

روند تغییرات هزینه و مقدار اقتصادی سفارش در شرایط وجود افزایش معلوم قیمت کالا در مقاطع مشخص زمانی تحت رویکرد فازی

جواد طاهری تل‌گری*^۱ و فریبرز جولای^۲

^۱دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع - دانشگاه تربیت معلم تهران (خوارزمی)

^۲دانشیار گروه مهندسی صنایع - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۹/۸/۸، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده ۹۰/۲/۱۰، تاریخ تصویب ۹۰/۶/۱۹)

چکیده

مسائل برنامه‌ریزی برای کنترل تولید و موجودی از جمله موضوعاتی است که سازمان‌های مختلف با آن روبه‌رو هستند. در برخی از موارد، بی‌توجهی به نبود قطعیت در این گونه مسائل، باعث افزایش هزینه‌های سیستم کنترل تولید و موجودی می‌شود. در این مقاله یک مدل کنترل موجودی در شرایط وجود افزایش معلوم قیمت کالا در مقاطع مشخص زمانی با رویکرد فازی ارائه شده است، به طوری که پارامترهای به کار رفته در مدل به صورت عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شده است. برای محاسبه فاکتورهای بهینه مدل از سه رویکرد برش آلفا و روش ووچسویک (دیفازی سازی پارامترهای ورودی قبل از حل مدل و همچنین دیفازی سازی پارامترهای خروجی بعد از حل مدل) استفاده شده است. به طوری که رویکرد اول از ادغام روش برش آلفا و روش برنامه‌ریزی غیر خطی پارامتری برای محاسبه فاکتورهای بهینه مدل بهره می‌گیرد و مبنای دو رویکرد دیگر استفاده از روش گشتاورها در قطعی‌سازی پارامترها است. محاسبات عددی نشان می‌دهد که کارایی روش تلفیقی برش آلفا و برنامه‌ریزی غیر خطی پارامتری که رویکردی ابتکاری برای حل مدل است تا حد قابل ملاحظه‌ای از دو رویکرد دیگر بهتر است؛ چرا که این روش با تعیین تابع عضویت پارامترهای خروجی مدل، سیاست‌های بهینه مدل را با در نظر گرفتن سطوح مختلف برش آلفا در هر سطح برش تعیین می‌کند و اطلاعات بیشتری را برای گرفتن تصمیم واقع‌بینانه نسبت به سایر روش‌ها در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: کنترل موجودی، تئوری فازی، اصل گسترش زاده، برنامه‌ریزی غیرخطی پارامتری، برش آلفا

مقدمه

از جمله موضوعاتی که سازمان‌های مختلف با آن روبه‌رو هستند مسائل برنامه‌ریزی برای تولید و کنترل موجودی است. مسائلی از قبیل میزان و زمان سفارش‌های مواد اولیه یا قطعات نیمه‌ساخته^۱، تعیین نوع سیستم کنترل موجودی، تعیین ظرفیت انواع انبارها و برنامه‌ریزی برای تحویل به موقع و اقتصادی سفارش‌ها در این بحث قرار دارند. موضوع اصلی مسائل کنترل موجودی و برنامه‌ریزی برای تولید، بهینه‌یابی مقدار سفارش اقتصادی یا تعیین اندازه دسته تولید با توجه به ظرفیت‌ها و محدودیت‌ها به منظور کمینه‌کردن کل هزینه‌های مرتبط با سفارش، خرید، نگهداری و تحویل است. در همین راستا مدل مقدار سفارش اقتصادی^۲ به طور وسیعی برای تعیین اندازه سفارش و یا خرید قطعات در سیستم‌های تولیدی به کار می‌رود. این مدل با در نظر گرفتن نرخ تولید به صورت ثابت و مشخص به مدل مقدار اقتصادی تولید^۳ تعمیم یافته است. در نظر گرفتن کمبود مجاز به صورت فروش از

از جمله موضوعاتی که سازمان‌های مختلف با آن روبه‌رو هستند مسائل برنامه‌ریزی برای تولید و کنترل موجودی است. مسائلی از قبیل میزان و زمان سفارش‌های مواد اولیه یا قطعات نیمه‌ساخته^۱، تعیین نوع سیستم کنترل موجودی، تعیین ظرفیت انواع انبارها و برنامه‌ریزی برای تحویل به موقع و اقتصادی سفارش‌ها در این بحث قرار دارند. موضوع اصلی مسائل کنترل موجودی و برنامه‌ریزی برای تولید، بهینه‌یابی مقدار سفارش اقتصادی یا تعیین اندازه دسته تولید با توجه به ظرفیت‌ها و محدودیت‌ها به منظور کمینه‌کردن کل هزینه‌های مرتبط با سفارش، خرید، نگهداری و تحویل است. در همین راستا مدل مقدار سفارش اقتصادی^۲ به طور وسیعی برای تعیین اندازه سفارش و یا خرید قطعات در سیستم‌های تولیدی به کار می‌رود. این مدل با در نظر گرفتن نرخ تولید به صورت ثابت و مشخص به مدل مقدار اقتصادی تولید^۳ تعمیم یافته است. در نظر گرفتن کمبود مجاز به صورت فروش از

قابلیت‌های این رویکرد می‌توان به محدود نشدن در تعداد پارامترهای ورودی مدل اشاره کرد.

نگی و لی [۱]، مدل صفی را مورد بررسی قرار دادند که در آن پارامترهای نرخ ورود و خروج مشتری به سیستم، فازی بوده و با روش برش آلفا فاکتورهای بهینه مدل را تعیین کردند. حل نهایی مدل، شامل اعداد قطعی بود و نتوانست توصیف تابع عضویت پارامترهای بهینه مدل را تعیین کند. ژائو-چان و همکاران [۲]، با ارایه مدلی فازی، سیستم صفی را مورد بررسی قرار دادند که در آن پارامترهای نرخ ورود مشتریان به سیستم و زمان بیکاری سرویس‌دهنده به صورت عدد فازی دوزنقه‌ای در نظر گرفته شده است و در نهایت با استفاده از روش برش آلفا و اصل گسترش زاده^۴ و حل مدل با استفاده از برنامه‌ریزی غیرخطی پارامتریک^۵، پارامترهای بهینه مدل را تعیین کردند. ژائو-چان و چن-هورنگ [۳]، با ارایه مدلی فازی، سیستم صفی را مورد بررسی قرار دادند که در آن نرخ ورود مشتریان به سیستم و نرخ سرویس‌دهی به مشتریان به صورت عدد فازی دوزنقه‌ای در نظر گرفته شده و سرویس‌دهنده نیز غیر قابل اطمینان فرض می‌شود. در نهایت برای تعیین پارامترهای بهینه مدل مسئله با استفاده از روش آلفا برش و اصل گسترش زاده با کمک برنامه‌ریزی غیر خطی فازی حل شده است. شه-پین [۴]، با ارایه مدل صف با محدود بودن ظرفیت ورود مشتریان به سیستم، مدل صف فازی را ارایه کرد که در آن نرخ ورود مشتریان و نرخ سرویس‌دهی به مشتریان به صورت عدد فازی دوزنقه‌ای در نظر گرفته شده و در نهایت با تعیین تابع عضویت با استفاده از روش برش آلفا و اصل گسترش زاده و حل آن با روش برنامه‌ریزی غیر خطی، پارامترهای بهینه مدل را محاسبه کرد. شه-پین [۵]، مدل صفی را ارایه کرد که در آن نرخ ورود مشتریان به سیستم، هزینه سرویس‌دهی به مشتریان و همچنین هزینه تأخیر در سرویس‌دهی به مشتریان به صورت عدد فازی دوزنقه‌ای در نظر گرفته شده و با ادغام روش‌های برش آلفا، اصل گسترش زاده و برنامه‌ریزی صحیح غیرخطی، نرخ سرویس‌دهی مدل را با در نظر گرفتن یک تابع هزینه محاسبه کرد. شه-پین [۶]، مدل صفی را ارایه کرد که در آن نرخ ورود و خروج مشتریان از سیستم عدد فازی دوزنقه‌ای بوده و حالت سرویس‌دهی به مشتریان FCFS^۶ بوده و در نهایت مدل با استفاده از روش برش آلفا و اصل

گسترش زاده و تلفیق آن با برنامه‌ریزی غیرخطی حل شده و فاکتورهای بهینه مدل را محاسبه کرد. در-چن و ژینگ-شینگ [۷]، مدل مقدار تولید اقتصادی را با فرض میزان تولید اقتصادی به صورت عدد فازی دوزنقه‌ای مورد بررسی قرار دادند و با استفاده از اصل گسترش زاده و دیفازی سازی مدل با روش مرکز ثقل میزان تولید اقتصادی را تعیین کردند. سان-چی [۸]، مدل مقدار تولید اقتصادی را با فرض میزان تولید اقتصادی به صورت عدد فازی مثلثی مورد بررسی قرار داد و با استفاده از یک مدل هزینه‌ای و دیفازی‌سازی با روش مرکز ثقل میزان تولید اقتصادی را محاسبه کرد. ژینگ-شینگ و ژرسان [۹]، مدل مقدار سفارش اقتصادی را با فرض تقاضا و هزینه سفارش‌دهی به صورت عدد فازی مثلثی مورد بررسی قرار دادند و دیفازی‌سازی با روش فاصله جهت‌دار و مرکز ثقل میزان سفارش اقتصادی و هزینه متغیر سالیانه را توسط این دو روش با یکدیگر مقایسه کردند. شیانگ-تای [۱۰]، با در نظر گرفتن دو عامل تقاضا و هزینه خرید در مدل مقدار سفارش اقتصادی به صورت عدد فازی مثلثی و با استفاده از روش برش آلفا و برنامه‌ریزی غیر خطی تابع عضویت سود مدل را محاسبه کرد. های-مینگ و ژینگ-شینگ [۱۱]، با فازی گرفتن مقدار تقاضا و نرخ تولید و هزینه در نظر گرفتن واحد هزینه سفارش‌دهی و هزینه نگهداری، با محاسبات پیچیده و دشوار و استفاده از روش دیفازی گشتاورها مقدار قطعی EPQ را به دست آوردند. یائو و لی [۱۲ و ۱۳]، یائو و همکاران [۱۴] و لی و یائو [۱۵]، مقدار سفارش‌دهی (Q) را به صورت عدد فازی مثلثی و دوزنقه‌ای، در نظر گرفته و با استفاده از اصل گسترش زاده، تابع عضویت هزینه کل موجودی را محاسبه کرده و سپس با استفاده از روش گشتاورها، مقدار هزینه کل موجودی را تخمین زده‌اند. ووچسویک [۱۶]، با به کارگیری روش‌های مختلف به تعیین مقدار سفارش اقتصادی در حالت فازی پرداخته و روش‌های دیفازی‌سازی را با یکدیگر مقایسه می‌کند. روش‌های استفاده شده برای تعیین فاکتورهای بهینه مدل روش‌هایی پیچیده و طولانی هستند [۲ و ۴ و ۵ و ۶]. حال اگر همه پارامترهای مدل به صورت فازی در نظر گرفته شوند، پیچیدگی و فرایند حل مدل افزایش خواهد یافت [۱۷]. شیشه‌بری و همکاران [۱۸]، مدل EPQ را با رویکرد فازی با استفاده از روش برنامه‌ریزی غیرخطی و روش‌های دیفازی‌سازی مورد

تعداد پارامترهای فازی به دلیل پیچیدگی محاسباتی، کارآیی خود را از دست داده و در ضمن این روش‌ها قادر به تعیین سیاست بهینه مدل در سطوح مختلف برش آلفا نیستند و فقط با اختصاص یک عدد دیفازی شده به هر فاکتور بهینه به کار خود پایان می‌دهند. بنابراین در این مقاله با استفاده از ایده به کار رفته در مراجع [۲ و ۴ و ۵ و ۶] برای حل مسائل سیستم‌های صف فازی یک مدل کنترل موجودی، با در نظر گرفتن روند تغییرات هزینه و مقدار اقتصادی سفارش در شرایط وجود افزایش معلوم قیمت کالا در مقاطع مشخص زمانی با لحاظ کردن همه پارامترها به صورت عدد فازی مثلی ارایه شده است. فاکتورهای بهینه مدل، با رویکردی ابتکاری از تلفیق روش برش آلفا و تکنیک برنامه‌ریزی غیر خطی پارامتری در هر سطح برش آلفا تعیین شده و برای بررسی کارآیی روش ذکر شده، مقدار حاصل شده از این رویکرد، با رویکرد ارایه‌شده در مرجع [۸ و ۹ و ۱۶]، مقایسه شده است. این روش ابتکاری با تعیین تابع عضویت پارامترهای بهینه مدل، سیاست بهینه برای گرفتن تصمیم را در هر سطح برش آلفا در اختیار تصمیم گیرنده قرار می‌دهد.

