"روش نوسانگر معادل برای تحلیل دینامیکی سازه‌های جدا شده از پایه"

سیدرسول میرقادری * ـ فرهاد بهنام‌فر **

چکیده :

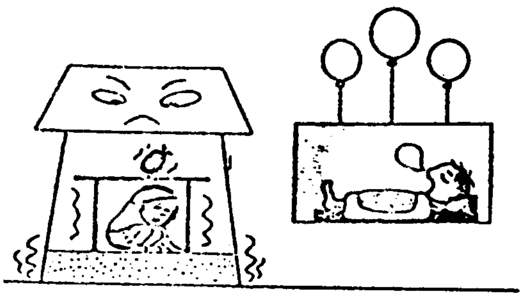
دراین مقاله پس از معرفی مختصر روش جداکردن سازه‌ها برای مبارزه با نیروی مخرب زلزله ، روشی ساده برای تحلیل دینامیکی چنین سازه‌هایی بیان گردیده است . اساس این روش برآ ن است که سازهٔ مورد نظر با نوسانگری دارای یک درجه آزادی جایگزین شود تاآنالیز طیفی آ ن براحتی امکان پذیر گردد . اگرچه این روش برپایهٔ یکی کردن طیف دو سیستم واقعی و معادل بسط داده شده است ، امانشان داده می‌شود که رفتاردو دستگاه از نظر توصیف‌زمانی(۱) حرکت.نیز تا حد زیادی مشابه‌خواهد بود .این روش ابزاربسیار مفیدی در دست طراح برای تصمیم‌گیری اولیه در مورد کاربرد جداسازی سازه بوده و مهمتر آنکه تحلیل طیفی رابه‌عنوان‌یک طریقهٔ ساده ، دقیق‌وعملی ، جانشین روش تقریبی ایستائی معادل برای تحلیل سازه‌هادربرابر زلزله می‌سازد .

۱ ـ مقدمه :

تلفاتی بالغ بر ۱۶۰۰۰۰ نفر در اثر زلزلهٔ مهیبی که‌درسال ۱۹۰۸ درایتالیا رخ داد ، موجب شد که‌اولین مجمع علمی در ارتباط با مقابله باخطرات ناشی‌از زلزله ایجادشود و ظاهرا "درهمین‌مجمع بود که‌در سال ۱۹۰۹ خط مشی‌آیندهٔ مهندسی زلزلهٔ تدوین گردید [۱].متخصصان حاضر در این مجمع به دو جناح تقسیم می‌شدند.دسته‌ای معتقد بودند که باید ساختمانرا توسط یک لایه شن ویا یکرشته غلتک از شالوده‌اش جدا ساخت ، در حالی که گروه دیگر براتصال محکم بین ساختمان‌وشالوده پافشاری می‌کردند . سرانجام این گروه دوم بود که نظر خود را به کرسی نشاندوهمین موضوع اساس تدوین تمام آئین‌نامه‌های زلزله تاکنون بوده است .

اولین آئین‌نامهٔ مدون در موردجداکردن پایهٔ ۲ ساختمانها در سال ۱۹۸۶ درآمریکاارائه شد وتقریبا " از همین سال تعداد سازه‌هایی‌که‌براین‌اساس‌بنامی‌شوند بسرعت افزایش یافت [۲ و ۳] .

اما اصولا "جداکردن‌پایهٔ یکساختمان در برابر زلزله بچه معنی است ؟ قبل از شرح اصل قضیه ، دو حالت حدی آرمانی رادر نظر می‌گیریم . فرض‌کنیم شخصی درون بالنی برفراز سطح‌زمین‌قرار گرفته باشد (شکل a ـ ۱) . اگر در این حال زلزله‌ای روی دهد ، هیچ نیروئی به بالن وشخص مزبور واردنخواهد شد .پس در اینجا با حالت "جدا سازی آرمانی"



شکل a ـ ۱ : فلسفهٔ ایزوله کردن سازه

روبه رو هستیم . حال فرض‌کنیم بنائی باصلبیتی معین به زمین متصل "باشد.این اتصال بنارا مقید می‌سازد که از حرکات زمین پیروی کند . بنابراین هنگام وقوع زلزله این بنا تحت اثر نیرویی که آ نرا به زمین متصل می‌سازد "قرار می‌گیرد (شکلb ـ ۱) ، چون هدف این است‌که ساختمان به زمین متصل بماند. آیا می‌توان بطریقی این نیروی اتصال دهنده را کاهش داد وبه حالت مجزا سازی‌آرمانی نزدیک شد ؟

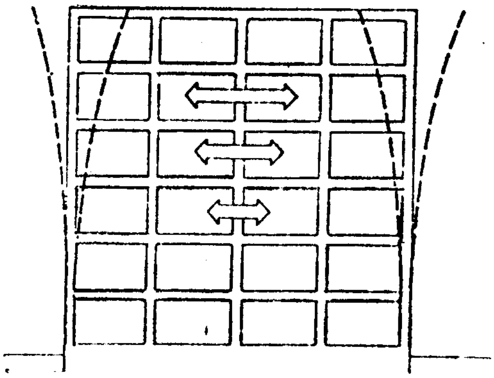
---

* استادیار دانشکده فنی دانشگاه تهران

** کارشناس ارشد سازه از دانشکده فنی دانشگاه تهران

۱ ـ منظور از توصیف زمانی همان تاریخچه می‌باشد .

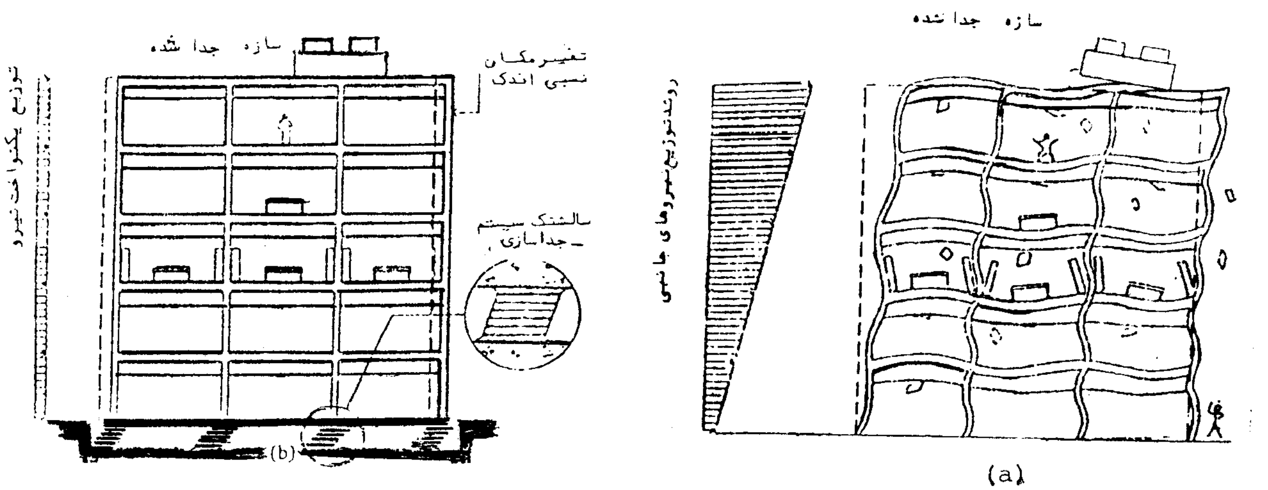
2-Base Isolation



شکل b–۱ : فلسفه‌ایزوله کردن سازه

پاسخ این سوال در" انعطاف پذیر کردن پایه نهفته شده است . انتخاب این راه‌حل به معنی متمرکز کردن شکل‌پذیری [1] اتصالات تیروستون سازهٔ موردنظر در پایهٔ آن است ، وبه عبارت دیگر پرهیز ازآسیب وارده هنگام وقوع یک زلزلهٔ شدید به‌این‌اتصالات ورهایی ازمشکلات اجرایی اتصالات شکل پذیراست . پس باید سازه راتوسط اتصال خاصی بین پایه وشالودهٔ آن از حرکات زمین" جدا " کنیم .

