ارائه روش جدیدی برای محاسبه مقاومت الکترودهای زمین و ظرفیت خازنی اجسام درفضا

نوشتهٔ

یداله ارضی

مرکز تحقیقات مخابرات ایران

چکیده :

محاسبه مقاومت زمین هادیها ویا ظرفیت خازنی آنها درفضا از دیرباز مورد مذاقه قرارگرفته است.

اولین روش محاسبه ظرفیت خازنی اجسام توسط G.W.O. HOWE ؛ بسال ۱۹۱٤ ارائه گردید. نامبرده توزیع بار را درطول الکترود یکنواخت فرض کرده ویا محاسبه پتانسیل میانگین، بمعادله ظرفیت خازنی دست یافت. گرچه فرضیه اخیر نادرست بود ولی بخاطر تقریب قابل قبول فرمولهای بدست آمده، روش پیشنهادی وی شهرت جهانی یافت.

ازآن‌پس پژوهندگان بسیاری به گسترش و بهره گیری ازاین شیوه پرداختندکه دراین راه میتوان از؛ Erling D. Sunde, S. J. Schwarz, J. R. Eaton , Dwight و G. F. Tagg نام برد. در دهه اخیر سه تن از استادان انستیتوتکنولوژی هند به‌یافتن روش نوینی دراین زمینه نائل گردیده و اساس محاسبات خود را برپایه همسانی رویه‌های هم‌پتانسیل با شکل الکترودها اعلام داشتند. نتیجه مطالعات این سه تن وگروهی دیگر، بسالهای *۱۹٦۷ و**۱۹٦۹ در نشریه I. E. E. چاپ و در دنباله محاسبات، بالا بود دقت فرمولها بطور عملی نشان داده شده است.

ولی گفتنی است که گرچه تئوری پیشنهادی این گروه درخصوص الکترودهای منفرد کاربرد عملی یافت، معهذا همچنان اشکالات تعمیمی برای سیستمهای گروهی موجود بوده، بطوریکه الزاماً بمنظور دست‌یابی به‌معادله مقاومت یک آرایش n الکترودی، بایستی به‌حل n معادله خطی اقدام نمود. این عمل گذشته ازآنکه منجر به‌یک سری محاسبات طولانی میگردید، دست‌یابی به‌فرمولهای عمومی را که تابعی از ابعاد و تعداد الکترودهای مورد استفاده باشد، غیرممکن میساخت.

---

* Determination of earth resistance of multiple driven - rod electrodes « M. Datta, A.K. Basu, M.M. Roy Chowdhury »

** Earth resistance of various forms of electrodes « V.P. Gupta, R.L. Gary »

در پژوهش‌های خود باین نتیجه رسیدم که باتوجه به‌شکل آرایش‌های چندگروهی الکترودهای زمین ، نیازی به‌نوشتن n معادله نبوده و منطقی است که رویه‌های هم‌پتانسیل همسان هرالکترود را در فضای مجاور بسط داده تا از ترکیب تماسی آنها بفرم عمومی رویه هم‌پتانسیل دست یابیم.

بمدد این روش به‌محاسبه مقاومت سیستمهای چندگروهی پرداخته و آنگونه که درگزارش شماره ۳ - ۲ - الف مرکز تحقیقات مخابرات ایران آورده شده ، دقت فرمولها در حوزه کار کافی و خطای محاسبات از ۲ درصد تجاوز نخواهد کرد.

متذکر میگردد که ارتباط بین مقاومت الکترودها و ظرفیت خازنی آنها هنگامی که بترتیب در داخل خاك یا فضا قرارگیرند ، مطابق فرمول $R=\frac{1}{36\pi\times10^9}\frac{\rho}{C}$ بوده که‌درآن ρ برحسب اهم‌متر، R برحسب اهم و C برحسب فاراد است.

درمقاله اخیر یک آرایش دوگروهی مرکب‌ازگروه الکترودهای قائم وگروه سیمهای افقی بصورت شبکه ، مورد بررسی و محاسبه قرارگرفته است.

۱ - علائم قراردادی :

مقاومت سیستم زمین	R
مقاومت گروه الکترودهای میله‌ای قائم	R_r
مقاومت شبکه افقی	R_w
مقاومت متقابل بین الکترودهای میله‌ای قائم و شبکه افقی	R_{rw}
مقاومت متقابل بین شبکه افقی و الکترودهای میله‌ای قائم	R_{wr}
مقاومت مخصوص خاك	ρ
رویه هم‌پتانسیل درفاصله r	$S(r)$
دانسیته جریان در هرنقطه از زمین	i
جریان وارد شده در سیستم زمین	I
تعداد فواصل بین الکترودهای میله‌ای قائم واقع درستونها و سطرها	m , n
تعداد کل الکترودهای میله‌ای قائم	$N=(m+1)(n+1)$
فاصله هردو الکترود میله‌ای قائم واقع در سطرها و ستونها	$2S$
طول وعرض وسطح پوششی زمین	$L=2ms , W=2ns , A=L\times W=4mns^2$
طول و شعاع مقطع الکترودهای قائم	l_r , a_r
طول کلی سیمها و شعاع مقطع آنها	$l_w=2s(2mn+m+n) , a_w$
عمق کارگذاری الکترودهای میله‌ای	$h_w=h_r-\frac{l_r}{2}$
عمق کارگذاری سیم‌های مشبک	$v=\frac{s}{l_r} , p=\frac{m}{n} , u=\frac{2h}{l}$

ضرائب تأثیر متقابل الکترودهای میله‌ای برهم وعمق کارگذاری λ_r , δ_r

ضرائب تأثیر متقابل قطعات شبکه برهم وعمق کارگذاری λ_w , δ_w

ضریب تأثیر متقابل الکترودهای میله‌ای برشبکه λ_{rw}

ضریب تأثیر متقابل شبکه برالکترودهای میله‌ای λ_{wr}

نکته : واحدهای انتخابی در دستگاه MKSA میباشند.

۲ - پیش‌گفتار

در مراکز تلفنی ، گذشته از مقاصد حفاظتی بدلایل دیگری نیز ، قطعاتی از دستگاهها را ازطریق مقاومتهای ناچیزی به‌زمین ارتباط میدهند. همانگونه که در قسمت اول مقاله آورده‌ایم ، جریانهای نشدی کابلهای مخابراتی در زمین مسیرهائی را تشکیل داده که در نتیجه بداخل خطوط بعدی راه می‌یابند. چنانچه یکی‌از قطب‌های باطری مرکزی زمین گردد قسمت اعظم این جریانهای نشدی ازطریق قطب زمین شده باطری مجدداً بمسیر اولیه برگشت داده شده که نهایت باعث تقلیل کرس‌تاك می گردد.

