

مروری بر نظریه روش‌های اکتشافی الکترومغناطیسی

بهروز اسکویی^{۱*} و داوود مقدس^۲

^۱ استادیار گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران
^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۸۵/۱۲/۱۶، پذیرش نهایی: ۸۶/۱۰/۲۵)

چکیده

به منظور تفسیر صحیح اندازه‌گیری‌های سطحی مؤلفه‌های میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی، بایستی مفاهیم اولیه برهم‌کنش این میدان‌ها با زمین را بدانیم. در این مقاله، ابتدا به شرح قوانین ماکسول و به دست آوردن معادلات موج می‌پردازیم. آنگاه برای نشان دادن کاربرد امواج الکترومغناطیسی در اکتشاف‌های ژئوفیزیکی، پاگیری (امپدانس) موج تخت برای یک نیم‌فضای همگن محاسبه می‌شود. سپس به توضیح تانسور پاگیری و بردار تیپر می‌پردازیم و بعد از آن توابع انتقال موج تخت دوبعدی و تجزیه مد را بررسی می‌کنیم. در نهایت ناهمسانگردی 1D و 2D و تابع تبدیل 3D برای امواج تخت به طور خلاصه شرح داده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: معادلات ماکسول، تانسور پاگیری، بردار تیپر، ناهمسانگردی

A review on the theory of electromagnetic exploration methods

Oskooi, B¹. and Moghadas, D².

¹Assistant professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

²M.Sc. student of Geophysics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 7 March 2007, Accepted: 15 Jan 2008)

Abstract

Introduction: Electromagnetic methods are widely used for the study of subsurface resistivity structures. These methods are based on the response of the subsurface structures to electromagnetic fields. Figure 1 shows the basic principles of electromagnetic techniques. A transmitter (coil) is used to produce an electromagnetic field, which then induces electrical currents in electrically conductive material. These currents then generate a secondary electromagnetic field that can be detected at the ground surface using a receiver coil.

Electromagnetic exploration methods are divided into two categories:

- 1- Electromagnetic methods with controlled source which use local transmitters as a source of electromagnetic waves
- 2- Electromagnetic methods with natural source which use earth electromagnetic fields as a source.

Maxwell equations: Maxwell equations in frequency domain are:

$$\nabla \times H = J + i\omega \quad (1)$$

$$\nabla \times E = -i\omega B \quad (2)$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (3)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (4)$$

Where E is electric field (V/m), B is magnetic induction (T), D is electric displacement field (C/m²), H is magnetic field (A/m), J is electrical current density (A/m²), ω is angular frequency (Hz) and ρ is charge density (C/m³). In order to use Maxwell equations, we need to consider constituent equations which are as follows:

$$D = \epsilon E \quad (5)$$

$$B = \mu H \quad (6)$$

$$J = \sigma E \quad (7)$$

Where ε is dielectric permittivity (As/Vm), μ is magnetic permeability (Vs/Am) and σ is electrical conductivity (S/m). Therefore, Maxwell equations can be written as

$$\nabla \times H - (\sigma + i\epsilon\omega)E = 0 \quad (8)$$

$$\nabla \times E + i\mu\omega H = 0 \quad (9)$$

$$\nabla \cdot E = \rho / \epsilon \quad (10)$$

$$\nabla \cdot H = 0 \quad (11)$$

After solving the equations and imposing quasi-static assumption, $\mu\epsilon\omega^2 \ll \mu\sigma\omega$, we have diffusion equations (Ward and Hohmann, 1991):

$$\nabla^2 E - i\mu\sigma\omega E = 0 \quad (12)$$

$$\nabla^2 H - i\mu\sigma\omega H = 0 \quad (13)$$

Plane wave impedance in a homogenous medium: Cagniard (1953) noticed that the complex impedance of the electromagnetic wave in a homogenous medium is

$$z = \frac{\omega\mu_0}{k} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \left(\frac{i\omega\mu_0}{\sigma} \right)^{1/2} \left[\frac{V/m}{A/m} = \text{ohm} \right] \quad (14)$$

As a result, apparent resistivity and phase are acquired by the following equations:

$$\rho = \frac{1}{\omega\mu_0} |z|^2 = \frac{1}{\omega\mu_0} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2 \quad (15)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\partial \log \rho_a}{\partial \log T} \right) \quad (16)$$

Where T is the period of the signal.

