

ارائه الگوریتمی نوین برای تولید جواب‌های اولیه برای الگوریتم‌های ابتکاری مسئله ترکیب محصول بر اساس نظریه محدودیت‌ها

حامد رفیعی*^۱ و سید علی ترابی^۲

^۱ دانشجوی دکترای دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها- پردیس دانشکده‌های فنی- دانشگاه تهران

^۲ دانشیار دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها- پردیس دانشکده‌های فنی- دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۹۱/۱/۲۷، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده ۹۱/۲/۹، تاریخ تصویب ۹۱/۴/۱۸)

چکیده

در این مقاله، مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات با استفاده از رویکرد نظریه محدودیت‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. این رویکرد، یکی از مؤثرترین رویکردهای ابتکاری معرفی شده در حل این مسئله است. با وجود آنکه تعداد روش‌های ابتکای و فرآینتکاری ارائه شده در ادبیات موضوع این مسئله با رویکرد ذکر شده اندک نیست، ولی همچنان دستیابی به جواب بهینه و کیفیت آن در زمانی مقبول از دغدغه‌های مطرح در این حوزه به شمار می‌آید. در مقاله حاضر، الگوریتم مؤثری برای تولید جواب‌های اولیه با کیفیت مطلوب به منظور آغاز فرآیندهای حل ابتکاری و یا فرآینتکاری موجود با بهره‌گیری از مفاهیم تصمیم‌گیری گروهی ارائه می‌شود. در نهایت، برتری الگوریتم پیشنهادی بر دو نمونه از الگوریتم‌های موجود در ادبیات موضوع مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات در بخش مثال عددی نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: مسئله تعیین ترکیب تولید، نظریه محدودیت‌ها، روش‌های ابتکاری، تولید جواب اولیه، تصمیم‌گیری گروهی

مقدمه

همچنین، با توجه به اینکه مسئله تعیین ترکیب تولید به انتخاب سبیدی از محصولات اشاره دارد، این مسئله در حوزه‌های دیگری به غیر از برنامه‌ریزی تولید استفاده شده است. به عنوان مثال، هاسویکه و ایشی [۱] مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات را با مسئله انتخاب سبید پروژه‌ها مقایسه کرده است.

برای حل مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات، استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی پرکاربردترین رویکردی بوده است که توانسته این مسئله را در حالت بهینه سراسری حل کند. در این راستا، مدل‌های متفاوت خطی، عدد صحیح و غیرخطی با توجه به مسئله ساده اولیه ارائه شده است. اما از سوی دیگر و در میان روش‌های حل ابتکاری، می‌توان رویکرد بر مبنای نظریه محدودیت‌ها را یکی از مؤثرترین موارد دانست. این نظریه برای نخستین بار توسط گلدرت [۲] در سال ۱۹۸۰ در قالب یک نرم‌افزار زمانبندی کارگاه‌های تولید به نام فناوری بهینه تولید^۱ ارائه و از آن زمان تا کنون، توانسته است توجه بسیاری از دانشگاهیان و صنعتگران را در حوزه‌های متفاوت به خود جلب کند. آنچه که این نظریه بر آن استوار است، تمرکز

مسئله تعیین ترکیب تولید یکی از نخستین مسائلی است که در حوزه تحقیق در عملیات و برنامه‌ریزی تولید تعریف شده است. در ساده‌ترین فرم این مسئله، m نوع محصول مفروض است که هر یک به میزان b_i از منبع موجود استفاده و p_i واحد سود ایجاد می‌کنند. بر این اساس، مسئله تعیین اندازه انباشته به دنبال انتخاب سبیدی از محصولات قابل تولید است که سود حاصل از تولید آن‌ها حداکثر می‌شود و مجموع ظرفیت مورد استفاده از منبع توسط این محصولات از مقدار موجود b در مسئله تجاوز نمی‌کند. این مسئله به شکل زیر قابل فرموله کردن است:

$$\max P = \sum_{i=1}^m p_i x_i \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m b_i x_i \leq b \quad (2)$$

$$x_i \in N \quad (3)$$

حالات بسیار دیگری نیز به این فرم ساده اضافه شده است و در ادبیات موضوع این موضوع به چشم می‌خورد.

با استفاده از نظریه محدودیت‌ها، ظرفیت ماشین، محدودیت (گلوگاه) سیستم است. برای استفاده کامل از این محدودیت، سود هر واحد زمانی از محدودیت برای هر یک از محصولات محاسبه می‌شود. در مثال ذکر شده، مقادیر محاسبه شده برای محصولات A و B به ترتیب زیر قابل محاسبه هستند:

$$\frac{60\$}{0.2hrs} = 300\$/hr \text{ for product } A$$

$$\frac{75\$}{0.5hrs} = 150\$/hr \text{ for product } B$$

از آنجایی که سود هر واحد زمانی از گلوگاه سیستم برای محصول A بزرگ‌تر است، همه تقاضای محصول A تولید می‌شود و ظرفیت باقیمانده گلوگاه به تولید محصول B اختصاص می‌یابد. بنابراین، پاسخ مسئله با استفاده از نظریه محدودیت‌ها نیز به ترتیب ۲۰۰ و ۴۰ واحد برای محصولات A و B است. با توجه به توضیحات ارائه شده، مقاله حاضر به مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات با فرض مقادیر صحیحی از آن‌ها می‌پردازد. در این راستا، یک روش ابتکاری جدید برای تولید جواب‌های اولیه با کیفیت بهتر نسبت به روش‌های موجود در ادبیات موضوع مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات ارائه شده است که بر مبنای تصمیم‌گیری چندمعیاره گروهی استوار است. بنابراین بعد از بخش مقدمه، بخش ۲، ادبیات موضوع مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات را مرور می‌کند. روش ابتکاری پیشنهادی و اعتبارسنجی آن به ترتیب در بخش ۳ و ۴ ارائه می‌شوند. در نهایت، بخش ۵ شامل نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات بعدی می‌شود.

