# رویکرد بهینه‌سازی استوار در مسئله برنامه‌ریزی تولید با در نظرگرفتن دوباره‌کاری، کمبود و خرابی ناگهانی ماشین‌ها با شرایط نبود قطعیت: استفاده از یک روش تکاملی

**مسعود ربانی [*1]، نیلوفر سادات حسینی [2] ندا معنوی زاده [3]**

[1] استاد دانشکده مهندسی صنایع - پردیس دانشکده‌های فنی- دانشگاه تهران

[2] کارشناس ارشد مهندسی صنایع- پردیس دانشکده‌های فنی- دانشگاه تهران

[3] استادیار گروه مهندسی صنایع- دانشکده فنی- مهندسی دانشگاه الزهرا

(تاریخ دریافت ۹۱/۹/۱۱، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده ۹۱/۱۰/۳۰، تاریخ تصویب ۹۱/۱۲/۲۷ )

## چکیده

در این مقاله یک مسئله برنامه‌ریزی تولید چند دوره‌ای، چند محصولی، چند تسهیلاتی در نظر گرفته شده است که مقدار تقاضا و هزینه‌های نیروی انسانی در شرایط نبود قطعیت هستند. در مدل ریاضی جدید ارائه شده، سیستم تولیدی، با توجه به خرابی در محصولات دوباره‌کاری‌شده و خرابی ناگهانی ماشین‌ها در نظر گرفته شده است. همچنین تخصیص بهینه نیروی انسانی و هزینه‌های مربوط به آن در شرایط نبود قطعیت، به واسطه وجود بالانس بین سود شرکت و مزایای کارکنان بررسی می‌شوند. در این مقاله، الگوریتمی بر مبنای الگوریتم بهینه‌سازی استوار ارائه شده است که توانایی در نظر گرفتن نبود قطعیت را دارد. برای نشان دادن کاربردی بودن الگوریتم ارائه شده، یک مورد مطالعاتی واقعی در صنعت در نظر گرفته شده است. در ادامه، مهم‌ترین پارامترهای مدل استوار ارائه شده تحلیل شدند تا بهترین سطح نبود قطعیت که کمترین مقدار نقض در محدودیت را دارد، تعیین شوند. نتایج نشان می‌دهند که مدل ارائه شده مؤثر و کارا است و می‌تواند یک برنامه‌ریزی تولید بهینه را در شرایط نبود قطعیت ارائه دهد.

**واژه‌های کلیدی:** دوباره‌کاری، خرابی ناگهانی ماشین‌ها، نبود قطعیت ، بهینه‌سازی استوار، الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات

## مقدمه

از آنجا که نبود قطعیت، چالشی اساسی برای بسیاری از شرکت‌های تولیدی است، نیاز به داشتن برنامه‌ریزی تولیدی که بتواند در شرایط نبود قطعیت جواب قابل اعتمادی داشته باشد رو به افزایش است. شرایط نبود قطعیت در حالت‌های متفاوتی رخ می‌دهد، به عنوان مثال تقاضای نامعین، خرابی‌های تصادفی و ... که می‌توانند منجر به نبود تحقق سفارشات مشتریان در موعد مقرر شوند. در نظر گرفتن نبود قطعیت در سیستم‌های تولیدی، یک فرض مهم است. مدل‌های برنامه‌ریزی تولیدی که نبود قطعیت را تشخیص نمی‌دهند، می‌توانند منجر به تصمیمات اشتباه شوند [۱]. نبود قطعیت را می‌توان به عنوان تفاوت بین مقدار اطلاعات لازم برای انجام یک فعالیت و مقدار اطلاعات موجود تعریف کرد. در دنیای واقعی انواع مختلفی از نبود قطعیت وجود دارد که فرایند تولید را تحت تأثیر قرار می‌دهند. هو [۲] این نبود قطعیت‌ها را در دو دسته کلی طبقه بندی می‌کنند: نبود قطعیت محیطی و نبود قطعیت سیستم. نبود قطعیت محیط شامل نبود قطعیت‌هایی است که قبل از فرایند تولید هستند، مانند نبود قطعیت در تقاضا و نبود قطعیت در تأمین‌کننده.

نبود قطعیت در سیستم، مربوط به نبود قطعیت‌هایی است که درون فرایند تولید قرار دارند، مانند نبود قطعیت در زمان تحویل، نبود قطعیت در کیفیت، خرابی ناگهانی در سیستم تولیدی و تغییرات محصول. گرونولت و همکاران وی [۳] دو سیاست کنترل تولید را برای مقابله با خرابی تصادفی ماشین‌ها مورد مطالعه قرار داده‌اند. اولین سیاست فرض می‌کرد که محصولاتی که باید در زمان خرابی تولید می‌شدند، پس از تعمیر ماشین تولید نمی‌شوند که به سیاست نبود دوباره از سرگیری تولید معروف است. دومین سیاست بر این اساس بود که تولیدی

* نویسنده مسئول: تلفن و فاکس: ۸۸۳۵۰۶۴۲ ، Email: mrabani@ut.ac.ir

که باید در زمان خرابی ماشین روی می‌داد، پس از تعمیر ماشین، دوباره از سرگرفته شده و به عنوان تولید از دست‌رفته در نظر گرفته نمی‌شود. این سیاست به عنوان سیاست دوباره از سرگیری نیز معروف است. لیونگ و همکاران [۴] برنامه‌ریزی تولید تجمعی را با نبود قطعیت انجام دادند و از ساختار مول وی برای حل مسئله، استفاده کردند. برای مطالعه دقیق‌تر روی مسئله برنامه‌ریزی تولید با نبود قطعیت، می‌توان به مرجع [۵] رجوع کرد.

بر اساس مطالعات مورابیتو [۶] ، بهینه‌سازی استوار از جمله رویکردهایی است که در شرایطی که نبود قطعیت وجود دارد، بسیار کارا عمل می‌کند . بهینه‌سازی استوار در سال ۱۹۷۳ توسط سویستر معرفی شد. مدل ارائه شده توسط سویستر بسیار محافظ‌کارانه عمل می‌کند و بدبینانه‌ترین رویکرد است [۷]. در دو دهه گذشته تلاش‌های زیادی برای ارائه مدل‌های استوار مهارپذیر مناسب برای حل انواع مسائل بهینه‌سازی با داده‌های غیر قطعی به عمل آمده است. بنتال و همکارانش [۸] مدل‌هایی را ارائه کرده‌اند که همتای استوار برنامه‌ریزی خطی، یک مدل برنامه‌ریزی مخروطی درجه دو شده است. این مدل‌ها محافظه‌کاری کمتری داشته و جواب‌های بهتری ارائه می‌کنند. در این بین، برتسیمس [۹] با ارائه مدلی که میزان محافظه‌کاری آن قابل تنظیم است و همتای استوار مسئله خطی که خود یک مسئله برنامه‌ریزی خطی است، تحولی در بهینه‌سازی استوار به وجود آوردند. کار وی قابلیت اعمال روی مسائل بهینه‌سازی با متغیرهای گسسته را نیز دارد. مدل بهینه‌سازی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$Maximize\ c'x \qquad (۱)$$
$$Ax \le b$$
$$l \le x \le u$$

در فرمول‌های فوق، فرض می‌شود که نبود قطعیت داده‌ها فقط روی عناصر ماتریس A اثر می‌گذارد. یک سطر خاص $i$ در ماتریس A و مجموعه $J_i$ ضرایب غیر قطعی در سطر $i$ را در نظر بگیرید. هر یک از $j \in J_i$ , $a_{ij}$ به صورت یک متغیر تصادفی مستقل، متقارن و محدود $j \in J_i$ , $\tilde{a}_{ij}$ مدل می‌شوند که در بازه $[a_{ij} - \widehat{a_{ij}}, a_{ij} + \widehat{a_{ij}}]$ مقدار می‌گیرند. متغیر تصادفی $z_{ij} = (a_{ij} - \widetilde{a_{ij}}/\widehat{a_{ij}})$ مرتبط با داده غیر قطعی $\tilde{a}_{ij}$ تعریف می‌شود که از یک توزیع ناشناخته، اما متقارن در بازه (۱ ، ۱-) پیروی می‌کند. محدودیت $i$ام مسئله اسمی، $a_i x \le b_i$ ، و $J_i$را مجموعه ضرایب غیر قطعی در سطر $i$ در نظر بگیرید، یعنی هر یک از $j \in J_i$ , $\tilde{a}_{ij}$ از یک توزیع متقارن با میانگین $a_{ij}$ پیروی می‌کنند و در بازه تعریف شده $[a_{ij} - \widehat{a_{ij}}, a_{ij} + \widehat{a_{ij}}]$ مقدار می‌گیرند.

