ساختمان کیهان، حفره‌های سیاه و کوتوله‌های سفید

(قسمت اول)

نصرت‌الله واحدی فریدی

(گروه فیزیک دانشگاه تهران)

چکیده :

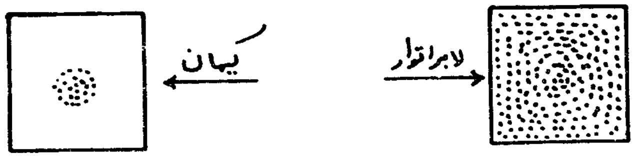
مسئله فیزیک کیهانها اخیراً از نقطه نظر ذرات بنیادی و کشف معمای آنها، اهمیت بسزائی پیدا کرده‌است. بسیاری از کمیات فیزیکی را میتوان از طریق این علم اندازه‌گیری کرد ونتیجه اندازه‌گیری را باآنچه که‌در - لابراتوارهای فیزیک بدست آمده است مقایسه نمود. مقاله فوق جمع‌آوری پژوهشهائی‌است که تابحال دراین جهت صورت‌گرفته است و کوششی در توضیح نتایج این‌پژوهشها، از طریق ارائه نظریه‌های ساده و کلاسیک همراه با اندیشه‌های کوآنتائی است .

دراین مقاله چگونگی پیدایش کیهان و کوتوله‌های سفید وستاره‌های نوترونی، در چارچوب نسبیت خصوصی مورد بحث قرارگرفته وسپس باوارد کردن‌نسبیت عمومی مسئله حفره‌های سیاه وعلت ایجاد آنها بررسی میگردد. سپس به‌عمر جاویدان موجودات زنده اشاره خواهد رفت .

تعادل در ستاره‌ها و شعاع شوارتزشیلد :

در استاتیستیک ابتدائی، یاد میگیریم که هرگازی تمایل دارد، بطور یکنواخت تمام فضارا که در اختیارخود دارد پر کند.

لکن این مطلب فقط تحت شرایط آزمایشگاهی صادق است. در ابعاد کیهانی‌گاز تمایل به نامتعادل بودن دارد. بجای پر کردن حجم در اختیار خود، یعنی تمام عالم، در فضای بخصوصی جمع شده ودرآن حوالی تشکیل ستاره را میدهد. (شکل ۱)

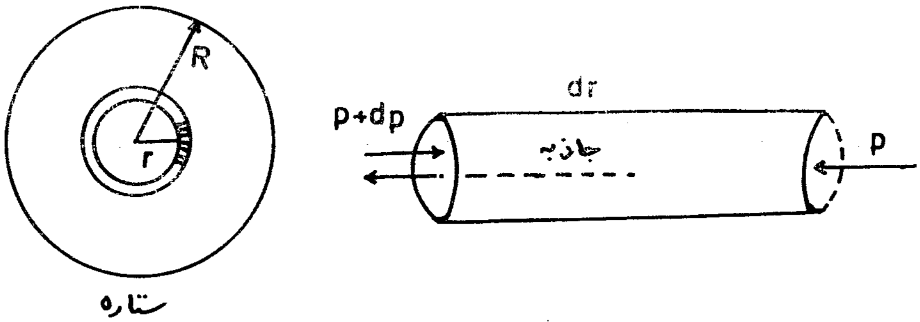


(شکل ۱)

درآسمان ابرهای‌گازی بهنگام فشرده شدن دارای فازهای جالبی هستند وتشکیل ستارگان در آستروفیزیک، خود فصلی زیباومهم است که میتوان درکتابهای متفاوت از جمله Bodenheimer 1972 , MC. Nally 1971 مطالعه کرد.

ایجاد ستارگان از اصل «ژین» Jean پیروی میکند. سئوالی که پیش میآیداین است که چه‌موقع این انقباض بپایان میرسد؟

شرط تعادل دریک مجموعهٔ ستاره‌ای میتواند از شکل (۲) بسادگی بدست آورده شود.



