

مقایسه الگوریتم‌های تعیین پوش بسته‌موج‌های راسبی

علیرضا محب‌الحجه^{۱*} و سارا کریمی^۲

^۱ دانشیار، گروه فیزیک فضا، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

^۲ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد هواشناسی، گروه فیزیک فضا، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۹۱/۳/۲، پذیرش نهایی: ۹۱/۷/۱۸)

چکیده

انتشار بسته‌موج، یکی از شکل‌های مهم انتقال انرژی در جو است. همه امواج شناخته‌شده جوی را می‌توان به صورت بسته‌موج شناسایی و دنبال کرد. متداول‌ترین روش برای شناسایی بسته‌موج‌ها تعیین پوش آنها است. در این مقاله با استفاده از داده‌های سامانه پیش‌بینی جهانی موسوم به GFS برای سه ماه دسامبر ۲۰۰۴ تا فوریه ۲۰۰۵، دو بسته‌موج در نظر گرفته شده و پوش آنها با هریک از روش‌های وادوله‌سازی مختلط، تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و تبدیل هیلبرت با پالایه نصف‌النهاری با عدد موج قطع ۹ و ۱۲ محاسبه شده است. سپس با مینا قراردادن الگوریتم تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی، سایر روش‌ها از نظر کیفی و کمی با این روش مقایسه شده‌اند. مقایسه الگوریتم‌ها نشان می‌دهد که، الگوریتم تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی از وادوله‌سازی مختلط به مراتب ساده‌تر است و مانند آن نیاز به در نظر گرفتن یک عدد موج مشخص ندارد، همچنین روش وادوله‌سازی مختلط مقادیر پوش‌ها را بیشتر برآورد می‌کند. در روش‌های تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و وادوله‌سازی مختلط گاهی ممکن است به دلیل وجود امواج با عدد موج نصف‌النهاری بزرگ یا طول موج نصف‌النهاری کوچک، دو پوش که متعلق به یک بسته‌موج هستند ظاهر شوند، در این صورت با اعمال پالایه در راستای نصف‌النهاری می‌توان مانع بروز این مشکل شد. در روش تبدیل هیلبرت دو بُعدی با عدد موج قطع ۹، اگرچه از مشاهده دو پوش که مربوط به یک بسته‌موج هستند در عرض‌های جغرافیایی نزدیک به هم جلوگیری می‌شود، اما به دلیل در نظر گرفتن عدد موج نسبتاً کوچک برای اعمال پالایه، پوش‌های به دست آمده بسیار هموار هستند و بسیاری از جزئیات مورد نظر حذف می‌شود. در الگوریتم تبدیل هیلبرت دو بُعدی با عدد موج قطع ۱۲، چون عدد موج مناسبی برای اعمال پالایه در نظر گرفته شده، علاوه بر مشاهده جزئیات مفید، از بروز مشکلات ناشی از وجود امواج با اعداد موج بزرگ در راستای نصف‌النهاری نیز جلوگیری می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مناسب‌ترین الگوریتم برای تعیین پوش بسته‌موج، الگوریتم تبدیل هیلبرت با اعمال پالایه نصف‌النهاری بر امواجی با عدد موج بزرگ‌تر از ۱۲ است.

واژه‌های کلیدی: بسته‌موج، پوش، تبدیل هیلبرت، وادوله‌سازی مختلط، پالایه نصف‌النهاری

A comparative study of the Rossby-wave packet detection algorithms

Mohebalhojeh, A. R.¹ and Karami, S.²

¹Associate Professor, Space Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran
²M.Sc. Graduate, Space Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

(Received: 22 May 2012, Accepted: 09 Oct 2012)

Abstract

Previous studies have shown that Rossby waves tend to be organized in the form of wave packets, especially in the upper troposphere. It is easier to track the wave packets than the individual troughs and ridges. The most common way to analyze wave packets is to

determine their envelopes. In this study, we derive the envelope of wave packets using the three algorithms of complex demodulation, one-dimensional Hilbert transform, and the Hilbert transform with a meridional Fourier filtering. The complex demodulation and the one-dimensional Hilbert transform have previously been used in several studies. While addressing the limitation of the complex demodulation to a fixed, pre-assigned zonal wavenumber, the one-dimensional Hilbert transform may lead to erroneous results in cases when there is significant non-zonal wave propagation. A manifestation of the erroneous results is the appearance of two separate envelopes at nearby latitudes when in fact there is only one wave packet. In the literature an extension of the one-dimensional Hilbert transform has been developed to deal with such cases. The resulting algorithm, however, assumes that the waves propagate along streamlines, which is not generally the case. Since the short, meridional waves are believed to be responsible for the erroneous appearance of two nearby wave packets, it is shown that to avoid generation of such fictitious features, it suffices to augment the one-dimensional Hilbert transform by a meridional filter. The meridional filter is constructed using double Fourier transform on the sphere and its cut-off wavenumber is chosen in such a way as to achieve the desirable properties.

The data from the Global Forecast System (GFS) for the winter season covering December 2004, January and February 2005 are used. The envelope is computed for the perturbation meridional velocity at 300 hPa where perturbation is taken to be deviation from the seasonal mean. Based on their propagation characteristics, two particular wave packets are selected.

Crossing the North America on the 17th of Jan., the first wave packet propagates across the North Atlantic where its amplitude increases due to diabatic processes. Weakening over the continent, this wave packet reaches Asia and splits in two branches: whereas the northern branch is located over Russia (north of the Mediterranean and Caspian seas) with its maximum amplitude in 60° N, the southern branch crosses the North Africa and then the southern Asia with its maximum amplitude in 25 – 30° N. The southern branch remains coherent over a longer time and propagates into the North Pacific. Such splitting is consistent with the previous results published in the literature. Due to the action of baroclinic instability, the waves over the North Pacific attain much higher frequency than the waves over the southern Asia. This case provides a clear example of a wave packet that can propagate across the whole Atlantic storm track, reach and then seed the Pacific storm track. First detected over the North Pacific on the 18th of Dec., the second wave packet crosses the North America and enters into the North Atlantic where its amplitude is increased substantially. This wave packet then reaches the North Africa and subsequently the southern Asia where undergoes gradual weakening and actually disappears on the 4th of Jan., making its life time 16 days. For the latter two wave packets as well as in terms of statistics for the whole winter season, the envelopes derived from each of the three wave-packet detection algorithms are compared qualitatively and quantitatively.

Comparison of the algorithms shows that because of the use of a single wave number in complex demodulation, the envelopes derived from complex demodulation are stronger than those derived from the one-dimensional Hilbert transform. This exhibits itself in positive values of the seasonal and latitudinal mean difference between the complex demodulation and the one-dimensional Hilbert transform. There are cases where using the complex demodulation and the one-dimensional Hilbert transform algorithms two separate envelopes are derived near to each other that actually belong in one wave packet when use is made of the Hilbert transform with meridional filtering. With a cut-off

wavenumber of 9 for meridional filtering, some of the details are lost because of the coarse filtering. Comparison of the envelopes derived from the Hilbert transform with meridional filtering and the one-dimensional Hilbert transform shows that the seasonal and latitudinal mean differences are very small in all latitudes, if a cut-off wavenumber of 12 is used for meridional filtering leading to the best algorithm for detecting the envelopes.

As a final remark, it is worth mentioning that the general form of a two-dimensional Hilbert transform on the sphere has been introduced by Fleischmann et al. (2010). It remains to be seen if the implementation and application of such transform can lead to an improvement over the one-dimensional Hilbert transform with meridional filtering.

Keywords: Wave packet, Envelope, Hilbert transform, Complex demodulation, Meridional filter

۱ مقدمه

یک بُعدی برای به دست آوردن پوش بسته‌موج استفاده کردند. از آنجایی که دو روش ذکر شده یک بُعدی اند و پوش بسته‌موج را در هر عرض جغرافیایی به طور جداگانه محاسبه می‌کنند، گاهی ممکن است دو پوش مجزا که مربوط به یک بسته‌موج هستند در عرض‌های جغرافیایی نزدیک به هم مشاهده شوند. برای رفع این مشکل، زمین و همکاران (۲۰۰۵) ساختاری غیرمداری برای بسته‌موج‌ها در نظر گرفتند. اگرچه روش آنها مشکل مطرح شده را حل می‌کند ولی به دلیل در نظر گرفتن فرض‌های محدودکننده، از عمومیت لازم برخوردار نیست. برای رفع این مشکل، در این مقاله روش دیگری عرضه می‌شود. در این روش به تبدیل هیلبرت یک بُعدی، پالایه‌ای نصف‌النهاری اعمال می‌شود تا علاوه بر در نظر گرفتن ساختار نصف‌النهاری بسته‌موج‌ها نیازی به فرض‌های محدودکننده نیز نباشد.