زمین کردن، بخصوص درحالتی که هدف‌حفاظت دستگاههای مخابراتی و نفرات درقبال ولتاژهای غیرعادی و جریانهای ناشی از آذرخش ، خطوط انتقال انرژی و قطارهای برقی باشد ، اهمیت بسزائی خواهد یافت.

بدیهی است که هراندازه ، مقدار مقاومت زمین ایجاد شده کمتر باشد بهمان میزان عمل حفاظت بهتر صورت می‌پذیرد. ولی گفتنی است که بموازات کاهش مقاومت ، هزینه ایجاد چنین‌زمینی افزایش‌یافته که الزاماً بایستی طرح یك سیستم کلی را همواره در قالب « حفاظت عالی و هزینه کم » اجرا نمود.

نوع الکترود انتخابی و نحوه کارگذاری آن تابعی از شرائط ژئوفیزیکی زمین است و همانگونه که درمقاله نخست آورده‌ایم با ترسیم منحنی $\rho_a - a$ یك محیط مورد بررسی، نوع آرایش معلوم می گردد.

در زمینهائی که یك لایه هادی سطحی بر روی لایه مقاومی قرارگرفته باشد ، از سیمهای افقی و برای حالتی که هدایت‌خاك با افزایش‌عمق زیادترمیشود از الکترودهای میله‌ای قائم و بالاخره درمکانهای محدود بخصوص در داخل شهرها که فضای زیادی در دسترس نیست ، با ایجاد چاهك‌های کم‌عمق و کارگذاری تعدادی صفحات دایره‌ای افقی بموازات هم‌طرح زمین اجرا میگردد.

درمیان‌سیستمهای گوناگون ، الکترودهای میله‌ای‌قائم باکارگذاری‌سادەشان در زمین ، بخصوص هنگامیکه ارتباط آنها با سیمهای شبکه‌ای لخت صورت گیرد ، کاربرد فراوانی یافته و در هرشرایط محیطی قادرند که مقاومت را در فاصله‌ای کمتر از مقدار بحرانی قرارداده و عمل حفاظت را بخوبی انجام دهند.

درفصول گرم که با تبخیر رطوبت خاك سطحی ، مقاومت مخصوص این قسمت افزایش می‌یابد ، الکترودهای قائم واقع درلایه‌های زیرین قادر به‌ثابت نگهداشتن مقاومت سیستم بوده و نیز درفصول‌بارانی که هدایت لایه سطحی افزایش می‌یابد از مقدار مقاومت بمیزان قابل توجهی کاسته شده و بدینگونه‌خطری ازنظر افزایش مقاومت متوجه مدارها نخواهد گردید.

درساخت این نوع زمینها دقت میگردد که گروههای کارگذاری شده ازیک جنس بوده ، چه‌فلزات مختلف در محیطهای محتوی املاح شیمیائی ، ایجاد باطری کرده و نهایت افزایش خورندگی را بهمراه خواهند داشت.

درمقالهٔ اخیر زمین را یکنواخت با مقاومت مخصوص $\rho(\Omega-m)$ درنظر گرفته و آنطور که در مقالات آتی خواهیم آورد ، با استفاده از محلولهای شیمیائی وخاکهای کاهنده مقاومت ازقبیل : آکریل اسیدآمید ، سیلیکاژل ، بنتونیت وغیره که محیطی یکنواخت با مقاومت مخصوص ρ_0 ایجاد میسازند ، مسائل را در زمینهای دو منطقه‌ای ، یکی حجم محدود اطراف الکترودها با مقاومت مخصوص ρ_0 و دیگری محیط گسترده زمین با مقاومت مخصوص ρ ، مورد مداقه و نتیجه گیری قرارمیدهیم.

حالت اخیر کراراً درعمل بکار رفته و آنطور که در متن آورده میشود با توجه بفرمولهای تقریبی رویه‌های هم‌پتانسیل ، تهیه فرمولهای چنین طرحی چندان‌هم دور از دسترس نخواهد بود.

۳ - روش کلی

ازآنجا که اساس کار همسانی رویه‌های هم‌پتانسیل با شکل سیستم میباشد ، میتوان در هرفاصله رویه هم‌پتانسیل را بصورت تابع درجه دومی از r نشان داد.

$$S(r)=k(r+\alpha)(r+\beta) \qquad (۱)$$

در فرمول ۱ ، k و α و β مقادیر ثابتی بوده و به‌شکل و نحوه قرارگرفتن سیستم بستگی دارند.

درصورتیکه رویه هم‌پتانسیل شکل واحدی نداشته باشد آنرا بفرم زیر نوشته که درآن اندیس j نشانه ناحیه موردنظر است.

$$S_j(r)=k_j(r+\alpha_j)(r+\beta_j) \qquad (۲)$$

مقدار r ازفاصله r_1 که مبین سطح سیستم است تغییر کرده و بتدریج با کسب مقادیر r_j مرزی تا ∞ ادامه خواهد یافت.

درخصوص این طرح عملاً سه معادله ولتاژ حاصل شده که درنتیجه ؛ ۳ و ۲ و ۱ = j و مقادیر r برای انتگرال گیری برابر r_1 ، r_2 ، r_3 و ∞ خواهد بود.

اگر I جریان ارسالی درسیستم زمین باشد ، مقدار دانسیته جریان و شدت میدان الکتریکی در هرنقطه از زمین برابر میشود با :

$$i=\frac{I}{k_j(r+\alpha_j)(r+\beta_j)} \qquad (۳)$$

$$E=\frac{dv}{dr}=\rho i \qquad (۴)$$

با توجه بروابط ؛ ۲و۳و۴ ، تابع پتانسیل در هر نقطه خواهد شد :

$$V_1(r)=\int_r^{r_2}\frac{\rho I dr}{k_1(r+\alpha_1)(r+\beta_1)}+\int_{r_2}^{r_3}\frac{\rho I dr}{k_2(r+\alpha_2)(r+\beta_2)}+\int_{r_3}^{\infty}\frac{\rho I dr}{k_3(r+\alpha_3)(r+\beta_3)}$$

$r_1 \leqslant r \leqslant r_2$ ناحیه اول

$$V_2(r)=\int_r^{r_3}\frac{\rho I dr}{k_2(r+\alpha_2)(r+\beta_2)}+\int_{r_3}^{\infty}\frac{\rho I dr}{k_3(r+\alpha_3)(r+\beta_3)}$$

$r_2 \leqslant r \leqslant r_3$ ناحیه دوم

$$V_3(r)=\int_r^{\infty}\frac{\rho I dr}{k_3(r+\alpha_3)(r+\beta_3)}$$

$r \geqslant r_3$ ناحیه سوم (۵)