مرور ادبیات

اگرچه نظریه محدودیت‌ها و روش‌های مبتنی بر آن در ادبیات موضوع به طور وسیعی به چشم می‌خورند، اما تعداد انگشت‌شماری روش ابتکاری برای حل مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات بر اساس نظریه محدودیت‌ها در ادبیات موضوع این مسئله وجود دارد. نخستین مقاله‌ای که این مسئله را با استفاده از نظریه محدودیت‌ها حل کرده، مقاله‌ای است که توسط لوب و فینچ [۵] ارائه شده است. آن‌ها این مسئله را با چهار محدودیت ظرفیتی، چهار محدودیت بازار و چهار نوع محصول در نظر گرفتند و آن را بر اساس مقدار سودآوری هر واحد از محدودیت‌های سیستمی برای هر یک از محصولات حل کرد. محدودیتی

آن بر گلوگاه‌ها است، زیرا خروجی هر سیستم، اعم از سیستم تولیدی، تابع میزان خروجی گلوگاه آن است. پس از موفقیت OPT در عرصه زمانبندی، نظریه محدودیت‌ها در سایر حوزه‌ها نیز توسعه یافت تا آنجا که امروزه در چارچوب‌های متفاوتی در زمانبندی (DBR^۱)، مدل‌سازی و حل مسئله (فرآیند تفکر^۲)، حسابداری (حسابداری خروجی^۳) و مدیریت پروژه (مدیریت پروژه مبتنی بر زنجیره بحرانی^۴) به کار گرفته می‌شود. به طور کلی، نظریه محدودیت‌ها بر ۵ گام اصلی^۵ استوار است که عبارتند از [۳]:

- شناسایی محدودیت سیستم (گلوگاه)
- اتخاذ تصمیم درباره چگونگی استفاده از محدودیت شناسایی شده
- هماهنگ کردن باقی سیستم بر اساس تصمیم اتخاذ شده
- بهبود سیستم در نقطه گلوگاهی
- برای جلوگیری از ایستایی سیستم، بازگشت به گام اول

مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات از دو گام نخست استفاده می‌کند که در اینجا برای تشریح چگونگی به کارگیری این نظریه، یک مثال ساده از مرجع [۴] تشریح می‌شود. یک کارخانه تولیدی دو نوع محصول A و B را با اطلاعات ارائه شده در جدول (۱) تولید می‌کند. مدل ریاضی این مسئله عبارتست از:

$$\max 60x + 75y$$

$$0.2x + 0.5y \leq 60$$

$$x \leq 200$$

$$y \leq 110$$

$$x, y \geq 0, \text{ int}$$

حل این مدل با استفاده از یک نرم‌افزار بهینه‌سازی مانند GAMS منجر به پاسخ ۲۰۰ محصول A و ۴۰ محصول B با سودی معادل ۱۵۰۰۰ دلار می‌شود.

جدول ۱: داده‌های مسئله تعیین ترکیب محصولات

B	A	محصول
۱۰۰	۸۰	قیمت (دلار به ازای واحد)
۲۵	۲۰	هزینه مواد اولیه (دلار به ازای واحد)
۱۱۰	۲۰۰	تقاضای هفتگی (واحد)
۰٫۵	۰٫۲	میزان زمان مصرفی (ساعت به ازای واحد)
۶۰ ساعت		زمان در دسترس در گلوگاه

تکمیل کرد. آنان برای حل مسئله از یک الگوریتم بازگشتی بر اساس سیمپلکس دوگان با متغیرهای کراندار استفاده کردند. پس از الگوریتم اصلاح‌شده در مرجع [۹]، آریانژاد و کمیجان [۱۱] کمبودهای این الگوریتم را برشمردند و الگوریتم جدیدی به نام الگوریتم بهبودیافته را در راستای جبران کمبودهای الگوریتم اصلاح‌شده توسعه دادند.

با توجه به کاربرد وسیع روش‌های فراابتکاری در حل عددی مسائل مختلف، نمونه‌هایی از این روش‌ها نیز در ادبیات موضوع مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات یافت می‌شود. انووبولو و موتینگی [۱۲، ۱۳] الگوریتم‌های ژنتیکی را برای حل نمونه‌های با اندازه بزرگ از این مسئله توسعه داده‌اند. علاوه بر این موارد، نتایج استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع، الگوریتم ایمن‌سازی و الگوریتم ترکیبی جستجوی ممنوع - شبیه‌سازی تبرید را می‌توان در مراجع [۱۴-۱۶] یافت.

توسعه دیگری که روی مسائل کلاسیک تأثیر گذاشته است، معرفی نظریه مجموعه‌های فازی در این عرصه است. در این راستا، هاسویکه و ایشی [۱، ۱۷] با به کار گرفتن نظریه مجموعه‌های فازی در مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات، توانستند نبود قطعیت را در اندازه تولید محصولات، مقادیر تقاضا، خرابی ماشین‌آلات و تغییرات منابع، کیفیت داده‌های در دسترس و میزان رضایت مشتریان مدل کنند. نمونه دیگری از کاربرد نظریه مجموعه‌های فازی در مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات را می‌توان در مقاله‌ای از باتاچاریا و واسانت [۱۸] یافت.