تعریف مسئله: مدل مسئله در حالت قطعی

در این مدل، قیمت واحد کالا تابعی از تاریخ سفارش است. فرض کنیم قیمت واحد کالا تا تاریخ مشخص t_p برابر با u_0 و از تاریخ t_p به بعد، به u_1 می‌رسد. ($u_1 > u_0$). به شکل ۱ که نشان‌دهنده مقدار (وضعیت) موجودی در مقابل زمان است توجه می‌کنیم.

u_0 : قیمت واحد کالا تا تاریخ مشخص t_p

u_1 : قیمت واحد کالا از تاریخ t_p به بعد

t_f : آخرین زمان سفارش‌دهی قبل از تغییر قیمت

t_p : زمان تغییر در قیمت خرید کالا

C: واحد هزینه سفارش‌دهی

D: نرخ تقاضا (مصرف) کالا

Q: میزان سفارش خارج از نوبت

t_b : زمان اتمام موجودی سفارش خارج از نوبت

t_a : زمان اتمام موجودی کنونی

h_c : بخش ثابت هزینه نگهداری کالا

* t : زمان صدور سفارش خارج از نوبت

بررسی قرار دادند و کارایی روش‌های دیفازی‌سازی را با یکدیگر مقایسه کردند. چن و چانگ [۱۹] مدل مقدار تولید اقتصادی را با در نظر گرفتن کالای غیرقابل جایگزین معیوب در دو حالت نرخ تولید به صورت قطعی و فازی دوزنقه‌ای ارایه کردند. مدل ارایه‌شده در حالتی که نرخ تولید قطعی است، با استفاده از اصل گسترش و روش مرکز ثقل، و در حالتی که نرخ تولید فازی است، با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ بررسی و حل شده است. ژرک [۲۰] مدل مقدار تولید اقتصادی را با در نظر گرفتن سیکل تولید به صورت عدد فازی مثلی مورد بررسی قرار داد. مدل ارایه‌شده با استفاده از اصل گسترش و روش مرکز ثقل مورد بررسی قرار داده شده و نتایج حل عددی نشان می‌دهد که اندازه سیکل تولیدی در حالت فازی نسبت به حالت کلاسیک افزایش دارد. ژرک [۲۱] مدل مقدار سفارش اقتصادی با کمبود را با در نظر گرفتن تقاضا و لیدتایم به صورت عدد فازی مثلی مورد بررسی قرار داد و با استفاده از اصل گسترش و دیفازی‌سازی با استفاده از روش فاصله جهت‌دار به محاسبه فاکتورهای بهینه مدل پرداخت و همچنین با مثال عددی ثابت کرد که در حالت عدم قطعیت مقدار انباشته اقتصادی نسبت به حالت کلاسیک افزایش می‌یابد. یانگ [۲۲] مدل مقدار تولید اقتصادی کلاسیک را با در نظر گرفتن هزینه راه‌اندازی، نرخ تقاضا و نرخ تولید در حالت فازی دوزنقه‌ای و حل مدل با استفاده از ضرایب لاگرانژ را مورد بررسی قرار داد و با به کارگیری اصل گسترش و روش ابتکاری جبری به محاسبه فاکتورهای بهینه مدل پرداخت. هو و همکاران [۲۳] مدل مقدار تولید اقتصادی برای اقلام معیوب را بررسی کردند که در آن نسبت اقلام معیوب به صورت عدد فازی در نظر گرفته شده است. در این بررسی دو مدل با فرض نرخ بازرسی بزرگ‌تر از نرخ تولید و برعکس ارایه شده است و در نهایت فاکتورهای بهینه مدل با استفاده از اصل گسترش، روش فاصله جهت‌دار و روش جبری محاسبه شده است. رزمی و همکاران [۲۴] مسئله انتخاب بهترین زنجیره تأمین در حالت فازی را با استفاده از روش تاپسیس فازی^۷ بررسی کردند و در نهایت مدل ارایه‌شده را با مثال عددی و آنالیز حساسیت پارمترها مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند.

مرور مقالات ذکر شده نشان می‌دهد که روش‌های تعیین فاکتورهای بهینه در مدل‌های عنوان شده با افزایش

کنیم. صرفه‌جویی خالص حاصله عبارت است از مبلغ این صرفه‌جویی که هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری موجودی خارج از نوبت را از آن برداریم. اگر این صرفه‌جویی خالص از هزینه‌های معمولی صدور سفارش و نگهداری در شرایط عدم صدور سفارش خارج از نوبت بیشتر باشد، طبیعی است که صدور این سفارش مقرون به صرفه خواهد بود. مقدار خالص صرفه‌جویی را با NS نشان می‌دهیم. هزینه‌های معمولی در صورت صادر نشدن سفارش در تاریخ t^* عبارتند از: هزینه‌های سفارش‌ها و نگهداری در فاصله زمانی t_a تا t_b .

با توجه به مدل کلاسیک سفارش اقتصادی موجودی، جمع هزینه‌ها در واحد زمان در شرایط اقتصادی برابر با $\sqrt{2.C.D.h}$ خواهد بود. در صورتی که مقدار خالص صرفه‌جویی شده در اثر صدور سفارش خارج از نوبت را با NS نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$NS = (Q \text{ صرفه‌جویی در قیمت خرید به اندازه } Q) + (Q \text{ صرفه‌جویی در هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری در شرایط معمولی در فاصله زمانی } t_a \text{ تا } t_b) - (Q \text{ هزینه‌های نگهداری ایجاد شده در فاصله زمانی } t^* \text{ تا } t_b \text{ به دلیل خرید به مقدار } Q) - (Q \text{ هزینه سفارش‌دهی در تاریخ } t^*) \quad (3)$$

در اینجا با توجه به اینکه تغییر قیمت مطرح است، برای عمومیت بخشیدن به مدل، هزینه‌های نگهداری را شامل دو بخش ثابت و متغیر در نظر می‌گیریم. در نتیجه در همه فرمول‌های مرتبط با این مدل، به جای h عبارت $h_c + i.u$ قرار می‌گیرد. حال با توجه به رابطه (۳) داریم:

$$NS = Q.(u_1 - u_0) + \sqrt{2.C.D.(h_c + i.u_1).(t_b - t_a)} - (h_c + i.u_0) \cdot \left(\frac{Q.IP(t^*)}{D} + \frac{Q^2}{2.D} \right) - C \quad (4)$$

در عین حال می‌دانیم که $t_b - t_a = \frac{Q}{D}$ است و می‌تواند در رابطه (۴) جایگزین شود. در رابطه (۴) مقدار جمله سوم که مربوط به هزینه‌های نگهداری ایجاد شده در فاصله زمانی t^* تا t_b به علت خرید Q است، عبارت است از مساحت دوزنقه ABCD است که در h ضرب شده است:

$$S_{ABCD} = S_{ABED} + S_{DEC} = Q.(t_a - t^*) + \frac{Q}{2} \cdot (t_b - t_a) = Q \cdot \frac{IP(t^*)}{D} + \frac{Q^2}{2.D} \quad (5)$$

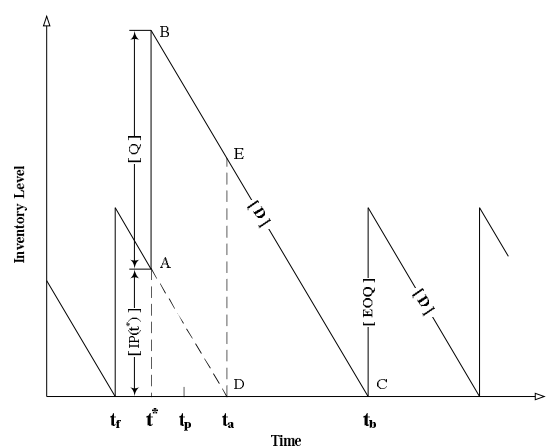
حال در رابطه (۴) با گرفتن مشتق NS نسبت به Q و قرار دادن مشتق برابر با صفر، خواهیم داشت:

۱. نسبت بخش متغیر واحد هزینه نگهداری به قیمت کالا فرض کنیم در شرایطی که تغییر قیمت مطرح نباشد و سفارش‌ها طبق معمول بر اساس قیمت u_0 انجام شود، آخرین سفارشی که قبل از تاریخ t_p صادر می‌شود، در تاریخ t_f خواهد بود و موجودی سفارش t_f به طور معمول تا تاریخ t_a ادامه می‌یافت. حال با توجه به اینکه قرار است در تاریخ t_p قیمت واحد کالا افزایش یابد، حالت معمول سفارش‌ها دستخوش تغییر شود؛ در اینجا این سؤال مطرح می‌شود که آیا صدور یک سفارش خارج از نوبت در تاریخی بین t_f تا t_p مقرون به صرفه است؟ در صورتی که جواب این سؤال مثبت باشد، سؤال دوم این است که مقدار سفارش اقتصادی این سفارش چه مقدار خواهد بود؟ به طور طبیعی صدور سفارش خارج از نوبت در تاریخی قبل از t_f منطقی نخواهد بود. چون با انجام این چنین سفارشی، موجودی انبار و هزینه نگهداری زودتر از موعد منطقی بالا خواهد رفت. در صورتی که سفارش به صورت خارج از نوبت در تاریخ t^* و به مقدار Q صادر شود، موجودی مربوطه تا تاریخ t_b در انبار باقی خواهد ماند. با مراجعه به شکل ۱ به راحتی دیده می‌شود که:

$$t_a = t^* + \frac{IP(t^*)}{D} \quad (1)$$

در اینجا $IP(t^*)$ عبارت است از مقدار (وضعیت) موجودی در تاریخ t^* است. همین طور داریم:

$$t_b = t_a + \frac{Q}{D} \quad (2)$$



شکل ۱: کردار سطح موجودی-زمان در شرایط وجود تورم قیمت و صدور سفارش خارج از نوبت

حال لازم است، صرفه‌جویی در قیمت را که با صدور سفارش خارج از نوبت در تاریخ t^* حاصل می‌شود محاسبه

$$\tilde{h}_c = \{(h_c, \mu_{\tilde{h}_c}(v)) | v \in V\} \quad \tilde{s} = \{(s, \mu_{\tilde{s}}(r)) | r \in R\} \quad (V)$$