در این مقاله به طور کلی به بررسی و مقایسه الگوریتم‌های تعیین پوش بسته‌موج می‌پردازیم. با استفاده از داده‌های سه ماهه «سامانه پیش‌بینی جهانی» موسوم به GFS برای دسامبر ۲۰۰۴ تا فوریه ۲۰۰۵ که از سایت سازمان NOAA به دست آمده دو بسته‌موج را در نظر می‌گیریم و پوش آنها را با هریک از روش‌های ذکر شده محاسبه می‌کنیم. در بخش دوم این مقاله مبانی نظری هریک از روش‌ها شرح داده می‌شود و در بخش سوم

بسیاری از حرکت‌های جوی موجی شکل هستند و امواج نقش مهمی در انتقال انرژی در جو و تشکیل پدیده‌های گوناگون جوی دارند. بررسی‌های مشاهداتی نشان داده است که در عرض‌های میانی، در هر دو نیمکره، خصوصاً در وردسپهر زبرین امواج کژ فشار تمایل دارند که در بسته‌موج‌های همدوس و گسسته سازماندهی شوند (چنگ، ۱۹۹۳؛ لی و هلد، ۱۹۹۳). بنابراین شناسایی دقیق بسته‌موج‌ها می‌تواند در پیش‌بینی پدیده‌های جوی، شناسایی خطای مدل‌ها و تحلیل عینی داده‌ها موثر باشد. بررسی دینامیک بسته‌موج‌ها نیز در تعیین محل دقیق رد توفان و تغییرات فصلی آن موثر است و علاوه بر اهمیت نظری، همان‌طور که لی و هلد (۱۹۹۳) روشن ساختند، در پیش‌بینی‌های میان‌مقیاس نیز بسیار مهم است. ردیابی پوش بسته‌موج‌ها نسبت به پشته‌ها و ناوه‌های انفرادی در مدت‌زمان طولانی‌تری امکان‌پذیر است و پیش‌بینی با کمک آنها دقیق‌تر است.

متداول‌ترین روش برای شناسایی بسته‌موج‌ها، تعیین پوش آنها است. برای محاسبه پوش بسته‌موج روش‌های گوناگونی وجود دارد. نخستین بار در هواشناسی، لی و هلد (۱۹۹۳) روش و ام‌دوله‌سازی مختلط (بلوم‌فیلد، ۲۰۰۰) را برای تعیین پوش بسته‌موج و بررسی ساختار فضایی آن به کار بردند. زمین و همکاران (۲۰۰۲) از تبدیل هیلبرت

تبدیل هیلبرت یک بُعدی روش دیگری است که در تعیین پوش بسته موج به کار گرفته می شود. الگوریتم این روش، همان طور که در مقاله زمین و همکاران (۲۰۰۲) آمده، به صورت زیر است:

گام اول. تبدیل فوریه تابع حقیقی $v(x)$ محاسبه می شود.

$$\hat{v}_k = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N v\left(\frac{2\pi l}{N}\right) e^{-\frac{2\pi ikl}{N}} \quad (k = -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2}) \quad (2)$$

گام دوم. وارون تبدیل فوریه در بازه $0 < k_{\min} < k < k_{\max}$ برای نیمه مثبت طیف فوریه به دست می آید.

$$w\left(\frac{2\pi l}{N}\right) = 2 \sum_{k=k_{\min}}^{k=k_{\max}} (\hat{v}_k e^{\frac{2\pi ikl}{N}}) \quad (3)$$

گام سوم. پوش بسته موج به صورت زیر محاسبه می شود.

$$A\left(\frac{2\pi l}{N}\right) = \left| w\left(\frac{2\pi l}{N}\right) \right| \quad (4)$$

در شکل ۱ سیگنالی با رابطه زیر در نظر گرفته شده و پوش آن به کمک الگوریتم های تبدیل هیلبرت یک بُعدی و دامدوله سازی مختلط محاسبه شده است.

$$a(x) = (1 + 2 \cos x) \cos(7x) \quad (5)$$

همان طور که در شکل مشاهده می شود، دو پوش کاملاً بر سیگنال ورودی منطبق، و مشابه یکدیگرند.

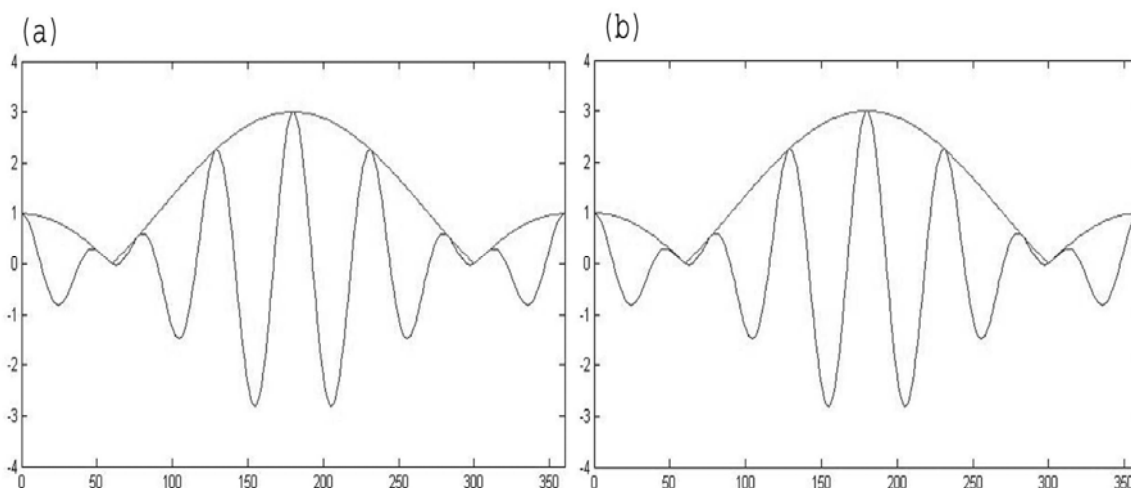
پوش بسته موج های حاصل از هر یک از این روش ها از نظر کیفی مورد مقایسه قرار می گیرد. مقایسه کمی این روش ها در بخش چهارم آورده شده است و در بخش پنجم نتایج و پیشنهادها ذکر می شوند.

۲ روش تحقیق

نخستین روشی که در تعیین پوش بسته موج به کار گرفته شده، دامدوله سازی مختلط است. در این روش یک کمیت هواشناختی که عمدتاً پریشیدگی مولفه نصف النهاری سرعت باد است را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$v'(x, t) = \text{Re}[A(x, t) e^{ikx}] \quad (1)$$

که در آن، k عدد موج امواج کژ فشار و $A(x, t)$ پوش بسته موج است که به آرامی در فضا و زمان تغییر می کند. با استفاده از فرایند دامدوله سازی مختلط می توان تابع پوش را محاسبه کرد. در هر زمان و برای هر عرض جغرافیایی، $v'(x, t)$ را بر e^{ikx} تقسیم می کنیم تا بتوانیم $A(x, t)$ را محاسبه کنیم. یکی از معایب این روش آن است که عدد موج حامل k باید به درستی تعیین شود.



شکل ۱. سیگنال ورودی و پوش محاسبه شده به روش (a) تبدیل هیلبرت یک بُعدی و (b) دامدوله سازی مختلط.

منتشر می‌شوند (چنگ و یو، ۱۹۹۹). برخلاف مقاله حکیم (۲۰۰۳) که احتمال کمتری را برای ورود امواج از رد توفان اطلس به آرام نسبت به حالت عکس بیان کرده، در اینجا بسته‌موج‌ها از رد توفان اقیانوس اطلس وارد رد توفان اقیانوس آرام می‌شوند. مسیر انتشار این بسته‌موج با رد توفان عرضه شده در مقاله چنگ و یو (۱۹۹۹) مطابق است.