Impedance Tensor and Tipper vector: Cantwell (1960) shows that horizontal electric field components (E_x, E_y) and vertical magnetic component (H_z) has the following relations with horizontal magnetic field components (H_x, H_y)

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$H_z = T^T \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad (18)$$

Where $Z = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix}$ is called impedance tensor and $T = (A, B)^T$ is Tipper vector. A and

B are the complex components of the Tipper vector.

2D Transfer functions of the plain wave and mode decompositions: In a two dimensional model, we consider TE and TM mode which are defined as follows:

TE (Transverse Electric) mode: In this mode, the electric field is parallel to the strike and current flow through x direction. Because of the continuity of the transverse component of the electric field, there is no charge accumulation in the interface.

TM (Transverse Magnetic) mode: In this mode, the magnetic field is parallel to the strike. In the interface, electric charges pile up which causes to the discontinuity of the electric field.

Anisotropy: Geological formations with distinct layers of sedimentary material can exhibit electrical anisotropy which means electrical conductivity in one direction (e.g. parallel to a layer) is different from that in another. In an anisotropic medium, the electric field and conductivity have the following relation:

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (19)$$

In a 1D layered anisotropic medium, impedance tensor is obtained as:

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & Z_t \\ -Z_n & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Where $Z_n = \frac{\omega\mu_0}{k_n}$ is impedance tensor perpendicular to the strike and $Z_t = \frac{\omega\mu_0}{k_t}$ is

impedance tensor parallel to the strike.

3D plain wave transfer functions: To find the dimensionality of the medium, one method is using Skew parameter (Reddy et al, 1977; Ting and Hohmann, 1981; Li and Pedersen, 1991). Swift (1967) defined Skew parameter as

$$S = \frac{|Z_{xx} + Z_{yy}|}{|Z_{xy} - Z_{yx}|} \quad (21)$$

Which is invariant. The other invariant parameter is the determinant of the impedance tensor called effective impedance (Li and Pedersen, 1991):

$$Z_{\text{eff}} = |Z_{xx}Z_{yy} - Z_{xy}Z_{yx}|^{1/2} \quad (22)$$

The advantage of using determinant data is that they provide a useful average for all current directions. Besides, no mode identifications (TE mode: current parallel to strike or TM mode: current perpendicular to strike) are required, statistic shift corrections are not made and the dimensionality of the data is not considered (Oskooi, 2004).

Key words: Maxwell's equations, Impedance tensor, Tipper vector, Anisotropy

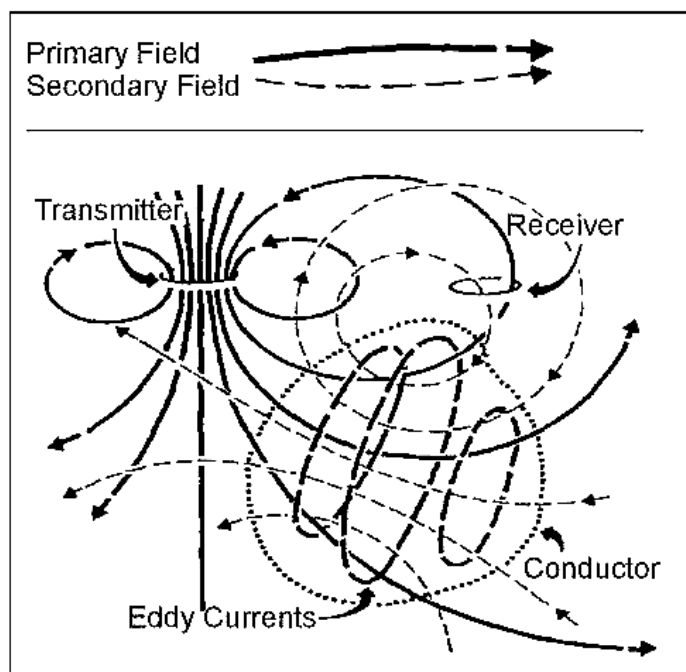
۱ مقدمه

جریان پیچشی (eddy current) در جسم رسانا می‌شود. این جریان به نوبه خود میدانی ثانویه ایجاد می‌کند که از داخل زمین به سطح می‌رسد. در محل گیرنده، میدان برآیند اندازه‌گیری می‌شود و با مقایسه آن با میدان اولیه می‌توان اطلاعاتی راجع به ساختار زیرسطحی به دست آورد.