در رابطه (V) ، X و Y و U و V و Z و W و J و R به ترتیب مجموعه‌های قطعی از قیمت واحد کالا تا تاریخ t_p ، قیمت واحد کالا از تاریخ t_p ، به بعد، نرخ تقاضا، بخش ثابت واحد هزینه نگهداری، نسبت بخش متغیر واحد هزینه نگهداری (شامل هزینه سرمایه راکد)، هزینه هر بار سفارش‌دهی، زمان افزایش قیمت‌ها و میزان سطح موجودی کنونی هستند. تابع $NS(u_0, u_1, i, h_c, D, C, Q)$ مقدار خالص صرفه‌جویی شده در اثر سفارش خارج از نوبت Q واحد از محصول را نشان می‌دهد. در صورتی که \tilde{u}_0 و \tilde{u}_1 و \tilde{D} و \tilde{h}_c و \tilde{i} و \tilde{C} فازی باشند تابع عضویت مقدار خالص صرفه‌جویی شده در اثر سفارش خارج از نوبت نیز فازی خواهد بود و بر اساس اصل گسترش زاده [۳۱]، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_{\tilde{E}}(NS) = \sup_{\substack{x \in X, y \in Y, u \in U, \\ v \in V, z \in Z, w \in W}} \min\{\mu_{\tilde{u}_0}(x), \mu_{\tilde{u}_1}(y),$$

$$\mu_{\tilde{D}}(u), \mu_{\tilde{h}_c}(v), \mu_{\tilde{i}}(z), \mu_{\tilde{C}}(w) | NS =$$

$$Q \cdot (u_1 - u_0) + \sqrt{2 \cdot C \cdot D \cdot (h_c + i \cdot u_1)}.$$

$$(t_b - t_a) - (h_c + i \cdot u_0) \cdot \left(\frac{Q \cdot IP(t^*)}{D} + \frac{Q^2}{2 \cdot D} \right) - C \} \quad (8)$$

با توجه به رابطه (۸) تعیین شکل تابع هدف با استفاده از روش‌های عنوان شده در مراجع [۱۲ و ۱۳ و ۱۴] دشوار بوده و نیاز به محاسبات پیچیده دارد؛ علاوه بر این هر چه تعداد پارامترهای فازی افزایش یابد، پیچیدگی محاسباتی نیز افزایش خواهد یافت. این مقاله با به کارگیری برش آلفا و تکنیک برنامه‌ریزی غیرخطی پارامتری، شکل تابع عضویت بالا را به روش ساده تری تعیین می‌کند و در نهایت با ارایه جواب به صورت برش‌های یک عدد فازی در هر سطح برش تصمیم‌گیری واقع‌بینانه‌تری را با توجه به فازی بودن پارامترها در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهد.

رویکرد اول حل: استفاده از تکنیک برش آلفا

برش آلفا در مجموعه‌های فازی زیر مجموعه‌ای از عناصر آن است که درجه عضویت آنها بزرگ‌تر یا مساوی آلفا است و به صورت A_α نشان داده می‌شود:

$$A_\alpha = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (9)$$

$$Q^* = \frac{(u_1 - u_0) \cdot D}{u_c + i \cdot u_0} + \frac{u_c + i \cdot u_1}{u_c + i \cdot u_0} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot C \cdot D}{u_c + i \cdot u_1}} - IP(t^*) \quad (6)$$

- الگوریتم حل مدل در حالت قطعی به صورت زیر است:
- ۱- با استفاده از فرمول (۶) مقدار Q^* را در شرایطی که $t^* = t_p$ است را به دست آورید. مقدار Q^* حاصله Q_p^* نامیده می‌شود. بار دیگر مقدار Q^* را با استفاده از همین فرمول در شرایطی که $t^* = t_f$ است محاسبه کنید. عدد به دست آمده Q_f^* نامیده می‌شود.
 - ۲- با استفاده از فرمول (۴) مقدار NS در شرایطی که $t^* = t_p$ است محاسبه می‌شود، بار دیگر با استفاده از همین فرمول مقدار NS در شرایطی که $t^* = t_f$ است محاسبه می‌شود. اعداد حاصله به ترتیب NS_p و NS_f نامیده می‌شود.
 - ۳- اگر مقدار $\max\{NS_f + C, NS_p\} > 0$ باشد، به قدم ۴ مراجعه می‌شود. در غیر این صورت، سفارش خارج از نوبت صادر نمی‌شود.
 - ۴- اگر $NS_f + C \leq NS_p$ باشد، سفارش خارج از نوبت در t_p صادر می‌شود. در غیر این صورت در t_f صادر می‌شود. [۲۵-۲۹]

مدل مسئله در حالت فازی

یکی از پرکاربردترین روش‌های در نظر گرفتن عدم قطعیت، استفاده از مفاهیم مجموعه‌های فازی است. به عبارت دیگر مهم‌ترین مزیت به کارگیری مجموعه‌های فازی این است که می‌توان پارامترهای مدل را به صورت بازه‌ای از مقادیر مورد انتظار در نظر گرفت؛ علاوه بر این در برخی از موارد پارامترهای مدل به صورت متغیرهای زبانی بیان می‌شوند که در این صورت به کارگیری مجموعه‌های فازی می‌تواند بسیار کمک‌کننده باشد؛ به عنوان مثال اگر عنوان شود که "هزینه نگهداری هر واحد کالا (h) بین ۱۸٪ تا ۳۵٪ ارزش هر واحد کالا است" و یا "هزینه سفارش‌دهی (C) این نوع کالا خیلی زیاد نیست" استفاده از مجموعه‌های فازی می‌تواند بسیار سودمند باشد. در این مقاله برای تطابق بیشتر با واقعیت پارامترهای u_0 و u_1 و D و h_c و i و C و t_p و s به صورت عدد فازی مثلی در نظر گرفته شده‌اند که نمایش فازی این پارامترها به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_0 &= \{(u_0, \mu_{\tilde{u}_0}(x)) | x \in X\} & \tilde{i} &= \{(i, \mu_{\tilde{i}}(z)) | z \in Z\} \\ \tilde{u}_1 &= \{(u_1, \mu_{\tilde{u}_1}(y)) | y \in Y\} & \tilde{C} &= \{(C, \mu_{\tilde{C}}(w)) | w \in W\} \\ \tilde{D} &= \{(D, \mu_{\tilde{D}}(u)) | u \in U\} & \tilde{t}_p &= \{(t_p, \mu_{\tilde{t}_p}(j)) | j \in J\} \end{aligned}$$

شود تا تساوی $(\theta)=\alpha$ $\mu_{NS}(\bar{u}_0, \bar{u}_1, \bar{i}, \bar{h}_c, \bar{D}, \bar{C}, Q)$ محقق شود و بتوان نقاط تابع عضویت مقدار خالص صرفه‌جویی شده در اثر سفارش خارج از نوبت را به ازای برش‌های مختلف آلفا تعیین کرده و تخمینی از شکل تابع عضویت NS به دست آورد. بنابراین با توجه به نکات ذکر شده داریم:

$$\begin{aligned} \{ \mu_{\bar{u}_0}(x) \geq \alpha, \mu_{\bar{u}_1}(y) \geq \alpha, \mu_{\bar{D}}(u) \geq \alpha, \mu_{\bar{h}_c}(v) \geq \alpha, \\ \mu_{\bar{i}}(z) \geq \alpha, \mu_{\bar{C}}(z) \geq \alpha \} \\ \{ \mu_{\bar{u}_0}(x) \geq \alpha, \mu_{\bar{u}_1}(y) = \alpha, \mu_{\bar{D}}(u) \geq \alpha, \mu_{\bar{h}_c}(v) \geq \alpha, \\ \mu_{\bar{i}}(z) \geq \alpha, \mu_{\bar{C}}(z) \geq \alpha \} \\ \{ \mu_{\bar{u}_0}(x) \geq \alpha, \mu_{\bar{u}_1}(y) \geq \alpha, \mu_{\bar{D}}(u) = \alpha, \mu_{\bar{h}_c}(v) \geq \alpha, \\ \mu_{\bar{i}}(z) \geq \alpha, \mu_{\bar{C}}(z) \geq \alpha \} \\ \{ \mu_{\bar{u}_0}(x) \geq \alpha, \mu_{\bar{u}_1}(y) \geq \alpha, \mu_{\bar{D}}(u) \geq \alpha, \mu_{\bar{h}_c}(v) = \alpha, \\ \mu_{\bar{i}}(z) \geq \alpha, \mu_{\bar{C}}(z) \geq \alpha \} \\ \{ \mu_{\bar{u}_0}(x) \geq \alpha, \mu_{\bar{u}_1}(y) \geq \alpha, \mu_{\bar{D}}(u) \geq \alpha, \mu_{\bar{h}_c}(v) \geq \alpha, \\ \mu_{\bar{i}}(z) = \alpha, \mu_{\bar{C}}(z) \geq \alpha \} \\ \{ \mu_{\bar{u}_0}(x) \geq \alpha, \mu_{\bar{u}_1}(y) \geq \alpha, \mu_{\bar{D}}(u) \geq \alpha, \mu_{\bar{h}_c}(v) \geq \alpha, \\ \mu_{\bar{i}}(z) \geq \alpha, \mu_{\bar{C}}(z) = \alpha \} \end{aligned} \quad (14)$$

رویکرد برنامه‌ریزی غیر خطی پارامتری

با توجه به رابطه (۴) در تابع NS علاوه بر پارامترهای فازی مسئله متغیر Q نیز ظاهر شده است، بنابراین ابتدا باید میزان این پارامتر با استفاده از برش‌های آلفا تعیین شود و سپس اقدام به محاسبه عبارت NS کنیم. در ضمن عبارت به دست آمده برای پارامتر Q شامل متغیر $IP(t^*)$ است و بعد از محاسبه این عبارت می‌توانیم میزان عبارت Q را تعیین کنیم. بنابراین برای تعیین شکل تابع هدف باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱- مقدار عبارت $IP(t^*)$ را به ازای مقادیر t_f و t_p به دست می‌آوریم، به طوری که t_p پارامتر ورودی از قبل تعیین شده مسئله است و t_f با توجه به رفتار مدل و سایر پارامترهای مسئله باید تعیین شود.

۲- با استفاده از مقادیر به دست آمده در گام ۱ و جایگذاری آنها در تابع Q^* به ازای $IP(t^*)$ مقادیر Q_f^* و Q_p^* را تعیین می‌کنیم.

۳- با استفاده از مقادیر به دست آمده از گام ۲ و جایگذاری آنها در تابع NS به ازای Q^* مقادیر NS_f و NS_p را تعیین می‌کنیم.