پوش‌های حاصل از الگوریتم‌های تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و وامدوله‌سازی مختلط که به ترتیب در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده‌اند، شباهت زیادی به یکدیگر دارند و در هر دو آن‌ها ورود بسته‌موج از امریکا به اطلس و سپس به آسیا و دو شاخه شدن آن روی آسیا و انتشار شاخه جنوبی از آسیا به سمت اقیانوس آرام دیده می‌شود. البته به‌طور کلی شدت پوش بسته‌موج‌های به‌دست‌آمده از روش وامدوله‌سازی مختلط اندکی بیشتر از تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی است که مقادیر عددی آن در بخش بعد عرضه می‌شود. روش تبدیل هیلبرت با اعمال پالایه نصف‌النهاری برای اعداد موج گوناگون نتایج متفاوتی به‌دست می‌دهد. در این الگوریتم به‌طور کلی به‌دلیل اعمال پالایه در راستای نصف‌النهاری، شدت پوش کاهش می‌یابد، با وجود این افزایش شدت پوش در گذر از اقیانوس به خشکی دیده می‌شود. در این روش نیز انتشار بسته‌موج از امریکا به اطلس و سپس به آسیا مشاهده می‌شود. در نتایج به‌دست‌آمده از روش تبدیل هیلبرت با پالایه نصف‌النهاری و عدد موج قطع ۹ که در شکل ۴ نمایش داده شده است، روی آسیا ابتدا فقط شاخه شمالی پوش دیده شده و دو شاخه شدن آن با وضوح بسیار کمی قابل مشاهده است. با گذشت زمان پوش به سمت عرض‌های پایین حرکت می‌کند و انتشار آن به سمت اقیانوس آرام با شدت کمتری دیده می‌شود. در شکل ۵ پوش به‌دست‌آمده از الگوریتم تبدیل هیلبرت با پالایه نصف‌النهاری و عدد موج قطع ۱۲ نشان داده شده است.

روش دیگری برای تعیین پوش بسته‌موج از سوی زمین و همکاران (۲۰۰۵) با فرض انتشار بسته‌موج در راستای تابع جریان محلی مطرح شده است. با توجه به محدودیت اعتبار این فرض، در این مقاله نشان داده می‌شود که روش تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی را می‌توان با اعمال یک پالایه نصف‌النهاری برای رفع پاره‌ای از اشکالات آن بهبود داد. در این روش با کاربست سری فوریه دوگانه روی کره (بی، ۱۹۸۰ و ۱۹۸۱)، امواج با عدد موج نصف‌النهاری بزرگ‌تر از یک عدد موج قطع مشخص حذف می‌شوند.

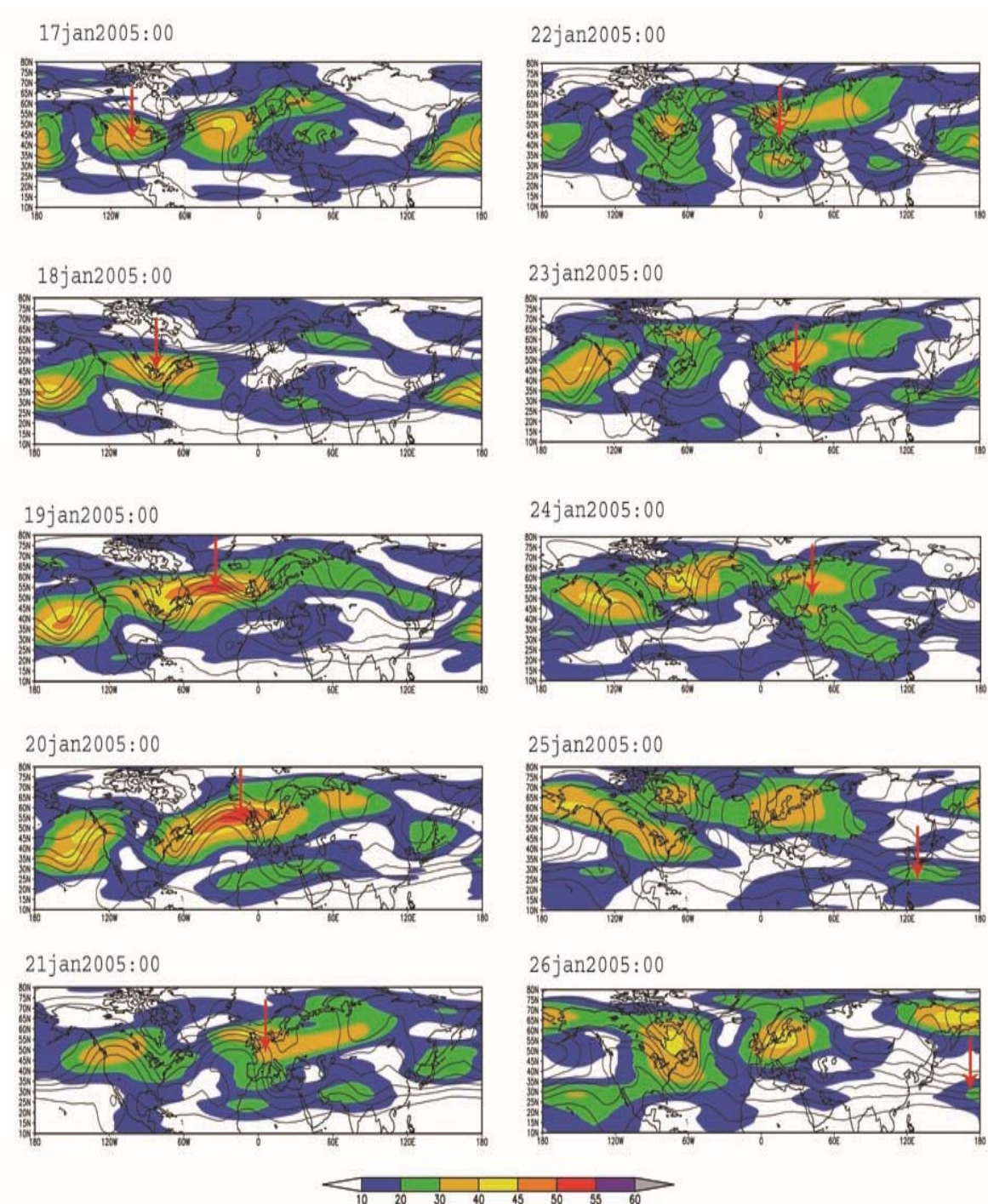
۳ مقایسه کیفی

۱-۳ بسته‌موج اول

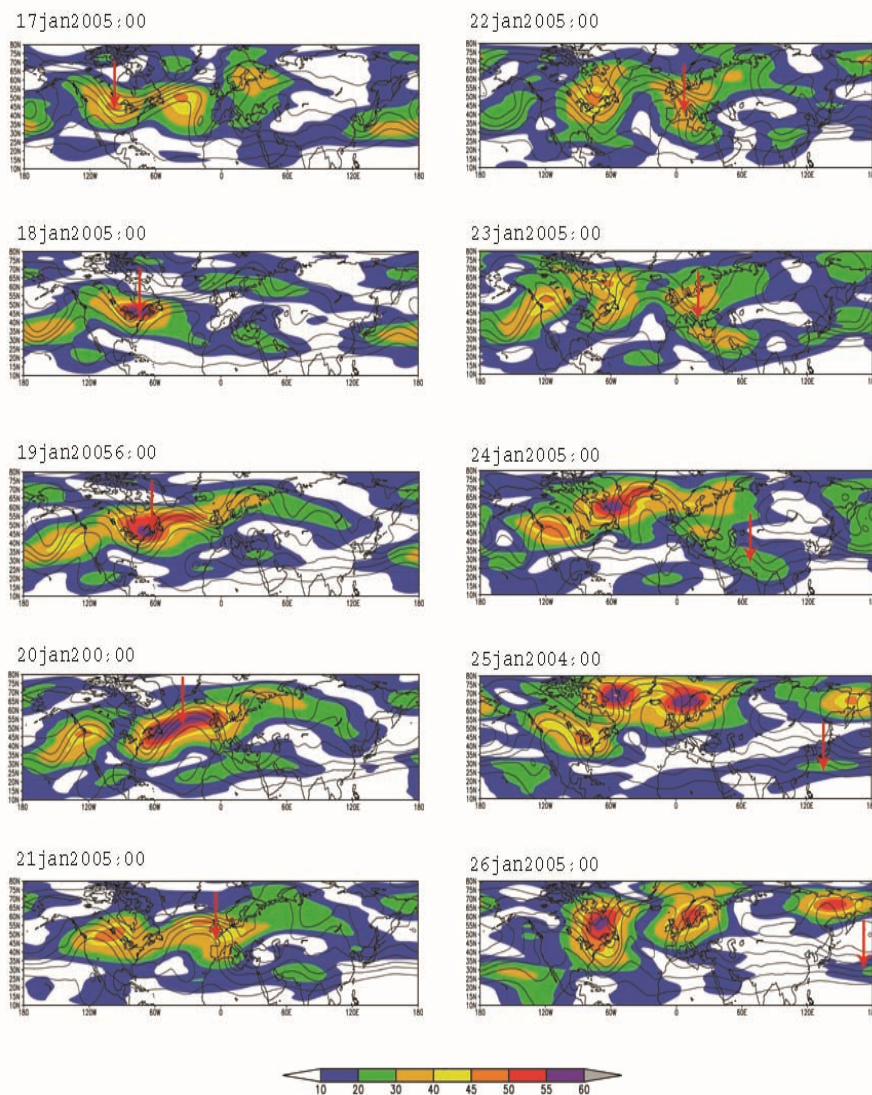
پوش بسته‌موج اول در روز ۱۷ ژانویه از روی امریکای شمالی به سمت اقیانوس اطلس منتشر می‌شود و با گذر از اقیانوس به‌دلیل فرایندهای دررو، شدت آن افزایش می‌یابد (چنگ، ۱۹۹۳). پس از عبور از اقیانوس اطلس وارد آسیا می‌شود، با ورود به خشکی شدت آن نیز کاهش می‌یابد. سپس در آسیا دو شاخه می‌شود، شاخه شمالی روی روسیه (شمال مدیترانه و خزر) واقع می‌شود و بیشینه آن در عرض جغرافیایی $60^{\circ}N$ قرار دارد و به تدریج تضعیف می‌شود. شاخه جنوبی که بیشینه آن در عرض جغرافیایی $30^{\circ}N$ واقع شده از شمال آفریقا عبور می‌کند و به سمت جنوب آسیا می‌رود. این شاخه جنوبی مدت بیشتری هم‌دوس باقی می‌ماند و سپس در داخل اقیانوس آرام منتشر می‌شود. لازم به ذکر است که این مورد دوشاخه شدن با نتایج عرضه شده در کار چنگ و یو (۱۹۹۹) و چنگ (۲۰۰۵) همخوانی دارد. اگرچه بسامد امواج روی اقیانوس آرام بسیار بیشتر از امواج روی جنوب آسیا است، اما تحقیقات پیشین نشان داده که ناپایداری کثرفشار عامل افزایش بسامد امواج است و برخی از امواج در جنوب آسیا پس از تقویت و افزایش بسامد به سمت اقیانوس آرام