یک‌سیستم جداشدهٔ دینامیکی‌به سیستمی گفته می‌شود که تحت اثر بارهای دینامیکی تکیه گاه آن بصورت مجزا شده عمل کند ، یعنی اتصال آن به تکیه گاهش چیزی مابین کاملا" گیردار وکاملا "آزاد باشد . ازنظر عملی این منظور مثلا " با استفاده ازبالشتکهای‌کشسان ـ جزء [2] واقع در بین کف طبقهٔ همکف ساختمان وشالودهٔ آن تامین می‌گردد .استفاده ازبالشتک‌کشسان ـ جزء به عنوان تکیه گاه انعطاف پذیر زیرسری پلها چیزی است که‌در سدهٔ بیستم‌کاملا " شناخته شده است . با بکارگیری این‌بالشتکها می‌توان هم شتاب حرکتهای وارده به طبقات ساختمان وهم تغییر مکانهای نسبی آنها را بشدت کم کرد (شکل‌های a, b–۲) .



شکل ۲ : شمای رفتاری سازه‌های جدا نشده وجدا شده

1- Ductility   2- Elastomer

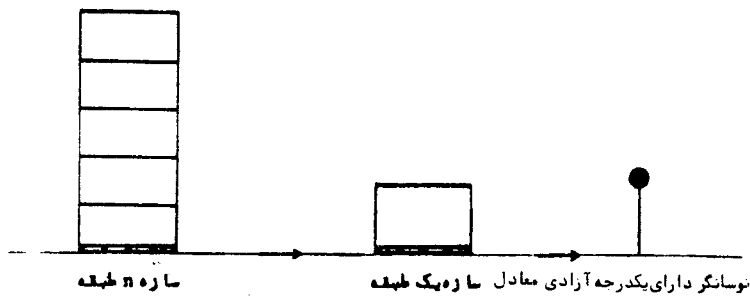
هدف ما ارائه یک روش تقریبی برای ارزیابی سریع مشخصات دینامیکی سازهٔ جدا شده وتغییر مکانهای ماکزیمم آن‌وتعیین حداکثر نیرویی است که باید در طی زلزلهٔ مبنای طرح تحمل کند. این‌موارد عوامل مهمی در مطالعات مرحلهٔ اول‌چنین پروژه‌ای (جدا کردن ساختمان) هستند و چشم طراح را به‌معایب ومزایای طرح می‌گشاید وراه را برای تصمیم گیری درمورد استفاده یا عدم استفاده از جدا سازی هموار می‌کند.

از لحاظ دینامیکی تحلیل یک‌سازه‌با پایهٔ جدا شده با وارد کردن سختی بالشتکهای‌کشسان –جزء در محاسبات صورت می‌گیرد. دراینجا ما اساسا" سازه را به‌صورت برشی الگو سازی می‌کنیم. پس درحالتی که خاک پی‌صلب باشد، برای هرطبقه یک‌درجه وبرای‌یک سازهٔ n طبقه، $n+1$ درجه آزادی (یک‌درجه آزادی اضافی برای تغییر مکان کف) در نظر خواهیم گرفت.

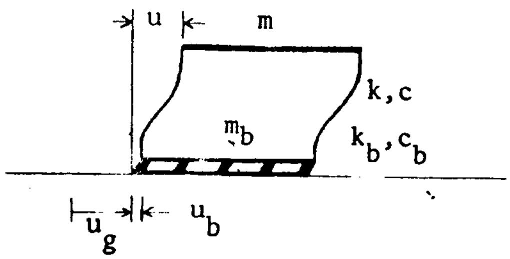
حال درنظر بگیریم که به جای یک دستگاه پیچیدهٔ دارای چندین درجه آزادی، با یک نوسانگردارای یک درجه آزادی روبرو باشیم. با استفاده از روش شبه دینامیکی (آنالیز طیفی) وبا معلوم بودن فرکانس (فراوانی) و نسبت میرایی دستگاه، براحتی می‌توان تغییر مکان‌حداکثر (U_{max}) دستگاه را یافته، با استفاده از آن بوش پایهٔ ماکزیمم را پیدا کرد:

$$V_{omax}=m\,\omega^2 u_{max} \qquad (1)$$

که در فرمول فوق m، جرم نوسانگرو ω، فرکانس (فراوانی) طبیعی آن است. پس‌خیلی ساده می‌توان هدف کار را چنین بیان کرد: " یافتن فرکانس (فراوانی) و نسبت میرایی برای یک دستگاه با یک درجه آزادی معادل‌با دستگاهی دارای n درجه آزادی واقعی". منظور از معادل در اینجا یکی بودن طیف تغییرمکان دو دستگاه است. روش گفته شده را در وهلهٔ اول درمورد یک سازهٔ یک طبقه اعمال می‌کنیم وسپس آن را برای سازهٔ n طبقه تعمیم می‌دهیم (شکل ۳).



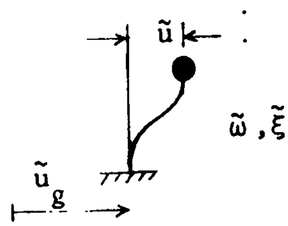
شکل ۳ : نمودار کلی محاسبات مورد نظر



شکل ۴ : مدل تحلیلی سیستم دارای‌دودرجه آزادی

۲ – دستگاه معادل :

مقدمتاً از یک سازهٔ یک طبقه شروع می‌کنیم . این دستگاه دارای دودرجه آزادی u و u_b است (شکل ۴) . مطابق آنچه گفته شد ، دستگاه معادل به‌صورتی که در شکل (۵) نشان داده شده خواهد بود . در اینجا $\tilde{u}$ تغییر مکان معادل است . فعلاً بهتر به‌نظر می‌رسد که تغییر مکان معادلی را ($\tilde{u}_g$) نیز برای حرکت زمین تعریف کنیم ، زیرا که قاعدتاً در دستگاه معادل باید بارگذاری معادل هم داشته باشیم . آیا می‌توان تغییر مکان دستگاه معادل را طوری هدایت نمود که به مقادیر ماکزیمم u و u_b دست یافت ؟ چون مشخصات مکانیکی و دینامیکی دستگاه معادل ثابت است ، پس این اندیشه به‌ذهن خطور می‌کند : باید ضرایب ورودی معادلی برای u_g پیدا کنیم ، به‌طوری که یک بار u_{max} و بار دیگر u_{bmax} نتیجه شود :



شکل ۵ : مدل ریاضی سیستم یک درجه آزاد معادل

$$\begin{matrix} u_{max} \longrightarrow \\ u_{bmax} \longrightarrow \end{matrix} \begin{cases} \tilde{u}_{g1} = A_1 u_g \\ \tilde{u}_{g2} = A_2 u_g \end{cases} \qquad (۲)$$

تا اینجا چندبار از کلمهٔ " معادل " استفاده کردیم و این امر گویای آن است که بهرحال بانوعی " معادل سازی " سروکار داریم ، از آنجائی که برای تحلیل یک دستگاه دینامیکی ابتدا بایستی معادلهٔ تعادل آن رانوشت ، این امر ما را هدایت می‌کند به‌اینکه درنهایت باید دو رابطهٔ تعادل را با هم معادل قرار دهیم . اما معادلهٔ تعادل تحت اثر چه نوع باری ؟

اصولاً گام مهم دربررسی رفتار دینامیکی یک دستگاه ، قرار دادن آن تحت یک بار همساز[1] است . با این روش می‌توان به‌آسانی دستگاه را وادارنمود که رفتار دینامیکی خود را بروز بدهد . از این رو ، فرض می‌کنیم که بارگذاری ناشی ازحرکت زمین وارد بر دستگاه ، یک بارگذاری همساز باشد .