بنا به روشی که در مراجع [۲ و ۴ و ۵ و ۶] بیان شده است، تابع عضویت هر یک از پارامترهای مدل را می‌توان به صورت یک مدل غیرخطی مطابق با رابطه (۱۴) نشان داد. ابتدا باید تابع عضویت مقدار سفارش اقتصادی (EOQ) را زمانی که هنوز قیمت‌ها تحت تورم افزایش نیافته، محاسبه

اگر در برش آلفا، زیر مجموعه عناصر با درجه عضویت بزرگ‌تر از آلفا تعیین شوند، به آن برش قوی آلفا گفته می‌شود و به صورت A'_α نشان داده می‌شود:

$$A'_\alpha = \{x | \mu_{\bar{A}}(x) > \alpha\} \quad (10)$$

مجموعه‌های به دست آمده از برش آلفا و برش قوی آلفا مجموعه‌های کلاسیک هستند. می‌توان با استفاده از برش آلفا تابع عضویت مقدار خالص صرفه‌جویی شده در اثر سفارش خارج از نوبت $(\mu_{NS}(\bar{u}_0, \bar{u}_1, \bar{i}, \bar{h}_c, \bar{D}, \bar{C}, Q))$ را قطعی کرد. برش آلفا برای پارامترهای فازی مورد استفاده در این مسئله به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} u_0(\alpha) &= \{x \in X | \mu_{\bar{u}_0}(x) \geq \alpha\} \\ u_1(\alpha) &= \{y \in Y | \mu_{\bar{u}_1}(y) \geq \alpha\} \\ D(\alpha) &= \{u \in U | \mu_{\bar{D}}(u) \geq \alpha\} \\ h_c(\alpha) &= \{v \in V | \mu_{\bar{h}_c}(v) \geq \alpha\} \\ i(\alpha) &= \{z \in Z | \mu_{\bar{i}}(z) \geq \alpha\} \\ C(\alpha) &= \{w \in W | \mu_{\bar{C}}(w) \geq \alpha\} \end{aligned} \quad (11)$$

با توجه به اینکه پارامترهای \bar{u}_0 و \bar{u}_1 و \bar{D} و \bar{h}_c و \bar{i} و \bar{C} فازی هستند، بنابراین برش آلفا از اعداد فازی ذکر شده، فاصله‌هایی به صورت قطعی ایجاد می‌کند که به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۱ و ۱۵]:

$$\begin{aligned} u_0(\alpha) &= [\min_{x \in X} \{x | \mu_{\bar{u}_0}(x) \geq \alpha\}, \max_{x \in X} \{x | \mu_{\bar{u}_0}(x) \geq \alpha\}] \\ u_1(\alpha) &= [\min_{y \in Y} \{y | \mu_{\bar{u}_1}(y) \geq \alpha\}, \max_{y \in Y} \{y | \mu_{\bar{u}_1}(y) \geq \alpha\}] \\ D(\alpha) &= [\min_{u \in U} \{u | \mu_{\bar{D}}(u) \geq \alpha\}, \max_{u \in U} \{u | \mu_{\bar{D}}(u) \geq \alpha\}] \\ h_c(\alpha) &= [\min_{v \in V} \{v | \mu_{\bar{h}_c}(v) \geq \alpha\}, \max_{v \in V} \{v | \mu_{\bar{h}_c}(v) \geq \alpha\}] \\ C(\alpha) &= [\min_{w \in W} \{w | \mu_{\bar{C}}(w) \geq \alpha\}, \max_{w \in W} \{w | \mu_{\bar{C}}(w) \geq \alpha\}] \\ i(\alpha) &= [\min_{z \in Z} \{z | \mu_{\bar{i}}(z) \geq \alpha\}, \max_{z \in Z} \{z | \mu_{\bar{i}}(z) \geq \alpha\}] \end{aligned} \quad (12)$$

بنابراین با استفاده از تکنیک برش آلفا؛ هر یک از پارامترهای مدل موجودی مورد بررسی قطعی می‌شوند. همچنین مدل فازی مورد بحث به ازای برش‌های مختلف آلفا تبدیل به مدلی قطعی می‌شود که پارامترهای قطعی مدل به ازای برش‌های مختلف آلفا عبارتند از:

$$\begin{aligned} \{u_0(\alpha) | 0 \leq \alpha \leq 1\} & \quad \{h_c(\alpha) | 0 \leq \alpha \leq 1\} \\ \{u_1(\alpha) | 0 \leq \alpha \leq 1\} & \quad \{i(\alpha) | 0 \leq \alpha \leq 1\} \\ \{D(\alpha) | 0 \leq \alpha \leq 1\} & \quad \{C(\alpha) | 0 \leq \alpha \leq 1\} \end{aligned} \quad (13)$$

برای تعیین تابع عضویت مقدار خالص صرفه‌جویی شده در اثر سفارش خارج از نوبت (θ) $(\mu_{NS}(\bar{u}_0, \bar{u}_1, \bar{i}, \bar{h}_c, \bar{D}, \bar{C}, Q))$ باید یکی از عبارت‌های عنوان شده در رابطه (۱۳) در یکی از رابطه‌های زیر برآورده

پس از حل هریک از مدل‌های فوق مقادیر F_a^l و F_a^u به دست می‌آید که این مقادیر به ترتیب ابتدا و انتهای فاصله قطعی برای $[F_a^l, F_a^u]$ بوده که این فاصله؛ برش آلفاهایی از \bar{F} است. برای تعیین تابع عضویت t_a بنا به زیرمن [۳۱] خواهیم داشت:

$$\mu_F(t_a) = \begin{cases} L(t_a), & t_{a1} \leq t_a \leq t_{a2} \\ 1, & t_{a2} \\ U(t_a), & t_{a2} \leq t_a \leq t_{a3} \end{cases} \quad (18)$$

۲- در این مرحله باید زمان‌های سفارش‌دهی را تعیین کنیم تا با استفاده از این زمان‌ها و مقایسه آنها با t_p بتوانیم زمان t_f یعنی آخرین زمان سفارش‌دهی را تشخیص دهیم. در مدل کلاسیک $t = \frac{EOQ}{D}$ ؛ اما در این مدل هر دو پارامتر صورت و مخرج فازی هستند. بنابراین تابع عضویت زمان سفارش‌دهی مطابق زیر تعریف می‌شود:

$$G_a^l = \min_{\substack{w,u,v, \\ z,x \in R}} \sqrt{\frac{2 \cdot w \cdot u}{v+z \cdot x}} \quad G_a^u = \max_{\substack{w,u,v, \\ z,x \in R}} \sqrt{\frac{2 \cdot w \cdot u}{v+z \cdot x}}$$

Subject to:

$w \in [w_a^l, w_a^u]$	Subject to:	$w \in [w_a^l, w_a^u]$
$u \in [u_a^l, u_a^u]$		$u \in [u_a^l, u_a^u]$
$v \in [v_a^l, v_a^u]$		$v \in [v_a^l, v_a^u]$
$z \in [z_a^l, z_a^u]$		$z \in [z_a^l, z_a^u]$
$x \in [x_a^l, x_a^u]$		$x \in [x_a^l, x_a^u]$

(۱۹)

پس از حل هر یک از مدل‌های فوق مقادیر G_a^l و G_a^u به دست می‌آید که این مقادیر به ترتیب ابتدا و انتهای فاصله قطعی برای $[G_a^l, G_a^u]$ است. بنابراین تابع عضویت t مشابه روابط (۱۶) و (۱۸) به دست می‌آید. حال فاصله زمانی بین سفارش‌ها عبارت خواهد بود از:

$$t_a, t+t_a, t+2 \cdot t_a, \dots \quad (20)$$

t_f عبارت است از بزرگ‌ترین زمان سفارش‌دهی که کمتر یا مساوی t_p است. بنابراین داریم:

$$t_f = \max_m (t_a + m \cdot t) \leq t_p, \quad \forall m=0,1,2,\dots \quad (21)$$

حال با محاسبه t_f و با معلوم بودن t_p می‌توانیم تابع عضویت میزان سفارش خارج از نوبت و همچنین میزان خالص صرفه‌جویی ناشی از سفارش خارج از نوبت را تعیین نماییم. ابتدا به محاسبه تابع عضویت مقدار (وضعیت) موجودی در لحظه t_p می‌پردازیم:

$$I_a^l = \min_{\substack{w,u,v,z, \\ x,j,k \in R}} \left(\sqrt{\frac{2 \cdot w \cdot u}{v+z \cdot x}} - (j-k) \cdot u \right)$$

کنیم. بنابراین با استفاده از روشی که در مراجع [۲ و ۴ و ۵ و ۶] عنوان شده است مقدار این پارامتر برابر است با:

$$E_a^l = \min_{\substack{w,u,v, \\ z,x \in R}} \sqrt{\frac{2 \cdot w \cdot u}{v+z \cdot x}} \quad E_a^u = \max_{\substack{w,u,v, \\ z,x \in R}} \sqrt{\frac{2 \cdot w \cdot u}{v+z \cdot x}}$$

Subject to:

$w \in [w_a^l, w_a^u]$	Subject to:	$w \in [w_a^l, w_a^u]$
$u \in [u_a^l, u_a^u]$		$u \in [u_a^l, u_a^u]$
$v \in [v_a^l, v_a^u]$		$v \in [v_a^l, v_a^u]$
$z \in [z_a^l, z_a^u]$		$z \in [z_a^l, z_a^u]$
$x \in [x_a^l, x_a^u]$		$x \in [x_a^l, x_a^u]$

(۱۵)

پس از حل هریک از مدل‌های فوق مقادیر E_a^l و E_a^u به دست می‌آید که این مقادیر به ترتیب ابتدا و انتهای فاصله قطعی برای $[E_a^l, E_a^u]$ بوده که این فاصله برش آلفاهایی از \bar{E} است. برای تعیین تابع عضویت EOQ_{u_0} بنا به زیرمن [۳۱] خواهیم داشت:

$$\mu_E(EOQ_{u_0}) = \begin{cases} L(EOQ_{u_0}), & EOQ_{u_01} \leq EOQ_{u_0} \leq EOQ_{u_02} \\ 1, & EOQ_{u_02} \\ U(EOQ_{u_0}), & EOQ_{u_02} \leq EOQ_{u_0} \leq EOQ_{u_03} \end{cases} \quad (16)$$

به طوری که در رابطه (۱۶)، $L(EOQ_{u_0}) = (E_a^l)^{-1}$ و $U(EOQ_{u_0}) = (E_a^u)^{-1}$ را نمی‌توان به سادگی با استفاده از روش‌های معمول مانند روش گشتاورها تعیین کرد؛ در نتیجه نمی‌توان یک تابع عضویت منسجم و معین برای EOQ_{u_0} به دست آورد. با به کارگیری تکنیک برش آلفا می‌توان تقریبی از شکل‌های $L(EOQ_{u_0})$ و $U(EOQ_{u_0})$ را تعیین کرد. در بخش مربوط به الگوریتم حل، روشی برای محاسبه این فاکتور ارایه شده است. با توجه به پارامتر محاسبه شده در رابطه (۱۵) و با در نظر گرفتن t_p که جز پارامترهای ورودی مدل است فاکتور t_f را مطابق گام‌های زیر محاسبه می‌کنیم:

۱- ابتدا باید مقدار پارامتر t_a را با توجه به رابطه زیر پیدا کنیم. در مدل کلاسیک $t_a = \frac{s}{D}$ اما در این مدل هر دو فاکتور s (سطح موجودی کنونی) و D اعداد فازی مثلثی هستند، بنابراین برای تعیین تابع عضویت این پارامتر داریم:

$$F_a^l = \min_{q,u \in R} \frac{q}{u} \quad F_a^u = \max_{q,u \in R} \frac{q}{u}$$

Subject to:

$q \in [q_a^l, q_a^u]$	Subject to:	$q \in [q_a^l, q_a^u]$
$u \in [u_a^l, u_a^u]$		$u \in [u_a^l, u_a^u]$

(۱۷)

$$y \in [y_a^l, y_a^u] \quad (25)$$

پس از حل هر یک از مدل‌های فوق مقادیر H_a^l و H_a^u به دست می‌آید که این مقادیر به ترتیب ابتدا و انتهای فاصله قطعی برای $[H_a^l, H_a^u]$ است. همچنین برای تعیین تابع عضویت Q_f مطابق زیر داریم:

$$L_a^l = \min_{\substack{y,x,u,v, \\ z,w \in \mathbb{R}}} \left[\frac{(y-x).u}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} \right]$$