از محاسبه انتگرالها ، جوابهای زیر نتیجه میگردد .

$$V_1(r)=\frac{\rho I}{k_1(\beta_1-\alpha_1)}\left[\ln\frac{(r_2+\alpha_1)(r+\beta_1)}{(r_2+\beta_1)(r+\alpha_1)}+\frac{k_1(\beta_1-\alpha_1)}{k_2(\beta_2-\alpha_2)}\ln\frac{(r_3+\alpha_2)(r_2+\beta_2)}{(r_3+\beta_2)(r_2+\alpha_2)}+\frac{k_1(\beta_1-\alpha_1)}{k_3(\beta_3-\alpha_3)}\ln\frac{r_3+\beta_3}{r_3+\alpha_3}\right]$$

$r_1 \leqslant r \leqslant r_2$

$$V_2(r)=\frac{\rho I}{k_2(\beta_2-\alpha_2)}\left[\ln\frac{(r_3+\alpha_2)(r+\beta_2)}{(r_3+\beta_2)(r+\alpha_2)}+\frac{k_2(\beta_2-\alpha_2)}{k_3(\beta_3-\alpha_3)}\ln\frac{r_3+\beta_3}{r_3+\alpha_3}\right]$$

$r_2 \leqslant r \leqslant r_3$ (۶)

$$V_3(r)=\frac{\rho I}{k_3(\beta_3-\alpha_3)}\ln\frac{r+\beta_3}{r+\alpha_3}$$

$r \geqslant r_3$

با توجه بمعادلات ولتاژ حاصل شده ، مقاومت زمین یک سیستم و مقاومت متقابل بین دو سیستم قابل محاسبه میکردند .

۱ - ۳ محاسبه مقاومت سیستم

ازآنجا که مقاومت سیستم برابر با نسبت پتانسیل سطحی و جریان کلی مدار است ، بنابراین :

$$R=\frac{V_s}{I}=\frac{V_1(r_1)}{I} \quad (۷)$$

از اینرو :

$$R=\frac{\rho}{k_1(\beta_1-\alpha_1)}\left[\ln\frac{(r_2+\alpha_1)(r_1+\beta_1)}{(r_2+\beta_1)(r_1+\alpha_1)}+\frac{k_1(\beta_1-\alpha_1)}{k_2(\beta_2-\alpha_2)}\ln\frac{(r_3+\alpha_2)(r_2+\beta_2)}{(r_3+\beta_2)(r_2+\alpha_2)}+\frac{k_1(\beta_1-\alpha_1)}{k_3(\beta_3-\alpha_3)}\ln\frac{r_3+\beta_3}{r_3+\alpha_3}\right] \quad (۸)$$

۲ - ۳ محاسبه پتانسیل متقابل بین دو سیستم

پتانسیل متقابل بین دو سیستم نیز بروش زیر محاسبه میگردد :

$$V_{ij}=\frac{1}{r_{jmax}-r_{jmin}}\int_{r_{jmin}}^{r_{jmax}}V_i(r)dr$$

$$R_{ij}=\frac{1}{I_i(r_{jmax}-r_{jmin})}\int_{r_{jmin}}^{r_{jmax}}V_i(r)dr$$

$$V_{ji}=\frac{1}{r_{imax}-r_{imin}}\int_{r_{imin}}^{r_{imax}}V_j(r)dr \qquad (۹)$$

$$R_{ji}=\frac{1}{I_j(r_{imax}-r_{imin})}\int_{r_{imin}}^{r_{imax}}V_j(r)dr$$

در فرمولهای (۹) ، i و j دوسیستم جداگانه با جریانهای I_i و I_j و پتانسیلهای $V_i(r)$ و $V_j(r)$ می‌باشند r_{jmax} و r_{jmin} حوزه انتگراسیون برای پتانسیل القائی V_{ij} بوده بطوریکه این مقادیر حدود سیستم j را مشخص میسازند. برای V_{ji} نیز میتوان گفته‌های مشابهی بیان کرد.

بدیهی است چنانچه در حوزه انتگرال گیری ، معادلات پتانسیل تغییر نمایند ، لازم است که هر قسمت را در حدود مربوطه حساب کرده و انتگرال گیری نمود ، دراینصورت معادلات (۹) هرکدام میتوانند از یک یا چند قسمت تشکیل یابند.

نکته : در فرمولهای (۹) چنانچه $r_{jmax}=r_{jmin}$ باشد ، $V_{ij}=V_i(r_j)$ میشود.

۳ - ۳ مقاومت کلی یک سیستم دو گروهی

چنانچه دو گروه الکترود بامقاومتهای R_i و R_j و مقاومتهای متقابل R_{ij} و R_{ji} ، یک سیستم کلی تشکیل دهند ، مقاومت نهائی بشیوه زیر محاسبه میگردد.

با درنظر گرفتن آنکه سیستم در پتانسیل واحدی قراردارد ، میتوان نوشت :

$$\begin{aligned}V_t&=R_iI_i+R_{ji}I_j\\V_t&=R_jI_j+R_{ij}I_i\end{aligned} \qquad (۱۰)$$

با توجه بمقادیر جریان کلی $I_t=I_i+I_j$ و مقاومت کلی $R_t=\frac{V_t}{I_t}$ ، مقدار مقاومت نهائی خواهد شد :

$$R=\frac{R_iR_j-R_{ij}\cdot R_{ji}}{R_i+R_j-R_{ij}-R_{ji}} \qquad (۱۱)$$

۳ - ٤ مقاومت سیستم‌های در عمق h

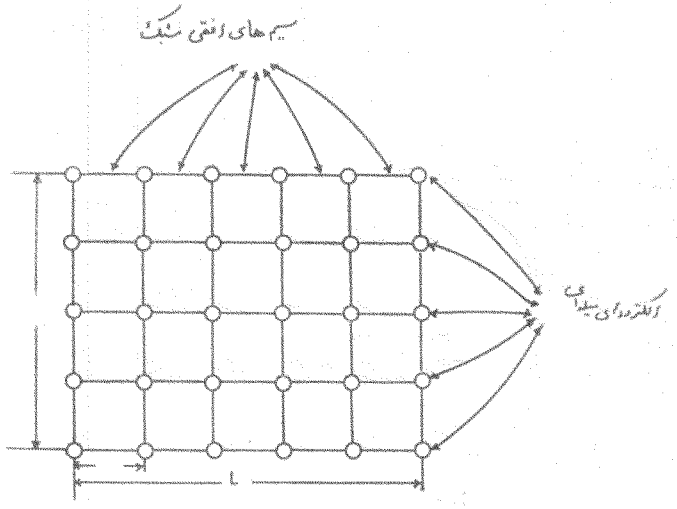
برای مطالعه اثر عمقی h برروی مقاومت با توجه به‌تئوری تصویر و محاسبه مقاومت متقابل بین سیستم و تصویر آن نسبت به‌سطح زمین ، مقدار مقاومت خواهد شد :