(شکل ۲)

$$dp = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)dr \qquad (1)$$

سیلندر مورد توجه درشکل بالا دارای سطح واحد وطول dr است. لذا حجم سیلندر $dv=dr$ میباشد. لذا بایستی جاذبه بافشار گاز تعادل برقرار کند.

ازدیاد فشار بسمت مرکز ستاره برابر است با:

$$|dp| = \frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)dr$$

$\rho(r)$ جرم ویژه است و:

$$M(r) = \int_0^r 4\pi\rho(r)\, r^2 dr \qquad (2)$$

پس شرط پایداری مجموعهٔ ستاره‌ای عبارت است از:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)$$

$$G = 6.67\times10^{-8}g^{-1}cm^3sec^{-2}$$

برای بدست آوردن یک اندازه عددی برای این شرط، میتوان همیشه فشار متوسطی را برای ستاره تعریف کرد بنام P بنحویکه :

$$\frac{dp}{dr} \cong -\frac{P}{R}$$

که درآن R شعاع ستاره است. از طرف دیگر میتوان نوشت:

$$\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2} \simeq GM\rho/R^2 \qquad (4)$$

$$M = 4\pi \int_0^R \rho(r) r^2 dr \simeq \rho R^3$$

ρ جرم ویژهٔ متوسط است. ازاینجا میتوان نوشت:

$$\frac{P}{R} \simeq \frac{GM}{R^2}\rho \qquad (5)$$

و یا :

$$\frac{P}{\rho C^2} \simeq \frac{GM}{RC^2} = \frac{1}{2}\frac{\mathcal{R}}{R} \qquad (6)$$

ضریب $\frac{1}{C^2}$ را برای بدون بعد کردن رابطه وارد کردیم .

$$\mathcal{R} := \frac{2GM}{C^2} \qquad (7)$$

که $\mathcal{R}$ شعاع شوارتزشیلد Schwarzschild نام دارد.

$$\frac{2G}{C^2} = 1.48 \times 10^{-28} \frac{cm}{g} \qquad (8)$$

جرم خورشید عبارت است از:

$$M_\odot = 2 \times 10^{33} g$$

وشعاع شوارتزشیلد خورشید،

$$\mathcal{R}_\odot = 3km \qquad (9)$$

بدین ترتیب میتوان از رابطهٔ تقریبی زیر، برای حساب کردن شعاع شوارتز شیلداستفاده کرد.

$$\frac{P}{\rho C^2} \simeq \frac{\mathcal{R}}{R} \qquad (10)$$

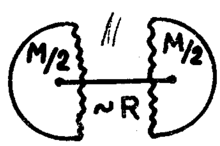
ناپایداری جاذبه‌ای یک‌ابرگازی براساس قانون «ژین» Jean است. «ژین» نشان میدهد که، چنانچه :

$$R > \frac{v_s}{\sqrt{4\pi G\rho}} \qquad (11)$$

باشد، (که‌درآن v_s سرعت صورت درگاز و R شعاع ابرگازی است)ابرگازی از نظر جاذبه ناپایدار بوده وشروع به انقباض می‌کند.

کمبود جرم :

برای اهمیت شعاع شوارتز شیلد به‌بررسی چند مطلب فیزیکی میپردازیم.
وقتی دونیم کره پهلوی هم آورده شوند، شکل (۳):



(شکل ۳)

انرژی پیوندی بطریق زیر محاسبه میشود :

$$-E_B = -\frac{M}{2}\frac{GM}{2R} \approx \frac{GM^2}{R} \qquad (12)$$

ازاینجا میتوان کمبود جرم را حساب کرد :

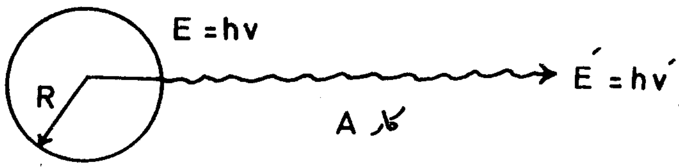
$$\triangle M = \text{Mass defect} = \frac{E_B}{C^2} = \frac{GM^2}{RC^2} \approx \frac{\mathcal{R}}{R} M \qquad (13)$$

و یا :

$$\frac{\triangle M}{M} \simeq \frac{\mathcal{R}}{R} \qquad (14)$$

بشت قرمز و خمش نور :

a) یکی‌از مسائل جالب بشت قرمز، نور تشعشع شده از ستاره است. این موضوع خیلی ساده حساب میشود (شکل ٤) .