برای هر سطر $i$، پارامتر $\xi_i$ را که لزوماً عدد صحیح نیست، معرفی می‌شود که در بازه $[0,|J_i|]$ مقدار می‌گیرد. نقش پارامتر $\xi_i$ در محدودیت‌ها، تنظیم میزان استواری در مقابل سطح محافظه‌کاری جواب است. احتمال اینکه $j \in J_i$ و $a_{ij}$ به طور همزمان تغییر کنند، بسیار کم است. بنابراین در همه حالاتی که حداکثر $\lfloor \xi_i \rfloor$ تا از این ضرایب مجاز به تغییر هستند و یک ضریب $a_{ij}$ نیز حداکثر به اندازه $(\xi_i - \lfloor \xi_i \rfloor)\hat{a}_{ij}$ - تغییر می‌کند، جواب باید موجه باقی بماند. بنابراین $\xi_i$ سطح حفاظت برای محدودیت $i$ام نامیده شده و مدل ارائه شده توسط برتسیمس و سیم به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$
\begin{aligned}
& Maximize\ c'x \\
& \textstyle\sum_j a_{ij}x_j + \max_{\{S_i \cup \{t_i\} | S_i \subseteq J_i, |S_i| = \lfloor \xi_i \rfloor, t_i \in J_i \setminus S_i\}} \{\sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij} y_j + (\xi_i - \lfloor \xi_i \rfloor)\hat{a}_{ij} y_t \le b_i\} \quad , \quad \forall i \\
& -y_i \le x_j \le y_j \ , \quad \forall j \\
& l \le x \le u \qquad (۲) \\
& y \ge 0 \, .
\end{aligned}
$$

برتسمیس و سیم ثابت کردند که این مدل یک فرمول‌بندی خطی به شکل زیر دارد:

$$
\begin{aligned}
& \text{Minimize } c'x \\
& \text{Subject to} \textstyle\sum_j a_{ij}x_j + \lambda_i \xi_i + \sum_j \mu_{ij} \le b_i \ , \ \forall i: \\
& \lambda_i + \mu_{ij} \ge \hat{a}_{ij} x_j, \ \ \forall i, \ j \in J_i \\
& \mu_{ij} \ge 0 \forall i, \qquad j \in J_i \qquad (۳) \\
& x_j \ge 0 \ \ \forall j
\end{aligned}
$$

لازم به ذکر است که متغیرهای اضافه‌شده در مدل استوار ( $\lambda_i, \mu_{ij}$ ) متغیرهای کمکی دوگانه برای خطی‌کردن فرمول‌های غیرخطی و تنظیم استوار بودن جواب و اعمال سطوح حفاظت در مدل آورده شده‌اند و به عنوان رابط بین محدودیت‌ها مقدار می‌گیرند.

## تشریح مسئله و مدل ریاضی

در این تحقیق، مدل نرخ تولید محدود، با در نظر گرفتن فرایند دوباره‌کاری، احتمال خرابی محصول، تجهیزات و ماشین آلات نامطمئن و نبود قطعیت در تقاضا

بررسی می‌شود که در قالب یک مسئله تک هدفه ارائه می‌شود. در این مسئله، در طول تولید هر محصول در هر کارخانه، $x$ درصد از محصول تولیدشده معیوب در نظر گرفته می‌شود که می‌توانند با نرخ $d$ به طور تصادفی تولید شود. در بین این محصولات معیوب، $\theta$ درصد کاملا خراب و غیر قابل برگشت در نظر گرفته می‌شوند و باقی محصولات معیوب می‌توانند دوباره‌کاری و تعمیر شوند. خرابی ماشین‌ها ممکن است به طور تصادفی روی دهند و سیاست کنترل موجودی که در این مطالعه در نظر گرفته شده است، بر مبنای تعمیر و از سرگیری دوباره است. با این سیاست، زمانی که یک خرابی در ماشین روی می‌دهد، ماشین خیلی سریع تعمیر می‌شود و تولید بلافاصله پس از تعمیر، بار دیگر از سر گرفته می‌شود. در اینجا زمان تعمیر، متغیر در نظر گرفته نشده است.

در هر دوره تولید (t)، محصولات با نرخ $p$ تولید می‌شود و همه محصولات معیوب تولیدشده با نرخ $p1$ پس از آنکه تولید تمام شد، دوباره کاری می‌شوند. نرخ تولید ثابت است و بسیار بزرگ‌تر از نرخ مصرف $\lambda$ در نظر گرفته می‌شود. نرخ تولید محصولات معیوب می‌تواند به صورت درصد محصولات معیوب در کل تعداد تولیدشده از هر محصول به صورت $d = p \times x$ نمایش داده شود. پارامترهای هزینه‌ای که در این مدل در نظر گرفته شده‌اند شامل موارد زیر است: هزینه راه‌اندازی $k$ هزینه نگهداری $hc$ ، هزینه تولید $c$، هزینه خرابی محصول $cs$ ، هزینه دوباره‌کاری $cr$ و هزینه نگهداری برای هر واحد محصول معیوب $hc1$ . برای به دست آوردن $k$ (هزینه راه‌اندازی ماشین) و $m$ (هزینه تعمیر هر ماشین ) به ازای واحد محصول، این هزینه‌ها را بر تعداد محصولی که باید در زمان خرابی و تعمیر ماشین تولید می‌شدند، تقسیم کرده و مقادیر مرتبط به دست می‌آیند [۱۰] . بسیاری از عملیات تولید نیاز به سطح بالاتری از مهارت‌ها و تخصص دارند و به همین دلیل باید توسط کارگران ماهر انجام شوند. در حالی که همه کارگران دائمی، ماهر در نظر گرفته شده‌اند، هر کارگر موقت می‌تواند ماهر یا غیر ماهر در نظر گرفته شود [۱۱]. برای مشخص کردن سطح مهارت یک کارگر موقت، عواملی از قبیل آشنایی با عملیات پردازش کارخانه، دانش کار استفاده از تجهیزات تخصصی، توانایی تشخیص بین محصولات خوب و بد، در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس مفروضات اصلی مدل به شرح زیر است:

الف- استخدام و اخراج کارگران موقت در ابتدای هر دوره رخ می‌دهد و هر کارگر موقت باید برای حداقل یک دوره به کار گرفته شود.

ب- همه کارگران اضافه‌کاری می‌توانند کار را برای تعداد محدودی از ساعت انجام دهند.

## علائم و پارامتر ها:

| | |
|---|---|
| $i$ | اندیس مربوط به محصول ($i$=1,…,$I$) |
| $j$ | اندیس مربوط به کارخانه ($j$=1,…,$J$) |
| $k$ | اندیس مربوط به نوع اپراتور (k=1,2,3,4 ) |
| $t$ | اندیس مربوط به زمان ($t$=1,…$T$) |
| $cu_{ij}$ | هزینه یک واحد محصول $i$ خراب در کارخانه $j$ |
| $D_{it}$ | تقاضای محصول $i$ در کارخانه $j$ |
| $cp_{ijt}$ | هزینه تولید یک واحد محصول $i$ در کارخانه $j$در دوره $t$ |
| $ck_{ijt}$ | هزینه تولید دوباره یک واحد محصول $i$ در کارخانه $j$ در دوره $t$ |
| $cim_{ij}$ | هزینه نگهداری یک واحد محصول $i$ در کارخانه $j$ |
| $re_{ijt}$ | نرخ دوباره کاری محصول $i$ در کارخانه $j$در دوره $t$ |
| Ƚ$_{ijt}$ | نرخ تقاضای محصول $i$ در کارخانه $j$در دوره $t$ |
| $cmax_j$ | ماکزیمم ظرفیت موجودی در کارخانه $j$در دوره $t$ |
| $cs_i$ | هزینه کمبود هر واحد تقاضای برآورد نشده محصول $i$ |
| $as_j$ | متوسط حقوق هر اپراتور موقت ماهردر کارخانه $j$ |
| $au_j$ | متوسط حقوق هر اپراتور موقت مبتدی در کارخانه $j$ |
| $bs_j$ | هزینه استخدام یک اپراتور موقت ماهر در کارخانه $j$ |
| $bu_j$ | هزینه استخدام یک اپراتور موقت مبتدی در کارخانه $j$ |
| $ts_j$ | هزینه تعدیل یک اپراتور موقت ماهر در کارخانه $j$ |
| $tu_j$ | هزینه تعدیل یک اپراتور مبتدی ماهر در کارخانه $j$ |
| $pw_j$ | هزینه ساعتی اپراتور دائمی در کارخانه $j$ |
| $ps_j$ | هزینه ساعتی اپراتور موقت ماهر در زمان اضافه کاری در کارخانه j |
| $pu_j$ | هزینه ساعتی اپراتور موقت مبتدی در زمان اضافه کاری در کارخانه j کل |
| $s_{j0}$ | اپراتورهای موقت ماهر به کار گرفته شده در شروع دوره $t$ در کارخانه j کل |
| $us_{j0}$ | اپراتورهای موقت مبتدی به کار گرفته شده در شروع دوره $t$ در کارخانه j |
| W | تعداد اپراتورهای دائم در هر کارخانه |
| h | تعداد ساعت‌های کاری به ازای هر اپراتور در هر دوره |
| A | ماکزیمم ساعت اضافه کاری مجاز به ازای هر اپراتور در هر دوره |