Subject to:

$$\begin{aligned} w &\in [w_a^l, w_a^u] \\ u &\in [u_a^l, u_a^u] \\ v &\in [v_a^l, v_a^u] \\ z &\in [z_a^l, z_a^u] \\ x &\in [x_a^l, x_a^u] \\ y &\in [y_a^l, y_a^u] \end{aligned} \quad (26)$$

$$L_a^u = \max_{\substack{y,x,u,v, \\ z,w \in \mathbb{R}}} \left[\frac{(y-x).u}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} \right]$$

Subject to:

$$\begin{aligned} w &\in [w_a^l, w_a^u] \\ u &\in [u_a^l, u_a^u] \\ v &\in [v_a^l, v_a^u] \\ z &\in [z_a^l, z_a^u] \\ x &\in [x_a^l, x_a^u] \\ y &\in [y_a^l, y_a^u] \end{aligned} \quad (27)$$

پس از حل هر یک از مدل‌های فوق مقادیر L_a^l و L_a^u به دست می‌آید که این مقادیر به ترتیب ابتدا و انتهای فاصله قطعی برای $[L_a^l, L_a^u]$ بوده که این فاصله، برش آلفاهایی از \tilde{L} است. تابع عضویت Q_f نیز همانند قسمت‌های قبل تعیین می‌شود. حال باید تابع‌های عضویت میزان خالص صرفه‌جویی ناشی از سفارش خارج از نوبت در دو حالت t_p و t_f را محاسبه کنیم. ابتدا تابع عضویت NS_p را تعیین می‌کنیم:

$$P_a^l = \min_{\substack{y,x,w,u,v, \\ z,j,k \in \mathbb{R}}} \left[\frac{(y-x).u}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} + (j-k).u \right]$$

$$(j-k).u \cdot (y-x) + \sqrt{2.w.u.(v+z.y)} \cdot \left(\frac{y-x}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} \right) + (j-k).u$$

$$\frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} + (j-k) - (v+z.x) \cdot \left(\frac{y-x}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} \right) + (j-k).u$$

$$\frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} + (j-k) \cdot \left[\sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} - (j-k).u \right] + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(y-x).u^2}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} + (j-k).u \right]^2 - w$$

Subject to:

$$w \in [w_a^l, w_a^u]$$

Subject to:

$$\begin{aligned} w &\in [w_a^l, w_a^u] \\ u &\in [u_a^l, u_a^u] \\ v &\in [v_a^l, v_a^u] \\ z &\in [z_a^l, z_a^u] \\ x &\in [x_a^l, x_a^u] \\ j &\in [j_a^l, j_a^u] \\ k &\in [k_a^l, k_a^u] \end{aligned} \quad (22)$$

$$I_a^u = \max_{\substack{w,u,v,z, \\ x,j,k \in \mathbb{R}}} \left(\sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} - (j-k).u \right)$$

Subject to:

$$\begin{aligned} w &\in [w_a^l, w_a^u] \\ u &\in [u_a^l, u_a^u] \\ v &\in [v_a^l, v_a^u] \\ z &\in [z_a^l, z_a^u] \\ x &\in [x_a^l, x_a^u] \\ j &\in [j_a^l, j_a^u] \\ k &\in [k_a^l, k_a^u] \end{aligned} \quad (23)$$

پس از حل هر یک از مدل‌های فوق مقادیر I_a^l و I_a^u به دست می‌آید که این مقادیر به ترتیب ابتدا و انتهای فاصله قطعی برای $[I_a^l, I_a^u]$ است. تابع عضویت $IP(t_p)$ نیز همانند قسمت‌های قبل تعیین می‌شود. با توجه به شکل مشخص است که $IP(t_f)$ برابر با EOQ_{u_0} است بنابراین احتیاجی به محاسبه تابع عضویت آن نیست. حال می‌توان مقادیر تابع عضویت Q_f و Q_p را مطابق زیر تعیین کرد. ابتدا اقدام به محاسبه تابع عضویت Q_p می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$H_a^l = \min_{\substack{y,x,u,v, \\ z,j,k,w \in \mathbb{R}}} \left[\frac{(y-x).u}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} + (j-k).u \right]$$

Subject to:

$$\begin{aligned} w &\in [w_a^l, w_a^u] \\ u &\in [u_a^l, u_a^u] \\ v &\in [v_a^l, v_a^u] \\ z &\in [z_a^l, z_a^u] \\ x &\in [x_a^l, x_a^u] \\ j &\in [j_a^l, j_a^u] \\ k &\in [k_a^l, k_a^u] \\ y &\in [y_a^l, y_a^u] \end{aligned} \quad (24)$$

$$H_a^u = \max_{\substack{y,x,u,v, \\ z,j,k,w \in \mathbb{R}}} \left[\frac{(y-x).u}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} + (j-k).u \right]$$

Subject to:

$$\begin{aligned} w &\in [w_a^l, w_a^u] \\ u &\in [u_a^l, u_a^u] \\ v &\in [v_a^l, v_a^u] \\ z &\in [z_a^l, z_a^u] \\ x &\in [x_a^l, x_a^u] \\ j &\in [j_a^l, j_a^u] \\ k &\in [k_a^l, k_a^u] \end{aligned}$$

$$M_{\alpha}^l = \min_{\substack{y,x,w, \\ v,z,u \in R}} \left[\frac{(y-x).u}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} \right] \cdot (y-x) + \sqrt{2.w.u.(v+z.y)} \cdot \left(\frac{y-x}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.x}} \right) - (v+z.x) \cdot \left(\left[\frac{y-x}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.x}} \right] \cdot \left[\sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} \right] + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(y-x).u^{\frac{1}{2}}}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w}{v+z.x}} \right] \right) - w$$

Subject to:

$$\begin{aligned} w &\in [w_{\alpha}^l, w_{\alpha}^u] \\ u &\in [u_{\alpha}^l, u_{\alpha}^u] \\ v &\in [v_{\alpha}^l, v_{\alpha}^u] \\ z &\in [z_{\alpha}^l, z_{\alpha}^u] \\ x &\in [x_{\alpha}^l, x_{\alpha}^u] \\ y &\in [y_{\alpha}^l, y_{\alpha}^u] \end{aligned} \quad (31)$$

پس از حل هر یک از مدل‌های فوق مقادیر M_{α}^l و M_{α}^u به دست می‌آید که این مقادیر به ترتیب ابتدا و انتهای فاصله قطعی برای $[M_{\alpha}^l, M_{\alpha}^u]$ بوده که این فاصله؛ برش آلفاهایی از \tilde{M} است. تابع عضویت NS_f نیز همانند قسمت‌های قبل تعیین می‌شود.

الگوریتم حل مدل با توجه به رویکرد اول

مقدارهای ورودی: قیمت خرید کالا قبل و بعد از تغییر قیمت به ترتیب u_0 و u_1 ، نرخ تقاضا D ، بخش ثابت هزینه نگهداری h_c ، نسبت بخش متغیر واحد هزینه نگهداری به قیمت واحد کالا i ، هزینه سفارش‌دهی C ، سطح موجودی کنونی s و زمان تغییر در قیمت خرید کالا t_p .
مقدارهای خروجی: برش‌های آلفای هر یک از متغیرهای ورودی و همچنین برش‌های آلفای مربوط به t_f و $IP(t_f)$ و $IP(t_p)$ و Q_f و Q_p و NS_f و NS_p .
۱- برای پارامتر α از صفر تا یک گام‌های ۲ تا ۱۴ را تکرار کنید.

۲- پارامترهای زیر را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned} x_{\alpha}^l &= (x_2 - x_1) \cdot \alpha + x_1 & ; & \quad x_{\alpha}^u = x_3 - (x_3 - x_2) \cdot \alpha \\ y_{\alpha}^l &= (y_2 - y_1) \cdot \alpha + y_1 & ; & \quad y_{\alpha}^u = y_3 - (y_3 - y_2) \cdot \alpha \\ u_{\alpha}^l &= (u_2 - u_1) \cdot \alpha + u_1 & ; & \quad u_{\alpha}^u = u_3 - (u_3 - u_2) \cdot \alpha \\ v_{\alpha}^l &= (v_2 - v_1) \cdot \alpha + v_1 & ; & \quad v_{\alpha}^u = v_3 - (v_3 - v_2) \cdot \alpha \\ z_{\alpha}^l &= (z_2 - z_1) \cdot \alpha + z_1 & ; & \quad z_{\alpha}^u = z_3 - (z_3 - z_2) \cdot \alpha \\ w_{\alpha}^l &= (w_2 - w_1) \cdot \alpha + w_1 & ; & \quad w_{\alpha}^u = w_3 - (w_3 - w_2) \cdot \alpha \\ q_{\alpha}^l &= (q_2 - q_1) \cdot \alpha + q_1 & ; & \quad q_{\alpha}^u = q_3 - (q_3 - q_2) \cdot \alpha \\ j_{\alpha}^l &= (j_2 - j_1) \cdot \alpha + j_1 & ; & \quad j_{\alpha}^u = j_3 - (j_3 - j_2) \cdot \alpha \end{aligned}$$

۳- برای w_{α}^l تا w_{α}^u گام‌های ۴ تا ۱۱ را تکرار کنید.

۴- برای u_{α}^l تا u_{α}^u گام‌های ۵ تا ۱۱ را تکرار کنید.

$$\begin{aligned} u &\in [u_{\alpha}^l, u_{\alpha}^u] \\ v &\in [v_{\alpha}^l, v_{\alpha}^u] \\ z &\in [z_{\alpha}^l, z_{\alpha}^u] \\ x &\in [x_{\alpha}^l, x_{\alpha}^u] \\ j &\in [j_{\alpha}^l, j_{\alpha}^u] \\ k &\in [k_{\alpha}^l, k_{\alpha}^u] \\ y &\in [y_{\alpha}^l, y_{\alpha}^u] \end{aligned} \quad (28)$$

$$P_{\alpha}^u = \max_{z,j,k \in R} \left[\frac{(y-x).u}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} + (j-k).u \right] \cdot (y-x) + \sqrt{2.w.u.(v+z.y)} \cdot \left(\frac{y-x}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.x}} + j-k \right) - (v+z.x) \cdot \left(\left[\frac{y-x}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.x}} \right] \cdot \left[\sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} \right] + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(y-x).u^{\frac{1}{2}}}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w}{v+z.x}} \right] \right) - w$$

Subject to:

$$\begin{aligned} w &\in [w_{\alpha}^l, w_{\alpha}^u] \\ u &\in [u_{\alpha}^l, u_{\alpha}^u] \\ v &\in [v_{\alpha}^l, v_{\alpha}^u] \\ z &\in [z_{\alpha}^l, z_{\alpha}^u] \\ x &\in [x_{\alpha}^l, x_{\alpha}^u] \\ j &\in [j_{\alpha}^l, j_{\alpha}^u] \\ k &\in [k_{\alpha}^l, k_{\alpha}^u] \\ y &\in [y_{\alpha}^l, y_{\alpha}^u] \end{aligned} \quad (29)$$

پس از حل هر یک از مدل‌های فوق مقادیر P_{α}^l و P_{α}^u به دست می‌آید که این مقادیر به ترتیب ابتدا و انتهای فاصله قطعی برای $[P_{\alpha}^l, P_{\alpha}^u]$ است. حال تابع عضویت NS_f را محاسبه می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$M_{\alpha}^l = \min_{\substack{y,x,w, \\ v,z,u \in R}} \left[\frac{(y-x).u}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} \right] \cdot (y-x) + \sqrt{2.w.u.(v+z.y)} \cdot \left(\frac{y-x}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.x}} \right) - (v+z.x) \cdot \left(\left[\frac{y-x}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w.u^{\frac{1}{2}}}{v+z.x}} \right] \cdot \left[\sqrt{\frac{2.w.u}{v+z.x}} \right] + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(y-x).u^{\frac{1}{2}}}{v+z.x} + \frac{v+z.y}{v+z.x} \cdot \sqrt{\frac{2.w}{v+z.y}} - \sqrt{\frac{2.w}{v+z.x}} \right] \right) - w$$

Subject to:

$$\begin{aligned} w &\in [w_{\alpha}^l, w_{\alpha}^u] \\ u &\in [u_{\alpha}^l, u_{\alpha}^u] \\ v &\in [v_{\alpha}^l, v_{\alpha}^u] \\ z &\in [z_{\alpha}^l, z_{\alpha}^u] \\ x &\in [x_{\alpha}^l, x_{\alpha}^u] \\ y &\in [y_{\alpha}^l, y_{\alpha}^u] \end{aligned} \quad (30)$$

مطالعه بیشتر در رابطه با این روش‌ها به مراجع [۱۸ و ۹ و ۱۶ و ۱۸] مراجعه نماید.