(شکل ٤)

فرض کنیم که در سطح ستارهٔ فوتون تشعشع یافته،دارای انرژی $E = h\nu$ باشد ودر بینهایت‌این فوتون رابا انرژی $E' = h\nu'$ مشاهده کنیم:
این فوتون دارای جرمی با:

$$m = \frac{E}{C^2} = \frac{h\nu}{C^2} \qquad (15)$$

است وستاره را که دارای‌پتانسیل جاذبهٔ $V = -\frac{GM}{R}$ است ترک کرده و به بینهایت میآید که دارای پتانسیل $V = \circ$ است. پس کار لازم برای این جابجائی برابراست با:

$$A = m\triangle V = \frac{mMG}{R} = h\nu \frac{MG}{RC^2} \qquad (16)$$

لذا :

$$E' = E - A = h\nu\left(1 - \frac{MG}{RC^2}\right)$$

و یا :

$$\frac{\triangle\nu}{\nu} = \frac{\nu - \nu'}{\nu} = \frac{\mathcal{R}}{R} \qquad (17)$$

b) اگر نور از حوالی یک ستاره بگذرد انحراف‌بوجود میآید، زاویهٔ انحراف δ برابراست با:

$$\delta \simeq \frac{\mathcal{R}}{R} \qquad (18)$$

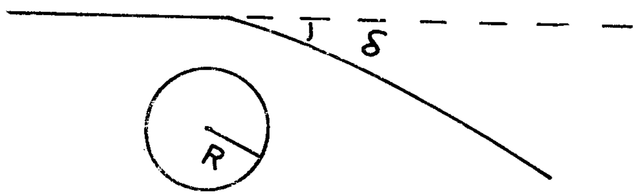
(طبق شکل ٥) دقیقاً $\delta = 2\frac{\mathcal{R}}{R}$ میگردد.

c) مدت زمانی که یک موج صوتی لازم داردکه از درون ستاره بشعاع R بگذرد برابر است با :

$$T_s \simeq \frac{R}{v_s} \approx \frac{R}{C}\sqrt{\frac{R}{\mathcal{R}}} \approx \frac{1}{\sqrt{G\rho}}$$

و یا :

$$\frac{v_s^2}{C^2} \approx \frac{\mathcal{R}}{R} \qquad (19)$$



(شکل ۵)

ستاره‌های واگونه (degenerate) نشده :

برای خورشید ، $\frac{\mathcal{R}}{R} \sim 10^{-6}$ است و برای ستاره‌های معمولی ، میتوان از رابطهٔ گاز کامل ، استفاده کرد:

$$PV = RT, \quad V = \frac{L\mu}{\rho}$$

چون ستاره‌های معمولی از اتم هیدرژن ساخته شده‌اند،

$$\mu \approx 1 GeV/C^2$$

است پس :

$$\frac{P}{\rho C^2} = f(\rho, T) = f(T) = \frac{KT}{\mu C^2} \qquad (20)$$

لذا میتوان نسبت شعاع شوارتز شیلد به‌شعاع ستاره را بدست آورد :

$$\frac{\mathcal{R}}{R} \approx \frac{P}{\rho C^2} \approx \frac{KT}{\mu C^2} \approx \frac{1Kev}{1Gev} \approx 10^{-6} \quad , \quad K = \frac{R}{L} \qquad (21)$$

درجهٔ حرارت T بااین شرط مشخص میشود که ستاره بطور منظم سوخت‌هسته‌ای خود را میسوزاند. یعنی ستاره در رشته اصلی منحنی Herzsprung – Russel قراردارد، آنجا که قسمت‌اعظم‌زندگی‌خودرا میگذراند.دراین محل $T \sim 10^7 °K$ است یعنی KT حدود 1KeV میباشد .