| | |
|---|---|
| mw | مینیمم نرخ قابل تخصیص اپراتورهای دائم در یک ایستگاه |

## متغیرهای تصمیم:

| | |
|---|---|
| $q_{ijkt}$ | مقدار محصول i که در کارخانه j در دوره t توسط اپراتور نوع k تولید می‌شود |
| $\delta_{it}$ | تقاضای براورد نشده محصول i در دوره t |
| $IR_{ijt}$ | موجودی محصولات برگشتی نوع i برای دوباره‌کاری در کارخانه j در دوره t |
| $IM_{ijt}$ | موجودی محصولات نوع i برای دوباره‌کاری در کارخانه j در دوره t |
| $rre_{ijkt}$ | مقدار محصول i که در کارخانه j در دوره t توسط اپراتور نوع k دوباره‌کاری می‌شود |
| $re_{ijt}$ | مقدار محصول دوباره‌کاری شده نوع i در کارخانه j در دوره t |
| $u_{ijt}$ | مقدار محصول معیوب نوع i در کارخانه j در دوره t |
| $rs_{jt}$ | اپراتورهای موقت ماهر که در شروع دوره t در کارخانه t استخدام می‌شوند |
| $ru_{jt}$ | اپراتورهای موقت مبتدی که در شروع دوره t در کارخانه t استخدام می‌شوند |
| $fs_{jt}$ | اپراتورهای موقت ماهر که در شروع دوره t در کارخانه t تعدیل می‌شوند |
| $fu_{jt}$ | اپراتورهای موقت مبتدی که در شروع دوره t در کارخانه t تعدیل می‌شوند |
| $hw_{jt}$ | ساعات تخصیص داده شده به اپراتورهای دائم در کارخانه j |
| $hs_{jt}$ | ساعات تخصیص داده شده به اپراتورهای موقت ماهر در کارخانه j |
| $s_{jt}$ | تعداد کل اپراتورهای موقت ماهر به کار گرفته شده در کارخانه j در دوره t |
| $us_{jt}$ | تعداد کل اپراتورهای موقت مبتدی به‌کار گرفته شده در کارخانه j در دوره t |
| $hu_{jt}$ | ساعات تخصیص داده شده به اپراتورهای موقت مبتدی در کارخانه j |
| $ow_{jt}$ | ساعات کاری تخصیص داده شده برای هر اپراتور دائم در کارخانه j در دوره t |
| $os_{jt}$ | ساعات اضافه کاری تخصیص داده شده برای هر اپراتور موقت ماهر در کارخانه j در دوره t |
| $ou_{jt}$ | ساعات اضافه کاری تخصیص داده شده برای هر اپراتور موقت مبتدی در کارخانه j در دوره t |
| $b_{ijt}$ | ماکزیمم سطح کمبود مجاز برای محصول i که در کارخانه j در دوره t |
| $q_{ijt}$ | مقدار محصول i که در کارخانه j در دوره t تولید می شود |
| $tt1_{ijt}$ | زمان تولید محصول i در کارخانه j در دوره t |
| $tb_{ijt}$ | زمان تولید محصول i در کارخانه j در دوره t قبل ار خرابی ماشین |
| $tr_{ijt}$ | زمان تعمیر یک ماشین به ازای تولید یک واحد محصول i در کارخانه j در دوره t |
| $t4_{ijt}$ | زمان کمبود مجاز محصول i در کارخانه j در دوره t |
| $t1_{ijt}$ | زمان لازم برای تولید انبار تولید از محصول i در کارخانه j در دوره t در زمان تولید محصول |
| $t'r_{ijt}$ | زمان مورد نیاز برای تولید ذخیره کافی از محصول i در کارخانه j در دوره t برای براورد تقاضا زمانی که ماشین خراب است |
| $h1_{ijt}$ | مقدار کمبود محصول i در کارخانه j در دوره t زمانی که خرابی روی بدهد |
| $h2_{ijt}$ | مقدار کمبود محصول i در کارخانه j در دوره t زمانی که ماشین تعمیر و دوباره راه اندازی شود |
| $q_{ijt}$ | اندازه سفارش محصول i در کارخانه j در دوره t |
| $h3_{ijt}$ | مقدار موجودی محصول i در کارخانه j در دوره t زمانی که تولید تمام شده باشد |
| $t5_{ijt}$ | زمانی که لازم است تا سفارشات عقب افتاده محصول i در کارخانه j در دوره برآورد شود |
| $t2_{ijt}$ | زمان دوباره کاری قطعات معیوب محصول i در کارخانه j در دوره t زمانی که خرابی در ماشین ها رخ ندهد |
| $t3_{ijt}$ | زمان مصرف تمام محصولات موجود i در کارخانه j در دوره t زمانی که خرابی در ماشین ها رخ ندهد |
| $T_{ijt}$ | زمان چرخه تولید در هر دوره در صورتی که خرابی روی ندهد |
| $h4_{ijt}$ | ماکزیمم سطح موجودی زمانی که دوباره کاری تمام می شود |

از آنجا که $tb_{ijt}$ ، زمان تولید قبل از رخ دادن خرابی در ماشین‌ها را در دوره برآورد کمبود ($t5_{ijt}$) نشان می‌دهد، پس:

$$tb_{ijt} < t5_{ijt} \quad T_{ijt} = \sum_{i=1}^{5} ti_{ijt} + (tr_{ijt} + t'r_{ijt}) \qquad (۴)$$

## تابع هدف:

### الف- هزینه‌های تولید

$$\text{PC}=\sum_i \sum_j \sum_k \sum_t (cp_{ijt} \times q_{ijkt} + ck_{ijt} \times re_{ijkt} + cu_{ij} \times u_{ijt}) \qquad (۵)$$

### ب- هزینه‌های نیروی انسانی

$$\text{LC}=\sum_j \sum_t (as_j \times s_{jt}) + (au_j \times u_{jt}) + (pw_j \times ow_{jt}) + (ps_j \times os_{jt}) + (pu_j \times ou_{jt}) + (bs_j \times rs_{jt}) + (bu_j \times ru_{jt}) + (ts_j \times fs_{jt}) + (tu_j \times fu_{jt}) \qquad (۶)$$

### ج- هزینه‌های موجودی

$$IC = \sum_t \sum_j \sum_i cim_{ijt} \times (\frac{h3_{ijt}}{2} \times t1_{ijt} + h3_{ijt} \times t2_{ijt} + \frac{h4_{ijt}}{2} \times t3_{ijt}) \quad (۷)$$

### د- هزینه‌های کمبود

$$\text{BC} = cs_i \times ((\frac{b_{ijt}+h1_{ijt}}{2} \times tb_{ijt} + \frac{h1_{ijt}+h2_{ijt}}{2} \times g + \frac{h2_{ijt}}{2} \times \left(t5_{ijt} + t'r_{ijt} - tb_{ijt}\right) + \frac{b_{ijt}}{2} \times t4_{ijt}) \quad (۸)$$

بنابراین:

$$\text{Min PC+LC+IC+BC} \quad (۹)$$

$$\sum_k q_{ijkt} = p_{ijt} \times tt1_{ijt} \quad , \forall i,j,t \quad (۱۰)$$

$$tt1_{ijt} = t5_{ijt} + t'r_{ijt} + t1_{ijt} \quad , \quad \forall i,j,t \quad (۱۱)$$

$$t'r_{ijt} = \frac{g \times \text{Ł}_{ijt}}{p_{ijt} - rre_{ijt} - \text{Ł}_{ijt}} \quad , \quad \forall i,j,t \quad (۱۲)$$

$$h1_{ijt} = b_{ijt} - ((p_{ijt} - rre_{ijt} - \text{Ł}_{ijt}) \times tb_{ijt}) \quad (۱۳)$$

$$h2_{ijt} = h1_{ijt} + (g \times \text{Ł}_{ijt}) \quad , \quad \forall i,j,t \quad (۱۴)$$

$$h3_{ijt} = (p_{ijt} - rre_{ijt} - \text{Ł}_{ijt}) \times t1_{ijt} \quad , \forall i,j,t \quad (۱۵)$$

$$h4_{ijt} = h3_{ijt} + (p1_{ijt} - re_{ijt} - \text{Ł}_{ijt}) \times t2_{ijt} \quad (۱۶)$$

$$t2_{ijt} = \frac{rre_{ijt} \times tt1_{ijt}}{p1_{ijt}} \quad , \forall i,j,t \quad (۱۷)$$

$$t3_{ijt} = \frac{h4_{ijt}}{\text{Ł}_{ijt}}, \ \forall i,j,t \quad (۱۸)$$

$$t4_{ijt} = \frac{b_{ijt}}{\text{Ł}_{ijt}} \quad , \quad \forall i,j,t \quad (۱۹)$$

$$t5_{ijt} = \frac{b_{ijt}}{p_{ijt} - rre_{ijt} - \text{Ł}_{ijt}} \forall i,j,t \quad (۲۰)$$

$$\sum_j \sum_k q_{ijkt} + re_{ijkt} + \delta_{ijt} \geq d_{it} \ , \ \forall i,t \quad (۲۱)$$

$$rre_{ijt} = de \times p_{ijt} \quad , \quad \forall i,j,t \quad (۲۲)$$

$$rre_{ijt} \times tt1_{ijt} = de \times \sum_k q_{ijkt} \quad , \quad \forall i,j,t \quad (۲۳)$$