از سوی دیگر، سورن و همکاران [۱۹] شرایط مختلفی در مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات مورد بررسی قرار دادند و شرایط بهینگی را با شرایط متفاوتی از مسئله عنوان کردند. برای اجرای این تحلیل، سورن و همکاران [۱۹] نوع و تعداد محدودیت‌ها، ماهیت حقیقی و صحیح‌بودن متغیرها، ماهیت هزینه‌ای، خطی یا غیرخطی تابع هدف را مورد بررسی قرار دادند و فلوچارتی را ارائه کردند که امکان بهینگی را در شرایط متفاوت دربرداشت. حوزه‌های دیگری که رویکرد مبتنی بر نظریه محدودیت‌ها در آن‌ها به کار گرفته شده است، شامل مقالاتی از جمله مراجع [۲۰، ۲۱ و ۲۲] می‌شود.

که محصولات بر مبنای آن اولویت‌بندی می‌شدند، محدودیتی بود که بیشترین حجم کاری را داشت که به گلوگاه غالب^۷ در ادبیات موضوع معروف است. در مقاله دیگری، بالاکریشنان و چنگ [۶] رویکرد حل لوب و فینچ را با استفاده از یک مثال به چالش کشیدند، زیرا الگوریتم پیشنهادی لوب و فینچ، نمی‌توانست این مثال را در حالت بهینه سراسری حل کند. بر این اساس، بالاکریشنان و چنگ نتیجه گرفتند که اولویت‌بندی محصولات بر مبنای سودآوری واحد محدودیت، روش مناسبی نیست. آن‌ها الگوریتمی بر اساس قیمت سایه‌ای ارتقای سطح محدودیت‌ها ارائه دادند. در پاسخ به مقاله بالاکریشنان و چنگ، لوب و فینچ در مرجع [۷] عنوان کردند که الگوریتم ارائه‌شده توسط آن‌ها فقط یک الگوریتم برای حل مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات است و به هیچ وجه نافی سایر رویکردها نیست.

علاوه بر این موارد، لی و پلنرت [۸] مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات را با یک محدودیت سیستمی از طریق سه رویکرد مبتنی بر نظریه محدودیت‌ها، برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح و حسابداری سنتی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که نتایج دو رویکرد نظریه محدودیت‌ها و برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح، نتایج یکسانی دارند، در حالی که حسابداری سنتی برنامه تولیدی با سود کمتر به دست می‌دهد. در سال ۱۹۹۷، فردندال و لی [۹] مسئله تعیین ترکیب تولید محصولاتی با محدودیت‌های چندگانه، متغیرهای عدد صحیح و محصولاتی که از گلوگاه استفاده نمی‌کنند، ارائه کردند. این مسئله با استفاده از الگوریتمی که الگوریتم اصلاح شده نام گرفت، حل شد که در آن، منابع بدون استفاده شناسایی شده و تلاش می‌شد که همه آنها به کار گرفته شوند. در این راستا، اولویت‌بندی محصولات بر اساس گلوگاه غالب و به منظور تولید جواب اولیه صورت می‌گرفت. سپس، یک جستجوی همسایگی به منظور بهبود کیفیت جواب اولیه انجام می‌شود. یک سال بعد، هسو و چانگ [۱۰] طبقه‌بندی کاملی از انواع گلوگاه‌ها و بر اساس مقدار مصرف هر یک از محصولات در هر گلوگاه ارائه کردند. همچنین، آن‌ها مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات را با متغیرهایی از نوع حقیقی در نظر گرفتند و عنوان کردند که می‌توان بخشی از یک محصول را در یک دوره برنامه‌ریزی کرد و باقیمانده آن را در دوره بعدی

عددی ارائه شده در بخش ۴، الگوریتم پیشنهادی نسبت به سایر روش‌های ابتکاری موجود در ادبیات موضوع عملکرد بهتری دارد. برای توضیح بیشتر گام‌های روش ارائه شده، مسئله نمونه ذیل از مرجع [۱۰] با اندکی تغییرات استخراج شده است. تغییر اعمال شده بدین صورت است که متغیرهای مسئله اصلی در مرجع [۱۰] از نوع عدد حقیقی هستند، در حالی که در این مقاله این متغیرها به صورت عدد صحیح فرض شده‌اند:

$$\max 80x_R + 60x_S + 50x_T + 30x_U$$

$$20x_R + 10x_S + 10x_T + 5x_U \leq 2400 \text{ (resource A)} \quad (۴)$$

$$5x_R + 10x_S + 5x_T + 15x_U \leq 2400 \text{ (resource B)} \quad (۵)$$

$$10x_R + 5x_S + 10x_T + 10x_U \leq 2400 \text{ (resource C)} \quad (۶)$$

$$0x_R + 30x_S + 15x_T + 5x_U \leq 2400 \text{ (resource D)} \quad (۷)$$

$$5x_R + 5x_S + 20x_T + 5x_U \leq 2400 \text{ (resource E)} \quad (۸)$$

$$5x_R + 5x_S + 5x_T + 15x_U \leq 2400 \text{ (resource F)} \quad (۹)$$

$$20x_R + 5x_S + 10x_T + 0x_U \leq 2400 \text{ (resource G)} \quad (۱۰)$$

$$x_R \leq 70, \text{ int} \quad (۱۱)$$

$$x_S \leq 60, \text{ int} \quad (۱۲)$$

$$x_T \leq 50, \text{ int} \quad (۱۳)$$

$$x_U \leq 150, \text{ int} \quad (۱۴)$$

گام‌های روش ارائه شده در بخش‌های بعدی به تفصیل و با استفاده از مسئله نمونه ذکر شده تشریح شده‌اند.