پس علت کمی اثر نسبیت بهنگام عبور نور از جلوی ستاره، عبارت است ازاینکه نسبت تفاوت سطوح انرژی هسته‌ای که درجهٔ حرارت آنرا معین میکنند، برجرم‌هسته‌ای خیلی کم است.

اگر گاز واگونه باشد، حالت سیستم، از رابطهٔ زیر بدست میآید:

$$f(\rho \text{ و } T) = f(\rho) \qquad (22)$$

برای دست یابی به‌وضعیت ستاره به‌بحث زیر میپردازیم:

چه‌اتفاقی میافتد اگر سوخت ستاره تمام شود؟

درجهٔ حرارت‌درونی پایدار نمانده وشروع به کم شدن میکند ودر نتیجه‌فشار کم میشود وستاره‌شروع به کولاپس collapse میکند.

پدیده‌های جدیدی دراین حال ظاهر میگردند. جرم ویژهٔ ستاره بالا میرود ودر جرم ویژهٔ بخصوصی ماده تبدیل به‌فلز میشود.

(برای مواد مختلف‌در فشار $10^{11}\ \frac{dyne}{Cm^2}$ H. G. Drickamer (1865) وبرای هیدرژن درفشار $2{,}8 \times 10^{12}\ \frac{dyne}{Cm^2}$

و جرم ویژهٔ معادل $1{,}3\ \frac{g}{Cm^3}$ درسال ۱۹۷۳ درشوروی آزمایش شده است).

درنتیجه گاز الکترون واگونه در فلز باعث بالا رفتن فشار میگردد.

این فشار تحت شرایطی که بعداً ذکر میگردد سبب توقف انقباض میگردد و کوتولهٔ سفید تولید میشود.

الکترون‌از اصل پوآلی Pauli پیروی‌میکند. یعنی فقط یک‌الکترون در هر حالت کوآنتائی میتواند موجودباشد برای‌گاز الکترون آزاد میتوانیم حالت کوآنتائی را بامکان ویا ممنتوم مشخص کنیم. در فضای مکان‌برای این کار باید الکترون را در حجم d^3 محدود کرد.

عدم قطعیت هیزنبرگ، ممنتوم فرمی را محدود میکند.

مقدار متوسط ممنتوم عبارت است از:

$$d.P_f \approx \hbar$$

P_f متوسط ممنتوم فرمی است.

درنتیجه انرژی فرمی مساوی است با:

$$\varepsilon_F \approx P^2{}_f/m \approx \frac{\hbar^2}{md^2} \qquad (23)$$

دریک گازالکترونی فشرده، (مثلا در محیط فلزی)، انرژی جنبشی بوسیلهٔ دانسیته معلوم میگردد، نه‌درجهٔ حرارت، اگر:

$$\varepsilon_f \gg KT$$

باشد. پس برای بدست آوردن حالت سیستم کافی است که بجای KT انرژی فرمی ε_f را بگذاریم:

$$\frac{P}{\rho C^2} \approx \frac{\varepsilon_f}{\mu C^2} \approx \frac{\hbar^2}{m\mu C^2 d^2}$$

پس برای یک d داده شده، سبک‌ترین فرمیونها، بزرگترین فشار را بوجود میآورند، پس‌الکترون فشار را بالا میبرد.:

$$\rho = (m+\mu)d^{-3} \approx \mu d^{-3} \qquad (26)$$

μ درست ρ رامعین میکند. و m فشاررا تعیین میکند (رابطهٔ ۲۰) برای مواد دیگربه‌غیراز هیدرژن، μ جرم هسته بازاء یک الکترون است.

یعنی:

$$\mu = \frac{A}{Z}\mu_P \approx 2\mu_P$$

μ_P جرم پروتون و A عدد هسته و Z تعداد پروتونهاست. حال میتوان حالت سیستم را معین کرد:

$$f(\rho) = \frac{P}{\rho C^2} \approx \frac{\hbar^2 \rho^{2/3}}{m\mu^{5/3}C^2} \approx \frac{m}{\mu}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{2/3} \qquad (27)$$

$$\rho_o := \mu \left(\frac{\hbar}{mc}\right)^{-3} \qquad (28)$$

μ دانسیته‌گاز است اگر خواص ذرات باندازهٔ طول موج کمپتون الکترون باشد.