مشاهده می‌شود. در این الگوریتم انتشار شاخه پایینی از آسیا به اقیانوس آرام با شدت بیشتری نشان داده می‌شود.

روی آسیا ابتدا شاخه شمالی پوش دیده می‌شود، ولی دو شاخه شدن آن با وضوح بیشتری نسبت به روش پیشین



شکل ۲. پوش بسته‌موج مولفه نصف‌النهاری سرعت باد در سطح ۳۰۰ hPa محاسبه شده با روش تبدیل هیلبرت یک‌بعدی از ۱۷ تا ۲۶ ژانویه ۲۰۰۵. پیکان سرخ‌رنگ نشان‌دهنده بسته‌موج شماره یک است و پریندها ارتفاع ژئوپتانسیلی سطح ۳۰۰ hPa را نمایش می‌دهند.

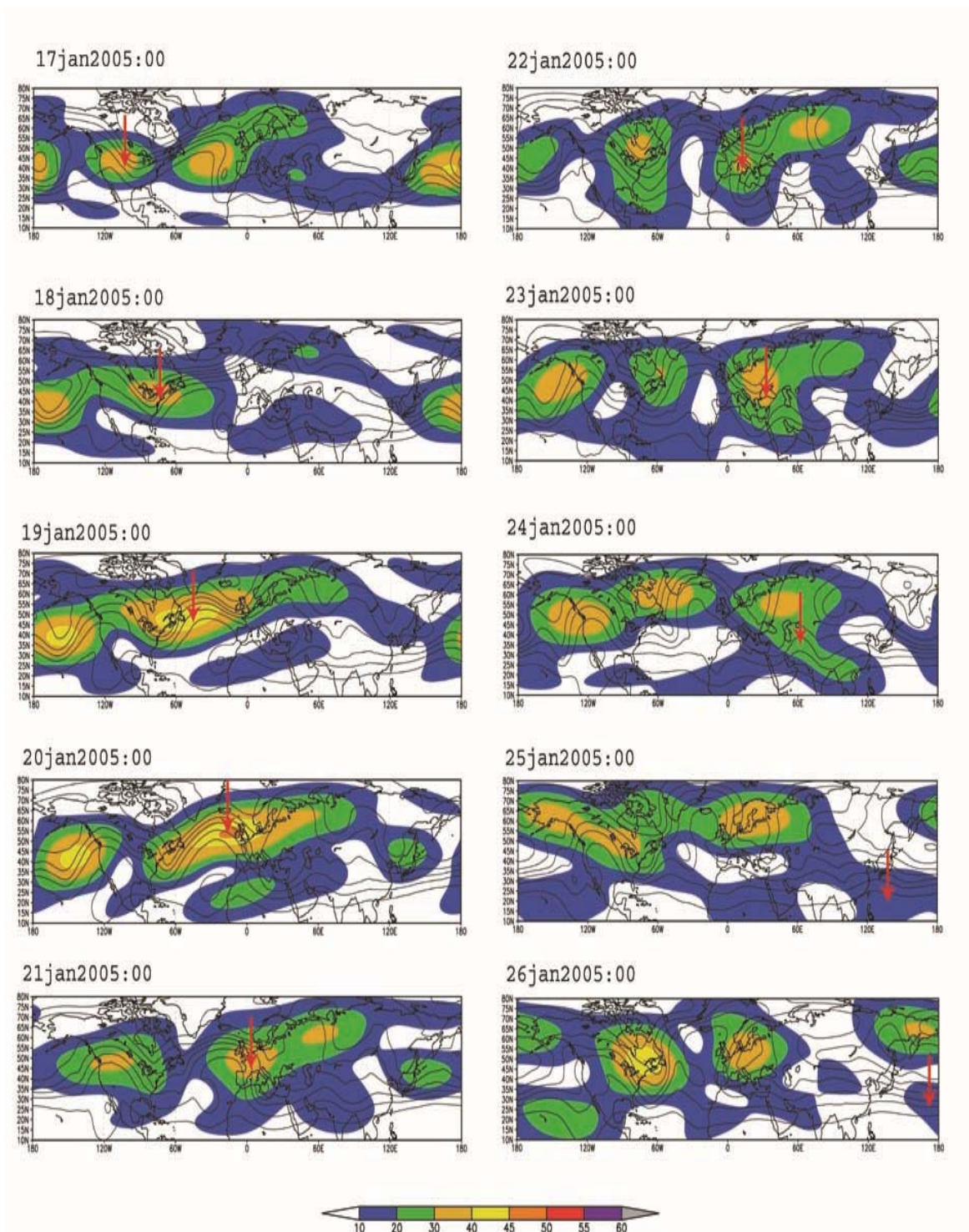


شکل ۳. مانند شکل ۲ ولی با روش وامدوله‌سازی مختلط.