تعیین منابعی که بیش از ظرفیت استفاده شده‌اند

بر اساس رویکرد نظریه محدودیت‌ها، خروجی یک سیستم توسط گلوگاه آن سیستم محدود می‌شود. بنابراین، تمرکز این رویکرد در مدیریت خروجی‌های سیستم بر گلوگاه‌های آن است. در مورد مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات، این موضوع با توجه به گلوگاه‌های سیستم تولیدی انجام می‌شود. با توجه به آنچه که [۱۰] به عنوان گلوگاه تعریف می‌کند، گلوگاه‌های سیستم شناسایی می‌شوند. گلوگاه سیستم تولیدی به عنوان ایستگاهی تعریف می‌شود که پاسخ‌گویی به همه تقاضای محصول به مقداری بیش از ظرفیت آن ایستگاه نیاز دارد. به عبارت دیگر، مجموع ظرفیت مورد نیاز در ایستگاه مذکور بیش از ظرفیت موجود آن باشد (همان طور که در رابطه (۱۵) نشان داده شده است). این گام از روش پیشنهادی، مجموعه منابع تولید را به مجموعه

با توجه به ادبیات موضوعی که به طور خلاصه مرور شد، هیچ یک از رویکردهایی که تا کنون ارائه شده‌اند نتوانسته‌اند مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات را با وجود چند منبع تولید و یک محدودیت سیستمی به شکل بهینه سراسری حل کنند. همچنین، با استفاده از مثال‌های مختلف نشان داده شد که مشخص کردن برنامه تولید فقط بر مبنای محدودیت غالب حتی در همه موارد به جواب شدنی ختم نمی‌شود، چه برسد به بهینگی [۶]. در نتیجه، همه مقالاتی که بر اساس این رویکرد اولویت‌بندی مرور شدند، قابل به چالش کشیدن هستند. بدین منظور و در این مقاله، الگوریتمی برای تولید جواب‌های اولیه بر مبنای تصمیم‌گیری چندمعیاره گروهی پیشنهاد شده است که در آن، هر یک از گلوگاه‌های سیستم به عنوان یکی از تصمیم‌گیران دیده می‌شود. بدین ترتیب، هر یک از محصولات از منظر هر یک از گلوگاه‌ها اولویت‌بندی می‌شوند و سپس، جواب اولیه با توجه به ادغام نظرات همه گلوگاه‌ها برای محصولات محاسبه می‌شود.

الگوریتم پیشنهادی برای تولید جواب اولیه

از زمان به کارگیری رویکرد نظریه محدودیت‌ها در حوزه مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات، در ابتدای دهه ۱۹۹۰ میلادی، روش‌های ابتکاری متفاوتی برای حل این مسئله و بر اساس رویکرد مذکور ارائه شده است (به عنوان مثال [۵، ۹]). در میان روش‌های ارائه شده، روش‌های ابتدایی به دنبال حل مسئله با یک گلوگاه بودند [۵، ۸]. در حالی که در مقالات بعدی مشخص شد که روش‌های ارائه شده در مقالات ابتدایی منجر به جواب‌های غیربهینه یا حتی غیرممکن می‌شوند [۶، ۹]. پس از آن، مقالات ارائه شده هر یک به دنبال جبران نقیصه طرح شده برآمدند. در این راستا، مقاله حاضر روشی نوین را پیشنهاد داده است که به کمک آن می‌توان جواب‌های اولیه با کیفیت بهتر نسبت به سایر روش‌های ابتکاری تولید کرد. این موضوع از طریق ایجاد برنامه تولید یا جواب اولیه با استفاده از تصمیم‌گیری گروهی انجام می‌گیرد که در آن، هر یک از گلوگاه‌ها به عنوان یک تصمیم‌گیرنده و هر یک از محصولات به عنوان یک گزینه تصمیم در نظر گرفته می‌شوند و بدین ترتیب، محصولات با توجه به همه گلوگاه‌ها اولویت‌بندی و تولید می‌شوند. با توجه به نتایج

با استفاده از رابطه (۱۶)، مقادیر وزن‌های محصولات با توجه به هر یک از گلوگاه‌ها در مثال محاسبه و در جدول (۳) ارائه شده‌اند.

محاسبه وزن‌های نرمال محصولات با توجه به هر گلوگاه

برای نرمال‌سازی وزن‌های محصولات، رابطه (۱۷) به کار گرفته می‌شود. در رابطه (۱۷)، n_{ij} وزن نرمال محصول i نسبت به گلوگاه j را نشان می‌دهد. وزن‌های نرمال محصولات در مثال در جدول (۴) مشخص شده‌اند:

$$n_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_i w_{ij}} \quad \forall i, j \quad (17)$$

جدول ۴: وزن‌های نرمال محصولات با توجه به گلوگاه‌ها

گلوگاه					نوع محصول
F	D	C	B	A	
۰,۴	۰	۰,۲۸۵۷	۰,۴۷۰۶	۰,۱۹۰۵	R
۰,۳	۰,۱۷۶۵	۰,۴۲۸۶	۰,۱۷۶۵	۰,۲۸۵۷	S
۰,۲۵	۰,۲۹۴۱	۰,۱۷۸۶	۰,۲۹۴۱	۰,۲۳۸۱	T
۰,۰۵	۰,۵۲۹۴	۰,۱۰۷۱	۰,۰۵۸۸	۰,۲۸۵۷	U
۱	۱	۱	۱	۱	مجموع