برای

$$d \approx \lambda_c \approx \frac{\hbar}{mc} \approx 4.10^{-11}cm$$

$$\rho_o = 3 \times 10^7 gCm^{-3} \qquad (29)$$

وقتی ρ به ρ_o میرسد تغییراتی بوجود میآید چه:

$$\frac{\hbar}{d} \approx P_f \approx mc \qquad (30)$$

یعنی الکترون نسبی‌است. پس برای $\rho > \rho_o$ مسئله، مسئلهٔ نسبی‌است. یعنی $\varepsilon_f \sim P_f \cdot C$ است. پس:

$$f(\rho) = \frac{P}{\rho C^2} \approx \frac{m}{\mu}\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{n/3} \qquad (31)$$

برای: $\rho < \rho_o$ ، $n = 2$

وبرای : $\rho > \rho_o$ و $n = 1$ است.

این رابطه برای گاز واگونه با $10^2 < \rho < 10^9$ باتقریب خوب صادق است.

شعاع و جرم کوتوله‌های سفید :

برای حالتهای معمولی ارتباط بین جرم وشعاع کره عبارت است. از:

$$M \approx \rho R^3$$

با توجه به‌رابطهٔ(۱۲) و(۱۳) حالت‌ستارهٔگازی از رابطهٔ زیر پیروی میکند:

$$f(\rho) = \frac{P}{\rho C^2} \approx \frac{\mathcal{R}}{R} \approx \frac{GM}{RC^2} \approx \frac{GM}{C^2\left(\frac{M}{\rho}\right)^{1/3}}$$

و یا :

$$M \approx \frac{f(\rho)^{3/2} C^3}{\sqrt{\rho}\, G^{3/2}} \qquad (32)$$

که بااستفاده از (۱۳) خواهیم داشت:

$$M(\rho) = \begin{cases} \left(\frac{mC^2}{G\mu}\right)^{3/2} \frac{\sqrt{\rho}}{\rho_o} & \text{برای } \rho < \rho_o \\ \left(\frac{mC^2}{G\mu}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{\rho_o}} & \text{برای } \rho > \rho_o \end{cases} \qquad (33)$$

یعنی :

برای $\rho \geqslant \rho_{\circ}$ (34) $M(\rho) = M_c$

M_c راحد chandrasekhar گویند. حدبالای جرم، برای کوتوله ها محدود است (البته برای کوتوله های پایدار وبدون حرکت دورانی). اگر بجای $\rho_{\circ}$ مقدار قرار دهیم خواهیم یافت :

$$M_C \approx \left(\frac{\hbar c}{G\mu^2}\right)^{3/2} \mu = (\alpha_G)^{-3/2}\mu \qquad (35)$$

α_G بدون بعد وضریب ساختمان ظریف جاذبه‌است . α_G شدت اثرات متقابلهٔ جاذبه را معلوم‌میکند. (مثل α دراثرات متقابلهٔ مغناطیسی).

$$M_C \approx (\alpha_G)^{-3/2}\mu \approx 3 \times 10^{33}\,g \approx 1{,}5\,M_{\odot} \qquad (36)$$

پس با توجه به‌جرم پروتون، 10^{57} پروتون دارند و جرمشان در حدود جرم خورشید است .

اندازه‌گیری عدد پلانک ونسبت $\frac{m}{\mu}$ ازطریق رابطهٔ (۳۲) و(۳۶) امکان‌پذیر میگردد . این اندازه‌گیری در فیزیک ماکروسکپی صورت میگیرد.