رویکرد سوم حل: دیفازی سازی پارامترهای خروجی بعد از حل مدل

این رویکرد به این صورت است که پس از تعیین پارامترهای مدل به صورت فازی با یکی از روش‌های دیفازی‌سازی پارامتر مورد نظر را تعیین می‌کنند. لازم به ذکر است که در اکثر این روش‌ها پس از دیفازی‌سازی جواب نهایی به صورت یک عدد قطعی بوده و در مورد سطوح مختلف تابع عضویت پارامترها بحث نمی‌شود.

مثال عددی

برای یک کالا، میزان تقاضا (مصرف) تقریباً ۲۲۵ تن در ماه است. هزینه نگهداری هر تن کالا در انبار به مدت یک سال در حدود ۲۴ واحد پولی به صورت ثابت بوده و علاوه بر آن، به ازای هر سال به نسبت ۱۲ درصد سرمایه موجود در انبار، برای هزینه نگهداری کالا منظور می‌شود. صدور یک سفارش برای این کالا تقریباً ۲۰۰۰ واحد پولی هزینه به خود اختصاص می‌دهد. در اوایل فروردین ماه مشخص می‌شود که قرار است از اوایل مردادماه قیمت واحد کالا افزایش پیدا کند. قیمت کالا در زمان کنونی ۲۰۰ واحد پولی است. مدیریت برای مواجهه با این نوسان قیمت؛ با توجه به داده‌های گذشته و نوسان بازار، قیمت افزایش یافته کالا را ۲۶۰ واحد تخمین زده است. در ابتدای فروردین ماه سطح موجودی انبار توسط انباردار ۱۲۵ تن تعیین شده است. با توجه به داده‌های موجود، صلاحیت صدور یک سفارش خارج از نوبت را بررسی کنید و نیز در صورت صدور سفارش خارج از نوبت میزان مناسب سفارش و همچنین میزان صرفه‌جویی خالص ناشی از این سفارش خارج از نوبت را تعیین کنید؟

رویکرد اول برای حل مدل:

این رویکرد با استفاده از الگوریتم بیان شده قبل برای حل مدل است. ابتدا اعداد فازی مثلثی و برش آلفاهای مربوط به پارامترهای مدل را تشکیل می‌دهیم که نتایج برش‌ها در جدول (۱) و (۲) آورده شده است.

- ۵- برای v_a^l تا v_a^u گام‌های ۶ تا ۱۱ را تکرار کنید.
- ۶- برای z_a^l تا z_a^u گام‌های ۷ تا ۱۱ را تکرار کنید.
- ۷- برای y_a^l تا y_a^u گام‌های ۸ تا ۱۱ را تکرار کنید.
- ۸- برای q_a^l تا q_a^u گام‌های ۹ تا ۱۱ را تکرار کنید.
- ۹- برای j_a^l تا j_a^u گام‌های ۱۰ تا ۱۱ را تکرار کنید.
- ۱۰- برای x_a^l تا x_a^u گام ۱۱ را تکرار کنید.
- ۱۱- پارامترهای زیر را محاسبه کنید.

$$E_a^l = \arg\{\min E(w, u, v, z, x)\}$$

$$E_a^u = \arg\{\max E(w, u, v, z, x)\}$$

$$G_a^l = \arg\{\min G(w, u, v, z, x)\}$$

$$G_a^u = \arg\{\max G(w, u, v, z, x)\}$$

$$F_a^l = \arg\{\min F(q, u)\}$$

$$F_a^u = \arg\{\max F(q, u)\}$$

$$[k_a^l, k_a^u] = \max_{v, m} ([F_a^l, F_a^u] + m \cdot [G_a^l, G_a^u]) \leq [j_a^l, j_a^u]$$

$$I_a^l = \arg\{\min I(w, u, v, z, x, j, k)\}$$

$$I_a^u = \arg\{\max I(w, u, v, z, x, j, k)\}$$

$$H_a^l = \arg\{\min H(w, u, v, z, x, y)\}$$

$$H_a^u = \arg\{\max H(w, u, v, z, x, y)\}$$

$$L_a^l = \arg\{\min L(w, u, v, z, x, y, j, k)\}$$

$$L_a^u = \arg\{\max L(w, u, v, z, x, y, j, k)\}$$

$$P_a^l = \arg\{\min P(w, u, v, z, x, y, j, k)\}$$

$$P_a^u = \arg\{\max P(w, u, v, z, x, y, j, k)\}$$

$$M_a^l = \arg\{\min M(w, u, v, z, x, y)\}$$

$$M_a^u = \arg\{\max M(w, u, v, z, x, y)\}$$

۱۲- با استفاده از پارامترهای محاسبه شده در گام ۱۱ حدود بالا و پایین تمامی فاکتورها را تعیین کنید.

۱۳- اگر مقدار رابطه زیر برقرار باشد به گام ۱۴ بروید در غیر این صورت سفارش خارج از نوبت صادر نمی‌شود.

$$\max \{ [M_a^l, M_a^u] + [w_a^l, w_a^u], [P_a^l, P_a^u] \} > 0$$

$$\text{یا } [M_a^u, M_a^u] + [w_a^l, w_a^u] \vee [P_a^l, P_a^u] > 0$$

۱۴- اگر مقدار $[M_a^l, M_a^u] + [w_a^l, w_a^u] \leq [P_a^l, P_a^u]$ سفارش خارج از نوبت در تاریخ t_p صادر می‌شود. در غیر این صورت سفارش در تاریخ t_f صادر می‌شود.

۱۵- توقف.

رویکرد دوم حل: دیفازی سازی پارامترهای ورودی قبل از حل مدل

این رویکرد برگرفته از مرجع [۱۶] است و توسط ووجسویک و همکاران ارایه شده و در آن ابتدا پارامترهای فازی را با یکی از روش‌های دیفازی‌سازی مانند روش‌های مرکز ثقل، حداکثر درجه عضویت و گشتاورها به حالت کلاسیک تبدیل می‌کنیم و در نهایت با جایگذاری مقادیر دیفازی شده در توابع مورد نظر مقادیر آنها را محاسبه می‌کنیم. به خواننده علاقمند پیشنهاد می‌شود برای

حال با استفاده الگوریتم عنوان شده، پارامترهای خروجی مدل را محاسبه می‌کنیم. نتایج محاسبه این پارامترها در جدول (۳) تا (۶) آمده است.

$$D: [250 \ 225 \ 275] \quad U_1: [250 \ 260 \ 270]$$

$$h_c: [1.5 \ 2 \ 2.5] \quad s: [120 \ 125 \ 130]$$

$$i: [0.005 \ 0.01 \ 0.015] \quad t_p: [2.8 \ 3 \ 3.2]$$

$$C: [1900 \ 2000 \ 2100] \quad U_0: [190 \ 200 \ 210]$$

جدول ۱: نتایج برش‌های آلفای مربوط به پارامترهای ورودی مدل.

α	j_α^l	j_α^u	z_α^l	z_α^u	w_α^l	w_α^u	y_α^l	y_α^u
0	3.20	2.80	0.150	0.050	2100	1900	270	250
0.1	3.18	2.82	0.145	0.055	2090	1910	269	251
0.2	3.16	2.84	0.140	0.060	2080	1920	268	252
0.3	3.14	2.86	0.135	0.065	2070	1930	267	253
0.4	3.12	2.88	0.130	0.070	2060	1940	266	254
0.5	3.10	2.90	0.125	0.075	2050	1950	265	255
0.6	3.08	2.92	0.120	0.080	2040	1960	264	256
0.7	3.06	2.94	0.115	0.085	2030	1970	263	257
0.8	3.04	2.96	0.110	0.090	2020	1980	262	258
0.9	3.02	2.98	0.105	0.095	2010	1990	261	259
1	3.00	3.00	0.100	0.100	2000	2000	260	260

جدول ۴: نتایج برش‌های آلفای مربوط به پارامترهای خروجی مدل

α	$G_\alpha^l(t)$	$G_\alpha^u(t)$	$I_\alpha^l(IP(t_p))$	$I_\alpha^u(IP(t_p))$
0	0.533	0.591	2.232	3.282
0.1	0.534	0.585	2.260	3.269
0.2	0.535	0.580	2.286	3.185
0.3	0.536	0.576	2.326	3.108
0.4	0.537	0.573	2.365	3.036
0.5	0.539	0.570	2.406	2.968
0.6	0.542	0.566	2.423	2.882
0.7	0.544	0.562	2.466	2.823
0.8	0.546	0.559	2.505	2.767
0.9	0.550	0.557	2.573	2.714
1	0.556	0.556	2.664	2.664

جدول ۲: نتایج برش‌های آلفای مربوط به پارامترهای ورودی مدل

α	x_α^l	x_α^u	v_α^l	v_α^u	u_α^l	u_α^u	q_α^l	q_α^u
0	210	190	2.50	1.50	2200	2200	1300	1200
0.1	209	191	2.45	1.55	2295	2205	1295	1205
0.2	208	192	2.40	1.60	2290	2210	1290	1210
0.3	207	193	2.35	1.65	2285	2215	1285	1215
0.4	206	194	2.30	1.70	2280	2220	1280	1220
0.5	205	195	2.25	1.75	2275	2225	1275	1225
0.6	204	196	2.20	1.80	2270	2230	1270	1230
0.7	203	197	2.15	1.85	2265	2235	1265	1235
0.8	202	198	2.10	1.90	2260	2240	1260	1240
0.9	201	199	2.05	1.95	2255	2245	1255	1245
1	200	200	2.00	2.00	2250	2250	1250	1250

جدول ۵: نتایج برش‌های آلفای مربوط به پارامترهای خروجی مدل

α	$H_\alpha^l(Q_p)$	$H_\alpha^u(Q_p)$	$L_\alpha^l(Q_f)$	$L_\alpha^u(Q_f)$
0	0.254	30.5622	24.750	80.929
0.1	3.281	270.926	30.888	78.043
0.2	7.339	251.839	33.525	69.478
0.3	18.196	226.620	37.141	65.571
0.4	29.954	205.198	38.744	63.345
0.5	43.591	193.528	39.338	60.154
0.6	65.609	185.254	40.909	55.354
0.7	85.695	171.486	41.967	52.407
0.8	99.268	149.268	44.057	51.057
0.9	112.347	132.347	47.179	50.179
1	124.991	124.991	49.333	49.333