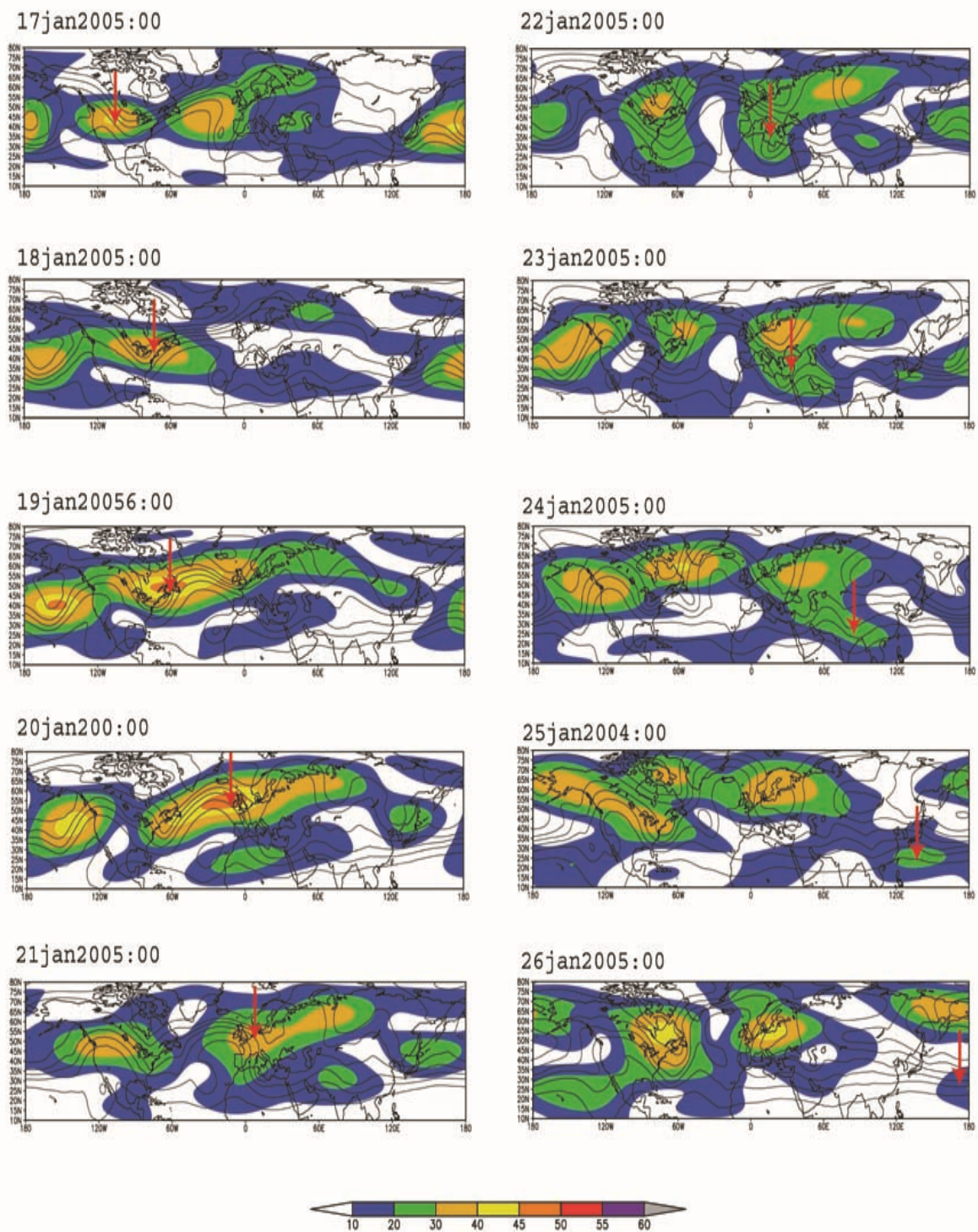
۲-۳ بستموج دوم

پوش بستموج دوم ابتدا در روز ۱۸ دسامبر از اقیانوس آرام شروع به حرکت می‌کند، وارد قاره آمریکا و سپس اقیانوس اطلس می‌شود. با ورود به اقیانوس، شدت آن افزایش می‌یابد، سپس وارد شمال آفریقا می‌شود، از آنجا به جنوب آسیا می‌رود و ضمن تضعیف تدریجی در جنوب آسیا در روز ۴ ژانویه از بین می‌رود. طول عمر این بستموج حدود ۱۶ روز است. در شکل‌های ۶ و ۷ پوش این بستموج به ترتیب با

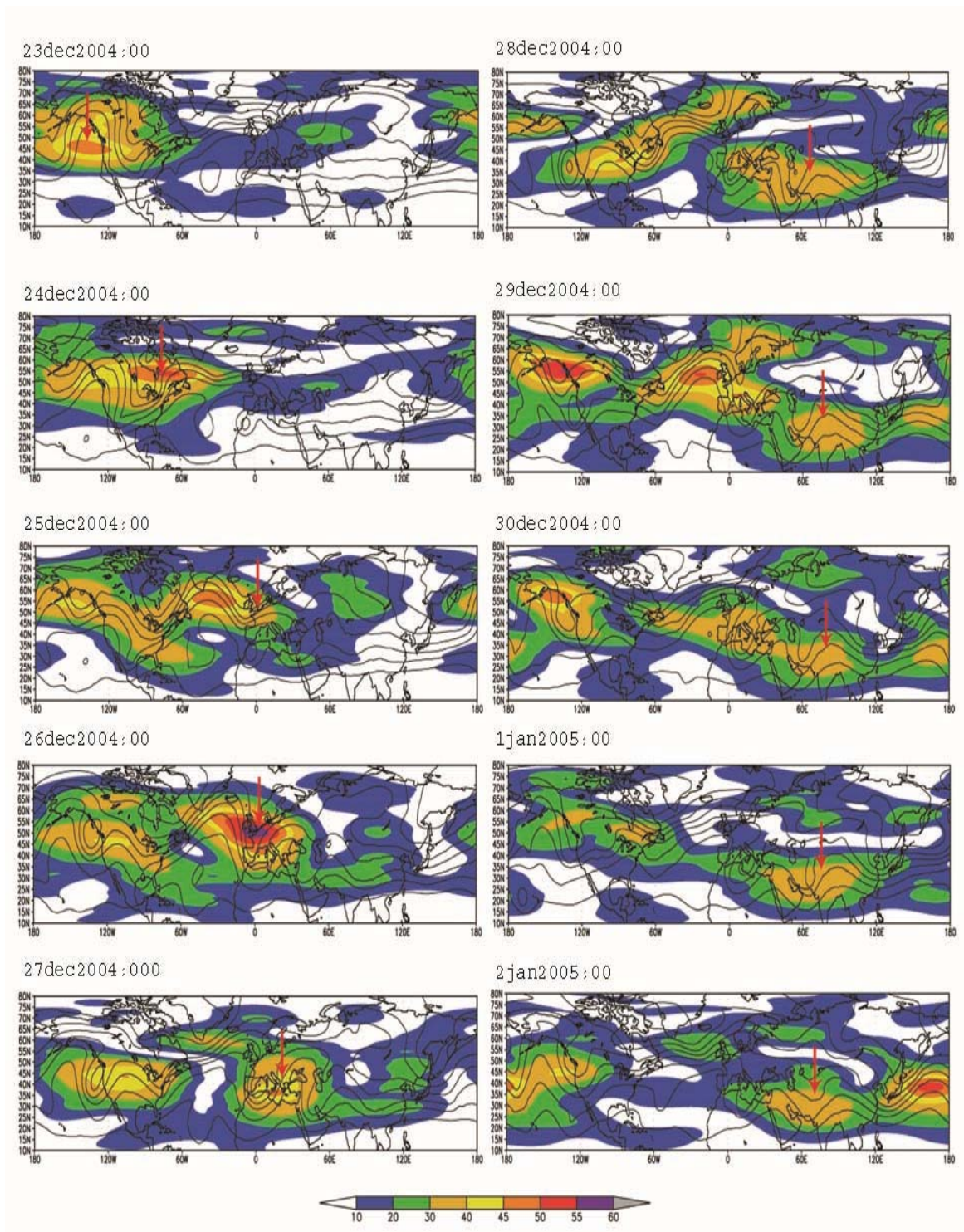
الگوریتم‌های تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و وامدوله‌سازی مختلط محاسبه و نمایش داده شده است. شدت پوش به‌دست آمده از روش وامدوله‌سازی مختلط همان‌طور که در مورد بستموج اول نیز به‌دست آمد، اندکی بیشتر از روش تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی است. اگرچه شدت پوش در روش وامدوله‌سازی مختلط بیشتر از تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی است اما مسیر انتشار آن‌ها و عرض‌های جغرافیایی که در آن واقع شده‌اند کاملاً مشابه است.



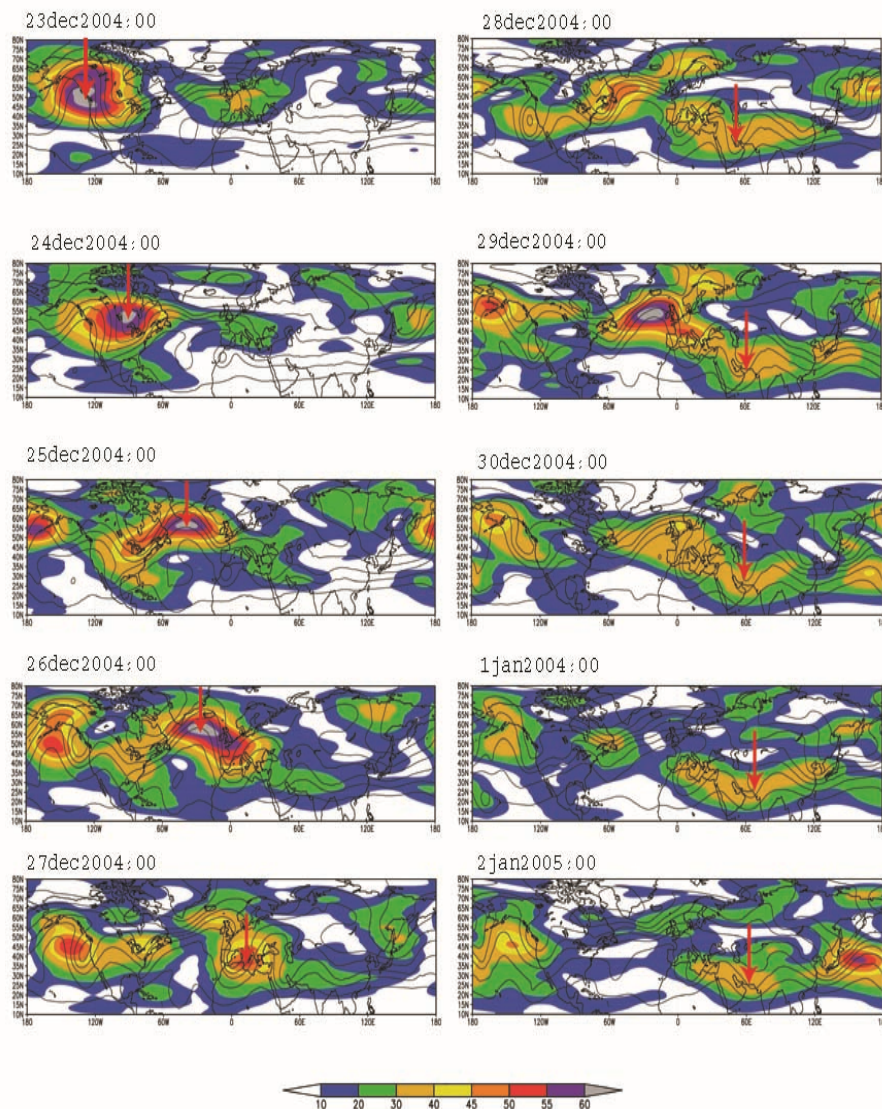
شکل ۴. مانند شکل ۲ ولی با روش تبدیل هیلبرت دو بُعدی با عدد موج قطع ۹.