برای کوتوله های سفید،

$$M = M_C(\rho/\rho_{\circ})^{1/2} \qquad (37)$$

است که برای $\rho < \rho_{\circ}$ نتیجه میشود که

$$R \approx \left(\frac{M}{\rho}\right)^{1/3} \qquad (38)$$

پس :

$$R \approx \left(\frac{M}{\rho}\right)^{1/3} \approx \left(\frac{M_C}{\rho_{\circ}}\right)^{1/3} \left(\frac{\rho_{\circ}}{\rho}\right)^{1/6} \qquad (39)$$

حال با قرار دادن $d = \lambda_e$ و $\rho \approx \mu\lambda_e^{-3}$ شعاع کوتولهٔ سفید را میتوان حساب کرد :

$$R \approx R_C \left(\frac{\rho_{\circ}}{\rho}\right)^{1/6} \qquad (39)$$

از طرف دیگر :

$$R_C \approx \lambda_e \alpha_G^{-1/2} \simeq 10^9 Cm \qquad (40)$$

پس :

$$M = M_C\,(\rho/\rho_{\circ})^{1/2} = M_C \left(\frac{R_C}{R}\right)^3 \qquad (41)$$

و یا :

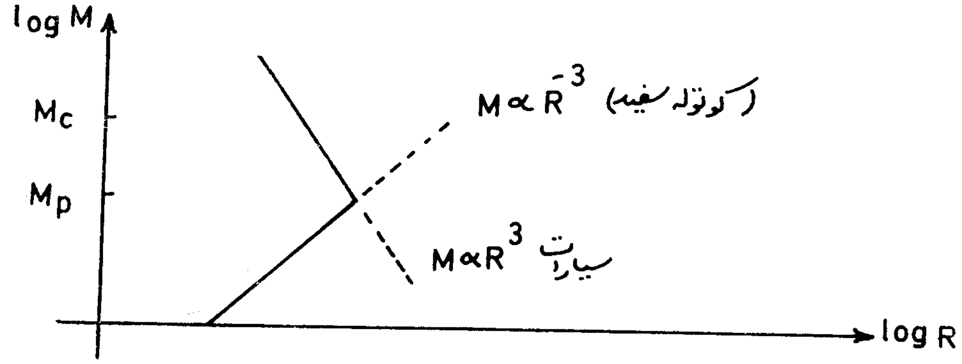
$$MR^3 \approx M_C R_C^3 \qquad (42)$$

پس شعاع باازدیاد، جرم کم میشود. دراین مورد اثرات نسبیت کم‌است چه:

$$\delta \approx \frac{P}{\rho C^2} \approx \frac{m}{\mu}\left(\frac{\rho}{\rho_{\circ}}\right)^{2/3} \approx 10^{-4} \qquad (43)$$

که بعلت مقدار $\frac{m}{\mu}$ است .

اگر $M = \rho_P R^3$ و $MR^3 = M_C R^3_C$ را دریک دیاگرام جرم- شعاع رسم کنیم خواهیم یافت:



(شکل ۶)

یکی از موارد جالب برای اندازه‌گیری $\frac{m}{\mu}$ ، اندازه‌گیری بشت قرمز کوتوله های سفید است که از روی آن میتوان $\frac{m}{\mu}$ را بطور کیهانی اندازه‌گیری کرد.

درتمام محاسبات بالا از اثرات حرارتی صرفنظر شده‌است. این عمل با قرار دادن $T=0$ انجام‌گرفته است که اغلب در چنین موردی کوتوله را کوتولهٔ سیاه‌گویند. ولی این تعریف تفاوت زیادی تولید نمیکند وکوتوله های سفید که درجهٔ حرارتشان حدود 10^7K^o است تفاوت زیادی با کوتوله های سیاه پیدا نمیکنند.

برای کوتوله های سفید یک سرز پائینی برای جرم نیز موجود است. چه‌رابطهٔ:

$$\frac{P}{\rho C^2}=f(\rho)=\frac{m}{\mu}\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{n/3}$$

$n=2$ ، $\rho<\rho_o$ برای

$n=1$ ، $\rho>\rho_o$ برای

نشان میدهد که با $\rho \to 0$ فشار $P \to 0$ می‌شود. این مطلب صحیح نیست‌چه‌اجسام سرد دارای دانسیتهٔ محدودی برای $P=0$ هستند.