۱ – هارمونیکی

۳ – پارمترهای دستگاه :

۱ – رابطهٔ فرکانس (فراوانی) اصلی وسختی روسازه (دستگاه واقع بربالشتکهای کشسان – جزء) :

$$\omega_o = \left(\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \Longrightarrow k = m\omega_o^2 \qquad (۳)$$

۲ – رابطهٔ نسبت میرایی واستهلاک روسازه :

$$\xi_o = \frac{c}{2(km)^{\frac{1}{2}}} \Longrightarrow c = 2\xi_o m\omega_o \qquad (۴)$$

۳ – رابطهٔ بین فرکانس (فراوانی) سازه جدا شده وسختی جانبی بالشتکها ، با فرض رو سازهٔ صلب .

$$\omega_b = \left(\frac{k_b}{m+m_b}\right)^{\frac{1}{2}} \Longrightarrow k_b = (m+m_b)\omega_b^2 \qquad (۵)$$

۴ – رابطهٔ بین نسبت میرایی واستهلاک بالشتکها با فرض روسازهٔ صلب :

$$\xi_b = \frac{c_b}{2[k_b(m+m_b)]^{\frac{1}{2}}} \Longrightarrow c_b = 2\xi_b(m+m_b)\omega_b \qquad (۶)$$

۵ – جرم کل دستگاه :

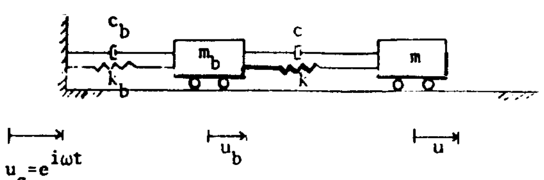
$$M = m+m_b \qquad (۷)$$

۴ – معادلات حرکت دستگاه :

۱ – ۴ – دستگاه واقعی :

* * * * * * * * * *

شکل زیر ، الگوی ریاضی دستگاه موردبررسی را نشان می‌دهد :



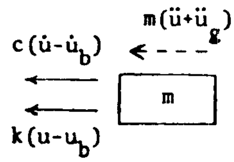
شکل ۶ : حرکت جانبی سیستم دارای دودرجه آزادی

چون رفتاردستگاه‌را برای بارهمساز بررسی می‌کنیم ، فرض می‌کنیم :

$$u_g = e^{i\omega t} \Longrightarrow \ddot{u}_g = -\omega^2 e^{i\omega t} \qquad (۸)$$

باتوجه به مختلط بودن معادلات حرکت ، نوشتن معادلهٔ تعادل یکبار برای جرم m وسپس برای کل دستگاه و استفاده‌از تغییر مکان نسبی جرم m مناسبتر خواهد بود .

الف) معادلهٔ تعادل جرم m :



$$m\ddot{u} + c(\dot{u}-\dot{u}_b)+k(u-u_b) = -m\ddot{u}_g \qquad (۹)$$

تغییر مکان نسبی جرم m را چنین تعریف می‌کنیم :

$$\bar{u} = u-u_b \Longrightarrow u = \bar{u} + u_b \qquad (۱۰)$$

جواب پایداردستگاه را به‌صورت‌زیر در نظر می‌گیریم :

$$u = u_o e^{i\omega t} \Rightarrow \dot{u} = i\omega u \Rightarrow \ddot{u} = -\omega^2 u \Rightarrow$$

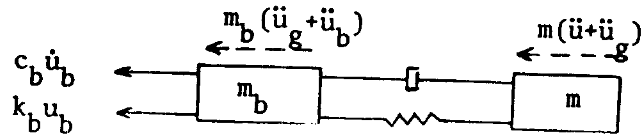
$$\dot{\bar{u}} = \dot{u}-\dot{u}_b = i\omega(u-u_b) = i\omega\bar{u} \qquad (۱۱)$$

$$\ddot{\bar{u}} = \ddot{u}-\ddot{u}_b = -\omega^2(u-u_b) = -\omega^2\bar{u}$$

روابط (۱۰) و (۱۱) را در معادلهٔ (۹) قرارمی‌دهیم . پس‌از ساده کردن خواهیم‌داشت :

$$(\omega_o^2-\omega^2+2i\xi_o\omega_o\omega)\bar{u}-\omega^2 u_b = \omega^2 u_g \qquad (۱۲)$$

ب) معادلهٔ تعادل کل دستگاه :



$$m\ddot{u} + m_b\ddot{u}_b + c_b\dot{u}_b + k_b u_b = -M\ddot{u}_g$$

معادلات (۱۱) رادر رابطهٔ فوق می‌گذاریم وعبارت حاصل‌را ساده می‌کنیم :

$$(-m\omega^2)u+(M\omega_b^2+2i\xi_b M\omega_b\omega-m_b\omega^2)u_b = M\omega^2 u_g \qquad (۱۳)$$

بجای u از معادلهٔ (۱۰) در رابطهٔ (۱۳) قرار می‌دهیم :

$$(-m\omega^2)\bar{u}+(M\omega_b^2+2i\xi_b M\omega_b\omega-m_b\omega^2-m\omega^2)u_b = M\omega^2 u_g \qquad (۱۴)$$

بجای $\omega^2 u_g$ درسمت‌راست تساوی (۱۴) ، از معادلهٔ (۱۲) قرار می‌دهیم :

$$(-m\omega^2)\bar{u} + (M\omega_b^2+2i\xi_b M\omega_b\omega-m_b\omega^2-m\omega^2)u_b =$$

$$(M\omega_o^2+2i\xi_o M\omega_o\omega-M\omega^2)\bar{u}-(M\omega^2)u_b \Longrightarrow$$

$$(M\omega_b^2+2i\xi_b M\omega_b\omega)u_b = (M\omega_o^2-m_b\omega^2+2i\xi_o M\omega_o\omega)\bar{u} \Longrightarrow$$

(۱۵)

$$[(\frac{\omega_b}{\omega})^2+2i\xi_b(\frac{\omega_b}{\omega})]\ u_b = [(\frac{\omega_o}{\omega})^2-\frac{m_b}{M}+2i\xi_o(\frac{\omega_o}{\omega})]\ \bar{u}$$

$$\begin{cases} \bar{u} = \dfrac{A}{B}u_b \\ A = (\dfrac{\omega_b}{\omega})^2 + 2i\xi_b(\dfrac{\omega_b}{\omega}) \\ B = (\dfrac{\omega_o}{\omega})^2-\dfrac{m_b}{M} + 2i\xi_o(\dfrac{\omega_o}{\omega}) \end{cases} \qquad (۱۶)$$

حال معادلات (۱۶) را در رابطهٔ (۱۴) می‌گذاریم :

پس : $(-m\omega^2)\bar{u} + (M\omega_b^2 + 2i\xi_b M\omega_b\omega-M\omega^2)u_b = M\omega^2 u_g$

(۱۷)

$$[1+2i\xi_b(\frac{\omega}{\omega_b})-(\frac{\omega}{\omega_b})^2-\frac{m}{M}(\frac{\omega}{\omega_b})^2\frac{A}{B}]u_b = (\frac{\omega}{\omega_b})^2 u_g$$

اگر نسبت $\frac{A}{B}$ را از روابط (۱۶) محاسبه کنیم ، ضریب u_b در معادلهٔ (۱۷) به دو قسمت حقیقی و موهومی تقسیم خواهد شد .