تعیین وزن‌های تقریبی و نرمال گلوگاه‌ها

از آنجایی که هر چه یک گلوگاه ظرفیت بیشتری داشته باشد، کنترل بیشتری روی خروجی سیستم دارد، میزان وزن اهمیت هر گلوگاه با میزانی از ظرفیت بیشتری که نیاز دارد، ارتباط دارد. از این رو، مقدار وزن اهمیت هر گلوگاه با استفاده از رابطه (۱۸) تعیین می‌شود. به عبارت دیگر، هر چه یک گلوگاه به ظرفیت بیشتری احتیاج داشته باشد، مقدار رابطه (۱۸) برای آن بیشتر و وزن اهمیت آن نیز بیشتر خواهد بود. در مسئله نمونه تشریح‌شده، وزن‌های گلوگاه‌ها در جدول (۵) ارائه شده‌اند:

$$v_j = \frac{RC_j}{AC_j} \quad \forall j \in J \quad (18)$$

در این رابطه، RC_i و AC_i به ترتیب ظرفیت مورد نیاز برای تولید همه تقاضای محصولات و میزان ظرفیت در دسترس در ابتدای افق برنامه‌ریزی را نشان می‌دهند. مشابه نرمال‌سازی وزن‌های محصولات، وزن‌های گلوگاه‌ها نیز احتیاج به نرمال‌سازی دارند. در این راستا، رابطه (۱۹) به کار گرفته می‌شود. علاوه بر این، وزن‌های گلوگاه‌ها در مسئله نمونه در جدول (۵) نشان داده شده‌اند.

گلوگاه‌ها کاهش می‌دهد که از این به بعد با نماد J نشان داده می‌شود:

$$\sum_{i=1}^m b_{ij} x_i > b_j \quad \forall j \in J \quad (15)$$

جدول (۲) با توجه به گام اول روش پیشنهادی و از طریق محاسبه ظرفیت مورد نیاز برای تولید همه تقاضای محصولات در مسئله نمونه، به دست آمده است. بر اساس نتایج ارائه‌شده در جدول (۲)، ایستگاه‌های E و G گلوگاه نیستند و سایر ایستگاه‌ها، ایستگاه‌های A, B, C, D و F ، به عنوان گلوگاه‌های سیستم وارد گام بعدی روش پیشنهادی می‌شوند.

جدول ۲: محاسبات تشخیص گلوگاه

منبع	ظرفیت در دسترس	ظرفیت مورد نیاز
A	۲۴۰۰	۳۲۵۰
B	۲۴۰۰	۳۴۵۰
C	۲۴۰۰	۳۰۰۰
D	۲۴۰۰	۳۳۰۰
E	۲۴۰۰	۲۴۰۰
F	۲۴۰۰	۳۱۵۰
G	۲۴۰۰	۲۲۰۰

محاسبه وزن‌های تقریبی محصولات با توجه به هر گلوگاه

وزن محصول i از منظر گلوگاه j به عنوان سود محصول i (CM_i) در واحد زمان از گلوگاه j محاسبه می‌شود. در این راستا، رابطه (۱۶) چگونگی محاسبه مقدار وزن محصول i را با توجه به گلوگاه j نشان می‌دهد که در آن، t_{ij} زمان پردازش محصول i در گلوگاه j است:

$$w_{ij} = \frac{CM_i}{t_{ij}} \quad \forall i, j \quad (16)$$

جدول ۳: وزن‌های تقریبی محصولات با توجه به گلوگاه‌ها

گلوگاه					نوع محصول
F	D	C	B	A	
۱۶	۰	۸	۱۶	۴	R
۱۲	۲	۱۲	۶	۶	S
۱۰	۳,۳۳	۵	۱۰	۵	T
۲	۶	۳	۲	۶	U
۴۰	۱۱,۳۳	۲۸	۳۴	۲۱	مجموع

رویکرد نظریه محدودیت‌ها استوار است، در آن است که روش پیشنهادی همه گلوگاه‌ها را به طور همزمان در نظر می‌گیرد. جواب اولیه مسئله نمونه با استفاده از روش پیشنهادی عبارت است از 40T, 60S, 70R و 0U (با مقدار تابع هدف ۱۱۲۰۰). با استفاده از روش سنتی و با در نظر گرفتن تنها گلوگاه غالب، برنامه تولید اولیه 50T, 70R, 50S و 0U با مقدار تابع هدف ۱۱۱۰۰ خواهد بود. با توجه به نتایج حاصل که برای مسئله نمونه حاصل شد، مشاهده شد که روش پیشنهادی برای تولید جواب اولیه با کیفیت بهتر، نسبت به روش سنتی ایجاد می‌کند.

مسئله نمونه

در این بخش، مسئله‌ای که توسط پلنرت [۲۳] در ادبیات موضوع معرفی شده است، با استفاده از روش پیشنهادی برای تولید جواب اولیه و با استفاده از الگوریتم‌های فردندال و لی [۹] و آریانژاد و کمیجان [۱۱] برای تولید همسایگی هر جواب حل شده است. مسئله در نظر گرفته شده عبارت است از:

$$\max 80x_A + 70x_B + 90x_C + 84x_D + 70x_E$$

$$20x_A + 20x_B + 20x_C + 20x_D \leq 2400$$

$$10x_A + 40x_B + 10x_C + 30x_D + 40x_E \leq 2400$$

$$20x_A + 10x_B + 5x_C + 22x_D \leq 2400$$

$$20x_A + 5x_B + 10x_C + 40x_D \leq 2400$$

$$x_A \leq 50, \text{ int}$$

$$x_B \leq 40, \text{ int}$$

$$x_C \leq 70, \text{ int}$$

$$x_D \leq 10, \text{ int}$$

$$x_E \leq 30, \text{ int}$$

با پیاده‌سازی گام اول روش پیشنهادی، مشخص می‌شود که چهارمین محدودیت، نقش گلوگاه ندارد و در مجموعه گلوگاه‌های مسئله نمی‌گنجد. سپس، وزن‌های تقریبی و نرمال هر یک از محصولات با توجه به هر یک از گلوگاه‌ها و وزن نرمال هر یک از گلوگاه‌ها محاسبه می‌شوند. جداول ۷ تا ۹ به ترتیب وزن‌های تقریبی و نرمال هر یک از محصولات با توجه به هر یک از گلوگاه‌ها و وزن نرمال هر یک از گلوگاه‌ها را ارائه می‌دهند. همچنین، وزن‌های ادغامی محصولات در جدول (۱۰) نشان داده شده‌اند که بر اساس آن برنامه تولید اولیه عبارت است از: 26E و 0B, 0D, 50A, 70C

