

مسیریابی وسایل نقلیه چند هدفه با کالاهای مناسبتی

علیرضا عیدی^{۱*}، سید علی قاسمی نژاد^۲ و حنیف محقی^۲

^۱ استادیار گروه مهندسی صنایع - دانشگاه کردستان - سنندج

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع - دانشگاه کردستان - سنندج

(تاریخ دریافت ۹۱/۵/۲۲، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۹۲/۶/۳۱، تاریخ تصویب ۹۲/۷/۱۴)

چکیده

موضوع مسیریابی وسایل نقلیه، به عنوان پایه‌ای‌ترین موضوع در مدیریت توزیع شناخته می‌شود. در مسائل دنیای واقعی، تقاضای مشتریان برای برخی کالاها در مناسبت‌های خاص افزایش می‌یابد. از طرفی، یکی از عواملی که برای مشتریان بسیار با اهمیت است، تأمین به موقع تقاضاها است. در این تحقیق، مشتریان چند نوع متفاوت تقاضا دارند؛ بنابراین با تلفیق مفاهیم پنجره‌های زمانی و چند تقاضایی و همچنین در نظر گرفتن دو هدف متضاد حداقل کردن هزینه سفر و حداکثرسازی پوشش تقاضا، مدل جدیدی از موضوع مسیریابی به صورت برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح ارائه می‌شود. همچنین دو رویکرد مبتنی بر الگوریتم NSGA-II با تنوع بخشی به ساختار عملگر جهش، برای حل مدل پیشنهادی طراحی شده است. در مقایسه الگوریتم‌ها از دو معیار گسترش و پوشش جواب‌های نامغلوب استفاده می‌شود. اعتبارسنجی مدل و کارایی محاسباتی الگوریتم‌های ارائه شده در بررسی تعدادی از مسائل نمونه تولید شده، قابل مشاهده است.

واژه‌های کلیدی: مسئله مسیریابی وسیله نقلیه، چند هدفه، پنجره‌های زمانی، چند تقاضایی

مقدمه

برای ارائه خدمات دارند. ولی اغلب، این مشتریان هستند که برای دریافت کالا، محدودیت زمانی را تعریف می‌کنند و فقط در آن محدوده زمانی کالا دریافت کرده و یا برای محدوده زمانی ذکر شده، اولویت در نظر می‌گیرند [۲]. مسیریابی وسایل نقلیه با محدودیت پنجره-های زمانی، در دنیای واقعی کاربردهای فراوانی دارد؛ از آن جمله می‌توان از تحویل مرسولات بانکی و پستی، جمع‌آوری زباله و فضولات، تقسیم سوخت بین جایگاه‌های سوخت، مسیریابی اتوبوس مدرسه و ... اشاره کرد [۳]. در حقیقت در اکثر مسائل دنیای واقعی، به خصوص مسائل لجستیک با مسائل چندهدفه مواجه هستیم. زمانی که در پی شناسایی اهداف هستیم، خیلی اوقات اهداف با هم تضاد دارند، بنابراین در نظر گرفتن چند هدف می‌تواند بسیار سودمند باشد. مسائل مسیریابی چندهدفه اغلب به صورت توسعه مسائل آکادمیک به منظور بهبود کاربرد عملی آنها، تعمیم مسائل کلاسیک و مطالعه مسائل دنیا، مورد استفاده قرار می‌گیرند.

یکی از محدودیت‌هایی که مسایل کلاسیک را به مسایل دنیای واقعی بسیار نزدیک می‌کند، محدودیت پنجره‌های زمانی با در نظر گرفتن اهداف مختلف است. بنابراین در دنیای رقابتی که توجه بسیاری به رضایت

یکی از مباحثی که در چند دهه اخیر کاربرد زیادی در سیستم‌های حمل‌ونقل داشته است، موضوع مسیریابی وسایل نقلیه است. این موضوع به عنوان پایه‌ای‌ترین موضوع در مدیریت توزیع شناخته می‌شود. مسئله مسیریابی وسیله نقلیه به مجموعه‌ای از مسائل اطلاق می‌شود که هدف ایجاد چند تور برای سرویس‌دهی به مجموعه‌ای از مشتریان با توجه به محدودیت‌ها است، به گونه‌ای که هزینه‌های سرویس‌دهی کمینه شود و مجموع تقاضای مشتریان یک مسیر، از ظرفیت وسیله نقلیه مربوط به آن مسیر بیشتر نباشد. تحقیقات نظری و کاربردهای عملی در زمینه مسیریابی، با معرفی مسئله اعزام کامیون توسط دانتزیگ و رامسر [۱] آغاز شد. با گذشت نزدیک به پنجاه سال از انتشار اولین مقاله، توسعه‌های زیادی در مسئله مسیریابی وسیله نقلیه به وجود آمده است. در این گونه مسائل، با توجه به عملیات مورد انتظار از وسایل نقلیه، ماهیت مسئله و محدودیت‌های موجود، پیچیدگی مدل‌سازی و رویکرد حل مسئله تحت تأثیر قرار می‌گیرد. یکی از حالت‌های رایج مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی است که در این مسئله، علاوه بر محدودیت ظرفیت، هر یک از مشتریان یا قرارگاه‌ها (محل استقرار وسایل نقلیه) بازه‌های زمانی