$$tu_{ijt} = p1_{ijt} \times \theta, \quad \forall i,j,t \quad (۲۴)$$

$$t2_{ijt} \times u_{ijt} = de \times \sum_k q_{ijkt} \times \theta, \quad \forall i,j,t \quad (۲۵)$$

$$IM_{ijt} = IM_{ijt-1} + \frac{h3_{ijt}}{2} \times t1_{ijt} + \frac{h3_{ijt}+h4_{ijt}}{2} \times t2_{ijt} + \frac{h4_{ijt}}{2} \times t3_{ijt} \quad , \quad \forall i,j,t \quad (۲۶)$$

$$\delta_{ijt} = \delta_{ijt-1} + \frac{b_{ijt}+h1_{ijt}}{2} \times tb_{ijt} + \frac{h1_{ijt}+h2_{ijt}}{2} \times g + \frac{h2_{ijt}}{2} \times \left(t5_{ijt} + t'r_{ijt} - tb_{ijt}\right) + \frac{b_{ijt}}{2} \times t4_{ijt}) \quad \forall i,j,t \quad (۲۷)$$

$$T_{ijt} = \sum_{i=1}^{5} ti_{ijt} + (tr_{ijt} + t'r_{ijt}) \quad (۲۸)$$

$$s_{jt} = s_{jt-1} + rs_{jt} - fs_{jt} \quad , \ \forall j,t \quad (۲۹)$$

$$us_{jt} = us_{jt-1} + ru_{jt} - fu_{jt} \quad , \quad \forall j,t \quad (۳۰)$$

$$T_{ijt} = hw_{jt} + hs_{jt} + hu_{jt} + ow_{jt} + os_{jt} + ou_{jt} \forall j,t \quad (۳۱)$$

$$(1 - mw) \times hw_{jt} \geq mw\left(hs_{jt} + hu_{jt}\right) \forall j,t \quad (۳۲)$$

$$(1 - mw) \times ow_{jt} \geq mw\left(os_{jt} + ou_{jt}\right) \forall j,t \quad (۳۳)$$

$$W \geq \frac{1}{h} \sum_j hw_{jt} \forall \quad (۳۴)$$

$$s_{jt} \geq \frac{1}{h} \times hs_{jt} \forall j,t \quad (۳۵)$$

$$us_{jt} \geq \frac{1}{h} \times hu_{jt} \forall j,t \quad (۳۶)$$

$$A \times mw \geq \frac{1}{h} \times \sum_j ow_{jt} \ \forall j,t \quad (۳۷)$$

$$A \times s_{jt} \leq \frac{1}{h} \times \sum_j os_{jt} \ \forall j,t \quad (۳۸)$$

$$A \times us_{jt} \leq \frac{1}{h} \times \sum_j ou_{jt} \ \forall j,t \quad (۳۹)$$

$$\sum_i cmax_{ijt} \geq \frac{1}{h}\left(hw_{jt} + hs_{jt} + hu_{jt}\right) \forall j,t \quad (۴۰)$$

$$\sum_k re_{ijkt} = h4_{ijt} - h3_{ijt} \quad , \ \forall i,j,t \quad (۴۱)$$

$$\delta_{it}, s_{jt}, us_{jt}, U_{ijt}, Re_{ijt}, IR_{ijt}, IM_{ijt} \geq 0 \ , \ \forall i,j,t \quad (۴۲)$$

محدودیت (۱۰) مقدار اندازه تولید را برای هر محصول در هر کارخانه در هر دوره تعیین می‌کند.

محدودیت (۱۱) مقدار $T1_{ijt}$ را مشخص می‌کند و محدودیت (۱۲) بر اساس درصد تقاضای از دست رفته در زمان تعمیر، مقدار $t'r_{ijt}$ را محاسبه می‌کند. محدودیت (۱۳) بر اساس ماکزیمم مقدار کمبود قبل از خرابی در ماشین، $h1_{ijt}$ را محاسبه می‌کند.

محدودیت‌های (۱۴) و (۱۵) مقادیر $h3_{ijt}$ و $h2_{ijt}$ را تعیین می‌کنند و محدودیت (۱۶) در مقابل مقدار $h4_{ijt}$

را مشخص می‌کند. محدودیت‌های (۱۷)-(۲۰) مقادیر $t2_{ijt}, t3_{ijt}, t4_{ijt}, t5_{ijt}$ را با توجه به نرخ تولید و نرخ مصرف محاسبه می‌کنند. محدودیت (۲۱) تضمین می‌کند که جمع مقادیر تولید و دوباره‌کاری می‌توانند تقاضا را برآورد کند. محدودیت (۲۲) مقدار محصول دوباره‌کاری شده را به عنوان درصدی از تولید تعیین می‌کند. محدودیت (۲۳) ارتباط بین مقادیر دوباره‌کاری شده و مقدار تولیدشده را تعریف می‌کند. محدودیت (۲۴) مقدار محصول دور ریختنی را تعریف می‌کند. محدودیت (۲۵) رابطه بین مقدار محصول دور ریختنی و مقدار تولیدشده را تعریف می‌کند. محدودیت (۲۶) همه موجودی محصولات تولیدشده را نشان می‌دهد و محدودیت (۲۷) مقدار کمبود را محاسبه می‌کند. محدودیت (۲۸) مقدار طول دوره را تعیین می‌کند. در این مدل محدودیت‌های (۲۹)-(۴۲) بر اساس مرجع [۱۱] تعریف شده‌اند.

## مدل بهینه‌سازی استوار

پارامترهای ذیل بر اساس برتسمیس و سیم (۲۰۰۳)، $\Gamma^{as}, \Gamma^{au}, \Gamma^{pw}, \Gamma^{ps}, \Gamma^{pu}, \Gamma^{bs}, \Gamma^{bu}, \Gamma^{ts}, \Gamma^{tu}, \Gamma^{d}$ به عنوان پارامترهای بودجه نبود قطعیت تعریف شده‌اند. در این تحقیق، این پارامترها عدد صحیح در نظر گرفته شده‌اند و مدل استوار با در نظر گرفتن نبود قطعیت در هزینه‌های نیروی انسانی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} &\mathrm{Min\ PC + IC + LC} + \max_{\vartheta^{as},\vartheta^{au},\vartheta^{pw},\vartheta^{ps},\vartheta^{pu},\vartheta^{bs},\vartheta^{ts},\vartheta^{tu}}\{\textstyle\sum_t\sum_j(\widehat{as}_j \times s_{jt}) + \\ &(\widehat{au}_j \times u_{jt}) + (\widehat{pw}_j \times ow_{jt}) + (\widehat{ps}_j \times os_{jt}) + \\ &(\widehat{pu}_j \times ou_{jt}) + (\widehat{bs}_j \times rs_{jt}) + (\widehat{bu}_j \times ru_{jt}) + \\ &(\widehat{ts}_j \times fs_{jt}) + (\widehat{tu}_j \times fu_{jt})\} \end{aligned} \qquad (۴۳)$$

where

$$\vartheta^{as} = \{v^{as} | v^{as} \in J^{as}, |v^{as}| \le \Gamma^{as}\} \ , \ J^{as} = \{j | \widehat{as}_j > 0\} and \Gamma^{as} \in [0, |J^{as}|]$$

$$\vartheta^{au} = \{v^{au} | v^{au} \in J^{au}, |v^{au}| \le \Gamma^{au}\} \ , J^{au} = \{j | \widehat{au}_j > 0\} and \Gamma^{au} \in [0, |J^{au}|]$$

$$\vartheta^{pw} = \{v^{pw} | v^{pw} \in J^{pw}, |v^{pw}| \le \Gamma^{pw}\} \ , J^{pw} = \{j | \widehat{pw}_j > 0\} and \Gamma^{pw} \in [0, |J^{pw}|]$$

$$\vartheta^{ps} = \{v^{ps} | v^{ps} \in J^{ps}, |v^{ps}| \le \Gamma^{ps}\} \ , J^{ps} = \{j | \widehat{ps}_j > 0\} and \Gamma^{ps} \in [0, |J^{ps}|]$$

$$\vartheta^{pu} = \{v^{pu} | v^{pu} \in J^{pu}, |v^{pu}| \le \Gamma^{pu}\} \ , J^{pu} = \{j | \widehat{pu}_j > 0\} and \Gamma^{pu} \in [0, |J^{pu}|]$$

$$\vartheta^{bs} = \{v^{bs} | v^{bs} \in J^{bs}, |v^{bs}| \le \Gamma^{bs}\} \ , J^{bs} = \{j | \widehat{bs}_j > 0\} and \Gamma^{bs} \in [0, |J^{bs}|]$$

$$\vartheta^{bu} = \{v^{bu} | v^{bu} \in J^{bu}, |v^{bu}| \le \Gamma^{bu}\} \ , \ J^{bu} = \{j | \widehat{bu}_j > 0\} and \Gamma^{bu} \in [0, |J^{bu}|]$$

$$\vartheta^{ts} = \{v^{ts} | v^{ts} \in J^{ts}, |v^{ts}| \le \Gamma^{ts}\} \ , J^{ts} = \{j | \widehat{ts}_j > 0\} and \Gamma^{ts} \in [0, |J^{ts}|]$$

$$\vartheta^{tu} = \{v^{tu} | v^{tu} \in J^{tu}, |v^{tu}| \le \Gamma^{tu}\} \ , J^{tu} = \{j | \widehat{tu}_j > 0\} and\ \Gamma^{tu} \in [0, |J^{tu}|]$$