۲ ـ ۴ ـ دستگاه معادل :

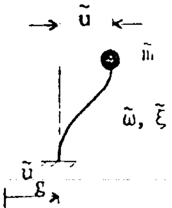
معادلهٔ‌حرکت نوسانگردارای‌یک‌درجه‌ا زادی‌معادل :

$$\tilde{m}\,\ddot{\tilde{u}} + \tilde{c}\,\dot{\tilde{u}} + \tilde{k}\,\tilde{u} = -\tilde{m}\,\ddot{\tilde{u}}_g \qquad (۱۸)$$

با فرض حرکت همساز وباجایگذاری پارامترها خواهیم داشت :

$$(\tilde{\omega}^2 + 2i\tilde{\xi}\tilde{\omega}\,\omega - \omega^2)\tilde{u} = \omega^2\tilde{u}_g \quad \Longrightarrow$$

$$[1+2i\tilde{\xi}(\frac{\omega}{\tilde{\omega}}) - (\frac{\omega}{\tilde{\omega}})^2]\,\tilde{u} = (\frac{\omega}{\tilde{\omega}})^2\,\tilde{u}_g \qquad (۱۹)$$



شکل ۷ : حرکت جانبی دستگاه دارای یک درجه آزادی معادل

از مقایسهٔ معادلات (۱۷ و (۱۹) چنین برمی‌آیدکه u_b و $\tilde{u}$ تنها درصورتی معادلند که ضرایب متناظرشان مساوی هم باشند ، یعنی عبارات داخل کروشه در این دو معادله یکی باشند .این دو عبارت هر دو شامل یک جزء حقیقی و یک جزء موهومی هستند .

از مساوی قرار دادن اجزاء حقیقی آنها ، $\tilde{\omega}$ (فرکانس معادل)و از برابر قرار دادن اجزاء موهومی ، $\tilde{\xi}$ (نسبت میرایی معادل) به‌دست می‌آید . اما در این روابط مجهول دیگری نیز موجود است ، و آن فرکانس (فراوانی) ω برای حرکت همساز فرضی زمین می‌باشد .

برای تعیین این مجهول کافی است فلسفهٔ روش معادل سازی را مرور کنیم : درآنجا خواستیم طیف دستگاه های حقیقی و معادل را یکی کنیم ومی‌دانیم که مقادیر طیفی (یا همان مقادیر ماکزیمم واکنش) در حالت تشدید به‌دست می‌آیند . بنابراین منطقی است که فرض کنیم : $\omega = \tilde{\omega}$.

۵ ــ محاسبهٔ مشخصات دستگاه معادل :

۱ ــ ۵ : محاسبه فرکانس (فراوانی) معادله :

از مساوی قرار دادن اجزاء حقیقی ضرایب u_b و $\tilde{u}$ در معادلات (۱۷) و (۱۹) ،فرکانس (فراوانی) معادل به‌دست می‌آید :

$$\tilde{\omega}^2 = \frac{\omega_o^2}{2+4(\frac{\omega_o}{\omega_b})^2}\left\{\frac{M}{m_b}(\frac{\omega_o}{\omega_b})^2 + \frac{m}{m_b} + 2 - \left[(\frac{M}{m_b})^2(\frac{\omega_o}{\omega_b})^4 + 2(\frac{Mm}{m_b^2} - \frac{2M}{m_b})(\frac{\omega_o}{\omega_b})^2 + (\frac{m}{m_b})^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \qquad (۲۰)$$

۲ ــ ۵ ــ محاسبهٔ نسبت میرایی معادل :

مشابه با قسمت قبل ، جزءهای موهومی روابط (۱۷) و (۱۹) رامساوی قرار می‌دهیم واز آنجا نسبت میرایی معادل را محاسبه می‌کنیم :

$$= \xi_b(\frac{\tilde{\omega}}{\omega_b}) + \frac{\xi_o(\frac{\omega_o}{\tilde{\omega}}) - \xi_b[(\frac{\omega_o}{\tilde{\omega}})^2 - \frac{m_b}{M}](\frac{\tilde{\omega}}{\omega_b})}{(\frac{\omega_o}{\tilde{\omega}})^4 + (4\xi_o^2 - \frac{2m_b}{M})(\frac{\omega_o}{\tilde{\omega}})^2 + (\frac{m_b}{M})^2}(1 - \frac{m_b}{M}) \qquad (۲۱)$$

۳ ــ ۵ ــ محاسبهٔ ضریب ورودی معادل برای محاسبهٔ u_b :

از مقایسهٔ سمت راست معادلات (۱۷) و (۱۹) خواهیم داشت :

$$\tilde{u}_g = (\frac{\tilde{\omega}}{\omega_b})^2\,u_g \quad \Longrightarrow \quad F = (\frac{\tilde{\omega}}{\omega_b})^2 \qquad (۲۲)$$

F ضریب ورودی معادل برای محاسبهٔ u_b می‌باشد .

۴ ــ ۵ ــ رابطهٔ بین u_b و u :

از معادلهٔ (۱۰) داریم :

$$u = u_b + \tilde{u}$$

بجای $\tilde{u}$ از رابطهٔ (۱۶) قرار می‌دهیم :

$$u = u_b + \frac{A}{B}u_b = (1+\frac{A}{B})u_b \qquad (۲۳)$$

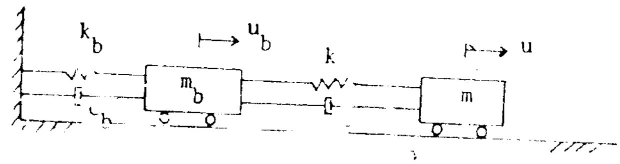
قدر مطلق عبارت $\frac{A}{B}$ را با توجه به معادلهٔ (۱۰) محاسبه کرده در رابطهٔ (۲۳) قرار می‌دهیم . سرانجام خواهیم داشت :

$$u = (1+\frac{\omega_b^2}{\omega_o^2 - \frac{m_b}{M}\tilde{\omega}^2})\,u_b \qquad (۲۴)$$

بنابراین پس از محاسبهٔ u_b، با استفاده از رابطهٔ (۲۴) براحتی می‌توان u را نیز محاسبه نمود.

۶ ـ محاسبهٔ فرکانس‌های (فراوانیهای) ارتعاش طبیعی دستگاه واقعی:

بمنظور مقایسهٔ عددی، لازم است فرکانس هـــای (فراوانیهای) طبیعی دستگاه شکل زیر را با استفاده از معادلهٔ مشخصهٔ آن بدست آوریم:



شکل ۸: ارتعاش آزاد دستگاه دارای دو درجه آزادی

بدین منظور معادلات تعادل جرمهای m و m_b را می‌نویسیم و در ترمینان ضرایب دستگاه حاصل را مساوی صفر قرار می‌دهیم. خواهیم داشت:

$$\omega_1 = \left\{ \frac{M}{2m_b}(\omega_o^2+\omega_b^2) \left[1-\sqrt{1-4-\frac{m_b}{M}\left(\frac{\omega_o\omega_b}{\omega_o^2+\omega_b^2}\right)^2}\,\right]\right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (۲۵)$$

۷ ـ محاسبهٔ نسبت میرایی دستگاه واقعی:

روشی که در این قسمت به‌کار می‌بریم، روش انرژی [۴] است.

طبق قضیهٔ همیلتن، انرژی ارتعاشی تلف شدهٔ یک دستگاه در یک دورهٔ تناوب برابر با کار نیروهای غیر پتانسیلی (میرایی و نیروهای خارجی) است. چون در اینجا نیروی خارجی وجود ندارد (حالت ارتعاش آزاد)، انرژی تلف شدهٔ W شکل زیر را به خود خواهد گرفت:

$$W = \int_0^T c(\dot u-\dot u_b)\,d(u-u_b) + \int_0^T c_b\dot u_b\,du_b \qquad (۲۶)$$

از طرف دیگر انرژی تلف شده در همین دور برابر است با تفاضل انرژی های ماکزیمم جنبشی در دو دور پشت سرهم:

$$P = \frac{1}{2}\Sigma\, m_i v_i^2 = \frac{1}{2}\Sigma\, m_i\dot u_i^2$$

$$\Delta P = \frac{1}{2}\Sigma\, m_i\dot u_{i1}^2 - \frac{1}{2}\Sigma\, m_i\dot u_{i2}^2 = \frac{1}{2}\Sigma\, m_i(\dot u_{i1}^2-\dot u_{i2}^2) \qquad (۲۷)$$

از طرفی:

$$\frac{u_{i1}}{u_{i2}} = 1+2\pi\xi \qquad (۲۸)$$

با گذاردن رابطهٔ (۲۸) در رابطهٔ (۲۷) خواهیم داشت:

$$\xi_j = \frac{W}{4\pi L} \qquad (۲۹)$$

که در آن $L=\frac{1}{2}\Sigma m_i u_{i2}^2$ و W از رابطهٔ (۲۶) به‌دست می‌آید. ξ_j نسبت میرایی در شکل طبیعی ارتعاشی j ام می‌باشد.