$$R_t=R_{ii}+R_{ii'} \qquad (۱۲)$$

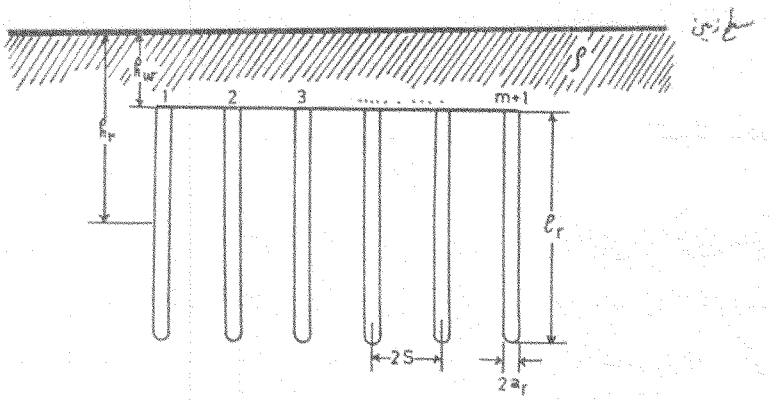
که در آن : R_{ii} مقدار مقاومت سیستم در زمین با گسترش زیاد و $R_{ii'}$ اثر متقابل آن برتصویرش میباشد.

٤ ـ محاسبه مقاومت یک سیستم دوگروهی

یک سیستم دوگروهی را مطابق شکل‌های ۱ و ۲ درنظر میگیریم.



شکل ۱ ـ تصویر افقی سیستم زمین دوگروهی



شکل ۲ ـ تصویر قائم سیستم زمین دوگروهی

مشخصات هرگروه بشرح زیر است :

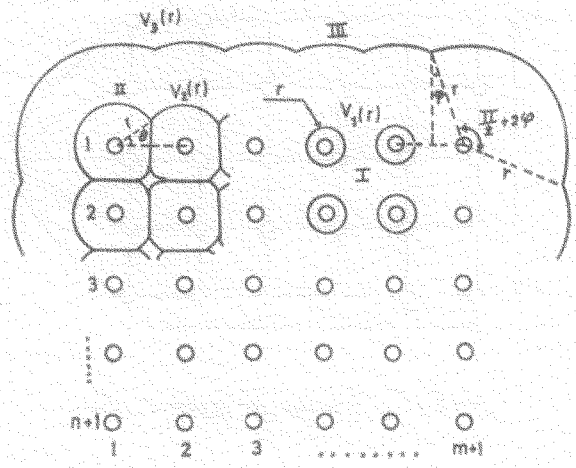
گروه ۱ ـ تعداد $N=(m+1)(n+1)$ الکترود میله‌ای در $n+1$ سطر و $m+1$ ستون که طول و شعاع مقطع هریک بترتیب l_2 و a_2 است. عمق کارگذاری این گروه برابر h_2 بوده که آنرا با پارامتر $u_2=\frac{2h_2}{l_2}$ در محاسبات منظور میداریم.

گروه ۲ ـ شبکه افقی ارتباط دهنده الکترودهای میله‌ای ، بطول کلی $l_w=2S(2mn+m+n)$

و شعاع مقطع a_w و عمق کارگذاری $h_w = h_r - \frac{l_r}{2}$ که در فرمولهای داده شده با پارامتر $u_w = \frac{2h_w}{l_w}$ نشان داده شده است.

برای محاسبه R_r و R_w محیط زمین را گسترده فرض کرده و اثرعمق کارگذاری را با تئوری تصویر بدست میآوریم ولی درمورد مقاومتهای متقابل R_{rw} و R_{wr} ؛ بخاطر اثر ناچیز h بر روی محاسبات ، باتقریب کافی سیستم را سطحی درنظرمیگیریم.

۱ - ٤ محاسبه R_r



شکل ۳ - تصویر افقی رویه‌های تقریبی هم‌پتانسیل الکترودهای میله‌ای

همانگونه که درشکل ۳ نشان‌داده‌ایم نواحی‌پتانسیل را به سه قسمت تقسیم کرده و شکل رویه‌های هم‌پتانسیل بگونه زیر درنظرگرفته میشود.

الف ـ از فاصله $r = a_r$ تا $r = s$ تعداد N رویه هم‌پتانسیل همشکل الکترودهای میله‌ای.

ب ـ از فاصله $r = s$ تا $r = 1.4s$ رویه حاصل ازتقاطع دو بدو پتانسیل الکترودهای مجاورهم.

پ ـ از فاصله $r = 1.4s$ تا $r = \infty$ با توجه به‌تداخل پتانسیل الکترودها ، گروه را بصورت یک محیط پیوسته درنظرگرفته که دارای مقطع مربع مستطیل شکل بوده و دیوارهای سطح آن با ربع استوانه بیکدیگر ارتباط یافته‌اند.

بنابراین با توجه باینکه سیستم در عمق بینهایت کارگذاری شده ؛

$$S_1(r) = N \times 4\pi r\left(r + \frac{l_r}{2}\right) \qquad (۱۳)$$

$r(a_r \text{ تا } S)$

$$S_2(r) = N \times 2\pi r l_r - r(4\theta) l_r (2mn + m + n) + N \times 4\pi r^2 - 4(\pi r^2 - \pi r S) \qquad (۱٤)$$

$(2mn + m + n)\, r(S \text{ تا } 1.4S)$

مقدار θ با مراجعه به‌شکل ۳ برابر با ؛ $\text{Arc}\cos\frac{S}{r}$ میگردد.

حداقل مقدار θ برابر صفر و حداکثر آن $\frac{\pi}{4}$ است. با توجه باینکه مقدار حداکثر θ اندازهٔ رویه هم‌پتانسیل ناحیه II را کاهش داده که درنتیجه آن مقدار مقاومت تا حدودی بیشتر میشود ، منطقی است که برای بالابرد حاشیه امنیت $\theta=\theta_{max}$ اختیار گردد.