شکل ۵. مانند شکل ۲ ولی با روش تبدیل هیلبرت دو بُعدی با عدد موج قطع ۰.۱۲.



شکل ۶. پوش بسته موج مولفه نصف‌النهاری سرعت باد در سطح ۳۰۰ hPa محاسبه شده با روش تبدیل هیلبرت یک‌بعدی از ۲۳ دسامبر ۲۰۰۴ تا ۲ ژانویه ۲۰۰۵. پیکان سرخ رنگ نشان‌دهنده بسته موج شماره دو است و پربندها ارتفاع ژئوپتانسیلی سطح ۳۰۰ hPa را نمایش می‌دهند.



شکل ۷. مانند شکل ۶ ولی با روش وامدوله‌سازی مختلط.

هیلبرت با پالایه نصف‌النهاری و عدد موج قطع ۱۲ نشان داده شده است. هرچه عدد موج قطع بزرگ‌تر باشد، به دلیل اعمال پالایه بر امواج با عدد موج بزرگ‌تر (طول موج کوتاه‌تر)، امواج کمتری حذف می‌شود و الگوی به دست آمده شباهت بیشتری به پوش محاسبه شده با روش تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی پیدا می‌کند.

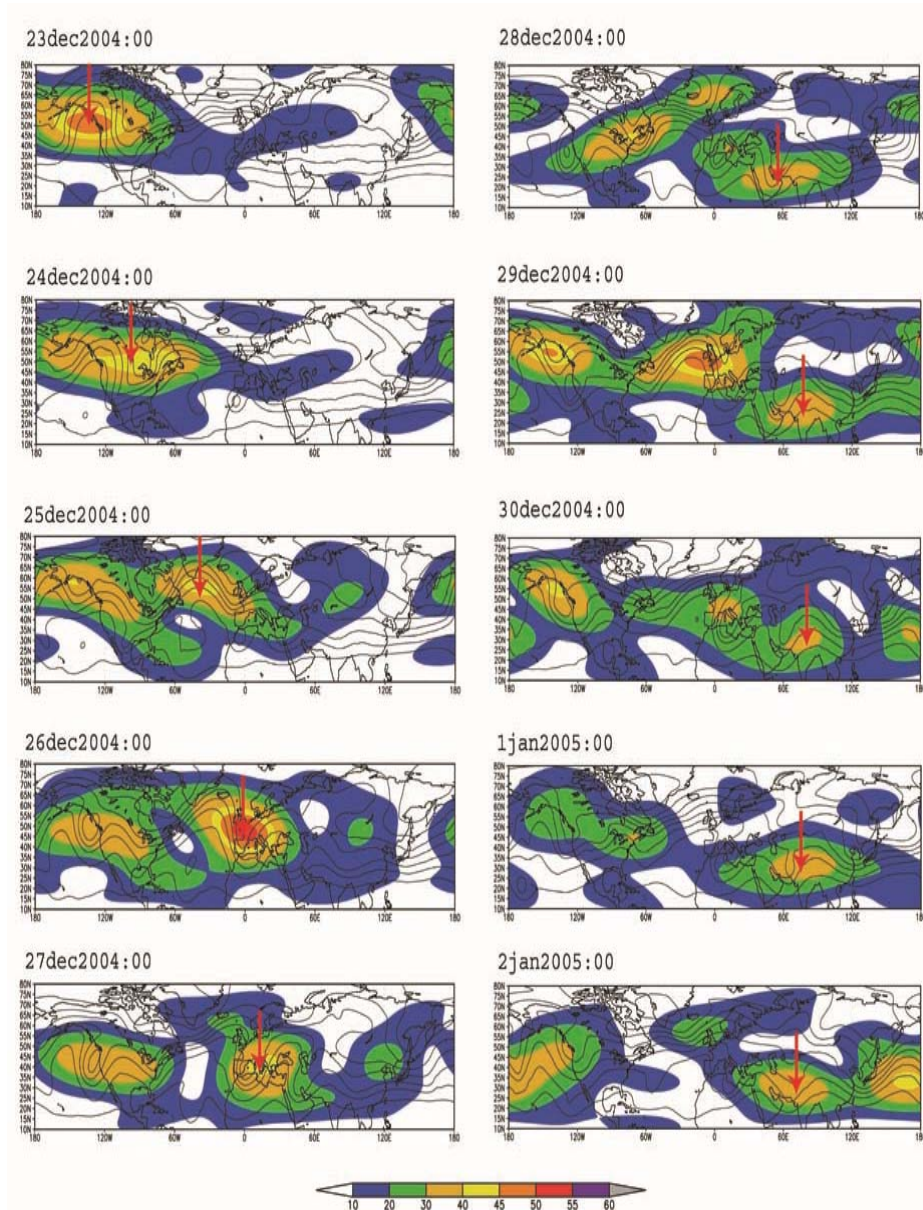
۳-۳ وجود دوپوش در عرض‌های جغرافیایی نزدیک به هم در برخی موارد دو پوش که مربوط به یک بسته‌موج

پوش مربوط به این بسته‌موج که از روش تبدیل هیلبرت با اعمال پالایه نصف‌النهاری و عدد موج قطع ۹ به دست آمده در شکل ۸ نشان داده شده است. این پوش شباهت زیادی به پوش محاسبه شده با تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی دارد و سرعت انتشار و مسیر حرکت آن نیز کاملاً بر روش پیشین منطبق است. با این حال همان‌طور که پیش‌تر بیان شد، به دلیل اعمال پالایه، نسبت به آن هموارتر است و پوش‌ها شدت کمتری دارند.

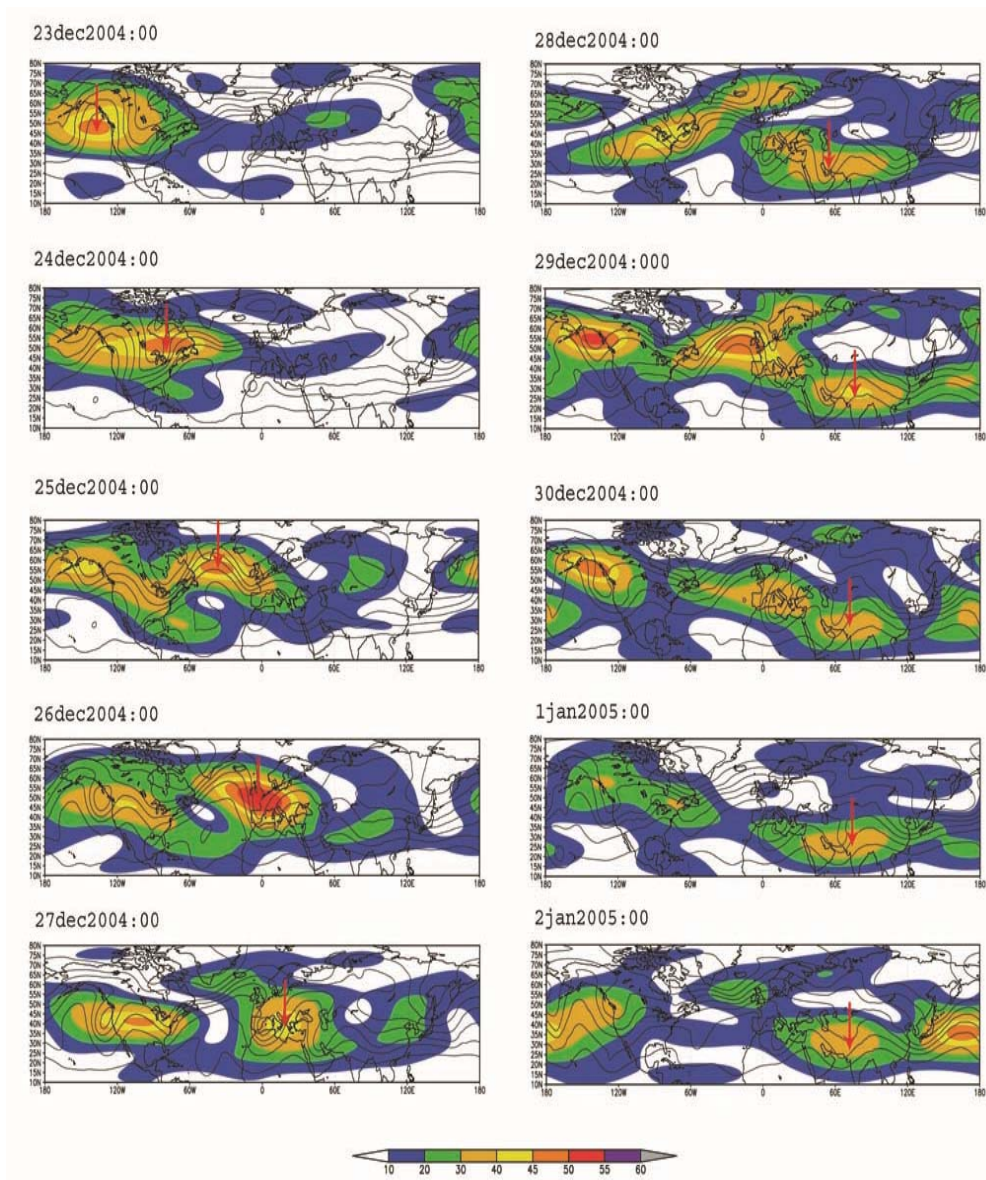
در شکل ۹ پوش به دست آمده از الگوریتم تبدیل