اگر با فرض حرکت همساز برای جواب حالت پایدار u و u_b رابطهٔ (۲۹) را بسط دهیم، رابطه محاسبهٔ ξ_j به‌شکل زیر درخواهد آمد:

$$\xi_j(Z^*) = \xi_o\left(\frac{\omega_o}{\omega}\right)(u-u_b)^2+\xi_b\left(\frac{\omega_b}{\omega_j}\right)(1+\mu_b)u_b^2 \qquad (۳۰)$$

$$Z^* = \mu_b u_b^2 + u^2$$

برای حالت $j=1$، یعنی در شکل طبیعی اول، مقادیر شکلها برابرند با:

$$\begin{cases} u = 1 \\ u_b = 1-\left(\frac{\omega_1}{\omega_o}\right)^2 \end{cases} \qquad (۳۱)$$

با استفاده از روابط (۳۰) و (۳۱) می‌توان نسبت میرایـــی دستگاه را در شکل طبیعی اول محاسبه نمود.

۸ ـ دستگاه دارای n درجه آزادی:

تا اینجا کلیهٔ روابطی که به‌دست آوردیم مربوط به دستگاه شکل ۴ می‌شود. حال سؤال این است: چگونـــه می‌توان این روابط را برای سازه‌های با n درجه آزادی نیز به کار برد؟ اگر جرم m در شکل ۴ را نمایندهٔ روسازهٔ یک دستگاه با n درجه آزادی در نظر بگیریم، پاسخ دادن به این سؤال بسیار ساده خواهد بود.

در یک شکل طبیعی ارتعاشی، جرم m را می‌توان

جرم موثر دستگاه درآن شکل طبیعی تعریف نمود .

برای یک روسازهٔ n طبقه‌ای (بافرض پایهٔ ثابت) n شکل طبیعی ارتعاشی موجود خواهد بود وداریم [۴] :

$$m_j^* = \frac{(\Sigma m_i \phi_{ij})^2}{\Sigma m_i \phi_{ij}^2} \qquad (۳۲)$$

در رابطهٔ فوق ، m_j جرم موثروسازه در شکل طبیعی ارتعاشی jام روسازه می‌باشد .

بنابراین بافرض غالب بودن شکل طبیعی اول در ارتعاش سیستم ، از جرم موثر شکل طبیعی اول $(m=m_1^*)$ استفاده می‌کنیم وخواهیم داشت : (فرض ــ جرم تمام طبقات وپایه مساوی m_o می‌باشد) .

$$m = M - m_b \;,\quad \frac{m_b}{M} = \frac{m_o}{(n+1)m_o} = \frac{1}{n+1}$$

$$\mu_b = \frac{m_b}{m} = \frac{m_o}{nm_o} = \frac{1}{n}$$

برای سازه‌های "منظم" n طبقه‌ای داریم :

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 0.1\,n \Rightarrow \omega_o = \frac{2\pi}{0.1n} = \frac{20\pi}{n} \simeq \frac{60}{n}$$

بنابراین با فرضیات فوق ، صرفنظر از تعداد درجات آزادی دستگاه ،هنوز هم می‌توان روابط ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۵، ۳۰ و ۳۱ را به‌کاربرد. بعداز محاسبهٔ u و u_b برش پایهٔ نوسانگر معادل از فرمول زیر به‌دست می‌آید :

$$V_o = \omega_o^2 m_1^*(u-u_b) \qquad (۳۳)$$

همچنین تغییرمکان طبقات مختلف چنین محاسبه می‌شود [۶] :

$$u_j = (u-u_b)\phi_{j1}\frac{\Sigma m_i\phi_{i1}}{\Sigma m_i\phi_{i1}^2} + u_b \qquad (۳۴)$$

۹ ــ مقایسهٔ عددی فرکانس‌های (فراوانیها) ونسبتهای میرایی حاصل ازروابط مختلف .

۱ ــ ۹ ــ مفروضات :

1) $\xi_o = 0.04$ - میرایی روسازه در شکل طبیعی اول

2) $\omega_b = 1.5\,,\,3\,,\,4.5\,,\,6$ rad/sec
(مقدار توصیه شده [۵] : ω_b = ۳)

3) $\xi_b = 0.05\,,\,0.1\,,\,0.15$

4) $\omega_o \simeq \frac{60}{n} = 6,10,15,30,60$

5) $m_b = m_i\,,\quad i=1,n \implies \frac{M}{m_b} = n+1 = 11\,,\,7\,,\,5\,,\,3\,,\,2$

۲ ــ ۹ ــ نتایج :

نتایج نشان‌دهندهٔ آن هستند که فرکانس (فراوانی) نوسانگر معادل بافرکانس (فراوانی) شکل طبیعی اول دستگاه واقعی عملا "تفاوتی ندارد . این موضوع درمورد نسبتهای میرایی نیز صادق است (جدول ۱) .

نتایج مزبور مستقل از مقدار میرایی بالشتکها هستند .

جدول ۱ : مقادیر برحسب ۳ و ۱/۵ = ω_b و ۰/۰۵ = ξ_b

ω_o	ω_1 (معادلهٔ مشخصه)		$\tilde{\omega}$		$\tilde{\xi}$		$\tilde{\xi}$ (روش انرژی)	
	1.5	3	1.5	3	1.5	3	1.5	3
6.00	1.459	2.703	1.459	2.704	0.047	0.040	0.047	0.040
7.50	1.474	2.804	1.474	2.805	0.048	0.043	0.048	0.043
10.00	1.486	2.889	1.486	2.890	0.049	0.045	0.049	0.046
15.00	1.494	2.953	1.494	2.953	0.049	0.048	0.050	0.048
30.00	1.499	2.990	1.499	2.990	0.050	0.050	0.050	0.050
60.00	1.500	2.998	1.500	2.998	0.050	0.050	0.050	0.050

۱۰ ـ تحلیل دینامیکی :

۱ ـ ۱۰ ـ داده‌های کلی :

از ثبت مولفهٔ N-S زلزله ال‌سنتروی ۱۹۴۰ برای ۶ ثانیهٔ اول آن به‌فواصل زمانی ۰/۰۲ ثانیه استفاده شده است. با اینکه اساس کار معادل سازی بویکی بودن طیف دو دستگاه معادل و واقعی استوار است، اما در اینجا تاریخچه رفتاری دو دستگاه را نیز مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای حل دستگاه معادل از روش انتگرال‌دوهامل‌برای دستگاههای دارای یک درجه آزادی استفاده شده ودر مورد دستگاه واقعی از انتگرال دوهامل‌وآنالیز مودال .برای هر سازه درهر مرحلهٔ زمانی تغییرمکانهای‌هر طبقه وبرش پایه وتوزیع برش در ارتفاع سازه محاسبه‌شده‌است .این‌سازه‌ها‌به‌صورت‌برشی‌الگوسازی شده‌اند. مشخصات دینامیکی سیستم معادل نیز از فرمول های مورد بحث در این مقاله به‌دست آمده‌اند.