روش‌های الکترومغناطیسی به دو گروه تقسیم می‌شوند:

- ۱- منبع طبیعی: که در آن از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی طبیعی زمین برای بررسی ساختارهای زیرسطحی استفاده می‌شود.
- ۲- منبع مصنوعی: که در آن از فرستنده‌های محلی به عنوان منبع مولد امواج الکترومغناطیسی استفاده می‌شود.

روش‌های الکترومغناطیسی به‌طور وسیع در تعیین ساختارهای مقاومتی زیرسطحی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این روش‌ها براساس پاسخ ساختارهای زیرسطح نسبت به انتشار میدان‌های الکترومغناطیسی استوارند. شکل ۱ اصل کلی تحقیقات الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد. مطابق شکل، میدان اولیه (primary field) مستقیماً از فرستنده به گیرنده می‌رسد. اگر زمین همگن و از نظر الکتریکی عایق باشد، تفاوتی بین میدان‌های مشاهده شده در سطح و یا داخل زمین وجود نخواهد داشت و فقط مقداری از شدت میدانی که در داخل زمین منتشر می‌شود (نسبت به میدان بالای سطح زمین) کاسته خواهد شد. اگر یک توده رسانا در زیر سطح وجود داشته باشد، مؤلفه مغناطیسی میدان الکترومغناطیسی اولیه سبب القای



شکل ۱. اصل کلی تحقیقات الکترومغناطیسی (کری و بروکس، ۱۹۹۱).

تک‌قطبی مغناطیسی وجود ندارد. از آنجا که این معادلات براساس نتایج تجربی به‌دست آمده‌اند، نمی‌توان آنها را از لحاظ ریاضی اثبات کرد. با این حال، این معادلات، همه پدیده‌های الکترومغناطیسی بزرگ مقیاس (macro scale) را شرح می‌دهند.

به منظور استفاده از معادلات ماکسول باید مجموعه‌ای روابط کمکی در نظر گرفته شود. این روابط سه تا از بردارها را به دو تای دیگر مرتبط می‌کنند. اگر محیط را خطی و همسانگرد (isotropic) فرض کنیم، روابط کمکی در حوزه بسامد، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$D = \epsilon E \quad (9)$$

$$B = \mu H \quad (10)$$

$$J = \sigma E \quad (11)$$

که ϵ گذردهی دی‌الکتریک، (dielectric permittivity، μ تراوایی مغناطیسی (magnetic permeability، σ رسانایی الکتریکی (Vs/Am, electric conductivity) است. با استفاده از معادلات (۵) تا (۷) معادلات ماکسول به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\nabla \times H - (\sigma + i\epsilon\omega)E = 0 \quad (12)$$

$$\nabla \times E + i\mu\omega H = 0 \quad (13)$$

$$\nabla \cdot E = \rho / \epsilon \quad (14)$$

$$\nabla \cdot H = 0 \quad (15)$$

که در آن گذردهی و تراوایی ثابت فرض می‌شود. با نمایش مشابهی که وارد و همن (۱۹۹۱) ارائه کردند و با معرفی ضریب پاگیری (impedivity coefficient) $\hat{Z} = i\mu\omega$ و ضریب پذیرش (admittivity coefficient) $\hat{y} = \sigma + i\epsilon\omega$ به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$\nabla \times H - \hat{y} E = 0 \quad (16)$$

همچنین روش‌های الکترومغناطیسی در دو حوزه زیر بررسی می‌شوند:

۱- روش‌های EM در حوزه زمان (Time Domain EM (TDEM) or Transient EM (TEM).

۲- روش‌های EM در حوزه بسامد (Frequency Domain EM (FDEM) or Plane Wave EM).

۲ معادلات ماکسول

می‌دانیم که همه پدیده‌های الکترومغناطیسی از معادلات ماکسول پیروی می‌کنند. این معادلات به صورت زیر نوشته می‌شوند (وارد و همن، ۱۹۹۱):

$$\nabla \times H - (\sigma + i\epsilon\omega)E = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times E + i\mu\omega H = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot E = \rho / \epsilon \quad (3)$$

$$\nabla \cdot H = 0 \quad (4)$$

این معادلات برای جریان متناوب به صورت زیر در می‌آیند:

$$\nabla \times H = J + i\omega \quad (5)$$

$$\nabla \times E = -i\omega B \quad (6)$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (7)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (8)$$