دراینصورت با احتساب ؛ $\theta=\frac{\pi}{4}$ رویه $S_2(r)$ میشود :

$$S_2(r)=4\pi r[r(1-mn)+S(2mn+m+n)+\frac{l_r}{4}(m+n+2)] \qquad (۱۵)$$

$r\,(S\text{ تا }1.4S)$

برای حوزه سوم با توجه بشکل ۳ ، میتوان نوشت :

$$S_3(r)=[2(m-1)+2(n-1)](2\varphi r l_r)+4\left(\frac{\pi}{2}+2\varphi\right)rl_r+4\pi\left[r^2+\frac{L+W}{2}r+\frac{LW}{2\pi}\right] \qquad (۱۶)$$

$r\,(S\text{ تا }\infty)$

ازآنجا که $\sin\varphi=\frac{S}{r}$ میباشد ، بنابراین با توجه به‌نامساوی $\varphi\geqslant\sin\varphi$ و استدلالی مشابه θ میتوان مقدار $\frac{S}{r}$ را برای آن درنظر گرفت.

دراینصورت رابطه خلاصه شده $S_3(r)$ خواهد شد :

$$S_3(r)=4\pi\left[r^2+r\left(mS+nS+\frac{l_r}{2}\right)+\frac{s}{\pi}\left(2mnS+ml_r+nl_r\right)\right] \qquad (۱۷)$$

$r(1.4S\text{ تا }\infty)$

با توجه به‌رویه‌های بدست آمده و استفاده از فرمول کلی ۸ مقدار مقاومت نتیجه میگردد :

$$R=\frac{\rho}{2\pi Nl_r}\left[\ln\frac{S\left(a_r+\frac{l_r}{2}\right)}{\left(S+\frac{l_r}{2}\right)a_r}+\frac{2\pi Nl_r}{4\pi\left[S(2mn+m+n)+\frac{l_r}{4}(m+n+2\right]}\right.$$

$$\ln\frac{1.4S\left[S+\frac{S(2mn+m+n)+\frac{l_r}{4}(m+n+2)}{1-mn}\right]}{S\left[1.4S+\frac{S(2mn+m+n)+\frac{l_r}{4}(m+n+2)}{1-mn}\right]}+$$

$$+\frac{2\pi Nl_r}{4\pi\sqrt{\left(mS+nS+\frac{l_r}{2}\right)^2-\frac{4S}{\pi}(ml_r+nl_r+2mnS)}}$$

$$\left.\ln\frac{2.8S+mS+nS+\frac{l_r}{2}+\sqrt{\left(mS+nS+\frac{l_r}{2}\right)^2-\frac{4}{\pi}S(ml_r+nl_r+2mnS)}}{2.8S+mS+nS+\frac{l_r}{2}-\sqrt{\left(mS+nS+\frac{l_r}{2}\right)^2-\frac{4}{\pi}S(ml_r+nl_r+2mnS)}}\right] \qquad (۱۸)$$

با کاربرد نامساوی $l_r \gg a_r$ و انتخاب نسبتهای $v=\frac{S}{l_r}$ و $p=\frac{m}{n}$ رابطه ۱۸ می‌شود :

$$R_{11}=\frac{\rho}{2\pi N l_r}\ln\frac{\lambda_r l_r}{2a_r} \qquad (۱۹)$$

در رابطه ۱۹ پارامتر λ_r ضریب تأثیر متقابل الکترودهای میله‌ای برهم بوده و مقدار آن برابر است با :

$$\lambda_r = e\ln\frac{2v}{2v+1}+\frac{(m+1)(\frac{m}{p}+1)}{2v\left(\frac{2m^2}{p}+\frac{m}{p}+m\right)+0.5\left(\frac{m}{p}+m+2\right)}$$

$$\ln\frac{1.4v\left(\frac{m^2}{p}+\frac{m}{p}+m+1\right)+0.35\left(\frac{m}{p}+m+2\right)}{v\left(0.6\frac{m^2}{p}+\frac{m}{p}+m+1.4\right)+0.25\left(\frac{m}{p}+m+22\right)}$$

$$+\frac{(\frac{m}{p}+1)(m+1)}{2\sqrt{\left(mv+\frac{m}{p}v+0.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(\frac{m}{p}+m+\frac{2m^2}{p}v\right)}}$$

$$\ln\frac{\left(\frac{m}{p}+m+2.8\right)v+0.5+\sqrt{\left(mv+\frac{mv}{p}+0.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(\frac{m}{p}+m+\frac{2m^2}{p}v\right)}}{\left(\frac{m}{p}+m+2.8\right)v+0.5-\sqrt{\left(mv+\frac{mv}{p}+0.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(\frac{m}{p}+m+\frac{2m^2}{p}v\right)}} \qquad (۲۰)$$

بمنظور دست‌یابی بفرمول نهائی بایستی‌به‌رابطه ۹ مقدار مقاومت متقابل بین الکترودها وتصویر آنها نسبت بسطح زمین ، افزوده شود . برای الکترودهای میله‌ای معمولاً $2h_w > 1.4S$ بوده و بدین گونه دراین انتگرال گیری تنها رویه $S_3(r)$ دخالت مینماید . درصورت برقرارنبودن نامساوی فوق بازهم بدلیل حدود زیاد انتگرال ، انتخاب فوق قابل قبول خواهد بود . ازطرفی معادله $V(r)$ با استفاده از فرمولهای ۶ میشود :

$$V(r)=\frac{\rho I_r}{4\pi\sqrt{\left(mS+nS+\frac{l_r}{2}\right)^2-\frac{4S}{\pi}(ml_r+nl_r+2mnS)}}$$

$$\ln\frac{2r+mS+nS+\frac{l_r}{2}+\sqrt{\left(mS+nS+\frac{l_r}{2}\right)^2-\frac{4S}{\pi}(ml_r+nl_r+2mnS)}}{2r+mS+nS+\frac{l_r}{2}-\sqrt{\left(mS+nS+\frac{l_r}{2}\right)^2-\frac{4S}{\pi}(ml_r+nl_r+2mnS)}} \qquad (۲۱)$$

با محاسبه انتگرال تابع پتانسیل در فاصله $(2h_r - l_r)$ تا $2h_r$ و استفاده از فرمولهای ۹ ، مقاومت متقابل R_{11}' خواهد شد :

$$R_{11}' = \frac{\rho}{2\pi N l_r} l_n \delta_r \qquad (۲۲)$$

پارامتر δ_r ضریب تأثیر عمق کارگذاری بوده و مقدار آن با توجه به‌نسبت $u = \frac{2h_r}{l_r}$ برابر است با :

$$\delta_r = e^{\frac{(m+1)\left(\frac{m}{p}+1\right)}{2\sqrt{(mv+\frac{m}{p}v+0.5)^2 - \frac{4}{\pi}v(m+\frac{m}{p}+\frac{2m^2}{p}v)}}}$$

$$\left[\frac{2u+mv+\frac{m}{p}v+0.5+\sqrt{\left(mv+\frac{m}{p}v+0.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(m+\frac{m}{p}+\frac{2m^2}{p}v\right)}}{2}\times\right.$$

$$\ln\frac{2u+mv+\frac{m}{p}v+0.5+\sqrt{\left(mv+\frac{m}{p}v+0.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(m+\frac{m}{p}+\frac{2m^2}{p}v\right)}}{2u+mv+\frac{m}{p}v-1.5+\sqrt{\left(mv+\frac{m}{p}v+0.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(m+\frac{m}{p}+\frac{2m^2}{p}v\right)}}+$$

$$\frac{2u+mv+\frac{m}{p}v+0.5-\sqrt{\left(mv+\frac{m}{p}v+0.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(m+\frac{m}{p}+\frac{2m^2}{p}v\right)}}{}\times \qquad (۲۳)$$