همچنین‌فرض‌شده‌که‌فرکانس (فراوانی) ارتعاش جانبی بالشتکها، ۲ رادیان برثانیه باشد.

داده‌های‌لازم‌برای سه مثال حل شده، در جدول ۲ خلاصه‌شده است.

۲ ـ ۱۰ ـ نتایج (جداول ۳ تا ۵)

نتایج مهمی که‌گرفته می‌شودبه شرح زیر می‌باشد :

جدول ۲. داده‌های لازم برای سه مثال حل شده.

الف ـ ساختمان ۴ طبقه

طبقه	$I(Cm^4)$	h(Cm)	$m(kg.sec^2/Cm)$
Base	4×10^3	150	1500
1	5.1×10^6	400	"
2	"	"	"
3	"	"	"
4	"	"	"

وزن ساختمان = $(5\times1500)\times981 = 7.5\times10^6$ Kg

ب ـ ساختمان ۷ طبقه

طبقه	$I(Cm^4)$	h(Cm)	$m(Kg.sec^2/Cm)$
Base	6.4×10^3	150	1500
1	6.3×10^6	400	"
2	"	"	"
3	"	"	"
4	"	"	"
5	"	"	"
6	"	"	"
7	"	"	"

وزن ساختمان = $(8\times1500)\times981 = 1.2\times10^7$ Kg

پ ـ ساختمان ۱۰ طبقه

طبقه	$I(Cm^4)$	h(Cm)	$m(kg.sec^2/Cm)$
Base	8.6×10^3	150	1500
1	8.3×10^6	360	"
2	5.6×10^6	"	"
3	"	"	"
4	"	"	"
5	2.8×10^6	"	"
6	"	"	"
7	"	"	"
8	1.9×10^6	"	"
9	"	"	"
10	"	"	1000

وزن ساختمان = $(10\times1500+1000)\times981 = 1.6\times10^7$ Kg

جدول ۳ : تغییر مکانهای ماکزیمم سازه‌های جدا شده وجدانشده

تعداد طبقات	u_{bmax} (جدا شده) Cm	u_{nmax} (جدا شده) Cm	u_{1max} (جدانشده) Cm	u_{nmax} (جدا نشده) Cm	Δu(Cm) جدا شده Cm	جدانشده Cm
4	20.48	21.10	2.35	6.64	0.62	4.29
7	19.91	21.36	2.16	10.95	1.45	8.79
10	19.27	21.93	1.26	18.80	2.66	17.54

جدول ۴ : برش پایه‌ٔ ماکزیمم سازه‌های جدا شده و جدانشده

تعداد طبقات	وزن سازه (kg)		ماکزیمم برش پایه (kg)		V_o/W		برش جدا نشده به برش جدا شده
	شده	نشده	شده	نشده	شده	نشده	
4	7.5×10^6	6.0×10^6	5.0×10^5	5.0×10^6	0.07	0.83	11.9
7	1.2×10^7	1.0×10^7	8.6×10^5	5.0×10^6	0.07	0.50	7.1
10	1.6×10^7	1.4×10^7	1.1×10^6	6.0×10^6	0.07	0.43	6.1

جدول ۵ : جرم موثر شکل طبیعی اول سازه‌های جدا شده و جدا نشده

تعداد طبقات	جرم سازه		جرم موثر		m_1^*/M	
	شده	نشده	شده	نشده	شده	نشده
4	7500	6000	7500	5360	1	0.89
7	12000	10500	12000	9050	1	0.86
10	16000	14500	16000	10600	1	0.73

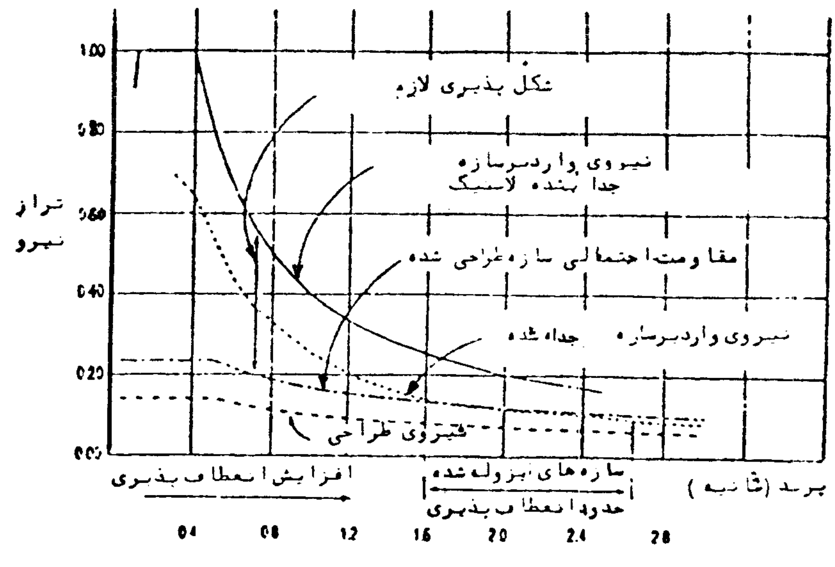
۱) روسازهٔ جداشده در همهٔ حالات عملاً بصورت جسم صلب رفتار کرده‌است .

۲) در ارتعاش سازهٔ جداشده اساساً شکل طبیعی اول دخالت دارد در صورتی که در سازه‌های جدانشده درصد شرکت پذیری شکل طبیعی بالاتر با افزایش ارتفاع، ساختمان زیاد می‌شود . پس استخراج مشخصات دستگاه معادل با فرض غالب بودن شکل طبیعی اول در ارتعاش دستگاه واقعی، عمل مناسبی بوده است .

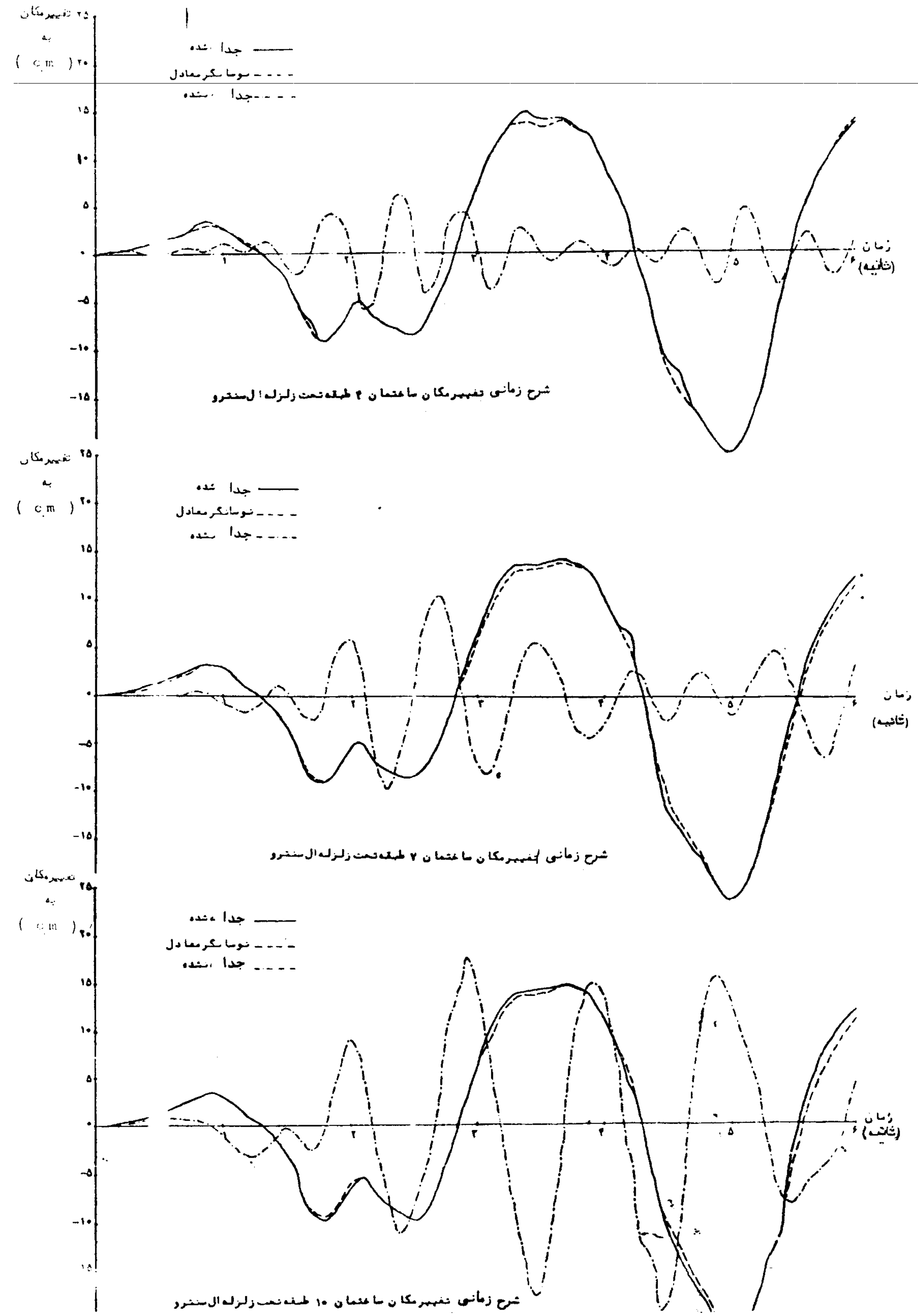
۳) برش پایه در یک سازه جدانشده با رفتار کشسان بسیار بیشتر از حدود آئین‌نامه‌ای است . این امر بدین دلیل است که آئین‌نامه‌ها همواره مقداری تغییر شکل خمیری در عناصر باربر سازه در اثر زلزله‌های شدید پیش بینی می‌کنند . در این صورت دیگر رفتار سازه کشسان نبوده و تراز نیروی برشی بخاطر کم شدن سختی سازه شدیداً " کاهش می‌یابد . این موضوع در شکل ۹ به طرز واضح تری نشان داده شده است [۲] .