این دانسیته ρ_P برابراست با:

$$\rho_P \approx \frac{\mu}{r_B^3} \approx 8g\,Cm^{-3} \qquad (44)$$

R_B شعاع Bohr ومساوی $0,5\times 10^{-8}$ سانتیمتراست که تقریباً دانسیتهٔ‌آهن‌است‌وتقریباً بادانسیتهٔ ماه و سیارات مساوی است.

برای فشارهای کمتراز P_P (P_P حدود یک‌درجه بزرگتراز فشارهائی‌است که در لابراتوار میتوان بآن رسید) میگذاریم $\rho \approx \rho_P$ پس برای $P<P_P$

$$M=\rho_P R^3 \qquad (45)$$

است. برای $\rho=\rho_P$

$$M \cong M_C\left(\frac{\rho_P}{\rho_o}\right)^{1/2} \approx M_C \alpha^{3/2} \approx 2\times 10^{30}g \qquad (46)$$

α ضریب ثابت ساختمان ظریف است که از،

$$R_B = \alpha\lambda_e$$

بدست میآید پس :

$$\rho_P \cong \frac{\mu}{\alpha^{-3}\lambda_e^3} \quad و \quad \rho_o = \frac{\mu}{\lambda_e^3}$$

است. پس کوتوله های سفید دریک محدودهٔ کوچکی از جرم M_C وM_P میتوانند وجود داشته باشند. در حالیکه سیارات از جرم پروتون تا $M_P = 10^{54}\mu$ یعنی حدود 2×10^{30} گرم یافت میشوند . در این حدود میدانهای الکترومغناطیسی برتری وحکومت دارند.

ستاره‌های نوترونی :

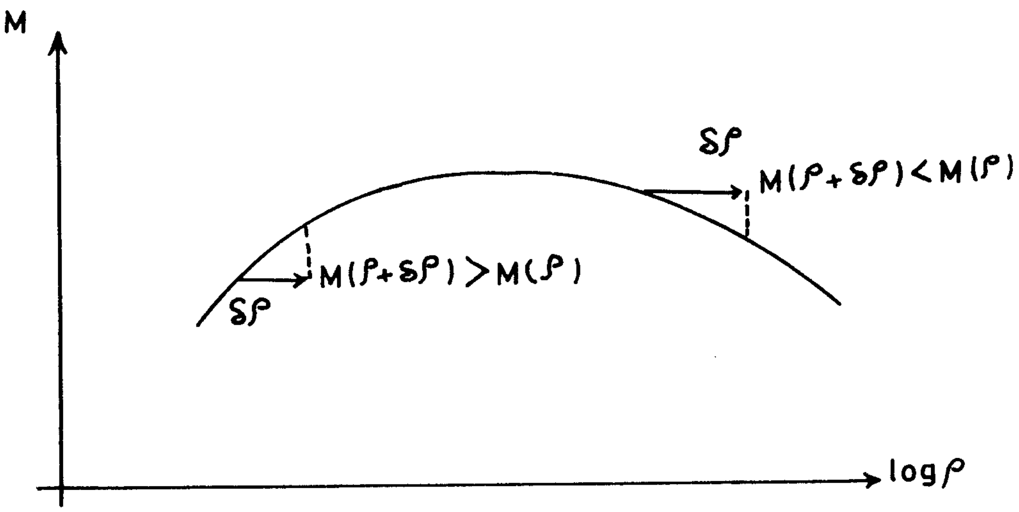
در تئوری قبل معلوم گردید که برای $M = M_C$ و $\rho > \rho_o$ ، ستاره‌های پایدار خواهیم داشت. این پیش بینی غیر منطقی است چه برای $\rho = \rho_o$ انرژی فرمی $\varepsilon_F \sim mC^2$ حدود $0,5 Mev$ میگردد که قابل مقایسه با اختلاف جرم پروتون است. در نتیجه باصرفه است، اگر در $\rho \geqslant \rho_o$ پروتون به نوترون تبدیل گردد (عکس شکستن).