مشتری می‌شود، باید درصد ارایه مدل‌هایی باشیم که خواسته‌های مشتریان را بیشتر مدنظر قرار دهد. سسومبون و همکاران [۴] اهدافی را به مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره‌های زمانی افزودند و برای بهبود رضایت مشتری، تابعی برای رعایت موعد تحویل کالا در نظر گرفتند و برای حل آن، یک الگوریتم ژنتیک تلفیقی ارایه دادند. هونگ و پارک [۵] زمان انتظار مشتریان را مدنظر قرار داده و سعی کردند با حداقل کردن مجموع زمان انتظار مشتریان، رضایت‌مندی آنها را حداکثر کنند. آنها این مسئله را با یک روش ابتکاری حل کرده‌اند. ال-شربنی [۶] برای یک کمپانی حمل و نقل در بلژیک، مسیریابی حمل و نقل را مدل کرده و آن را با الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت حل کرده است. در این مدل، هشت هدف مدنظر کمپانی در نظر گرفته شده است. فان [۷] نیز هدفی را به عنوان حداکثر کردن رضایت مشتری در نظر گرفته که در آن با اعمال روابطی، رضایت مشتری را عکس زمان انتظار مشتری معرفی کرد و آن را با الگوریتم جستجوی ممنوعه حل کرد. توکلی مقدم و همکاران [۸] در تحقیق خود، اهداف کمینه‌کردن هزینه‌های سفر و حداکثر کردن فروش را مدنظر قرار دادند؛ مشروط به آنکه برای حداکثر کردن فروش، قبل از اینکه توزیع‌کنندگان رقیب، این تقاضا را کسب کرده باشند، سرویس‌دهی انجام شود. آنها از شبیه‌سازی بازپخت برای حل آن بهره برده‌اند. قصیری و قنادپور [۹] یک مدل و راه حل جدید برای مسائل مسیریابی وسایل نقلیه چند هدفه با پنجره‌های زمانی ارائه دادند. آنها اهدافی مشتمل بر تعداد وسایل نقلیه و مجموع مسافت‌های سفر را در نظر گرفته و مسئله را با برنامه‌ریزی آرمانی مدل کردند و در نهایت آن را با الگوریتم ژنتیک حل کردند. فیل و همکاران [۱۰] یک کلاس از مسایل را به نام فروشنده دوره‌گرد با در نظر گرفتن سود تعریف کردند، به طوری که برای هر مشتری یک سود در نظر گرفته شده است، ولی ضرورتی برای ملاقات همه مشتری‌ها وجود ندارد. مسیریابی سعی در حداکثر کردن سود و کمینه‌کردن مجموع مسافت طی شده دارد.

به دلیل وجود اهداف چندگانه متضاد، نتیجه یک مسئله بهینه‌یابی چندهدفه، تعدادی جواب بهینه است که به عنوان جواب‌های بهینه پارتو شناخته می‌شوند. به طور ایده‌آل در برخورد با اهداف چندگانه، مایل به یافتن