منحنی بالایی در این شکل بطور شماتیک نیروی وارد بر یک سازه با رفتار کشسان ناشی از زلزله را نشان می‌دهد . پائین ترین منحنی معرف نیرویی است که طبق آن یک سازه بنا به مقررات آئین نامهٔ UBC باید طراحی گردد و منحنی بالای آن مقاومت نهایی احتمالی سازه‌ای را که طبق این مقررات طراحی شده نشان می‌دهد . مقاومت نهایی سازه بنا بر ضرایب اطمینان موجود در محاسبه، می‌تواند تا ۲ برابر مقاومت محاسباتی باشد . اختلاف موجود بین بزرگترین نیروی وارده حاصل از تحلیل کشسان و حد جاری شدن عناصر مقاوم، نشان می‌دهد که قسمتی از انرژی زلزله باید توسط تغییر شکل‌های غیرارتجاعی (شکل‌پذیری) عناصر سازه‌ای جذب گردد .

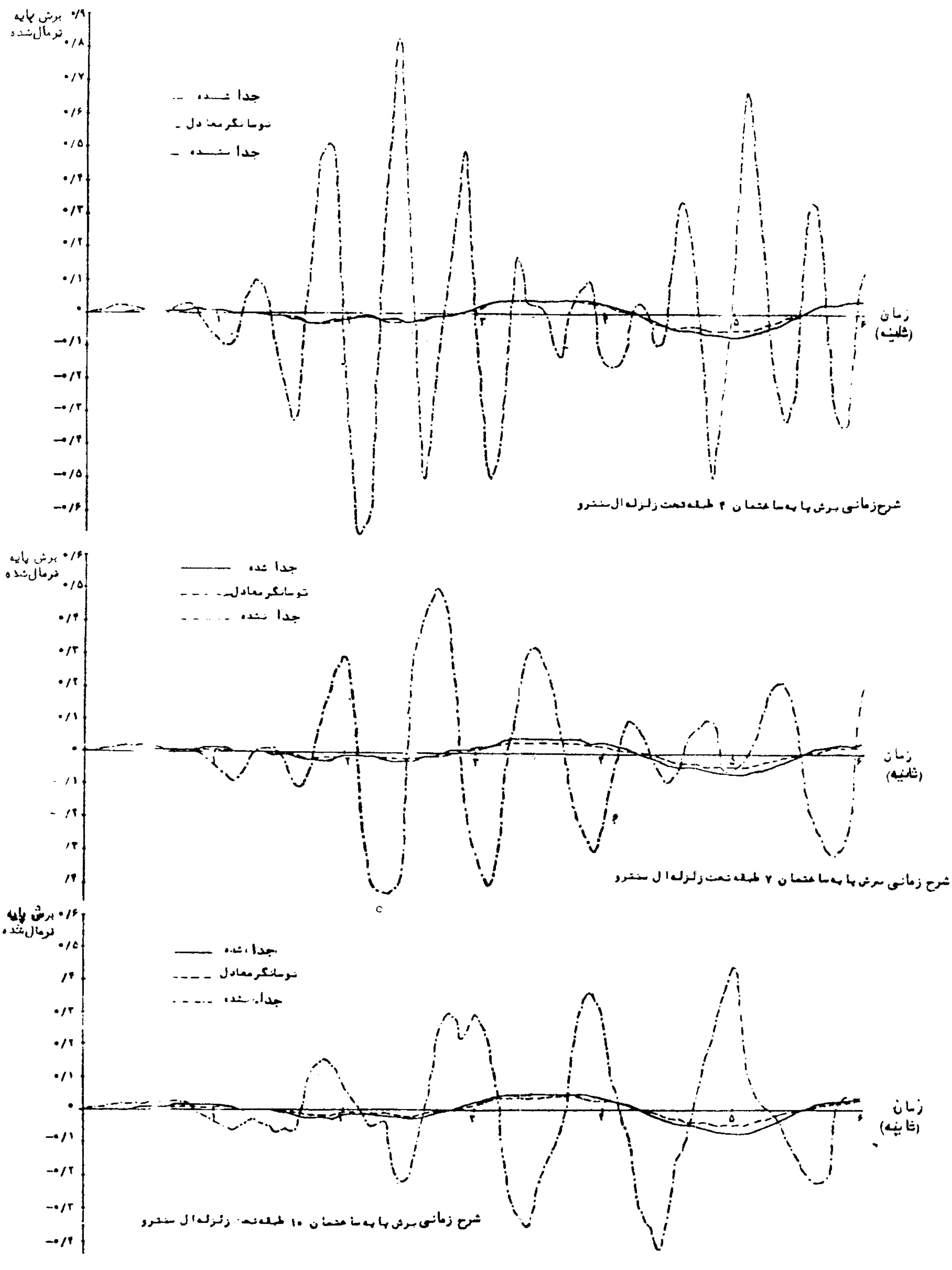
وقتی که یک ساختمان جدا می‌شود، ماکزیمم نیروی ارتجاعی بخاطر افزایش دورهٔ تناوب سازه کاهش می‌یابد . طبق شکل، در محدودهٔ دوره‌های تناوب ساختمانهای جدا شده، مقاومت حد جاری شدن ساختمان تقریباً "مساوی است با ماکزیمم نیرویی که توسط زلزله به‌سازه وارد می‌شود . بنابراین میزان شکل پذیری لازم برای عناصر باربر یک سازهٔ جدا شده خیلی کم و یا صفر خواهد بود . بنابراین سازه حتی در یک زلزلهٔ شدید هم کشسان رفتار خواهد کرد . اما در مورد سازهٔ جدا نشده حتماً " باید تغییر شکل خمیری (خرابی) رخ دهد تا نیروی برشی آن به حدود حشتناکی مثل $0/8W$ نرسد .