بر اساس مراجع [۹و۱۲] با در نظر گرفتن $s^*_{jt}$ تابع حفاظت به صورت محدودیت (۴۴) تعریف می‌شود:

$$\beta^{as}(s^*_{jt}, \Gamma^{as}) = max \textstyle\sum_{j \in v^{as}} \widehat{as}_j \times s^*_{jt} \qquad (۴۴)$$

که می‌تواند به شکل مدل بهینه‌سازی زیر نوشته شود:

$$\max \sum_{j \in v^{as}} \widehat{as}_j \times s^*_{jt} \times z^{as}_j$$

Subject to:

$$z^{as}_j \le \Gamma^{as} \qquad (۴۵)$$

$$0 \le z^{as}_j \le 1$$

توجه داشته باشید که جواب بهینه (۴۵) شامل متغیرهای $\mathit{\Gamma}^{as}$ و ثابت‌های $z^{as}_j$ است که معادل انتخاب از زیر مجموعه ذیل $\{v^{as} | v^{as} \in J^{as}, |v^{as}| \le \mathit{\Gamma}^{as}\}$ با یک تابع هدف مرتبط $\sum_{j \in v^{as}} \widehat{as}_j \times s^*_{jt}$ است. با در نظر گرفتن مسئله دوگانه (۴۵) خواهیم داشت:

$$\min \sum_{j \in J^{as}} \mu^{as}_j + \lambda^{as} \times \Gamma^{as}$$

Subject to:

$$\mu^{as}_j + \lambda^{as} \ge \widehat{as}_j \times s_{jt} \qquad (۴۶)$$

$$\mu^{as}_j \ge 0 \ \ , \forall j \in J^{as}$$

$$\lambda^{as} \ge 0$$

که $\mu^{as}_j$ و $\lambda^{as}$ متغیرهای دوگانه مرتبط با محدودیت (۴۵) هستند. با به‌کارگیری این موارد برای دیگر پارامترهای تابع هدف مدل استوار زیر به دست می‌آید. این مدل بهینه‌سازی استوار با در نظر گرفتن نبود قطعیت در هزینه‌های نیروی انسانی است:

$$\text{Min PC+IC+BC+LC} + \sum_{j\in J^{as}} \mu_j^{as} + \lambda^{as}\times\Gamma^{as} + \sum_{j\in J^{au}}\mu_j^{au} + \lambda^{au}\times\Gamma^{au} + \sum_{j\in J^{pw}}\mu_j^{pw}+\lambda^{pw}\times \Gamma^{pw} + \sum_{j\in J^{ps}}\mu_j^{ps}+\lambda^{ps}\times \Gamma^{ps}+\sum_{j\in J^{ps}}\mu_j^{ps}+\lambda^{ps}\times \Gamma^{ps}+\sum_{j\in J^{bs}}\mu_j^{bs}+\lambda^{bs}\times\Gamma^{bs}+\sum_{j\in J^{bu}}\mu_j^{bu}+\lambda^{bu}\times \Gamma^{bu}+\sum_{j\in J^{pu}}\mu_j^{pu}+\lambda^{pu}\times\Gamma^{pu}+\sum_{j\in J^{ts}}\mu_j^{ts}+\lambda^{ts}\times \Gamma^{ts}+\sum_{j\in J^{tu}}\mu_j^{tu}+\lambda^{tu}\times\Gamma^{tu} \quad (۴۷)$$

به طوری که:

محدودیت‌های (۴۲)-(۱۰)

$$\mu_j^{as}+\lambda^{as}\geq \widehat{as_j}\times s_{jt} \quad \forall(j,t)\in J^{as}$$
$$\mu_j^{au}+\lambda^{au}\geq \widehat{au_j}\times u_{jt} \quad \forall(j,t)\in J^{au}$$
$$\mu_j^{pw}+\lambda^{pw}\geq \widehat{pw_j}\times ow_{jt} \quad \forall(j,t)\in J^{pw}$$
$$\mu_j^{ps}+\lambda^{ps}\geq \widehat{ps_j}\times os_{jt} \quad \forall(j,t)\in J^{ps}$$
$$\mu_j^{pu}+\lambda^{pu}\geq \widehat{pu_j}\times ou_{jt} \quad \forall(j,t)\in J^{pu}$$
$$\mu_j^{bs}+\lambda^{bs}\geq \widehat{bs_j}\times rs_{jt} \quad \forall(j,t)\in J^{bs}$$
$$\mu_j^{bu}+\lambda^{bu}\geq \widehat{bu_j}\times rs_{jt} \quad \forall(j,t)\in J^{bu}$$
$$\mu_j^{ts}+\lambda^{ts}\geq \widehat{ts_j}\times fs_{jt} \quad \forall(j,t)\in J^{ts}$$
$$\mu_j^{tu}+\lambda^{tu}\geq \widehat{tu_j}\times fu_{jt} \quad \forall(j,t)\in J^{tu} \quad (۴۸)$$

## نبود قطعیت در تقاضا

محدودیت (۲۱) که شامل نبود قطعیت در تقاضا است، نمی‌تواند با در نظر گرفتن همه داده‌های واقعی، ممکن شدنی باقی بماند. برای غلبه بر این مشکل، $I_{it}$ به صورت زیر تعریف شده است:

$$I_{it}=\sum_{s=1}^{t}\left(\sum_j\sum_k q_{ijks}+re_{ijks}\right)-d_{it}$$

سپس $\mathrm{H_{it}}$ به صورت زیر تعریف شده است:

$$H_{it}\geq\sum_j(cim_{ij}\times I_{it})=\left(\sum_{s=1}^{t}\left(\sum_j\sum_k cim_j\times(q_{ijkt}+re_{ijkt})\right)-d_{it}\right)\ ,\forall i,t \quad (۴۹)$$

$$H_{it}\geq cs_i\times -I_{it}=cs_i\times\left(\sum_{s=1}^{t}\left(-\sum_j\sum_k q_{ijkt}+re_{ijkt}\right)-d_{it}\right),\forall i,t \quad (۵۰)$$

به این ترتیب، تقاضا، متغیری تصادفی محدود شده‌ای در نظر گرفت می‌شود ($\widetilde{\mathrm{d_{it}}}$) که در بازه $[\mathrm{d_{it}}-\widehat{\mathrm{d_{it}}},\mathrm{d_{it}}+\widehat{\mathrm{d_{it}}}]$ مقدار می‌گیرد. در اینجا مقدار $\mathrm{z_{it}}$ بر اساس $\widetilde{\mathrm{d_{it}}}$ تعریف شده که در بازه $[0,1]$ قرار می‌گیرد $\mathrm{z_{it}}=\frac{\widetilde{\mathrm{d_{it}}}-\mathrm{d_{it}}}{\widehat{\mathrm{d_{it}}}}$. با در نظر گرفتن پارامتر بودجه نبود قطعیت $\Gamma_{it}^{d}\in[0,t]$، خواهیم داشت $\widetilde{d_{it}}=d_{it}+\widehat{d_{it}}\times z_{it}$. فرض بر این است که پارامتر بودجه نبود قطعیت شرایط زیر را دارد[۱۳]:

- $\Gamma_{i1}^{d}\leq\Gamma_{i2}^{d}\leq\cdots\leq\Gamma_{iT}^{d}$
- $\Gamma_{it}^{d}-\Gamma_{it-1}^{d}\leq 1 \quad \forall i,t$

سپس با به کار گرفتن تکنیک‌های بهینه‌سازی استوار توسعه داده شده در مرجع [۱۳]، مسئله زیر حل شده است:

$$\max\sum_{\tau=1}^{t}\widehat{d_{i\tau}}\times z_{i\tau}$$
S. T.
$$\sum_{\tau=1}^{t}z_{i\tau}\leq\Gamma_{it}^{d} \quad (۵۱)$$
$$0\leq z_{i\tau}\leq 1 \quad ,\ \forall\tau\leq t$$