که در سامانه SI، E شدت میدان الکتریکی (V/m)، B القای مغناطیسی (T یا Wb/m^2)، D جابه‌جایی دی‌الکتریک (C/m^2)، H شدت میدان مغناطیسی (A/m)، J چگالی جریان الکتریکی (A/m^2)، ω بسامد زاویه‌ای (Hz) و ρ چگالی بار الکتریکی (C/m^3) است. هر معادله، نمایشی از یک قانون تجربی کلی است. معادله (۱) نمایشی از قانون آمپر است، معادله (۲) صورت دیفرانسیلی قانون القای الکترومغناطیسی فاراده را نشان می‌دهد. معادله (۳) قانون گاوس است که از قانون کولن ناشی می‌شود و در نهایت معادله (۴) این حقیقت را نشان می‌دهد که

$$e = e_0^+ e^{-\beta z} e^{i(\omega t - \alpha z)} = e_0^+ e^{-ikz} e^{i\omega t} \quad (23)$$

$$h = h_0^+ e^{-\beta z} e^{i(\omega t - \alpha z)} = h_0^+ e^{-ikz} e^{i\omega t} \quad (24)$$

که e و h میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در حوزه زمان‌اند. علامت + روی دامنه‌های e_0 و h_0 نشان‌دهنده این است که موج در جهت مثبت محور z ، از سطح مشترک عبور می‌کند (موج پایین رونده). α و β کمیت‌های حقیقی یکسانی‌اند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\alpha = \beta = \left(\frac{\omega \mu \sigma}{2}\right)^{1/2} \quad (25)$$

و در این مورد عدد موج مختلط به صورت زیر است:

$$K = (-i\omega \mu \sigma)^{1/2} = \alpha(1 - i) \quad (26)$$

۳. پاگیری موج تخت روی نیم‌فضای همگن

برای پی بردن به اینکه چرا میدان‌های EM حاوی اطلاعاتی راجع به ساختارهای مقاومت ویژه الکتریکی درون زمین‌اند، کافی است نحوه برهم‌کنش این میدان‌ها با زمین بررسی شود. کاننارد (۱۹۵۳) متوجه شد که امواج الکترومغناطیسی طبیعی را می‌توان در برآورد مقاومت الکتریکی پوسته زمین و حتی ساختارهای عمیق‌تر مورد استفاده قرار داد. پاگیری مختلط موج طبیعی یا پاگیری یک نیم‌فضای همگن عبارت است از:

$$z = \frac{\omega \mu_0}{k} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \left(\frac{i\omega \mu_0}{\sigma}\right)^{1/2} \quad (27)$$

$$\left[\frac{V/m}{A/m} = \text{ohm} \right]$$

با مرتب کردن جملات، مقاومت ویژه یک نیم‌فضای همگن که به صورت $\rho = \frac{1}{\sigma}$ تعریف می‌شود، به صورت زیر برآورد می‌شود:

$$\nabla \times E + \hat{z} H = 0 \quad (17)$$

این دو معادله کلی، اساس توصیف انتشار امواج EM هستند. یکی از مهم‌ترین پیامدهای معادلات ماکسول آن است که میدان‌های الکترومغناطیسی در معادلات موج صدق می‌کنند. با گرفتن تاو (Curl) از معادلات (۱۲) و (۱۳) و با فرض $\nabla \cdot E = 0$ خواهیم داشت:

$$\nabla^2 E - \hat{y} \hat{z} E = \nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad (18)$$

$$\nabla^2 H - \hat{y} \hat{z} H = \nabla^2 H + k^2 H = 0 \quad (19)$$

که در آنها

$$K = (\mu \epsilon \omega^2 - i\mu \sigma \omega)^{1/2} = i(\hat{y} \hat{z})^{1/2} \quad (20)$$

در نقش عدد موج مختلط (complex wave number) تعریف می‌شود. معادلات (۱۴) و (۱۵) به معادلات هلمهولتز (Helmholtz equations) مشهورند. محدوده بسامدی استفاده شده در روش‌های الکترومغناطیسی برای تحقیقات ژئوفیزیکی در بیشتر کاربردها در شرط $\mu \epsilon \omega^2 \ll \mu \sigma \omega$ صدق می‌کنند و اجازه می‌دهند که جریان جابه‌جایی را در مقایسه با جریان‌های رسانش نادیده بگیریم. این امر به تقریب شبه ایستا (quasi-static approximation) موسوم است. با اعمال این تقریب میدان‌های الکترومغناطیسی در معادلات پخش (diffusion equations) به صورت زیر صدق می‌کنند:

$$\nabla^2 E - i\mu \sigma \omega E = 0 \quad (21)$$

$$\nabla^2 H - i\mu \sigma \omega H = 0 \quad (22)$$

با توجه به بررسی پخش یک‌بعدی ساده، وارد و هممن (۱۹۹۱) روشن ساختند که تحت شرایط شبه‌ایستا، اینها معادلات دیفرانسیل مرتبه دو هستند و یکی از جواب‌های اساسی در حوزه زمان برای آنها عبارت است از:

(magnetotelluric transfer functions) شناخته می‌شوند. برای یک زمین یک‌بعدی که هیچ جهت ترجیحی در آن وجود ندارد، معادلات ماکسول، ساختار زیر را برای تانسور پاگیری و بردار تیپر به دست می‌دهند:

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & z \\ -z & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

۵ توابع انتقال موج تخت دوبعدی و تجزیه مد

در مدل‌سازی داده‌های EM معمول است که فرض کنیم توزیع رسانایی زمین را می‌توان با یک مدل دوبعدی به خوبی برآورد کرد. این بدین معنی است که یک دستگاه مختصات وجود دارد که در آن تغییرات رسانایی در طول یک محور قابل نظر کردن است. این محور درحکم راستای امتداد (strike) تعریف می‌شود. در مدل دوبعدی دو مد TE و TM به صورت زیر تعریف می‌شوند:

در مد TE (transverse electric mode or E-) (polarization)، مؤلفه میدان الکتریکی در راستای امتداد قرار دارد (شکل ۲) و جریان در راستای x شارش می‌کند. در این مد، به دلیل پیوستگی مؤلفه مماسی میدان الکتریکی در مرز دو محیط، انباشتگی بار وجود ندارد و میدان الکتریکی به‌طور پیوسته در فصل مشترک دو محیط تغییر می‌کند. به دلیل افزایش رسانایی در رسانا، جریان در آن بزرگ‌تر می‌شود و میدان مغناطیسی به‌طور قابل توجهی تغییر می‌کند. تغییر در میدان مغناطیسی، اثر خود را در مؤلفه عمودی آشکار می‌سازد. در این مورد بردار تیپر برای فاصله‌های با دور افت بزرگ از مرکز رسانا و نیز در مرکز رسانا صفر است و هنگام رسیدن به دو طرف رسانا مقدار مطلق آن افزایش می‌یابد. همچنین تیپر در

$$\rho = \frac{1}{\omega\mu_0} |z|^2 = \frac{1}{\omega\mu_0} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2 \quad (28)$$

که $H_y = \frac{B_y}{\mu_0}$. در این رابطه، E_x برحسب $\frac{mV}{Km}$ و B_y برحسب nT است. وایدلت (۱۹۷۲)، کونتر (۱۹۷۲) و دیگران روشن ساختند که برای منحنی‌های سونداژ لگاریتمی- لگاریتمی با یک تقریب اولیه:

$$\phi = \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\partial \log \rho_a}{\partial \log T} \right) \quad (29)$$

که ϕ فاز پاگیری و T دوره تناوب سیگنال EM است.

۴ تانسور پاگیری و بردار تیپر

در مبحث القای موج نشان داده شده است که در مورد یک توزیع رسانایی کلی در زمین، مؤلفه‌های میدان الکتریکی افقی (E_x, E_y) و مؤلفه میدان مغناطیسی عمودی (H_z) به صورت زیر به مؤلفه‌های میدان مغناطیسی افقی (H_x, H_y) مرتبط هستند (کانتول، ۱۹۶۰):

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$H_z = T^T \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad (31)$$

Z یک ماتریس ۲×۲ است که درحکم تانسور پاگیری مختلط شناخته می‌شود:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (32)$$

T برداری است که در نقش تابع تبدیل ژئومغناطیسی مختلط یا بردار تیپر شناخته شده است و آن را به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T = (A, B)^T \quad (33)$$