جدول ۳: نتایج برش‌های آلفای مربوط به پارامترهای خروجی مدل

α	$E_\alpha^l(EOQ)$	$E_\alpha^u(EOQ)$	$F_\alpha^l(t_a)$	$F_\alpha^u(t_a)$
0	384.662	627.922	0.522	0.591
0.1	390.137	602.051	0.534	0.569
0.2	400.325	584.489	0.535	0.570
0.3	406.640	568.197	0.536	0.571
0.4	425.486	553.022	0.537	0.572
0.5	434.631	538.842	0.538	0.573
0.6	446.461	519.752	0.552	0.552
0.7	456.861	507.402	0.553	0.553
0.8	460.828	495.762	0.554	0.554
0.9	472.343	484.761	0.555	0.555
1	474.342	474.342	0.556	0.556

جدول ۶: نتایج برش‌های آلفای مربوط به پارامترهای خروجی مدل

α	$P_\alpha^l(NS_p)$	$P_\alpha^u(NS_p)$	$M_\alpha^l(NS_f)$	$M_\alpha^u(NS_f)$
0	-3571.884	16962.364	-413.279	3311.466
0.1	-2828.533	14479.236	-343.597	2887.018
0.2	-2003.115	13329.042	-231.356	2624.738
0.3	-1386.483	12124.436	-190.168	2388.001
0.4	-843.233	11046.413	-80.694	2150.282
0.5	-110.048	10322.964	-5672	2011.945
0.6	1238.493	9538.493	200.472	1821.472
0.7	2489.929	8789.929	365.342	1655.342
0.8	3730.506	7530.506	612.161	1401.161
0.9	4628.724	6828.724	778.886	1228.886
1	5605.026	5605.026	968.464	968.464

به عنوان مثال برای پارامتر EOQ این مقادیر در فاصله [۶۲۷.۹۲۲ ۳۸۴.۶۶۲] قرار دارد (جدول ۳). حال باید زمان سفارش خارج از نوبت را تعیین کنیم که نتایج آن در جدول‌های (۷) و (۸) آمده است.

بنابراین با استفاده از این روش برای هر سطح برش آلفا، می‌توان سیاست بهینه برای سفارش‌دهی یا عدم سفارش‌دهی را تعیین کرد. بنابراین تصمیم‌گیرنده می‌تواند با توجه به سطوح مختلف برش آلفا تصمیم‌گیری کند.

جدول ۷: سفارش یا عدم سفارش‌دهی و زمان سفارش با استفاده از روش برنامه‌ریزی غیرخطی پارامتری

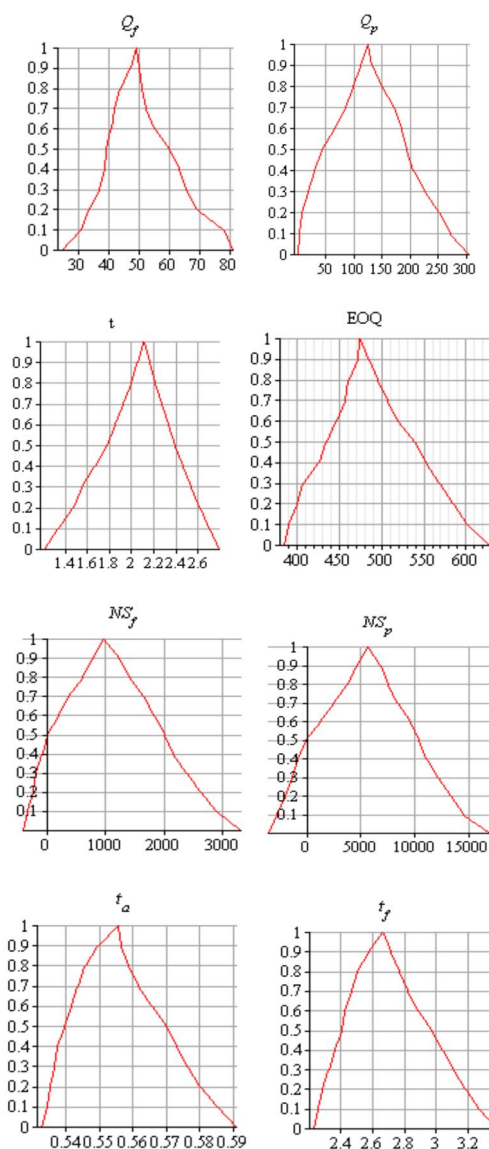
α	سفرش/عدم سفرش	زمان سفارش‌دهی
۰	عدم سفرش	-
۰.۱	عدم سفرش	-
۰.۲	عدم سفرش	-
۰.۳	عدم سفرش	-
۰.۴	عدم سفرش	-
۰.۵	عدم سفرش	-
۰.۶	سفارش‌دهی	t_f
۰.۷	سفارش‌دهی	t_p
۰.۸	سفارش‌دهی	t_p
۰.۹	سفارش‌دهی	t_p
۱	سفارش‌دهی	t_p

جدول ۸: میزان سفارش‌دهی خارج از نوبت و صرفه‌جویی ناشی از سفارش خارج از نوبت با استفاده از روش برنامه‌ریزی غیرخطی پارامتری

α	میزان سفارش	صرفه‌جویی ناشی از سفارش
۰	-	-
۰.۱	-	-
۰.۲	-	-
۰.۳	-	-
۰.۴	-	-
۰.۵	-	-
۰.۶	[۴۰۹۰۹.۵۵.۳۵۴]	[۲۰۰.۴۷۲.۱۸۲۱.۴۷۲]
۰.۷	[۸۵.۶۹۵.۱۷۱.۴۸۶]	[۲۴۸۹.۹۲۹.۸۳۹.۹۲۹]
۰.۸	[۹۹.۲۶۸.۱۴۹.۳۶۸]	[۳۷۳۰.۵۰۶.۷۵۳۰.۵۰۶]
۰.۹	[۱۱۲.۳۴۷.۱۳۲.۳۴۷]	[۴۶۲۸.۷۲۴.۶۸۲۸.۷۲۴]

همچنین برای سطوح برش قبل از ۰.۶ با توجه به جدول (۶) و شکل (۲) در این سطوح بال سمت چپ کردار تابع عضویت منفی است که به مفهوم تحمیل هزینه اضافی به سازمان در برخی سفارش‌ها است. به عنوان نمونه در سطح برش ۰.۲ با توجه به جدول‌های (۵) و (۶) اگر تصمیم‌گیرنده بخواهد در زمان t_p سفارش خارج از نوبت را صادر کند میزان سفارش بین ۱ واحد تا ۳۰۶

حال با توجه به داده‌های جداول (۳) تا (۶) می‌توانیم راجع به توابع عضویت پارامترها بحث کنیم. با ترسیم توابع عضویت هر یک از پارامترها در شکل (۲) و با استفاده از مقادیر به دست آمده از حل برنامه‌ریزی غیر خطی و همچنین تعیین تابع عضویت پارامترهای مدل مورد بحث ملاحظه می‌کنیم که شکل توابع عضویت پارامترها تا حد زیادی به عدد فازی مثلثی نزدیک است. با توجه به شکل ۲ مشخص می‌شود که مقدار هر یک از پارامترهای تعیین شده در سطح برش $\alpha = 0$ بیشترین دامنه را دارد. بنابراین مقدار هر یک از پارامترها از حداقل و حداکثر این سطح برش به ترتیب کمتر و بیشتر نیست.



شکل ۲: تابع عضویت هر یک از پارامترهای خروجی مدل به ازای مقادیر بدست آمده از حل مدل برنامه‌ریزی غیر خطی پارامتری

جدول (۹) آمده است. حال با استفاده از سه روش دیفازی عنوان شده در بالا داریم:

جدول ۹: نتایج مربوط به پارامترهای مدل ارایه شده با استفاده از روش‌های دیفازی سازی مرکز ثقل، حداکثر درجه عضویت و گشتاورها بعد از حل مدل

پارامتر	روش دیفازی سازی		
	گشتاورها	حداکثر درجه عضویت	مرکز ثقل
EOQ	۴۸۲.۳۴۹	۴۷۴.۳۴۲	۴۹۵.۶۴۲
t_a	۰.۵۵۴	۰.۵۵۵	۰.۵۶۰
t_f	۲.۶۶۵	۲.۶۶۴	۲.۷۵۹
Q_f	۴۸.۹۷۶	۴۹.۳۳۳	۵۱.۶۷۱
NS_f	۱۰.۲۳.۷۱۰	۹۶۸.۴۶۴	۱۲۸۸.۸۸۴
Q_p	۱۲۴.۰۱۹	۱۲۴.۹۹۱	۱۴۳.۶۲۲
NS_p	۵۴۸۵.۳۹۷	۵۶۰۵.۰۲۶	۶۳۳۱.۸۳۵
زمان سفارش	t_p	t_p	t_p
میزان سفارش	۱۲۴.۰۱۹	۱۲۴.۹۹۱	۱۴۳.۶۲۲
صرفه جویی	۵۴۸۵.۳۹۷	۵۶۰۵.۰۲۶	۶۳۳۱.۸۳۵

ملاحظه می‌کنیم که این روش‌ها بر خلاف رویکرد اول حل قادر نیستند در سطوح مختلف برش آلفا سیاست بهینه را تعیین کند و فقط جواب بهینه را به ازای همه برش‌ها به صورت کلی تعیین می‌کنند.

رویکرد سوم برای حل مدل:

این رویکرد که بر گرفته از مرجع [۱۶] است؛ به این صورت بیان می‌شود که ابتدا قبل از حل مدل پارامترهای فازی را با یکی از روش‌های دیفازی سازی به عدد کلاسیک تبدیل کنید و سپس با جایگذاری اعداد دیفازی شده در مدل پارامترهای مدل را تعیین کنید. اگر با استفاده از روش گشتاورها هر یک از پارامترهای مدل را قبل از حل دیفازی کنیم و سپس اقدام به محاسبه پارامترهای بهینه مدل کنیم با توجه به جدول (۱۰) داریم:

جدول ۱۰: نتایج مربوط به پارامترهای مدل ارایه شده با استفاده از روش دیفازی سازی گشتاورها قبل از حل مدل

پارامتر مورد نظر	روش دیفازی سازی گشتاورها
EOQ	۴۷۴.۳۴
t_a	۰.۵۶
t_f	۲.۶۷
Q_f	۴۹.۳۳
NS_f	۹۶۸.۳۰
Q_p	۱۲۳.۵۸
NS_p	۵۵۱۷.۶۰
زمان سفارش دهی	t_p
میزان سفارش	۱۲۳.۵۸
صرفه جویی ناشی از سفارش	۵۵۱۷.۶۰

واحد و میزان صرفه جویی ناشی از این سفارش در برخی از مقادیر شامل تحمیل هزینه اضافی به سازمان می‌شود (به علت منفی بودن سمت چپ بازه). مقدار تحمیل هزینه اضافی و همچنین صرفه جویی ناشی از سفارش بین ۳۵۷۱.۸۸۴- واحد پولی تا ۱۶۹۶۲.۳۶۴ واحد پولی قرار دارد. چنین تفسیری را می‌توان برای زمان سفارش دهی در زمان t_p با توجه به جدول‌های (۵) و (۶) به کار برد.

رویکرد دوم برای حل مدل:

بنا به رویکردی که در مرجع [۱۶ و ۹] عنوان شده است، پس از تعیین تابع عضویت هر یک از پارامترهای مدل باید آن را به نزدیکترین تابع عضویت (مثلی، دوزنقه ای، گوسی و ...) تقریب بزنیم و سپس با یکی از روش‌های دیفازی سازی تابع عضویت مورد نظر را به حالت قطعی درآوریم. نمونه‌ای از روش‌های دیفازی سازی برای تعیین فاکتورهای بهینه مدل مطابق ذیل است.