و مدل استوار با در نظر گرفتن شرایط نبود قطعیت در تقاضا:

$$\text{Min LC+PC+}\sum_t\sum_i H_{it} \quad (۵۲)$$

$$H_{it}\geq\left(\sum_{s=1}^{t}\left(\sum_j cim_j\times\sum_k(q_{ijks}+re_{ijks})\right)-d_{is}\right)+\lambda_{it}^{d}\times\Gamma_{it}^{d}+\sum_{\tau=1}^{t}\mu_{i\tau t}^{d}\quad ,\forall i,t \quad (۵۳)$$

$$H_{it}\geq cs_i\times\left(\sum_{s=1}^{t}\left(-\sum_j\sum_k q_{ijks}+re_{ijks}\right)+d_{is}\right)+\lambda_{it}^{d}\times\Gamma_{it}^{d}+\sum_{\tau=1}^{t}\mu_{i\tau t}^{d},\forall i,t \quad (۵۴)$$

$$\lambda_{it}^{d}+\mu_{i\tau t}^{d}\geq\hat{d}_{it}\quad\forall i,t\quad\forall\tau\leq t \quad (۵۵)$$

$$\sum_j\sum_k q_{ijt}+re_{ijkt}+\delta_{ijt}\geq d_{it}+\lambda_{it}^{d}\times\Gamma_{it}^{d}+\sum_{\tau=1}^{t}\mu_{i\tau t}^{d}\quad ,\quad\forall i,t \quad (۵۶)$$

$$\lambda_{it}^{d},\mu_{i\tau t}^{d}\geq 0 \quad (۵۷)$$

محدودیتهای (۴۲)-(۲۲), (۲۰)-(۱۰)

در این صورت مدل ریاضی با در نظر گرفتن نبود قطعیت در تقاضا و هزینه‌های نیروی انسانی به صورت ذیل است:

$$\text{Min LC+PC}+H_{it}+\sum_{j\in J^{as}}\mu_j^{as}+\lambda^{as}\times\Gamma^{as}+\sum_{j\in J^{au}}\mu_j^{au}+\lambda^{au}\times\Gamma^{au}+\sum_{j\in J^{pw}}\mu_j^{pw}+\lambda^{pw}\times\Gamma^{pw}+\sum_{j\in J^{ps}}\mu_j^{ps}+\lambda^{ps}\times\Gamma^{ps}+\sum_{j\in J^{ps}}\mu_j^{ps}+\lambda^{ps}\times\Gamma^{ps}+\sum_{j\in J^{bs}}\mu_j^{bs}+\lambda^{bs}\times\Gamma^{bs}+\sum_{j\in J^{pu}}\mu_j^{pu}+\lambda^{pu}\times\Gamma^{pu}+\sum_{j\in J^{ts}}\mu_j^{ts}+\lambda^{ts}\times\Gamma^{ts}+\sum_{j\in J^{tu}}\mu_j^{tu}+\lambda^{tu}\times\Gamma^{tu}$$

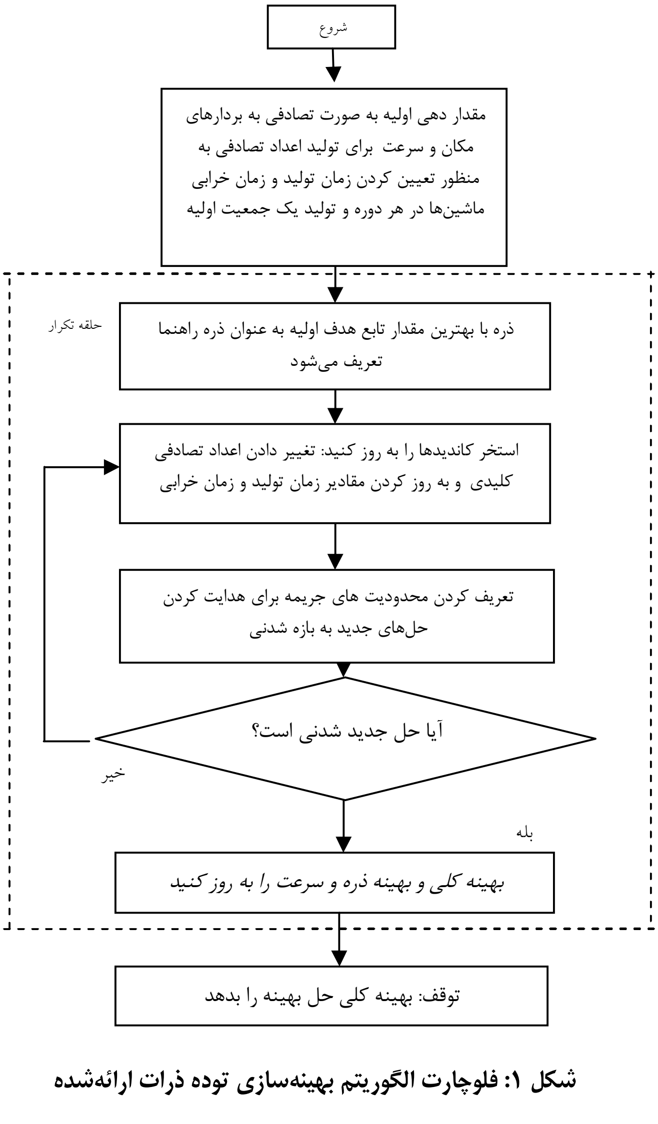
به طوری که:

(۴۸), (۵۳)-(۵۷)

## الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات

الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات، یک الگوریتم جستجوی اجتماعی است که از روی رفتار اجتماعی دسته‌های بهینه‌سازی توده ذرات، مدل شده است. ایده اولیه آن توسط دکتر راسل ابرهارت و دکتر جیمز کندی در سال ۱۹۹۵ توسعه یافت [۱۴]. این الگوریتم از حرکت

دسته جمعی توده ذراتی که به دنبال غذا هستند، الهام گرفته شده است. این الگوریتم توسط سوماتی و ونکایی [۱۵و ۱۶] توسعه داده شد، ولی الگوریتم‌های ارائه شده، هیچ یک حل‌های استواری را که بتوانند با فرض نبود قطعیت، قابل اعتماد باشند ارائه نکردند. پایداری حل‌های بهینه توسط این الگوریتم همچنان یک چالش اساسی باقی مانده است. الگوریتم‌های فراابتکاری مختلفی در ادبیات موضوع به کار گرفته شده است، اما به دلیل ماهیت مدل ریاضی حاضر و توصیه‌ها و نتایج ارائه‌شده [۹] و به منظور استوارکردن الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات، تغییراتی اساسی روی الگوریتم به کار گرفته شده آنها اعمال شد. برای به دست آوردن جواب بهینه استوار، متغیرهایی تعریف شدند که باید در مدل غیر قطعی در نظر گرفته شوند. فلوچارت الگوریتم ارائه‌شده در شکل (۱) نشان داده شده است.




**شکل ۱: فلوچارت الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات ارائه‌شده**

**جدول ۱: توزیع‌های داده‌های دارای نبود قطعیت**

| پارامتر | توزیع تصادفی مربوط |
|---|---|
| | ~ uniform((40,45) |
| | ~ uniform((30,40) |
| | ~ uniform((10,20) |
| | ~ uniform((10,15) |
| | ~ uniform((12,20) |
| | ~ uniform((10,20) |
| | ~ uniform((20,30) |
| | ~ uniform((16,30) |
| | ~ uniform((12,20) |
| | ~ uniform(10,20) |

**جدول ۲: نتایج گمز و الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات با نبود قطعیت در تقاضا و هزینه‌های نیروی انسانی**

| سایز مسئله (i),(j),(k),(t) (3),(3),(6),(3) | | پارامترهای بودجه نبود قطعیت | تابع هدف Γ' | | | زمان محاسبه (دقیقه) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| سطح نبود قطعیت | روش | $\Gamma^{bs},\Gamma^{ts},\Gamma^{tu},\sum_{i,t}\Gamma_{it}^{d}$ | قطعی | غیر قطعی | فاصله | غیر قطعی | قطعی |
| γ= 0.1 | نرم افزار گمز | 2,1,2,1,2,1,2,1,2,19 | | 5054.529 | 2.66 | | 0.01 |
| | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,23 | | 5061.029 | 2.72 | 16.7 | 0.01 |
| | | 3,3,3,3,3,3,3,3,3,27 | 4923.283 | 5083.029 | 3.24 | | 0.01 |
| | الگوریتم بهینه سازی توده ذرات | 2,1,2,1,2,1,2,1,2,19 | | 5151.5299 | 3.48 | | 0.3 |
| | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,23 | | 5074.6903 | 1.93 | | 0.31 |
| | | 3,3,3,3,3,3,3,3,3,27 | 4978.1823 | 5047.7272 | 1.3 | 0.15 | 0.3 |
| γ= 0.2 | نرم افزار گمز | 2,1,2,1,2,1,2,1,2,19 | | 5164.029 | 4.88 | | 0.01 |
| | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,23 | | 5177.029 | 5.15 | | 0.01 |
| | | 3,3,3,3,3,3,3,3,3,27 | 4923.283 | 5221.029 | 6 | 16.7 | 0.01 |
| | الگوریتم بهینه سازی توده ذرات | 2,1,2,1,2,1,2,1,2,19 | | 5233.2826 | 5.1 | | 0.3 |
| | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,23 | 4978.1823 | 5260.2956 | 5.3 | 0.15 | 0.3 |
| | | 3,3,3,3,3,3,3,3,3,27 | | 5361.3327 | 7.6 | | 0.3 |
| γ= 0.3 | نرم افزار گمز | 2,1,2,1,2,1,2,1,2,19 | | 5242.029 | 6.4 | | 0.01 |
| | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,23 | | 5261.529 | 6.8 | | 0.01 |
| | | 3,3,3,3,3,3,3,3,3,27 | | 5359.029 | 8.8 | 16.7 | 0.01 |
| | الگوریتم بهینه سازی توده ذرات | 2,1,2,1,2,1,2,1,2,19 | | 5315.4187 | 6.77 | | 0.3 |
| | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,23 | 4978.1823 | 5343.7169 | 7.34 | 0.15 | 0.31 |
| | | 3,3,3,3,3,3,3,3,3,27 | | 5480.3539 | 1 | | 0.31 |