$$m_j = \frac{v_j}{\sum_j v_j} \quad \forall j \in J \quad (19)$$

جدول ۵: وزن‌های تقریبی و نرمال گلوگاه‌ها

گلوگاه	وزن تقریبی	وزن نرمال
A	۱,۳۵۴۱۶۷	۰,۲۰۱۲۳۸
B	۱,۴۳۷۵	۰,۲۱۳۶۲۲
C	۱,۲۵	۰,۱۸۵۷۵۹
D	۱,۳۷۵	۰,۲۰۴۳۳۴
F	۱,۳۱۲۵	۰,۱۹۵۰۴۶

محاسبه وزن‌های ادغامی محصولات

برای مشخص کردن جواب اولیه مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات، وزن محصولات با توجه به همه گلوگاه‌ها و با استفاده از رابطه (۲۰)، ادغام می‌شوند. وزن‌های ادغامی محصولات در مسئله نمونه در جدول (۶) ارائه شده‌اند. با توجه به وزن‌های جدول (۶)، توالی تولید محصولات عبارت است از S, R, T و U که بر اساس آن، برنامه تولید در گام بعدی مشخص می‌شود:

$$AW_i = \sum_j m_j \cdot n_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (20)$$

جدول ۶: وزن‌های ادغامی محصولات

وزن ادغامی	نوع محصول
۰,۲۶۹۹۵۲	R
۰,۲۶۹۳۷۸	S
۰,۲۵۲۷۷۵	T
۰,۲۰۷۸۹۵	U

تعیین برنامه تولید اولیه

با محاسبه وزن ادغامی هر محصول، AW_i ، برنامه تولید اولیه تعیین می‌شود. بدین منظور، محصولات با توجه به وزن‌های ادغامی آن‌ها و به صورت غیرصعودی مرتب می‌شوند. با توجه به آنچه که توسط فردندال و لی [۹] اثبات شده است، در صورتی که مقادیر وزن‌های ادغامی با یکدیگر برابر شدند، ابتدا محصولی تولید می‌شود که مقدار CM_i آن بیشتر است. سپس، مقادیر قابل تولید از محصولات اولویت‌بندی شده با توجه به میزان ظرفیت در دسترس از همه گلوگاه‌ها محاسبه می‌شود. تفاوت روش پیشنهادی در این مقاله و روش سنتی‌ای که بر اساس

جدول ۱۱: گام‌های الگوریتم فردندال و لی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی آن‌ها برای تولید جواب اولیه

گام	برنامه تولید	بهبود تابع هدف	شدنی / نشدنی	تابع هدف
۱ (اولیه)	40A, 0B, 70C, 10D, 25E		شدنی	*۱۲۰۹۰
۲	41A, 0B, 70C, 9D, 25E	-۴	شدنی	۱۲۰۸۶

* این نقطه بهینه محلی و پاسخ بهینه الگوریتم فردندال و لی است

جدول ۱۲: گام‌های الگوریتم فردندال و لی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی در این مقاله برای تولید جواب اولیه

گام	برنامه تولید	بهبود تابع هدف	شدنی / نشدنی	تابع هدف
۱ (اولیه)	50A, 0B, 70C, 0D, 26E		شدنی	۱۲۱۲۰
۲	49A, 0B, 70C, 1D, 26E	۴	شدنی	۱۲۱۲۴
۳	48A, 0B, 70C, 2D, 26E	۸	شدنی	۱۲۱۲۸
۴	47A, 0B, 70C, 3D, 26E	۱۲	شدنی	۱۲۱۳۲
۵	46A, 0B, 70C, 4D, 26E	۱۶	شدنی	۱۲۱۳۶
۶	45A, 0B, 70C, 5D, 26E	۲۰	شدنی	*۱۲۱۴۰
۷	49A, 0B, 70C, 0D, 26E	-۱۰	شدنی	۱۲۱۱۰

* این نقطه بهینه محلی و پاسخ بهینه الگوریتم فردندال و لی است
با مقایسه جواب‌های نهایی به دست آمده در جداول ۱۱ و ۱۲، می‌توان دریافت که الگوریتم پیشنهادی در این مقاله، عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم پیشنهادی توسط فردندال و لی دارد. علاوه بر این، الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم پیشنهادی توسط آریانژاد و کمیجان [۱۱] نیز مقایسه شد. جواب نهایی بهینه عبارت است از 70C, 50A, 0D, 0B و 26E با مقدار تابع هدف ۱۲۱۲۰. این جواب همان جوابی است که با استفاده از الگوریتم آریانژاد و کمیجان به دست آمده است. نتایج

جدول ۷: وزن‌های تقریبی محصولات با توجه به گلوگاه‌ها در مسئله نمونه

نوع محصول	گلوگاه		
	سوراخکاری	برش	پرداخت
A	۴	۸	۴
B	۷	۱,۷۵	۳,۵
C	۱۸	۹	۴,۵
D	۳,۸۲	۲,۸	۴,۲
E	۱,۷۵	۱,۷۵	
مجموع	۳۴,۵۷	۲۳,۳۰	۱۶,۲۰