روش اول: دیفازی سازی با استفاده از روش مرکز ثقل اگر عدد $[a, b, c]$ عددی فازی مثلثی باشد بنا به روش مرکزیت میزان عدد قطعی آن برابر $(a+b+c)/3$ است. با استفاده از روش دیفازی سازی مرکزیت و با توجه به اینکه در شکل ۲ توابع عضویت پارامترها شبیه به عدد فازی مثلثی است می‌توانیم پارامترهای مدل را با این روش محاسبه کنیم.

روش دوم: دیفازی سازی با استفاده از روش حداکثر درجه عضویت

این روش در مواقعی کاربرد دارد که شکل تابع عضویت پیچیده بوده و به دست آوردن تابع عضویت امکان پذیر نباشد. در این روش یک مجموعه یا عدد فازی تبدیل به یک عدد کلاسیک که بیشترین درجه عضویت را در مجموعه یا عدد فازی دارد می‌شود.

روش سوم: دیفازی سازی با استفاده از روش مرکز ثقل روش مرکز ناحیه که بیشترین کاربرد را نسبت به سایر روش‌ها دارد و به شرح ذیل است [۸]:

$$X^* = \frac{\int \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot x \, dx}{\int \mu_{\tilde{A}}(x) \, dx} \quad (32)$$

در رابطه بالا علامت \int انتگرال جبری است. نتایج مربوط به محاسبه فاکتورهای مدل با این سه روش در

سطحی است که می‌توان بنا به سیاست‌های اتخاذ شده سازمان، سطح مورد نظر را انتخاب کرد اما در دو رویکرد دیگر سازمان فقط با یک سطح تصمیم روبه‌روست. حالتی را متصور شوید که در آن تعداد سطوحی که نباید در آن سفارش داد افزایش پیدا کند، یعنی در این سطوح قسمتی یا همه کردار تابع عضویت صرفه‌جویی ناشی از سفارش خارج از نوبت در هر سطح برش منفی است و با قرار دادن این جزئیات در هر سطح برش در اختیار تصمیم‌گیرنده، تصمیم‌گیرنده از سفارش‌دهی امتناع ورزد، در حالی که دو روش دیگر به علت اینکه با کل برش‌ها سیاست بهینه را تعیین می‌کنند، تأکید به صدور سفارش کنند و مقدار سفارش تعیین‌شده توسط این دو روش همان مقداری باشد که باعث منفی شدن کردار تابع عضویت صرفه‌جویی ناشی از سفارش خارج نوبت شده است، یعنی به جای صرفه‌جویی در هزینه‌ها افزایش هزینه داریم. برای تحقیقات بعدی می‌توان بحث کمبود و مقایسه سایر روش‌های دیفازی‌سازی را مد نظر قرار داد. همچنین برای تعیین دقیق‌تر فاکتورها می‌توان از برش‌های بیشتری استفاده کرد، که در این صورت با افزایش تعداد برش‌ها با گزینه‌های بیشتری برای تصمیم‌گیری بهینه مواجه می‌شویم که برای تعیین سطح برش مورد نظر توسط تصمیم‌گیرنده، می‌توان برای هر سطح برش تابع ریسک پذیرش در نظر گرفت و با اعمال هزینه ریسک به مدل به ازای هر سطح، تعداد گزینه‌های موجود برای تصمیم‌گیری بهینه، توسط تصمیم‌گیرنده را کاهش داد.

این رویکرد هم مانند رویکرد قبل جواب را از روی مجموع برش‌ها تشخیص می‌دهد و قادر به محاسبه فاکتورهای بهینه مدل در سطوح مختلف برش آلفا نیست.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل کنترل موجودی با در نظر گرفتن روند تغییرات هزینه و مقدار اقتصادی سفارش در شرایط وجود افزایش معلوم قیمت کالا در مقاطع مشخص زمانی با رویکرد فازی ارائه شد. برای نزدیک‌تر شدن مدل به واقعیت همه فاکتورهای ورودی به صورت عدد فازی مثلثی در نظر گرفته و با حل مدل با روش‌های مختلف و تعیین فاکتورهای بهینه درباره کارایی سه رویکرد عنوان شده بحث شد. همان طور که در بالا با استفاده از مثال عددی نشان دادیم کارایی روش ابتکاری اول، که از تلفیق روش برنامه‌ریزی غیر خطی و برش آلفا به دست آمده نسبت به دو روش دیگر بهتر است. چرا که این روش فاکتورهای بهینه را در سطوح مختلف برش آلفا تعیین و گزینه‌های بیشتری را برای اتخاذ تصمیم بهینه، در اختیار مدیر سازمان قرار می‌دهد. در حالی که دو رویکرد دیگر فاکتورهای بهینه را با استفاده از کل برش‌ها مورد ارزیابی قرار داده و در نهایت با بیان یک عدد به عنوان جواب بهینه، سیاست بهینه را برای اتخاذ تصمیم تعیین می‌کند. همچنین این رویکرد ابتکاری مدل را با تفصیل بیشتری مورد بررسی قرار داده و برای هر سطح برش مقادیر بهینه فاکتورها را ارائه می‌دهد. به بیان دیگر تصمیم‌گیری با استفاده از رویکرد ابتکاری اول یک تصمیم‌گیری چند

مراجع

- 1 - Negi, D. S. and Lee, E. S. (1992). "Analysis and simulation of fuzzy queue." *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 46, PP. 321–330.
- 2 - Jau-Chuan, K., Hsin-I, H. and Chuen-Horng, L. (2006). "Parametric programming approach for batch arrival queues with vacation policies and fuzzy parameters." *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 180, PP. 217–232.
- 3 - Jau- chuan, K. and Chuen- Horng, L. (2005). "Fuzzy analysis of queuing systems with an unreliable server :A nonlinear programming approach." *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 175, PP. 330–346.
- 4 - Shih-Pin, C. (2004). "Parametric nonlinear programming for analyzing fuzzy queues with finite capacity." *European Journal of Operational Research*, Vol. 157, PP. 429–438.
- 5 - Shih-Pin, C. (2007). "Solving fuzzy queueing decision problems via a parametric mixed integer nonlinear programming method." *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, PP. 445–457.

- 6 - Shih-Pin, C. (2005). "Parametric nonlinear programming approach to fuzzy queues with bulk service." *European Journal of Operational Research*, Vol. 163, PP. 434-444.
- 7 - Der-Chen, L. and Jing-Shing, Y. (2000). "Fuzzy economic production for production inventory." *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 111, PP. 465-495.
- 8 - San-Chyi, C. (1999). "Fuzzy production inventory for fuzzy product quantity with triangular fuzzy number." *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 107, PP. 37-57.
- 9 - Jing-Shing, Y. and Jershan, C. (2003). "Inventory without backorder with fuzzy total cost and fuzzy storing cost defuzzified by centroid and signed distance." *European Journal of Operational Research*, Vol. 148, PP. 401-409.
- 10 - Shiang-Tai, L. (2008). "Fuzzy profit measures for a fuzzy economic order quantity model." *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 32, PP. 2076-2086.
- 11 - Huey-Ming, L. and Jing-Shing, Y. (1998). "Economic production quantity for fuzzy demand quantity and fuzzy production quantity." *European Journal of Operational Research*, Vol. 109, PP. 203-211.
- 12 - Yao, J. s. and Lee, H.M. (1996). "Fuzzy inventory with backorder for fuzzy order quantity." *Information Sciences*, Vol. 93, PP. 283- 319.
- 13 - Yao, J. s. and Lee, H.M. (1999). "Fuzzy inventory with or without backorder for fuzzy order quantity with trapezoid fuzzy number." *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 105, PP. 311- 337.
- 14 - Yao, J. S., Chang, S. C. and Su, J. S. (2000). "Fuzzy inventory with out backorder for fuzzy order quantity and fuzzy total demand quantity." *Computer and Operation Research*, Vol. 27, PP. 935-962.
- 15 - Lee, H.M. and Yao, J.S. (1999). "Economic order quantity in fuzzy sense for inventory without backorder model." *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 105, PP. 13- 31.
- 16 - Vujosevic, M., petrovic, D. and Petrovic, R. (1996)."EOQ formula when inventory cost is fuzzy." *International Journal of Production Economics*, Vol. 45,PP. 499- 504.
- 17 – Jershan, C., Jing- Shing, Y. and Huey- Ming, L. (2005). "Fuzzy inventory defuzzification by signed distance method." *Journal of Information Science and Engineering*, Vol. 21,PP. 673-694.
- 18 – Shishebori, D., Rasti-Barzaki, M. and Hejazi, S.R. (2007). "The compasion of two approaches for determining the economic production quantity under fuzzy conditions." 5th ., *International Management Conference*.
- 19 - Chen Sh-H. and Chang, SH-M. (2008). "Optimization of fuzzy production inventory model with unrepairable defective products." *Int. J. Production Economics*, Vol. 113, pp. 887-894.
- 20 - Björk, K-M. (2008). "The Economic Production Quantity Problem with a Finite Production Rate and Fuzzy Cycle Time." *Proceedings of the 41st Hawaii International Conference on System Sciences*.
- 21 - Björk, K-M. (2009). "An analytical solution to a fuzzy economic order quantity problem." *International Journal of Approximate Reasoning*, Vol. 50, pp. 485-493.
- 22 - Yang, G., K. (2011). "Discussion of arithmetic defuzzifications for fuzzy production inventory models." *African Journal of Business Management*, Vol. 5(6), pp. 2336-2344.
- 23 - Hu, J., Xu, R, and Guo, C. (2011). "Fuzzy Economic Production Quantity Models for Items with Imperfect Quality." *International Journal of Information and Management Sciences*, Vol. 22, PP. 43- 58.

- 24 - Razmi, J., Seifoory, M. and Pishvae, M. S. (2011). "A Fuzzy Multi-Attribute Decision Making Model for Selecting the Best Supply Chain Strategy: Lean, Agile or Leagile." *Journal of Industrial Engineering, University of Tehran*, Special Issue, PP. 127-142.
- 25 - Haaj-Shirmohammadi, A. (2005). "Principles of production and inventory planning and control." *Arkan Publishing*.
- 26 - Jolai, F., Gheisariha, E. and Nojavan, F. (2011). "Inventory Control of Perishable Items in a Two-Echelon Supply Chain." *Journal of Industrial Engineering, University of Tehran*, Special Issue, PP. 69-77.
- 27 - Mohabbatdar, S. and Esmaeili, M. (2011). "Optimal Selling Price, Marketing Expenditure and Order Quantity with Backordering." *Journal of Industrial Engineering, University of Tehran*, Special Issue, PP. 103-112.
- 28 - Taheri-Tolgari, J., Mirzazadeh, A. and Jolai, F. (2012). "An inventory model for imperfect items under inflationary conditions with considering inspection errors." *Computers and Mathematics with Applications*, Vol, 63, PP. 1007-1019.
- 29 - Shishebori, D. and Hejazi, S. R. (2009). "Application of fuzzy AHP technique to selection the most efficient method of improving of productivity." *Journal of Industrial Engineering, University of Tehran*, Vol. 43(1), PP. 59-66.
- 30 - Zadeh, L. A. (1978). "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility." *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 1, 3-28.
- 31 - Zimmermann, H. J. (2001). "Fuzzy Set Theory and its Applications." 4th ed., *Kluwer Academic, Boston*.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1- Work In Process (WIP)
- 2- Economic Order Quantity (EOQ)
- 3- Economic Production Quantity (EPQ)
- 4- Zadeh Extension Principle
- 5- Parametric Non Linear Programing
- 6- First Come First Serve (FCFS)
- 7- Fuzzy Topsis