ممکن است ناشی از وجود امواج با عدد موج بزرگ نباشد، بلکه هریک از آنها مربوط به بسته‌موجی مجزا باشند؛ مانند موردی که در جدا شدن دو پوش از یکدیگر در بسته‌موج اول روی آسیا مشاهده شد (شکل ۲). همان‌طور که در مورد بسته‌موج شماره یک دیده می‌شود، در چنین مواردی حضور دو بسته‌موج را حتی با افزودن پالایه نصف‌النهاری با عدد موج قطع ۹ به تبدیل هیلبرت نیز می‌توان مشاهده کرد.

هستند، در عرض‌های جغرافیایی نزدیک به هم دیده می‌شوند که این ناشی از وجود امواج با طول موج کوچک در راستای نصف‌النهاری است. در این صورت با استفاده از روش تبدیل هیلبرت با اعمال پالایه نصف‌النهاری می‌توان امواج با عدد موج بزرگ را که عامل ایجاد این مسئله‌اند، حذف و از ایجاد مصنوعی دو پوش جلوگیری کرد. البته باید توجه داشت که وجود دو پوش در عرض‌های جغرافیایی نزدیک به هم، گاهی



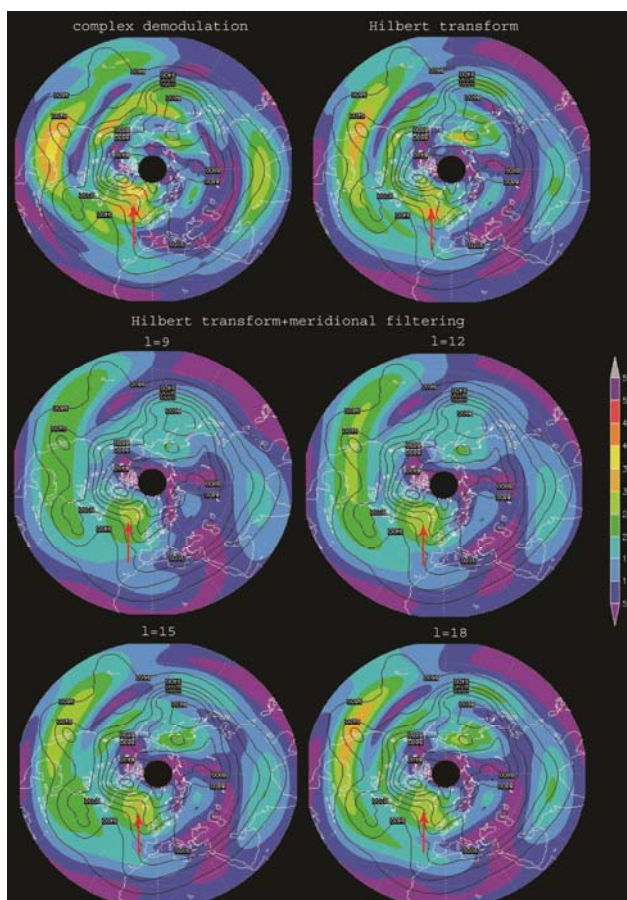
شکل ۸. مانند شکل ۶ ولی با روش تبدیل هیلبرت با پالایه نصف‌النهاری با عدد موج قطع ۹.



شکل ۹. مانند شکل ۶ ولی با روش تبدیل هیلبرت با پالایه نصف‌النهاری با عدد موج قطع ۱۲.

حدود ۱۵ درجه از یکدیگر قرار دارند. در روش تبدیل هیلبرت دو بُعدی با عدد موج ۹ و همچنین ۱۲ به جای دو پوش نزدیک به هم، یک پوش دیده می‌شود، ولی با اعداد موج ۱۵ و ۱۸ مجدداً دو پوش ظاهر می‌شود. به همین دلیل می‌توان نتیجه گرفت که علت وجود دو پوش در عرض‌های جغرافیایی نزدیک به هم، وجود امواجی با عدد موج نصف‌النهاری بین ۱۲ و ۱۵ است.

در شکل ۱۰ یک نمونه از مواردی را که دو پوش مجزا در عرض‌های جغرافیایی نزدیک به هم در الگوریتم‌های تبدیل هیلبرت یک بُعدی و وادوله‌سازی مختلط به دست آمده‌اند، بررسی می‌کنیم. در این شکل در تصاویر حاصل از الگوریتم‌های تبدیل هیلبرت یک بُعدی و وادوله‌سازی مختلط، دو پوش نزدیک به هم در حوالی عرض جغرافیایی $70^{\circ} N$ مشاهده می‌شوند که در فاصله‌ای در



شکل ۱۰. پوش بسته‌موج مولفه نصف‌النهاری سرعت باد در سطح ۳۰۰ hPa در روز ۲ فوریه ۲۰۰۵ ساعت ۶. پیکان سرخ‌رنگ نشان‌دهنده مکان دو پوش نزدیک به هم است. پریندها ارتفاع ژئوپتانسیلی سطح ۳۰۰ hPa را نمایش می‌دهند.

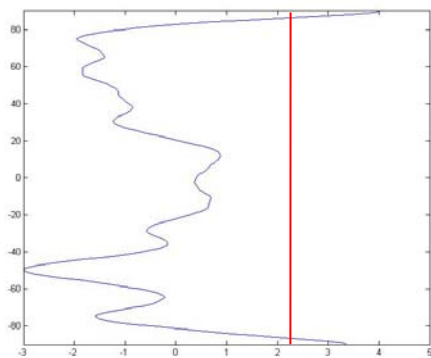
گرفت الگوریتم و ام‌دوله‌سازی مختلط پوش‌ها را زیاد برآورد می‌کند که این نشان‌دهنده ضعف روش پیش‌گفته در برآورد پوش بسته‌موج است. مقادیر میانگین فصلی مداری اختلاف‌ها به‌طور کلی در نیمکره شمالی بیشتر از نیمکره جنوبی است که این ناشی از تفاوت طیف مداری امواج در دو نیمکره است. کمترین مقادیر در عرض جغرافیایی ۳۰ درجه نیمکره شمالی و نواحی جنب‌حاره‌ای نیمکره جنوبی و بیشترین مقادیر در حوالی عرض جغرافیایی ۸۰ درجه در هر دو نیمکره دیده می‌شود. میانگین فصلی مداری اختلاف پوش‌های به‌دست آمده از الگوریتم تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و همان الگوریتم با افزودن پالایه‌ای با عدد موج قطع ۹ در شکل ۱۲ مشاهده

۴ مقایسه کمی

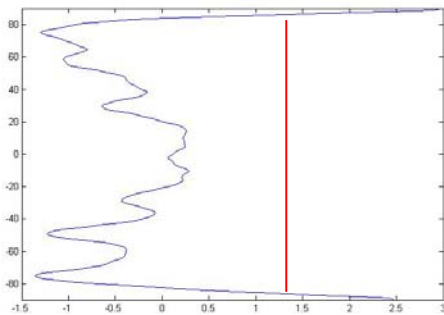
در این بخش روش تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی را در حکم مبنا در نظر می‌گیریم و اختلاف نتایج حاصل از دو روش دیگر، یعنی و ام‌دوله‌سازی مختلط و تبدیل هیلبرت با اعمال پالایه نصف‌النهاری با اعداد موج قطع ۹ و ۱۲، با این روش را محاسبه می‌کنیم.