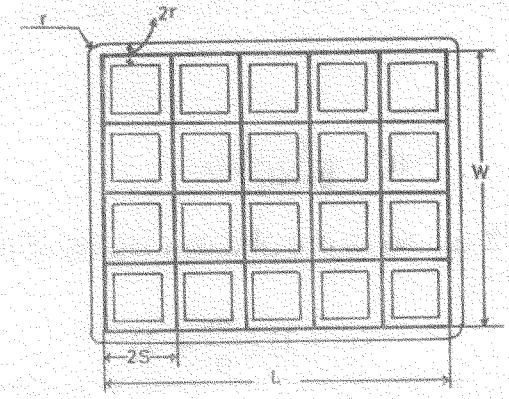
$$\ln\frac{2u+mv+\frac{m}{p}v-1.5-\sqrt{\left(mv+\frac{m}{p}v+0.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(m+\frac{m}{p}+\frac{2m^2}{p}v\right)}}{2u+mv+\frac{m}{p}v+0.5-\sqrt{\left(mv+\frac{m}{p}v+0.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(m+\frac{m}{p}+\frac{2m^2}{p}v\right)}}+$$

$$\left.\ln\frac{2u+mv+\frac{m}{p}v-1.5+\sqrt{\left(mv+\frac{m}{p}v+5.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(m+\frac{m}{p}+\frac{2m^2}{p}v\right)}}{2u+mv+\frac{m}{p}v-1.5-\sqrt{\left(mv+\frac{m}{p}v+0.5\right)^2-\frac{4}{\pi}v\left(m+\frac{m}{p}+\frac{2m^2}{p}v\right)}}\right]$$

از جمع مقادیر R_{11} و R_{11}' مقاومت کلی R_r بصورت رابطه ۲۴ نتیجه میگردد .

$$R_r = \frac{\rho}{2\pi N l_r} \ln\frac{\lambda_r \delta_r l_r}{2a_r} \qquad (۲۴)$$

۲ - ۴ محاسبه R_w :



شکل ٤ ـ تصویر افقی رویه‌های هم‌پتانسیل بدوناحیه تقسیم میگردند

با توجه بشکل ٤ ، رویه های هم‌پتانسیل بدوناحیه تقسیم میگردند .

الف ـ ناحیه I در فاصله $a_w \leqslant r < S$

ب ـ ناحیه II درفاصله $r > S$

درناحیه I برای هرحلقه مربعی بضلع $2S$ میتوان تصور کرد که رویه های هم‌پتانسیل هرچهار قطعه سیم همدیگر را قطع کرده بطوریکه دواستوانه بطول $2S$ و دواستوانه بطول $2S - 2r$ و یک کره کامل که جمع رویه های ناشی‌از گوشه‌هاست بدست میآید . ضمناً باینکه ارتباط رویه های‌داخلی وخارجی حلقه را درگوشه‌هاتوسط سطوح مربعی شکل با رویه r^2 نشان میدهیم .

بدینگونه برای تمامی حلقه‌های مربعی موجود در شبکه فوق :

$$S_1(r) = 2\pi rL + 2\pi rW + 4\pi r^2 + 2mn \times 2\pi r(2S-2r) + mn \times 8r^2 \qquad (۲۵)$$
$$r(a_w \text{ تا } S)$$

رابطه ۲۵ بفرم ساده شده زیر قابل تبدیل است ؛

$$S_1(r) = 4\pi r[r(1-1.36mn) + S(2mn+mn+m+n)] \qquad (۲۶)$$
$$r(a_w \text{ تا } S)$$

درناحیه II با درنظرگرفتن تداخل پتانسیل حلقه‌ها ، شبکه را بصورت یک صفحه پر فرض کرده و در نتیجه :

$$S_2(r) = 2\pi rL + 2\pi rW + 4\pi r^2 + 2LW \qquad (۲۷)$$
$$r(S \text{ تا } \infty)$$

با استفاده ازمقادیر L و W و اختصار رابطه بالا :

$$S_2(r) = 4\pi[r^2 + (m+n)Sr + \frac{2}{\pi}mnS^2] \qquad (۲۸)$$
$$r(S \text{ تا } \infty)$$

دراینصورت مقاومت شبکه درعمق بینهایت خواهد شد :

$$R_{22} = \frac{\rho}{2\pi l_w} \ln \frac{\lambda_w l_w}{2a_w} \qquad (۲۹)$$

در رابطه ۲۹ ، λ_w ضریب تأثیر متقابل سیمها بریکدیگر بوده و مقدار آن برابر است با :

$$\lambda_w = e^{-\ln\left(\frac{2m^2}{\pi p}+\frac{m}{p}+m+1\right)+\frac{\frac{2m}{p}+\frac{1}{p}+1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}} \ln\frac{\frac{2}{m}+\frac{1}{p}+1+\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}{\frac{2}{m}+\frac{1}{p}+1-\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}} \qquad (۳۰)$$

برای محاسبه $R_{22'}$ دوحالت درنظر میگیریم :

الف ـ $2h_w < S$

ب ـ $2h_w > S$

الف ـ حالت $2h_w < S$

با توجه باین نامساوی تنها رویه‌هم‌پتانسیل $S_1(r)$ مؤثر بوده که دراینصورت مقاومت $R_{22'}$ و ضریب تأثیر عمق کارگذاری میشود :

$$R_{22'} = \frac{\rho}{2\pi l_w}\ln\delta_w$$

$$\delta_w = e^{\ln\frac{2u\left(1-1.36\frac{m^2}{p}\right)+1}{2u\left(\frac{2m^2}{\pi p}+\frac{m}{p}+m+1\right)}+\frac{\frac{2m}{p}+\frac{1}{p}+1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}} \ln\frac{\frac{2}{m}+\frac{1}{p}+1+\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}{\frac{2}{m}+\frac{1}{p}+1-\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}$$

$$u < \frac{1}{2(2mn+m+n)} \qquad (۳۱)$$

مقدار پارامتر δ_w برحسب λ_w دراین شرایط برابر است با :

$$\delta_w = \frac{2u\left(1-1.36\frac{m^2}{p}\right)+1}{2u}+\lambda_w \qquad (۳۲)$$