$$e + P \longrightarrow n + \nu_e$$

این عمل در هسته های موجود در مادهٔ ستاره شروع میشود ودر دانسیتهٔ زیاد یعنی حدود $10^{11} \frac{g}{Cm^3}$ ، نوترونهای آزاد بوجود میآیند. آغاز این فراگرد ابتدا از هسته های exotic (مثل $^{122}_{39}Y$) یعنی باصرف انرژی خارجی، است ودر $\rho \sim 10^{13}$ این عبور کامل میگردد . در دانستیهٔ بین $10^8 - 10^{13} \frac{g}{Cm^3}$ تعداد الکترونها کم میشود . پس دیگر فشار بوسیلهٔ رابطهٔ

$$\frac{P}{\rho C^2} = f(\rho) = \frac{m}{\mu}\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{n/3} \tag{47}$$

داده نشده است بلکه خیلی کمتر از این است. یعنی $M(\rho)$ ثابت نیست بلکه تابعی پائین رونده نسبت به ρ است (شکل ۷).



(شکل ۷)

تعادل بین جاذبه وفشار دراین حدود ناپایدار است.

فرض کنیم که ستاره بسمت دانسیتهٔ بیشتر تحول یابد. یعنی شعاع آن کوچک شود در اینصورت در $\rho + \delta\rho$ درست موقعی حالت پایدار خواهیم داشت که جرم $M(\rho + \delta\rho)$ بزرگتر از $M(\rho)$ باشد.

لذا اگر فرض کنیم که M تابعی بالارونده نسبت به ρ است، نتیجه میشود که $M(\rho)$ برای فشارهای بالا نیز پایدار است.

لکن اگر جرم تابعی پائین رونده نسبت به ρ باشد یعنی $M(\rho+\delta\rho)$ کوچکتر از $M(\rho)$ باشد، ستاره بطور ناپایدار تغییر میکند وبه انقباض ادامه میدهد.

در دانسیتهٔ $10^3 \frac{g}{Cm^3}$ ، فشار نوترون اهمیت پیدا میکند. برای پیدا کردن حالت سیستم، کافی است که بجای جرم الکترون، جرم نوترون را بگذاریم خواهیم یافت :

$$\frac{P}{\rho C^2}=f(\rho) \approx \left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^{n/3} \qquad \begin{cases} n=3 \ ، \ \rho<\rho_1 & \text{برای} \\ n=1{,}0 \ ، \ \rho>\rho_1 & \text{برای} \end{cases} \tag{48}$$

که درآن ρ_1 دانسیتهٔ نوترون بطور نسبی است :

$$\rho_1=\mu\left(\frac{\hbar}{mC}\right)^{-3} \approx 10^{17}\, g/Cm^3 \tag{49}$$

برای $\rho>\rho_1$ باید $n=\circ$ قرار داد. دراینصورت $P\approx\rho C^2$ یعنی فشار گاز بدون جرم است (مثل فشار تشعشع در جسم سیاه $P=\rho\frac{C^3}{3}$) علت قرار دادن این عدد برای این است که انرژی جنبشی نوترون نیز باید منظور شود حال اینکه درمورد الکترون لازم نبود که اینکار را بکنیم .

اگر جرم ستاره‌های نوترونی را حساب کنیم ،

$$M(\rho)\approx M_C\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^{1/2} \qquad \rho<\rho_1 \tag{50}$$

تقریباً باستاره‌های کوتوله سفید مساوی است.

1) Adams J., 1971, Cent. Phys. 12,471.
2) Bodenheimer P., 1972, Rep. Prog. Phys. 35, 1.
3) Brecher K. and Morrison P., 1973, Astrophys. I. 180, 1107.
4) Drickamer H.G. 1965, Solid State Physics, 17, 1.
5) Giacconi R., 1973, Physics today, May 1973, P. 38.
6) Misner C., 1972, Phys. Rev. Letters 28, 994.
7) Newman E.T., J. Math. Phys. 1965, 9, 918.
8) Wilson J.R., 1973, Phys. Rev. Letters 30, 1082.