۴-۱ میانگین فصلی-مداری اختلاف الگوریتم‌ها

در شکل ۱۱ میانگین فصلی مداری اختلاف پوش‌های به‌دست آمده از الگوریتم‌های تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و ام‌دوله‌سازی مختلط نشان داده شده است. از آنجا که همه مقادیر به‌دست آمده مثبت است، می‌توان نتیجه



شکل ۱۲. میانگین فصلی‌مداری اختلاف پوش‌های حاصل از الگوریتم‌های تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و تبدیل هیلبرت با اعمال پالایه نصف‌النهاری با عدد موج قطع ۹.



شکل ۱۳. مانند شکل ۱۲ ولی برای عدد موج قطع ۱۲.

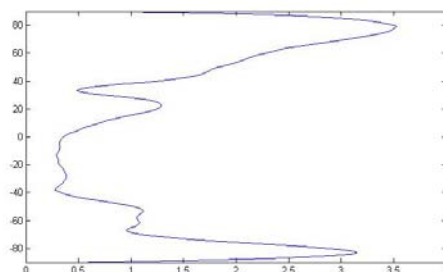
۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله، الگوریتم‌های تعیین پوش بسته‌موج شامل وامدوله‌سازی مختلط، تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و تبدیل هیلبرت با پالایه نصف‌النهاری مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل از آنها از نظر کیفی و کمی با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

الگوریتم تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی از وامدوله‌سازی مختلط به مراتب ساده‌تر است و همچنین مانند آن نیاز به در نظر گرفتن یک عدد موج مداری ثابت و از پیش تعیین شده ندارد. پوش‌های به دست آمده از الگوریتم وامدوله‌سازی به دلیل در نظر گرفتن فقط یک عدد موج مداری، شدیدتر از تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی‌اند و مقادیر میانگین فصلی‌مداری اختلافات پوش‌های حاصل از این دو الگوریتم در همه عرض‌های جغرافیایی مثبت است که این نشان می‌دهد، روش وامدوله‌سازی مختلط مقادیر

می‌شود. در این شکل، هم مقادیر مثبت و هم منفی مشاهده می‌شود. مقدارهای میانگین فصلی-مداری اختلاف پوش‌ها در نواحی جنب حاره‌ای و مناطق قطبی در هر دو نیمکره مثبت و در سایر عرض‌های جغرافیایی منفی است که می‌توان نتیجه گرفت که به دلیل اعمال پالایه در راستای نصف‌النهاری در بیشتر عرض‌های جغرافیایی، پوش بسته‌موج‌ها کمتر از روش تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی برآورد می‌شود. بیشترین مقدار این کمیت در مناطق قطبی هر دو نیمکره و کمترین مقادیر در منطقه استوا و حوالی عرض‌های جغرافیایی ۴۰ و ۷۰ درجه در نیمکره جنوبی مشاهده می‌شود.

در شکل ۱۳ میانگین فصلی‌مداری اختلاف پوش‌های حاصل از الگوریتم‌های تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و تبدیل هیلبرت با عدد موج قطع ۱۲ نشان داده شده است. از آنجا که در تبدیل هیلبرت با پالایه نصف‌النهاری با عدد موج قطع ۱۲ نسبت به حالت قبل پالایه بر امواج با عدد موج بزرگ‌تری اعمال می‌شود، مقادیر این کمیت نسبت به مقادیر شکل ۱۲ کوچک‌تر، یعنی پوش‌های به دست آمده از تبدیل هیلبرت با عدد موج قطع ۱۲ به نتایج حاصل از تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی نزدیک‌ترند. در این شکل نیز به جز در مناطق جنب حاره‌ای و قطبی هر دو نیمکره، در سایر نواحی مقدارهای این کمیت منفی است. کمینه این کمیت در منطقه استوا و عرض‌های جغرافیایی ۲۰ و ۴۰ درجه در هر دو نیمکره، و بیشینه آن در مناطق قطبی است.



شکل ۱۱. میانگین فصلی‌مداری اختلاف پوش‌های حاصل از الگوریتم‌های تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و وامدوله‌سازی مختلط.

همکاران (۲۰۱۰) صورت جدیدی از تبدیل هیلبرت را روی کره با مشخصه‌های طیفی آن عرضه کرده‌اند. کاربست این روش برای تعیین مشخصه‌های موج راسبی شامل پوش، سمت‌گیری و فاز می‌تواند موضوع پژوهش برای آینده باشد.

منابع

- Bloomfield, P., 2000, *Fourier Analysis of Time Series, an Introduction*. 2nd Ed., Wiley-Interscience, 261 pp.
- Chang, E. K. M., 1993, Downstream development of baroclinic waves as inferred from regression analysis, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 2038-2053.
- Chang, E. K. M., 2005, The impact of wave packets propagating across Asia on Pacific cyclone development, *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 1995-2015.
- Chang, E. K. M. and Yu, D. B., 1999, Characteristics of wave packets in the upper troposphere. Part I: Northern Hemisphere winter, *J. Atmos. Sci.*, **56**, 1708-1728.
- Fleischmann, O., Wietzke, L., G. and Sommer, 2010, The hilbert transform on the two-sphere: a spectral characterization, *J. Mathematical Geosciences*, special issue, DOI 10.1007/s11004-010-9278-5
- Hakim, G. J., 2003, Developing wave packets in the North Pacific storm track, *Mon. Wea. Rev.*, **131**, 2824-2837.
- Lee, S. and Held, I. M., 1993, Baroclinic wave packets in models and observations, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 1413-1428.
- Yee, S. Y. K., 1980, Studies on Fourier series on spheres, *Mon. Wea. Rev.*, **108**, 676-678.
- Yee, S. Y. K., 1981, Solution of Poisson's equation on a sphere by truncated double Fourier series, *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 501-505.
- Zimin, A. V., Szunyogh, I., Patil, D. J., Hunt, B. R. and Ott, E., 2002, Extracting envelopes of Rossby wave packet, *Mon. Wea. Rev.*, **131**(5), 1011-1017.
- Zimin, A. V., Szunyogh, I., Hunt, B. R. and Ott, E., 2005, Extracting envelopes of nonzonally propagating Rossby wave packets, *Mon. Wea. Rev.*, **134**(4), 1329-1333.

پوش‌ها را بیشتر برآورد می‌کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که روش تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی در تعیین پوش بسته‌موج به مراتب بهتر از روش وامدوله‌سازی مختلط است.

در روش‌های تبدیل هیلبرت یک‌بُعدی و وامدوله‌سازی مختلط گاهی ممکن است دو پوش که متعلق به یک بسته‌موج هستند ظاهر شوند که دلیل این امر، وجود امواج با عدد موج نصف‌النهاری بزرگ یا طول موج کوچک است. در این صورت با اعمال پالایه در راستای نصف‌النهاری می‌توان مانع بروز این مشکل شد. بنابراین الگوریتم تبدیل هیلبرت با اعمال پالایه نصف‌النهاری با اعداد موج ۹ و ۱۲ نیز مورد بررسی قرار گرفت.

در روش تبدیل هیلبرت با پالایه نصف‌النهاری با عدد موج قطع ۹، به دلیل در نظر گرفتن عدد موج به نسبت کوچک برای اعمال پالایه، پوش‌های به دست آمده بسیار هموارند و برخی از جزئیات مورد نظر حذف می‌شود.

در الگوریتم تبدیل هیلبرت با پالایه نصف‌النهاری با عدد موج قطع ۱۲، چون عدد موج مناسبی برای اعمال پالایه در نظر گرفته شده است، علاوه بر مشاهده جزئیات مفید، از بروز مشکلات ناشی از وجود امواج با اعداد موج بزرگ در راستای نصف‌النهاری نیز جلوگیری می‌شود. بنابراین بر مبنای مقایسه صورت گرفته در یک فصل زمستان نیمکره شمالی، می‌توان نتیجه گرفت که مناسب‌ترین الگوریتم برای تعیین پوش بسته‌موج، الگوریتم تبدیل هیلبرت با اعمال پالایه نصف‌النهاری بر امواجی با عدد موج قطع بزرگ‌تر از ۱۲ است. تعمیم آماری این نتیجه برای دوره‌های بزرگ‌تر نیازمند پژوهشی جداگانه است.

در پایان لازم به ذکر است که اخیراً فلایشمن و