**جدول ۳: فاصله بین حل بهینه گمز و الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات برای مسئله سایز کوچک با نبود قطعیت تقاضا**

| سایز مسئله (i),(j),(k),(t) (3),(3),(6),(3) | | پارامترهای بودجه نبود قطعیت | فاصله | |
|---|---|---|---|---|
| سطح نبود قطعیت | روش | $\Gamma^{bs},\Gamma^{ts},\Gamma^{tu},\sum_{i,t}\Gamma_{it}^{d}$ | قطعیت | نبود قطعیت |
| γ= 0.1 | الگوریتم بهینه سازی توده ذرات | 2,1,2,1,2,1,2,1,2,19 | | 1.91 |
| | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,23 | | 0.26 |
| | | 3,3,3,3,3,3,3,3,3,27 | | 0.69 |
| γ= 0.2 | الگوریتم بهینه سازی توده ذرات | 2,1,2,1,2,1,2,1,2,19 | | 1.34 |
| | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,23 | 1.11 | 1.6 |
| | | 3,3,3,3,3,3,3,3,3,27 | | 2.6 |
| γ= 0.3 | الگوریتم بهینه سازی توده ذرات | 2,1,2,1,2,1,2,1,2,19 | | 1.4 |
| | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,23 | | 1.5 |
| | | 3,3,3,3,3,3,3,3,3,27 | | 2.26 |

**جدول ۴: نتایج حل الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات با سطوح مختلف نبود قطعیت با در نظر گرفتن مقادیر مختلف پارامترهای بودجه نبود قطعیت**

| زمان محاسبه (دقیقه) | | | تابع هدف($) | | پارامترهای بودجه نبود قطعیت | سایز مسئله (i),(j),(k),(t) (5),(3),(6),(12) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| نبود قطعیت | قطعیت | %انحراف | نبود قطعیت | قطعیت | Γ' $\Gamma^{bs},\Gamma^{ts},\Gamma^{tu},\sum_{i,t}\Gamma^{d}_{it}$ | روش | سطح نبود قطعیت |
| 0.8 | | 2.9 | 50556139 | | 1,2,1,2,1,2,1,2,1,180 | الگوریتم بهینه سازی توده ذرات | γ= 0.1 |
| 0.81 | | 0.1 | 49162228 | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,120 | | |
| 0.9 | | 0.2 | 49221622 | | 2,3,2,3,2,3,2,3,2,90 | | |
| 0.85 | | 3.07 | 50619614 | | 1,2,1,2,1,2,1,2,1,180 | الگوریتم بهینه سازی توده ذرات | γ= 0.2 |
| 0.85 | 0.96 | 0.2 | 49223331 | 49108414 | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,120 | | |
| 0.9 | | 0.5 | 49381238 | | 2,3,2,3,2,3,2,3,2,90 | | |
| 0.9 | | 3.6 | 50879853 | | 1,2,1,2,1,2,1,2,1,180 | الگوریتم بهینه سازی توده ذرات | γ= 0.3 |
| 0.88 | | 1.41 | 49803834 | | 3,1,3,1,3,1,3,1,3,120 | | |
| 0.9 | | 1.51 | 49859826 | | 2,3,2,3,2,3,2,3,2,90 | | |

## نتایج عددی

در ابتدا برای صحه‌گذاری مدل، یک مسئله در سایز کوچک در محیط نرم‌افزار گمز[1] و نرم‌افزار متلب[2] حل شد و فاصله مقادیر تابع هدف به دست آمده از این دو نرم‌افزار ثبت شدند. سپس برای اثبات کاربردی بودن الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات ارائه شده، مدل بهینه‌سازی استوار ارائه شده در یک شرکت صنعتی در ایران به کار گرفته شد. در نهایت با تحلیل مهم‌ترین پارامترهای موجود در مدل بهینه‌سازی استوار ارائه شده، سطحی از نبود قطعیت را که کمترین تناقض در محدودیت‌ها دارد، تعیین شدند. همچنین ماکزیمم مقدار پارامتر بودجه نبود قطعیتی که بتواند مقدار تابع هدف قابل قبولی داشته باشد، مشخص شدند. در ادامه نتایج ارائه شده‌اند.

## صحه‌گذاری مدل ریاضی جدید

برای صحه‌گذاری مدل ارائه شده، یک محیط تولیدی کوچک متشکل از سه نوع محصول و سه کارخانه در سه دوره در نظر گرفته شدند. مقادیر داده‌های عددی در جدول (۱) نشان داده شده است.

همچنین نتایج به دست آمده با در نظر گرفتن سطوح مختلف نبود قطعیت و مقادیر مختلف پارامتر بودجه نبود قطعیت ثبت شدند. مسئله بار دیگر با در نظر گرفتن نبود قطعیت در تقاضا و هزینه‌های نیروی انسانی حل شدند. جداول ۲ و ۳ نتایج عددی را نشان می‌دهد.

## داده ها و اطلاعات شرکت صنعتی

این شرکت ۵ نوع محصول را در سه کارخانه تولید می‌کند و از آنجا که از ماشین‌های قدیمی استفاده می‌کند، امکان خرابی ماشین‌ها در طول دوره تولید وجود دارد. مدل پیشنهادی در این شرکت به کارگرفته شد و به این شرکت کمک کرد تا به جای صرف هزینه‌ای گزاف برای داشتن یک برنامه تعمیر پیشگیرانه، خرابی ماشین‌ها را به عنوان بخشی از برنامه‌ریزی تولید خود در نظر گرفته و با تحمیل هزینه‌ای به مراتب کمتر، محصولات خود را تولید کند. همه داده‌ها و اطلاعات شرکت در اختیار قرار گرفت و در صورت نبود دسترسی، اقدام به محاسبه آنها شد.

سیاست نیروی انسانی این شرکت مشابه مدل ارائه شده شامل اپراتورهای دائم و موقت است و بر اساس یک مصاحبه قبل از استخدام، به اپراتورهای ماهر یا مبتدی تقسیم می‌شوند. همه اپراتورها مجاز هستند در هر شیفت کاری حداکثر تا ۳ ساعت اضافه‌کاری داشته باشند. زمان کاری در هر دوره (۱ ماه) ۲۴۰ ساعت در نظر گرفته شده است. به دلیل جریمه‌های سنگینی که برای اخراج یک اپراتور باید پرداخت شود، این شرکت سعی می‌کند که قراردادهای کوتاه‌مدتی با اپراتورهای موقت خود داشته باشد. در نتیجه یک برنامه نیروی انسانی بهینه می‌تواند هزینه‌های نیروی انسانی را کاهش دهد.

نتایج الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات در جدول (۴) آمده است. جدول (۴) نشان می‌دهد که برنامه‌ریزی تولید ارائه شده، قادر است ۱۸۰ فاکتور تقاضایی که دارای

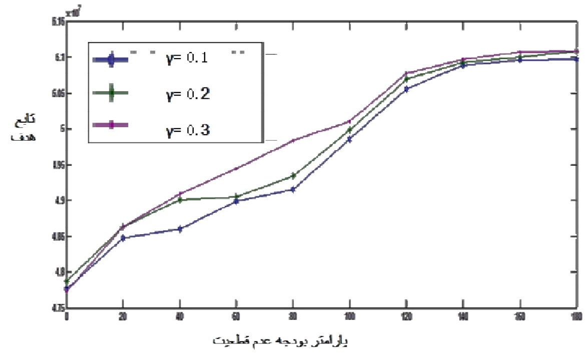
شرایط نبود قطعیت هستند را کنترل کند. انحراف مقدار تابع هدف در مقایسه با حالت قطعی حدود ۲ درصد است. همان طور که انتظار می‌رفت این مقدار افزایش هزینه، بسیار کمتر از هزینه‌ای است که برای داشتن یک سیستم تعمیر و نگهداری پیشگیرانه باید در نظر گرفت.