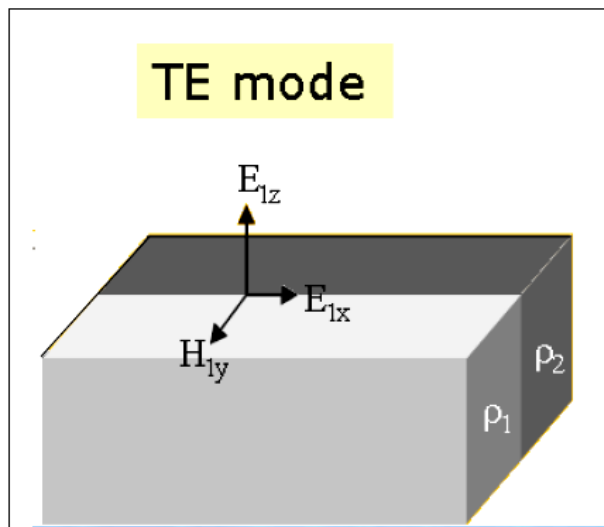
که A و B مؤلفه‌های مختلط بردار تیپر در راستای x و y هستند. Z و T در حکم توابع تبدیل مگنتوتلوریک

بار الکتریکی در مرز دو محیط می‌شود که افزایش در جدایی میدان الکتریکی در نزدیک مرز بین دو محیط با رسانایی متفاوت را در پی دارد (بردیچوسکی و دیمیتریو، ۲۰۰۱).

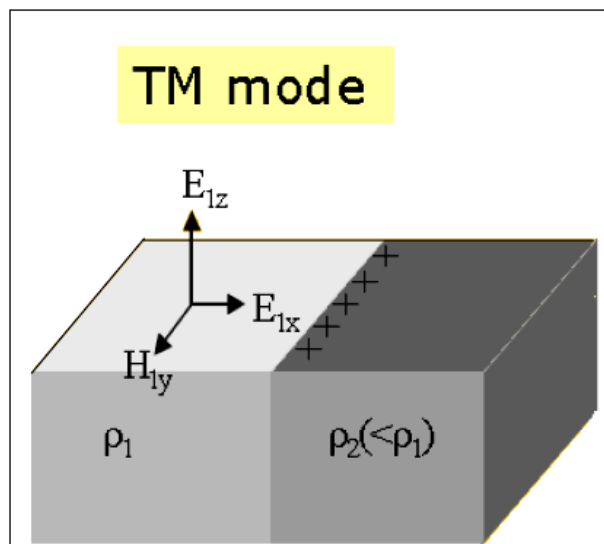
در تحقیق اخیر، هر دو مد بررسی می‌شود و با استفاده از داده‌های دو مد، اطلاعات کامل از تانسور پاگیری به دست می‌آید. جدول (۱) روابط حاکم بر مدهای TE و TM را با به کارگیری تقریب شبه ایستا نشان می‌دهد.

مرکز رسانا صفر است. باید توجه داشت که راستای بردار تیپر به نحوی است که به طرف خارج رسانا اشاره می‌کند (بردیچوسکی و دیمیتریو، ۲۰۰۱).

در مد (transverse magnetic mode or B-) TM polarization)، میدان مغناطیسی در راستای امتداد و میدان الکتریکی عمود بر امتداد است (شکل ۳). در این مد شارش جریان در راستای y و z است و شرایط مرزی روی مؤلفه عمودی میدان الکتریکی منجر به انباشت



شکل ۲. طرح اجمالی نشان‌دهنده مؤلفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی مد TE (پرشن، ۲۰۰۱).



شکل ۳. طرح اجمالی مؤلفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی مد TM (به‌خاطر ناپیوستگی مؤلفه نرمال میدان الکتریکی تجمع بار در مرز دو محیط وجود دارد) (پرشن، ۲۰۰۱).

جدول ۱. ارتباط بین مؤلفه‌های میدان الکترومغناطیسی برای مدهای تجزیه شده در حالت دوبعدی.

TM Mode	TE Mode
$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x$	$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu_0 H_x$
$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -i\omega\mu_0 H_y$	$\frac{\partial H_x}{\partial z} = \sigma E_y$
$\frac{\partial E_x}{\partial y} = i\omega\mu_0 H_z$	$\frac{\partial H_x}{\partial y} = -\sigma E_z$

۶ ناهمسانگردی

هرگاه خاصیت فیزیکی در یک جهت نسبت به جهت دیگر، تفاوت داشته باشد، حالتی پیش می‌آید که به آن ناهمسانگردی می‌گویند. در محیط ناهمسانگرد درون زمین، رسانایی ویژه با جهت میدان الکتریکی اعمالی E تغییر می‌کند. لذا، در حالت کلی سه‌بعدی داریم:

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (36)$$

اگر برای مثال میدان $E = E_x$ را اعمال کنیم ($E_y = E_z = 0$)، آنگاه:

$$\begin{aligned} J_x &= \sigma_{xx} E_x \\ J_y &= \sigma_{yx} E_x \\ J_z &= \sigma_{zx} E_x \end{aligned} \quad (37)$$

لذا جریان (و بنابراین میدان الکتریکی ناشی از آن) مؤلفه‌هایی در امتداد x، y و z خواهد داشت، اگرچه میدان الکتریکی اعمالی فقط در مسیر x است. در حالت ناهمسانگردی در درون لایه افقی، مقاومت ویژه ظاهری به مسیر اندازه‌گیری (تغییرات جانبی) بستگی دارد. در یک مدل لایه‌ای (stratified model) با شکستگی‌هایی که نمایانگر ناهمسانگردی سمتی است، مقاومت ویژه یا رسانایی در جهت‌های متفاوت، فرق می‌کند. در هر لایه،

ضریب ناهمسانگردی به صورت زیر تعریف می‌شود (واتسون و بارکر، ۱۹۹۹):

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma_t}{\sigma_n}} \quad (38)$$

که σ_t رسانایی در راستای امتداد و σ_n رسانایی در راستای عمود بر امتداد شکستگی است. برای یک نیم‌فضای همگن با ناهمسانگردی سمتی، رسانایی یک تانسور است و به شکل زیر نوشته می‌شود (لی و پدرس، ۱۹۹۱):

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_t & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_n & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_t \end{bmatrix} \quad (39)$$

تانسور پاگیری برای یک زمین یک‌بعدی با ناهمسانگردی سمتی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & Z_t \\ -Z_n & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} Z_n &= \frac{\omega\mu_0}{k_n} \\ Z_t &= \frac{\omega\mu_0}{k_t} \end{aligned} \quad (41)$$

و k_n و k_t به ترتیب عدد موج مختلط در راستاهای امتداد و عمود بر امتداد هستند.

$$Z_{\text{eff}} = \left| Z_{xx} Z_{yy} - Z_{xy} Z_{yx} \right|^{1/2} \quad (43)$$

با استفاده از پاگیری مؤثر، مقاومت ویژه ظاهری دترمینان (determinant apparent resistivity) به مثابه ورودی برنامه‌های وارون‌سازی یک‌بعدی و دوبعدی محاسبه می‌شود. مزیت استفاده از داده دترمینان آن است که مقدار میانگینی از پاگیری برای همه جهت‌های جریان فراهم می‌کند. به‌علاوه به تشخیص مد (TE و TM مد) نیاز ندارد، همچنین نیازی به تصحیح جابه‌جایی ایستا (static shift) نیست. با استفاده از پاگیری مؤثر می‌توان از الگوریتم‌های یک‌بعدی برای تفسیر ساختارهای 2D و 3D که پیچیدگی‌های الگوریتم‌های دوبعدی و سه‌بعدی را ندارند، استفاده کرد.

از آنجا که تپیر یک بردار مختلط است، پارکینسون (۱۹۸۵) روشن ساخت که با در نظر گرفتن مؤلفه‌های تپیر در دو حالت حقیقی و موهومی می‌توان خواص مورد بررسی را از داده‌های زمین مورد نظر به‌دست آورد. بردارهای پارکینسون به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\vec{P} = \text{Re}(\hat{A} \hat{x} + \hat{B} \hat{y}) \quad (43)$$

$$\vec{Q} = \text{Im}(\hat{A} \hat{x} + \hat{B} \hat{y}) \quad (44)$$

این بردارها را می‌توان جهت تعیین ساختارهای سه‌بعدی به کار برد. A و B مؤلفه‌های مختلط بردار تپیر و \hat{x} و \hat{y} بردارهای واحد در راستای x و y هستند. قسمت حقیقی بردار پارکینسون به سمت خارج ناحیه رسانا اشاره دارد (لی و پدرسن، ۱۹۹۱).

منابع

- Bastani, M., 2001, A new controlled source radio magnetotelluric system. PhD thesis, Uppsala University: ISBN: 91-554-5051-2.
Berdichevsky, M. N., and Dmitriev, V. I., 2001, Magnetotelluric in the content of the Theory of ill-posed problems: ISBN: 0-931830-46-X.

