برای هر عدد باشد. بنابراین هزینه کامل انبارداری و خسارت کسر ذخیره یدکی مربوط برای یک دوره برابر :

$$P=50\sum_{r=0}^{s}\left(s-\frac{r}{2}\right)p(r)+50\sum_{r=s+1}^{6}\frac{s^2}{2r}p(r)+400\sum_{r=s+1}^{6}\frac{(r-s)^2}{2r}p(r)$$

خواهد شد .

برای حل مسئله یعنی برای تعیین بهترین مقدار (S) که جمله فوق را می‌نیمم میسازد ثابت میکنند که اگر تابع $L(s)$ زیر را درنظر بگیریم :

$$L(s)=\sum p(r)+\left(s+\frac{1}{2}\right)\sum_{r=s+1}^{6}\frac{p(r)}{r}$$

و اگر نسبت $\frac{400}{400+50}$ را هم ρ نام بگذاریم .

بهترین ذخیره یعنی مقدار ($\bar{S}$) که جمله P را می‌نیمم میسازد از رابطه زیر بدست میآید :

$$L(\bar{S}-1) < \rho < L\bar{S}$$

برای انجام محاسبات لازم با توجه به نتیجه آمارگیری جدول زیر را تهیه میکنیم :

s	r	p(r)	$\frac{P(r)}{r}$	$\sum_{s+1}^{6} \frac{p(r)}{r}$	$\left(s+\frac{1}{2}\right) \sum_{s+1}^{6} \frac{p(r)}{r}$	$\sum p(r)$	L(s)
۰	۰	۰ر۰۵	—	۰ر۳۷۵۸	۰ر۱۸۷۹۰	۰ر۰۵	۰ر۲۳۷۹۰
۱	۱	۰ر۱۰	۰ر۱۰	۰ر۲۷۵۸	۰ر۴۱۳۷۰	۰ر۱۵	۰ر۵۶۳۷۰
۲	۲	۰ر۲۰	۰ر۱۰	۰ر۱۷۵۸	۰ر۴۳۹۵۰	۰ر۳۵	۰ر۷۸۹۵۰
۳	۳	۰ر۳۰	۰ر۱۰	۰ر۰۷۵۸	۰ر۲۶۵۳۰	۰ر۶۵	۰ر۹۱۵۳۰
۴	۴	۰ر۱۵	۰ر۰۳۷۵	۰ر۰۳۸۳	۰ر۱۷۲۳۵	۰ر۸۰	۰ر۹۷۲۳۵
۵	۵	۰ر۱۵	۰ر۰۳	۰ر۰۰۸۳	۰ر۰۴۵۶۵	۰ر۹۵	۰ر۹۹۵۶۵
۶	۶	۰ر۰۵	۰ر۰۰۸۳	۰	۰	۱	۱
>۶	>۶	۰	۰	۰	۰	۱	۱

وچون ۰ر۸۸۸ $= \frac{400}{400+50} =\rho$ لذا با توجه به نامساوی بالا می‌بینیم که رقم ۰ر۸۸۸ بین دو مقدار

$L(s)_2 =$ ۰ر۷۸۹۵۰ و $L(s)_3 =$ ۰ر۹۱۵۳۰ ستون آخر جدول قرار گرفته است

بنابراین $\bar{S}=3$ میباشد .

یعنی بهترین تعداد یدکی لازم ۳ عدد برای هر دوره مصرف میباشد که پس ازمصرف عیناً تجدید خواهد شد .

تبصره ـ در شماره بعد از روش (Simulation) یا (شبیه سازی) که درحل مسائل پژوهش برای بهره برداری بهتر مورد استعمال زیاد دارد با ذکر مثال بحث خواهد شد.