## بالانس بین پایداری و شدنی بودن حل بهینه

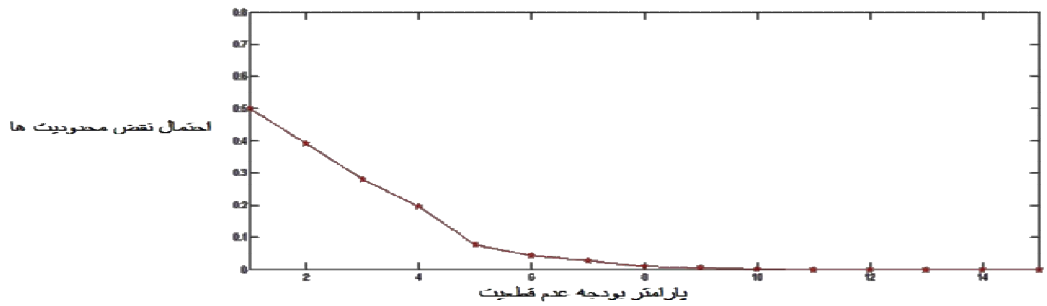
برای تحلیل مهم‌ترین پارامترهای مدل بهینه‌سازی استوار ($\gamma$ و $\Gamma_{it}$) به روش برتسمیس و سیم و فراهم‌سازی توازن مناسب بین پایداری و امکان‌پذیربودن، تعدادی مسئله بر اساس داده‌های شرکت صنعتی به دست آمد. مقدار تابع هدف بر اساس تابعی از پارامتر بودجه نبود قطعیت به دست آمد. جدول (۲) مقدار تابع هدف را به ازای مقادیر مختلف پارامتر بودجه نبود قطعیت در سطوح مختلف نبود قطعیت نشان می‌دهد. شکل (۲) مقدار تابع هدف را به عنوان تابعی از پارامتر بودجه نبود قطعیت به ازای سطوح مختلف نبود قطعیت نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، مقدار تابع هدف با افزایش سطح نبود قطعیت افزایش می‌یابد. این مقدار همچنین با افزایش پارامتر بودجه نبود قطعیت، مقدار بزرگ‌تری را به خود اختصاص می‌دهد. در جدول (۵) مشاهده می‌شود که الگوریتم ارائه شده، می‌تواند مسئله‌ای با ۱۰۰ پارامتر غیر قطعی را به طور کارا حل کند.

محدوده احتمالی نقض محدودیت‌ها، به عنوان تابعی از $\Gamma_{it}$ در شکل (۳) نشان داده شده است. هر قدر که پایداری تشدید می‌یابد، مقدار بهینه انحراف تابع هدف بهینه، افزایش می‌یابد. بر اساس [۱۷]، احتمال تقریبی از محدودیت تناقض ارائه شده است. محدوده احتمالی به مقدار پارامتر بودجه نبود قطعیت و مقدار ماکزیممی که این پارامتر می‌تواند به خود تخصیص دهد، بستگی دارد. احتمال نقض محدودیت‌ها باید کوچک‌تر از مقدار مشخصی باشد. در این مقاله این مقدار برابر ۱٪ در نظر گرفته شده است. ضریبی که با تصادفی‌سازی مقابله می‌کند، با نماد $\beta$ نمایش داده می‌شود.

برای مثال زمانی که α=0.5%, 1%, 5%, 20% 30% و $\sum_{i,t} \Gamma_{it} = ۹۶$ باشد، به این صورت که $\beta_{1\%} = 96/|J| = 53\%$.




**شکل ۲: مقدار بهینه تابع هدف به عنوان تابعی از پارامتر بودجه نبود قطعیت برای سطوح مختلف نبود قطعیت**




**شکل ۳: احتمال نقض محدودیت ها به عنوان تابعی از $\Gamma_{it}$**

## نتیجه گیری

در این مقاله یک مسئله برنامه‌ریزی تولید چند دوره‌ای، چند محصولی و چند تسهیلاتی در نظر گرفته شد. در این مسئله مقدار تقاضا و هزینه‌های نیروی انسانی قطعیت ندارند. الگوریتمی بر مبنای الگوریتم بهینه‌سازی استوار ارائه شد که توانایی در نظر گرفتن نبود قطعیت را دارد. برای نشان‌دادن کاربردی بودن الگوریتم ارائه شده، یک مورد مطالعاتی واقعی در صنعت انجام شد. همچنین مهم‌ترین پارامترهای مدل استوار ارائه‌شده تحلیل شدند تا به بهترین سطح نبود قطعیت که کمترین مقدار نقض در محدودیت‌ها را دارد، تعیین شوند. در برخی موارد به دلیل پیچیدگی مدل‌هایی از این قبیل و نبود آشنایی با اینگونه برنامه‌ریزی‌ها، مدیران از این گونه مدل‌ها سرباز می‌زنند، اما نتایج نشان می‌دهند که مدل ارائه‌شده، مؤثر و کارا است و می‌تواند یک برنامه‌ریزی تولید بهینه را در شرایط نبود قطعیت ارائه دهد. نتایج به دست آمده در مقایسه با نتایج حاصل در سال۱۳۹۰، حاکی از ۲۰درصد بهبود در تابع هدف این شرکت است.

به این ترتیب مدل پیشنهادی با در نظر گرفتن خرابی تصادفی ماشین‌ها در مسئله برنامه‌ریزی تولید چند دوره‌ای، با در نظر گرفتن زمان تعمیر متغیر و شرایط نبود قطعیت در تقاضا، با فرض خرابی تصادفی ماشین‌ها و امکان دوباره‌کاری است که با استفاده از الگوریتم حل، یک برنامه‌ریزی تولید استوار ارائه می‌دهند.

## پیشنهادات برای تحقیقات بعدی

به این ترتیب می‌توان برای توسعه این مدل و به عنوان تحقیقات بعدی، مواردی چون تحلیل حساسیت و در نظر گرفتن انواع نبود قطعیت‌ها در برنامه‌ریزی تولید، به کارگیری دیگر تکنیک‌های رویکرد بهینه‌سازی استوار و در نظر گرفتن کمبود، تأثیر نبود قطعیت‌های دیگری چون تأثیر نوسانات قیمت روی نوسانات تقاضا و چگونگی اعمال کردن عوامل مختلف نبود قطعیت و متغیر بودن زمان تعمیر را در نظر گرفت. همچنین می‌توان از روش سیستماتیکی نظیر روش تاگوچی در تعیین مناسب‌ترین مقادیر پارامترهای الگوریتم فراابتکاری استفاده شود.

## تشکر و قدردانی

از حمایت مالی دانشگاه تهران از این تحقیق در قالب طرح پژوهشی شماره ۸۱۰۹۰۰۲/۱/۰۷ قدردانی می‌شود.

## مراجع


1- Galbraith, J. (1973). "Designing Complex Organizations." Addison- Wesley, Reading, MA.

2- Ho, C. (1989). "Evaluating the impact of operating environments on MRP system nervousness." *International Journal of Production Research,* Vol. 27, PP. 1115–1135.

3- Groenevelt, H., Pintelon, L. and Seidmann, A. (1994). "Production lot sizing with machine breakdowns." *Management Sciences*, Vol. 38, PP. 104–123.

4- Leung, S. C.H., Sally, O.S. Tsang, S. O.S., Ng, W.L. and Wu, Y. ( 2007). "A robust optimization model for multi-site production planning problem in an uncertain environment." *European Journal of Operational Research*, Vol. 181, PP. 224–238.

5- Mula, J., Poler, R., Garcia-Sabater, JP. And Lario, FC. (2006). "Models for production planning under uncertainty. " *International Journal of Production Economics*, Vol. 103 No. 1, PP. 271–85.

6- D. J., Morabito, R. (2012). "Production planning in furniture settings via robust optimization." *Computers & Operations Research*, Vol. 39, PP. 139-150.

7- Soyster, A. (1973). "Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming." *Operations Research*, Vol. 21, PP. 1154–7.

8- Ben-Tal, A. and Nemirovski, A. (1998). "Robust convex optimization." *Mathematics of Operations Research*, Vol. 23, PP.769–805.

9- Bertsimas, D. and Sim, M. (2003). "Robust discrete optimization and network flows." *Mathematical Programming*, Vol. 98, PP. 43–71.

10- Chiu, S. W., Chen, K. K., Cheng, F. T. and Wu, M. F. (2010). "Optimization of the finite production rate model with scrap, rework and stochastic machine breakdown." *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 59, PP. 919–932.

11- Techawiboonwonga, A., Yenradeea, P. and Sanchoy, K. Das (2006). "A master scheduling model with skilled and unskilled temporary workers." *Int. J. Prod. Econ,* Vol. 103, PP. 798–809.

12- Bertsimas, D. and Sim, M. (2004). "The price of robustness." *Operations Research*, Vol. 52, No. 1, PP. 35–53.

13- Bertsimas, D. and Thiele, A. (2006). "A robust optimization approach to inventory theory." *Operations Research*, Vol. 54, No. 1, PP. 150–68.

14- Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995). "Particle Swarm Optimization." Proceeding of IEEE International Conference on neural networks 4, 27.

15- Sumathi, S. and Surekha, P. (2010). "Computational Intelligence Paradigms Theory and Applications Using Matlab. "Boca Raton, FL: CRCPress, PP. 656–671.

16- Venkaiah, C. and Kumar, D. M. V. (2011). "Fuzzy PSO congestion management using sensitivity-based optimal active power rescheduling of generateors." *J. Electr. Eng. Technol.*, Vol. 6, No. 1, PP. 32–41.

17- Alem, D. J. and Morabito, R. (2012). "Production planning in furniture settings via robust optimization." *Computers & Operations Research*, Vol. 39, PP. 139-150.

## واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1-GAMS
2- MATLAB