۷ تابع تبدیل موج تخت سه‌بعدی

رسانایی الکتریکی زمین ممکن است در همه جهت‌ها تغییر کند به‌طوری‌که تقریب‌های 1D و 2D بسیار ضعیف باشند. برای یک ساختار زمین سه‌بعدی هیچ قانون دقیقی وجود ندارد که توابع تبدیل از آنها پیروی کنند، اگرچه تجربه عمومی وجود دارد که عضوهای غیر قطری تانسور پاگیری تقریباً در همه موارد در اولین و سومین ربع در صفحه مختلط قرار می‌گیرند. بنابراین، بررسی اینکه زمین مورد کاوش دارای چه ویژگی‌هایی از نظر ابعاد سازند (dimensionality) باشد، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. پارامتر اسکيو (skew) مقیاس بسیار مفیدی از سه‌بعدی بودن است (ردی و همکاران، ۱۹۷۷؛ تینک و هممن، ۱۹۸۱؛ لی و پدرسن، ۱۹۹۱). سویت (۱۹۶۷) پارامتر اسکيو را که از عضوهای ماتریس پاگیری برای تحلیل بعد داده‌ها قابل محاسبه است، به‌صورت زیر تعریف می‌کند:

$$S = \frac{|Z_{xx} + Z_{yy}|}{|Z_{xy} - Z_{yx}|} \quad (42)$$

اسکيو نسبت به چرخش ناورد است (rotation invariant)، یعنی به دستگاه مختصات اندازه‌گیری بستگی ندارد. هنگامی که مقدار S برحسب بسامد مقدار کوچکی (نزدیک به صفر) باشد، ساختارهای زمین‌شناسی ممکن است به صورت ساختارهای یک‌بعدی یا دوبعدی بدون واپیچش (structures 2D and 1D undistorted) تعریف شوند، در غیر این صورت ساختارهای موجود یا به‌صورت ساختارهای یک‌بعدی و دوبعدی واپیچنده (distorted structures 2D and 1D) و یا به‌صورت ساختارهای سه‌بعدی تعریف می‌شوند. از ناوردایی‌های دیگر تانسور پاگیری، دترمینان تانسور آن است که پاگیری مؤثر (effective impedance) نیز خوانده می‌شود (لی و پدرسن، ۱۹۹۱):

- Cagniard, L., 1953, Basic theory of the magnetotelluric method in geophysical prospecting. *Geophysics*, **8**, 605-635.
- Cantwell, T., 1960, Detection and analysis of low frequency magnetotelluric signal. Ph.D. thesis. Geology and Geophysics, Massachusetts Institute of technology.
- Keary, P., and Brooks, M., 1991, An introduction to geophysical exploration, ISBN: 0-632-02921-8.
- Kunetz, G., 1972, Processing and interpretation of magnetotelluric soundings: *Geophysics*, **37**, 1005-1021.
- Li, X., and Pedersen, L. B., 1991, the electromagnetic response of an azimuthally anisotropic half space: *Geophysics*, **56**, 1462-1473.
- Oskooi, B., 2004, A broad view on the interpretation of electromagnetic data (VLF, RMT, MT, CSTMT), PhD Thesis: Uppsala University, Sweden.
- Parkinson, W. D., 1985, An introduction to geomagnetic, Elsevier, Amsterdam.
- Persson, Lena, 2001, Plane wave electromagnetic measurement for imaging fracture zones, PhD thesis, Uppsala University: ISBN: 91-554-5028-8.
- Reddy, I. K., Rankin, D., and Phillips, R. J., 1977, three-dimensional modeling in magnetotelluric and magnetic variational sounding: *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, **51**, 313-325.
- Swift, C. M., 1967, A magnetotelluric investigation of electrical conductivity anomaly in the southwestern United States, PhD Thesis Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- Ting, S. C., and Hohmann, G. W., 1981, integral equation modelling of three-dimensional magnetotelluric response: *Geophysics*, **46**, 183-197.
- Ward, S. H., and Hohmann, G. W., 1991, Electromagnetic Theory for Geophysical Applications: Electromagnetic methods in applied geophysics, Vol. 2, No. 3, Nabighian, M. N., Ed., SEG Investigations in geophysics, 131-311.
- Watson, A., and Barker, D., 1999, Differentiating anisotropy and lateral effects using azimuthal resistivity offset Wenner soundings: *Geophysics*, **64**, 739-745.
- Weidelt, P., 1972, the inverse problem of geomagnetic induction: *Z. Geophysik.*, **38**, 257-289.