جدول ۸: وزن‌های نرمال محصولات با توجه به گلوگاه‌ها در مسئله نمونه

نوع محصول	گلوگاه		
	سوراخکاری	برش	پرداخت
A	۰,۱۱۵۷	۰,۳۴۳۳	۰,۲۴۶۹
B	۰,۲۰۲۵	۰,۰۷۵۱	۰,۲۱۶۰
C	۰,۵۲۰۷	۰,۳۸۶۲	۰,۲۷۷۸
D	۰,۱۱۰۵	۰,۱۲۰۲	۰,۲۵۹۳
E	۰,۰۵۰۶	۰,۰۷۵۱	
مجموع	۱	۱	۱

جدول ۹: وزن‌های تقریبی و نرمال گلوگاه‌ها در مسئله نمونه

گلوگاه	وزن تقریبی	وزن نرمال
پرداخت	۱,۴۱۶۶۶۷	۰,۳۱۲۷۸۷
برش	۱,۷۹۱۶۶۷	۰,۳۹۵۵۸۴
سوراخکاری	۱,۳۲۰۸۳۳	۰,۲۹۱۶۲۸

جدول ۱۰: وزن‌های ادغامی محصولات در مسئله نمونه

نوع محصول	وزن ادغامی
A	۰,۲۴۶۸
B	۰,۱۵۶۳۴۳
C	۰,۳۹۱۵۴
D	۰,۱۶۰۸۴۲
E	۰,۰۴۴۴۷۵

جواب اولیه حاصل در جدول (۱۰) به عنوان نقطه شروع الگوریتم فردندال و لی [۹] استفاده می‌شود. بر این اساس، جداول (۱۱) و (۱۲) به ترتیب گام‌های الگوریتم فردندال و لی را با استفاده از روش‌های سنتی و پیشنهادی در این مقاله نشان می‌دهند.

شده برای حل این مسئله، رویکرد مبتنی بر اصول نظریه محدودیت‌ها است که در آن، کنترل و برنامه‌ریزی سیستم تولیدی بر اساس کنترل و مدیریت گلوگاه‌ها انجام می‌گیرد. با استفاده از این رویکرد، مقاله حاضر به دنبال بهبود کیفیت جواب الگوریتم‌های ابتکاری برای حل این مسئله از طریق ایجاد الگوریتمی جدید در تولید جواب‌های اولیه برای این الگوریتم‌ها است. برای همین، جواب‌های اولیه بر مبنای مفهوم تصمیم‌گیری چندمعیاره گروهی تولید می‌شوند که در آن، هر یک از گلوگاه‌ها نقش یک تصمیم‌گیرنده و هر یک از محصولات، نقش گزینه‌های تصمیم را دارند. در انتها، برتری الگوریتم پیشنهادی به نسبت روش‌های موجود در ادبیات موضوع از طریق مقایسه عملکرد الگوریتم پیشنهادی و برخی از بهترین الگوریتم‌های ادبیات موضوع از طریق یک مثال عددی از ادبیات موضوع اعتبارسنجی شده است. همانطور که در بخش ۳ عنوان شد، الگوریتم پیشنهادی در این مقاله از رویکرد سنتی نظریه محدودیت‌ها که تنها گلوگاه غالب را در نظر می‌گیرد، عملکرد برتری دارد. همچنین، برتری الگوریتم پیشنهادی با پیاده‌سازی آن بر مثال عددی دیگری از ادبیات موضوع مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات بیشتر مورد اثبات قرار گرفت.

در ادامه الگوریتمی که در این مقاله ارائه شد و به عنوان پیشنهادهایی برای تحقیقات بعدی، پیشنهاد می‌شود که نتایج استفاده از الگوریتم پیشنهادی در تولید جواب‌های اولیه در روش‌های فراابتکاری و تأثیر آن بر قدرت و کیفیت این روش‌ها مورد بررسی قرار گیرد. همچنین، توسعه نسخه فازی الگوریتم پیشنهادی برای مسئله تعیین ترکیب تولید محصولات با زمان‌های پردازش فازی، پیشنهاد دیگری است که در ادامه مسیر تحقیقاتی فعلی ارائه می‌شود. در نهایت و با توجه به اینکه مدل توسعه داده شده برای مسئله مورد نظر، ساختار خطی مختلط دارد، توسعه یک الگوریتم ابتکاری بر اساس ساختار مسئله، می‌تواند کارایی زیادی در حل این مسئله و مسائل مشابه با آن را داشته باشد.

مقایسه الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم پیشنهادی توسط آریانزاد و کمیجان در جدول (۱۳) نشان داده شده است.

جدول ۱۳: گام‌های الگوریتم فردندال و لی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی در این مقاله و الگوریتم پیشنهادی آریانزاد و کمیجان برای تولید جواب اولیه

گام	برنامه تولید	بهبود تابع هدف	شدنی / نشدنی	تابع هدف
۱ (اولیه)	50A, 0B, 70C, 0D, 26E		شدنی	۱۲۱۲۰
۲	49A, 1B, 70C, 1D, 26E	-۱۰	شدنی	۱۲۱۱۰
۳	48A, 2B, 70C, 2D, 26E	-۱۰	شدنی	۱۲۱۰۰
۴	47A, 3B, 70C, 3D, 27E	۶۰	شدنی	*۱۲۱۶۰
۵	46A, 4B, 70C, 4D, 27E	-۱۰	شدنی	۱۲۱۵۰
۶	45A, 4B, 70C, 5D, 27E	-۸۰	شدنی	۱۲۰۷۰

* این نقطه بهینه سراسری است

همان طور که مشاهده شد، الگوریتم ابتکاری پیشنهادی در این مقاله، عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم پیشنهادی توسط فردندال و لی [۹] دارد و همانند الگوریتم پیشنهادی توسط آریانزاد و کمیجان [۱۱] توانایی رسیدن به جواب بهینه سراسری را دارد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات

بعدی

مسئله تعیین ترکیب تولید، یکی از ابتدایی‌ترین مسائل تحقیق در عملیات است که به شکل گسترده در زمینه‌های مختلف صنعتی و خدماتی به کار گرفته می‌شود. اهمیت قابل توجه این مسئله سبب شده است که تعداد زیادی از محققان و صنعتگران در جهت حل این مسئله تلاش کنند که منجر به توسعه رویکردهای متفاوتی در این زمینه می‌شود. یکی از رویکردهای به کار گرفته

مراجع

- 1- Hasuike, T. and Ishii, H. (2009). "On flexible product-mix decision problems under randomness and fuzziness." *Omega*, Vol. 37, No. 4, PP. 770-787.

- 2- Goldratt, E. M. (1980). "Optimized production timetables: a revolutionary program for industry." *APICS 23rd Ann. Int. Conf.*, APICS, Falls Church.
 - 3- Goldratt, E. M. and Cox, J. (1992). *The Goal*. North River Press, Croton-on-Hudson, New York.
 - 4- Silver, E. A., Pyke, D. F. and Peterson, R. (1998). *Inventory management and production planning and scheduling*. 3rd Ed. Wiley, New York.
 - 5- Luebbe, R. L. and Finch, B. J. (1992). "Theory of constraints and linear programming." *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 30, PP. 1471-1478.
 - 6- Balakrishnan, J. and Cheng, C. H., (2000). "Discussion: Theory of constraints and linear programming: a reexamination." *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 38, No. 6, PP. 1459-1463.
 - 7- Finch, B. J. and Luebbe, R. L. (2000). "Response to 'Theory of constraints and linear programming: a re-examination.'" *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 38, No. 6, PP. 1465-1466.
 - 8- Lee, T. N. and Plenert, G., (1993). "Optimizing theory of constraints when new product alternatives exist." *Prod. and Inv. Manage. J.*, Vol. 34, No. 3, PP. 51-57.
 - 9- Fredendall, L. D. and Lea, B. R. (1997). "Improving the product mix heuristic in the theory of constraints." *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 35, No. 6, PP. 1535-1544.
 - 10- Hsu, T.-C. and Chung, S.-H. (1998). "The TOC-based algorithm for solving product mix problems." *Prod. Plan. and Ctrl*, Vol. 9, No. 1, PP. 36-46.
 - 11- Aryanezhad, M. B. and Komijan, A. R. (2004). "An improved algorithm for optimizing product mix under the theory of constraints." *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 42, No. 20, PP. 4221-4233.
 - 12- Onwubolu, G. C. and Mutingi, M. (2001). "A genetic algorithm approach to the theory of constraints product mix problems." *Prod. Plan. & Ctrl*, Vol. 12, No. 1, PP. 21-27.
 - 13- Onwubolu, G. C. and Mutingi, M. (2001). "Optimizing the multiple constrained resources product mix problem using genetic algorithms." *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 39, No. 9, PP. 1897-1910.
 - 14- Onwubolu, G. C. (2001). "Tabu search-based algorithm for the TOC product mix decision." *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 39, No. 10, PP. 2065-2076.
 - 15- Mishra, N. P., Tiwari, M. K., Shankar, R. and Chan, F. T. S. (2005). "Hybrid tabu-simulated annealing based approach to solve multi-constraint product mix decision problem." *Exp. Syst. with Appl.*, Vol. 29, No. 2, PP. 446-454.
 - 16- Wang, J. Q., Sun, S. D., Si, S. B. and Yang, H. A. (2009). "Theory of constraints product mix optimization based on immune algorithm." *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 47, No. 16, PP. 4521-4543.
 - 17- Hasuike, T. and Ishii, H. (2009). "Product mix problems considering several probabilistic conditions and flexibility of constraints." *Comput. & Ind. Eng.*, Vol. 56, No. 3, PP. 918-936.
 - 18- Bhattacharya, A. and Vasant, P. (2007). "Soft-sensing of level of satisfaction in TOC product-mix decision heuristic using robust fuzzy-LP." *Eur. J. of Oper. Res.*, Vol. 177, PP. 55-70.
 - 19- Souren, R., Ahn, H. and Schmitz, C. (2005). "Optimal product mix decisions based on the theory of constraints? exposing rarely emphasized premises of throughput accounting." *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 43, No. 2, PP. 361-374.
 - 20- Tsai, W.-H., Lai, C.-W. and Chang, J. C. (2007). "An algorithm for optimizing joint products decision based on the Theory of Constraints." *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 45, No. 15, PP. 3421-3437.
-

- 21- Tsai, W.-H., Lai, Ch.-W., Tseng, L.-J. and Chou, W.-Ch. (2008). "Embedding management discretionary power into an ABC model for a joint products mix decision." *Int. J. of Prod. Econ.*, Vol. 115, PP. 210- 220.
- 22- Coman, A. and Ronen, B. (2000). "Production outsourcing: a linear programming model for the Theory-Of-Constraints." *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 38, No. 7, PP. 1631-1639.
- 23- Plenert, G. (1993). "Optimized theory of constraints when multiple constrained resources exist." *Eur. J. of Oper. Res.*, Vol. 70, No. 1, PP. 126-133.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1- Optimized Production Technology (OPT)
 - 2- Drum-Buffer-Rope
 - 3- Thinking Process (TP)
 - 4- Throughput Accounting (TA)
 - 5- Critical Chain Project Management (CCPM)
 - 6- 5 Focusing Steps (5FS)
 - 7- Dominant bottleneck
-