شکل ۷ ـ ۲ : نمودار نیروهای نسبی وارد برسازه‌های جدا نشدهٔ ارتجاعی وسازه‌های جدا شده


تغییرمکان به (cm)
جدا شده
نوسانگر معادل
جدا نشده
زمان (ثانیه)
شرح زمانی تغییرمکان ساختمان ۴ طبقه تحت زلزله السنترو
شرح زمانی تغییرمکان ساختمان ۷ طبقه تحت زلزله السنترو
شرح زمانی تغییرمکان ساختمان ۱۰ طبقه تحت زلزله السنترو

شکل ۱۰



برش پایه نرمال‌شده
جدا شده
نوسانگر معادل
جدا نشده
زمان (ثانیه)
شرح زمانی برش پایه ساختمان ۴ طبقه تحت زلزله ال سنترو
برش پایه نرمال‌شده
جدا شده
نوسانگر معادل
جدا نشده
زمان (ثانیه)
شرح زمانی برش پایه ساختمان ۷ طبقه تحت زلزله ال سنترو
برش پایه نرمال‌شده
جدا شده
نوسانگر معادل
جدا نشده
زمان (ثانیه)
شرح زمانی برش پایه ساختمان ۱۰ طبقه تحت زلزله ال سنترو

شکل ۱۱

جدول ۶

تعداد طبقات	حداکثر برش پایه Kg		حداکثر تغییرمکان سقف Cm		حداکثر تغییرمکان کف Cm	
	معادل	حقیقی	معادل	حقیقی	معادل	حقیقی
4	0.4×10^{6}	0.5×10^{6}	21.06	21.10	20.73	20.48
7	0.7×10^{6}	0.86×10^{6}	20.88	21.36	19.89	19.91
10	0.8×10^{6}	0.11×10^{7}	21.63	21.93	19.63	19.27

۴) در بررسی‌های بعمل آمده مشاهده شده است که در یک سازهٔ جدا شده، نیروی وارد به تمام طبقات (توزیع برش در ارتفاع سازه) تقریباً" یکی می‌باشد. این مطلب خود نتیجه‌ای ازحرکت جسم صلب روسازه می‌باشد.

۵) مقایسهٔ نیروها وتغییر مکانهای حاصل از تحلیل دستگاه‌های معادل وواقعی (جدول ۶)

طبق جدول‌فوق دقت‌نتایج تغییر مکان عالی است و در مورد برش هم درحد خوبی می‌باشد. برش پایهٔ بدست آمده درحدود ۸۰٪ مقدار دقیق است.

۶) شرح تغییر مکان و برش:

در شکل های ۱۰ و ۱۱، بترتیب شرح زمانی تغییر مکان و برش سه سیستم جدا نشده، جدا شده و معادل آورده شده است.

ویژگی مهم این شکلها آن استکه رفتار یک سازهٔ جداشده را اساساً" مستقل از تعداد طبقات آن و وابسته به سختی دستگاه جداسازی نشان‌می‌دهد. دیگر آنکه دستگاه معادل حتی‌درشرح زمانی‌حرکت نیز با سیستم واقعی‌هماهنگی دارد. همچنین میزان برش پایه وسرعت تغییر مکانهای سازهٔ جداشده نسبت به‌سازهٔ معمولی، شدیداً" کاهش می‌یابد.

۱۱ ــ مرحله بندی روش:

۱) برای سازهٔ مورد نظر فرکانس (فراوانی) شکل طبیعی اول روسازه ω وشکل طبیعی‌شکل اول آن $(\phi i1)$ را با استفاده‌از رابطهٔ تقریبی $\omega_o = \frac{60}{n}$ (n= تعداد طبقات سازه و $i=1$ و ... و n) و روش دستی هولزر[۴] محاسبه می‌کنیم.

۲) با توجه به‌نوع سازه، مقداری برای نسبت میرایی ξ_o آن انتخاب می‌کنیم.

۳) نسبت جرم‌کل‌سازه‌به‌جرم پایه ($\frac{M}{m_b}$)، نسبت جرم‌روسازه‌به‌جرم پایه ($\frac{m}{m_b}$) و جرم موثر شکل‌طبیعی اول را بدست می‌آوریم.

۴) فرکانس (فراوانی) حرکت جانبی بالشتک‌های کشسان ــ جزء ومیرایی‌آنها را از روابط (۵) و (۶) به‌دست می‌آوریم. مقادیر $\xi_b=0.1, \omega_b=3$ rad/sec متداولتر است [۵].

۵) فرکانس(فراوانی)نوسانگر معادل ومیرایی آنرا از روابط (۲۰) و (۲۱) محاسبه می‌کنیم.

۶) با استفاده از طیف طرح سیستم های یک درجه آزاد که توسط آئین‌نامهٔ زلزله معرفی گردیده وباداشتن مقادیرفرکانس (فراوانی) ونسبت میرایی، واکنش ماکزیمم سیستم را به‌دست می‌آوریم.

۷) بابکارگیری‌رابطهٔ ۲۲، ضریب تحریک معادل برای محاسبهٔ تغییر مکان ماکزیمم پایهٔ سازه را محاسبه می‌کنیم.

۸) ضریب حاصل‌از بند ۷ را در واکنش حاصل از بند ۶ ضرب می‌کنیم‌تاحداکثر تغییر مکان پایه (u_b) بدست آید.

۹) با استفاده‌از معادلهٔ (۲۴)، حداکثر تغییر مکان روسازه (u) را نیز به‌دست می‌آوریم.

۱۰) بابکارگیری رابطهٔ (۳۴)، تغییر مکان هریک از طبقات سازه‌را محاسبه می‌کنیم.

۱۱) سرانجام با استفاده از فرمول (۳۳) می‌توان برش پایهٔ سازه (= برش در تراز روی پایه) را بدست آورد وباتوجه به‌حرکت‌نزدیک به‌جسم‌صلب‌روسازه، آنرا به‌نسبت جرم طبقات در ارتفاع روسازه توزیع نمود.

۱۲ ــ تلخیص ونتیجه گیری :

به‌منظور تحلیل شبه دینامیکی (آنالیز طیفی) یک دستگاه سازه‌ای با n درجه آزادی ، مشخصات دینامیکی یک نوسانگر دارای یک درجه آزادی معرفی شد ، طوری که طیف تغییر مکان هر دو دستگاه تقریبا " یکی‌باشد . همچنین نشان داده شد که با استفاده‌از این دستگاه دارای یک درجه آزادی معادل ، براحتی می‌توان مقادیری را که در طراحی یک سازه‌ٔ جدا شده موردنیازندیعنی‌تغییر مکان پایه ، تغییر مکان سقف و برش پایه را بادقت بسیار خوبی محاسبه نمود . این‌کار را می‌توان بطور دستی وبا استفاده‌ازطیف طرح زلزله به انجام رساند . محدودیت این روش فرض الگوی رفتاری برشی برای سازه است که درمورد دستگاه‌های باکف صلب ، که مرکز ثقل آنها برمرکز صلبیت دستگاه جداسازی منطبق است ، صادق می‌باشد .

۱۳ ــ فهرست منابع :

1- Aseismic Base Isolation :Review and Bibliography; prof. James M.Kelly, Soil Dynamics and Earthquake Engineering,No.3,1986.

2- PCI Dournal/May-June 1988(24-55).

3- Journal of Structural Engineering, ASCE, 1990 (925-938).

4- Dynamics of Structures ;Clough and penzien(64-68).

5- Optimum characteristics of Isolated Structures ;M.C.Constantinou and I.G. Tadqbakhshı,Journal of Structural Engineering ,ASCE 111,1985.

6- Dynamics of soil-Base-Isolated-Structur Systems: 1.Linear Systems ; M.C. Constantinou and M.C.Kneifati,Drexel University,Sept.1986,Report to NSF.