ب ـ حالت $2h_w > S$

درحالت اخیر رویه هم‌پتانسیل $S_2(r)$ درمحاسبات ظاهر شده که در نتیجه آن :

$$R_{22'} = \frac{\rho}{2\pi l_w}\ln\delta_w$$

$$\delta_w = e^{\frac{\frac{2m}{p}+\frac{1}{p}+1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}}$$

$$\ln\frac{4u\left(\frac{2m}{p}+\frac{1}{p}+1\right)+\frac{1}{p}+1+\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}{4u\left(\frac{2m}{p}+\frac{1}{p}+1\right)+\frac{1}{p}+1-\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}$$

$$u > \frac{1}{2(2mn+m+n)} \qquad (۳۳)$$

حال با احتساب پارامتر δ_w وابسته بیکی از حالات الف یا ب بفرمول کلی مقاومت شبکه دست خواهیم یافت.

$$R_w = \frac{\rho}{2\pi l_w}\ln\frac{\lambda_w\delta_w l_w}{2a_w} \qquad (۳۴)$$

۳ - ٤ محاسبه R_{rw}

بمنظور محاسبه مقاومت متقابل بین گروه الکترودهای میله‌ای وسیم‌های مشبک، سیستم را سطحی فرض کرده که دراینصورت باحذف حوزه‌های ناشی از قسمت بالائی الکترودهای موردنظر رویه‌های هم‌پتانسیل مطابق روابط ۳۵ خلاصه میشوند.

$$S_1(r) = N\times 2\pi r(r+l_r)$$
$$r(a_r \text{ تا } S)$$

$$S_2(r) = 2\pi r\left[r(1-mn)+S(2mn+m+n)+\frac{l_r}{2}(m+n+2)\right]$$
$$r(S \text{ تا } 1.4S)$$

$$S_3(r) = 2\pi\left[r^2+r(Sm+Sn+l_r)+\frac{2S}{\pi}(Smn+ml_r+nl_r)\right]$$
$$r(1.4S \text{ تا } \infty) \qquad (۳۵)$$

با استفاده از فرمولهای کلی ۶ معادله پتانسیل در فاصله $r<S$ برابر میشود با:

$$V(r) = \frac{\rho I_r}{2\pi N l_r}\left[\ln\frac{S(r+l_r)}{r(S+l_r)}+\frac{2\pi N l_r}{2\pi[S(2mn+m+n)+\frac{l_r}{2}(m+n+2)]}\times\right.$$

$$\left.\ln\frac{1.4[S(mn+m+n+1)+0.5l_r(m+n+2)]}{S(0.6mn+m+n+1.4)+0.5l_r(m+n+2]}\right.$$

$$+\frac{2\pi N l_r}{2\pi\sqrt{(Sm+Sn+l_r)^2-\frac{8S}{\pi}(ml_r+nl_r+Smn)}}\times$$

$$\ln \frac{(Sm+Sn+l_r+2.8S)+\sqrt{(Sm+Sn+l_r)^2-\frac{8S}{\pi}(ml_r+nl_r+Smn)}}{(Sm+Sn+l_r+2.8S)+\sqrt{(Sm+Sn+l_r)^2-\frac{8S}{\pi}(ml_r+nl_r+Smn)}}\Bigg]$$

(۳۶)

با محاسبه میانگین تابع $V(r)$ درفاصله‌صفر تا S مقدارمقاومت متقابل R_{rw} بشکل رابطه ۳۷ حاصل میگردد.

$$R_{rw}=\frac{\rho}{2\pi N l_r} l_n \lambda_{rw} \qquad (۳۷)$$

در رابطه ۳۷ پارامتر λ_{rw} ضریب‌تأثیر القائی الکترودهای قائم برشبکه افقی است و مقدارآن برابر است با :

$$\lambda_{rw}=e^{\frac{l}{v}\ln(1+v)}+\frac{\frac{m^2}{p}+\frac{m}{p}+m+1}{v\left(\frac{2m^2}{p}+\frac{m}{p}+m\right)+0.5\left(\frac{m}{p}+m+2\right)}$$

$$\ln\frac{1.4\left[v\left(\frac{m^2}{p}+\frac{m}{p}+m+1\right)+0.5\left(\frac{m}{p}+m+2\right)\right]}{v\left(0.6\frac{m^2}{p}+\frac{m}{p}+m+1.4\right)+0.5\left(\frac{m}{p}+m+2\right)}+$$

$$\frac{\frac{m^2}{p}+\frac{m}{p}+m+1}{\sqrt{\left(\frac{mv}{p}+mv+1\right)^2-\frac{8}{\pi}v\left(\frac{m^2}{p}v+\frac{m}{p}+m\right)}}$$

$$\ln\frac{\left(\frac{m}{p}+m+2.8\right)v+1+\sqrt{\left(\frac{m}{p}v+mv+1\right)^2-\frac{8}{\pi}v\left(\frac{m^2}{p}v+\frac{m}{p}+m\right)}}{\left(\frac{m}{p}+m+2.8\right)v+1-\sqrt{\left(\frac{m}{p}v+mv+1\right)^2-\frac{8}{\pi}v\left(\frac{m^2}{p}v+\frac{m}{p}+m\right)}}$$

(۳۸)

۴ - ۴ محاسبه R_{wr}

اصولاً کارگذاری الکترودهای میله‌ای قائم در فواصلی حدود طول آنها صورت گرفته بطوریکه در اکثر موارد $S<l_r$ است. بدینگونه هردوتابع پتانسیل‌نشانداده شده در روابط ۳۹ بر روی طول l_r اثرالقائی خواهند داشت.

$$V_I(r)=\frac{\rho I_w}{2\pi S(2mn+m+n)}\left[\ln\frac{r(1-1.36mn)+S(2mn+m+n)}{r\left(\frac{2}{\pi}mn+m+n+1\right)}\right.$$

$$\left.+\frac{2mn+m+n}{\sqrt{(m+n)^2-\frac{8}{\pi}mn}}\ln\frac{2+m+n+\sqrt{(m+n)^2-\frac{8}{\pi}mn}}{2+m+n-\sqrt{(m+n)^2-\frac{8}{\pi}mn}}\right]$$

$$r<S$$

$$V_{II}(r)=\frac{\rho I_w}{2\pi S\sqrt{(m+n)^2-\frac{8}{\pi}mn}}\ln\frac{\frac{2r}{S}+m+n+\sqrt{(m+n)^2-\frac{8}{\pi}mn}}{\frac{2r}{S}+m+n-\sqrt{(m+n)^2-\frac{8}{\pi}mn}}$$

(۳۹)

$$r>S$$

بنابراین بطور کلی :

$$R_{wr}=\frac{\rho}{\pi l_w}\ln\lambda_{wr} \qquad (۴۰)$$

دراین رابطه پارامتر λ_{wr} ضریب تاثیر القائی شبکه برالکترودهای قائم بوده و مقدار آن برابر است با :

$$\lambda_{wr}=e^{\frac{\left(\frac{2m^2}{p}+\frac{m}{p}+m\right)v}{1-1.36\frac{m^2}{p}}\ln\frac{\frac{2}{\pi}\frac{m^2}{p}+\frac{m}{p}+m+1}{\frac{2m^2}{p}+\frac{m}{p}+m}+\frac{\frac{2m}{p}+\frac{1}{p}+1}{\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}}$$

$$\left[\ln\frac{\frac{2}{mv}+\frac{1}{p}+1+\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}{\frac{2}{mv}+\frac{1}{p}+1-\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}+0.5mv\left(\frac{1}{p}+1+\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}\right)\times\right.$$

$$\ln\frac{\frac{2}{mv}+\frac{1}{p}+1+\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{p8}{\pi p}}}{\frac{2}{m}+\frac{1}{p}+1+\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}+0.5mv\left(\frac{1}{p}+1-\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}\right)$$

$$\left.\ln\frac{\frac{2}{m}+\frac{1}{p}+1-\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}{\frac{2}{mv}+\frac{1}{p}+1-\sqrt{\left(\frac{1}{p}+1\right)^2-\frac{8}{\pi p}}}\right]$$

۵ - ۴ مقاومت نهائی سیستم :

چنانچه مقادیر هریک از مقاومتهای احتسابی را در رابطه ۱۱ قراردهیم فرمول کلی برای مقاومت سیستم طبق رابطه ۴۲ حاصل خواهد گردید.

$$R=\frac{\rho}{2\pi N l_r l_w}\times\frac{\ln\frac{\lambda_r\delta_r l_r}{2a_r}\ln\frac{\lambda_w\delta_w l_w}{2a_w}-\ln\lambda_{rw}\ln\lambda_{wr}^2}{\frac{\ln\frac{\lambda_r\delta_r l_r}{2a_r\lambda_{rw}}}{Nl_r}+\frac{\ln\frac{\lambda_w\delta_w l_w}{2a_w\lambda_{wr}^2}}{l_w}} \qquad (۴۲)$$

باتوجه بمعادلات بدست آمدهٔ λ ها و δ ها مقادیر هریک ازآنهارا برای آرایش های گوناگونی ازاین سیستم بکمک کامپیوتر حساب کرده و در جداولی آورده‌ایم. با استفاده ازاین جداول و منحنی‌های وابسته ، رابطه ۴ بسادگی قابل محاسبه خواهد گردید.

۵ ـ دقت فرمول‌ها :

با مقایسه رویه‌های هم‌پتانسیل پیشنهادی هرگروه و شکلهای متناظر یک تکه ، هردو فرمول برای مقادیر زیاد N یکی شده و بدینگونه خطای احتمالی فرمولها در وضعیت $N=4$ ظاهر خواهد شد که ذیلاً بمحاسبه تقریب بکار رفته شده دراین حالت میپردازیم :

مقاومت ۴ الکترود میله‌ای واقع درسطح زمین با فرض $v=0.5$ میشود :

$$R_r=\frac{\rho}{8\pi l_r}\left(\ln\frac{l_r}{a_r}+2.093\right)$$ روش پیشنهادی

ازطرفی با استفاده از جمع پتانسیل هرچهار الکترود و محاسبه اندازه میانگین آنها بجواب زیر میرسیم :

$$R_r=\frac{\rho}{8\pi l_r}\left(\ln\frac{l_r}{a_r}+1.932\right)$$ روش میانگین پتانسیل مجموع

بدیهی است که برای مقدار $\frac{l_r}{a_r}=1000$ تقریب فرمول پیشنهادی از ۱٫۷٪ کمتر است.

برای یک حلقه مربعی‌هم دوجواب بصورت زیر بدست میآید :

$$R_w=\frac{\rho}{2\pi l_w}\ln\frac{1.08l_w}{a_w}$$ روش پیشنهادی

$$R_w=\frac{\rho}{2\pi l_w}\ln\frac{1.26l_w}{a_w}$$ روش میانگین پتانسیل مجموع

محقق است که تقریب این فرمول‌هم با مقایسه با فرمول واقعی در حوزه کار از ۲٪ تجاوز نخواهد کرد .

۶ ـ مثال عددی :

یک سیستم دوگروهی با مشخصات زیر در زمینی بمقاومت مخصوص‌ثابت $\rho=100\Omega-m$ درنظر گرفته میشود.

$l_r=1.5m$, $a_r=0.7cm$

$m=7$, $n=4$, $N=40$

$2S=1m$

$L=7m$, $W=4m$, $A=28sqm$

$l_w=67m$, $a_w=1.5m_m$

$l_w=0.5m$, $l_r=1.25m$

$v=0.333$, $p=1.75$, $u_r=1.667$, $u_w=0.015$

با توجه بمقادیر داده شده ، پارامترهای λ و δ خواهند شد :

$\lambda_r=2755.75$ $\delta_r=642.50$ $\lambda_{rw}=16.4432\times10^6$

$\lambda_w=3457.75$ $\delta_w=15978.25$ $\lambda_{wr}=625.02$

دراینصورت مقاومتهای R_3 و R_W و R_4 بترتیب برابر با 5.06Ω ، 6.62Ω و 4.75Ω میگردند.
از جوابهای بدست آمده نتیجه میگردد که :

اولاً : در یک سطح پوششی ۲۸ متر مربعی با ٤٠ الکترود میله‌ای ۱٫۵ متری و ٦٧ متر سیم ، به‌مقاومت کلی ٤٫۷۵ اهم رسیده که دراینصورت بمنظورتهیه زمین مورد لزوم مراکز تلفنی‌بزرگ بطرحهای جامع‌تری نیاز خواهد بود.

ثانیاً : اثر کاهش مقاومت درصورت کاربرد سیمهای مشبک برابر ۱٫٦٪ بوده که گرچه کمک زیادی به‌تقلیل اندازه مقاومت نمی‌نماید ولی بدلایلی که در متن آورده‌ایم ، استفاده ازآنها ضروریست .

منابع مورد استفاده

گزارش‌های ۱ — ۲ — الف و ۳ — ۲ — الف مرکز تحقیقات مخابرات ایران بقلم نگارنده .