جواب‌های بهینه پارتو هستیم. در سال‌های اخیر، تکنیک‌های زیادی برای حل مسائل چندهدفه پیشنهاد شده است. این روش‌ها را می‌توان به دو گروه روش‌های پارتو و روش‌های عددی، دسته‌بندی کرد. در روش پارتو، دو جواب بر این اساس که یکی بر دیگری غالب است یا خیر، مورد مقایسه قرار می‌گیرند. جواب $X^{(1)}$ بر جواب $X^{(2)}$ غالب است؛ اگر جواب $X^{(1)}$ در هیچ یک از اهداف بدتر از جواب $X^{(2)}$ نباشد و همچنین جواب $X^{(1)}$ حداقل در یک هدف بهتر از جواب $X^{(2)}$ باشد. اغلب روش‌های بهینه‌یابی چند هدفه، از مفهوم غلبه، برای جستجوی جواب‌های نامغلوب استفاده می‌کنند. روش‌های عددی با تبدیل‌های ریاضی، مانند مجموع وزنی خطی استفاده می‌شوند. روش پارتو، از مفهوم مجموعه غالب پارتو با ارزیابی کیفیت جواب‌ها یا مقایسه جواب‌ها استفاده می‌شود [۱۱ و ۱۲]. معروف‌ترین روش عددی، روش مجموع وزنی خطی^۱ است. هر چند این روش چندین عیب دارد: اول اینکه وزن‌ها باید مطابق اهمیت اهداف باشند. دوم، این روش در پیدا کردن همه جواب‌های بهینه پارتو ناتوان است. به عنوان مثال، فقط جواب‌هایی را پیدا می‌کند که روی قسمت محدب مجموعه پارتو دارند [۱۳]. دیگر رویکرد عددی استفاده شده، روش برنامه‌ریزی آرمانی^۲ است. در این رویکرد، مقدار آرمانی (به عنوان مثال یک نقطه از فضای جواب) انتخاب می‌شود و سپس برای کم کردن مسافت بین جواب جاری و مقدار آرمانی، یک جستجو انجام می‌شود. دشواری اصلی این روش، به دست آوردن مقدار آرمانی است. رویکرد دیگر روش C-محدودیت^۳ است [۱۴ و ۱۵] در این روش فقط یک هدف بهینه می‌شود و سایر اهداف به عنوان محدودیت در نظر گرفته می‌شوند که طبق رابطه $f_i(x) \leq C_i$ بیان می‌شود.

در روش‌های پارتو، مفهوم پارتو در یک چارچوب تکاملی مورد استفاده قرار گرفته است. بیشتر محققان نیز از الگوریتم تکاملی برای مسیریابی استفاده کرده‌اند. در برخی از این کارها، یک ترکیب از روش تکاملی و جستجوی محلی، هیوریستیک یا الگوریتم دقیق در نظر گرفته شده است [۱۶ و ۱۷]. گارسیا-نجر و بولیناریا [۱۸] الگوریتم تکاملی چندهدفه پیشنهاد دادند و روش‌هایی را برای اندازه‌گیری شباهت جواب‌ها ترکیب کرده‌اند. آنها بیان می‌کنند که روش‌های تکاملی در تحقیقات قبلی به ندرت روی بهینه‌کردن بیش از یک هدف و تنوع بخشیدن

ارایه سرویس در پنجره زمانی مورد نظر مشتری، مشتری تقاضای اول را دارد، که اغلب تقاضای بیشتر است و در غیر این صورت (یعنی در صورت ملاقات مشتری خارج از پنجره زمانی) تقاضای دوم را خواهد داشت. بنابراین تأمین کننده باید درصدد یافتن مسیرهایی باشد که رضایت مندی بیشتر مشتری با تأمین به موقع تقاضا را در پی داشته باشد و همچنین درصدد کاهش هزینه‌های ناشی از تورها باشد. ما این رویکرد را در قالب یک مسئله چندهدفه با تقاضای متفاوت در پنجره‌های زمانی برای هر مشتری، مدل خواهیم کرد. در فرموله کردن این مدل، از دو تابع هدف مینیمم کردن مجموع مسافت طی شده تورها و ماکزیمم کردن پوشش تقاضای مشتریان نیز استفاده خواهیم کرد.

مسیریابی وسیله نقلیه، یکی از مسائل مشهور در حوزه بهینه‌سازی ترکیباتی است که الگوریتم‌های مختلفی نیز برای حل انواع متفاوتی از مسائل مسیریابی، ارائه شده است. برای حل مسائل با اندازه کوچک، از الگوریتم‌های حل دقیق استفاده می‌شود که در این مقاله نیز از نرم‌افزار GAMS برای ارزیابی مدل پیشنهادی برای مسائل کوچک و متوسط استفاده شده است. همچنین برای حل مسئله با ابعاد بزرگ با توجه به $Np\text{-Hard}$ [۱۸] بودن مسئله مسیریابی وسیله نقلیه، دو رویکرد فراابتکاری مبتنی بر الگوریتم NSGA-II با استفاده از ساختار دو سطری نمایش جواب و همچنین تنوع‌بخشی به عملگر جهش، طراحی و پیشنهاد شده است.

از این رو ساختار مقاله شامل این بخش‌ها است: در بخش دوم، مفروضات، فرمول‌بندی مسئله تحقیق و ارزیابی مدل پیشنهادی برای مسائل کوچک با استفاده از نرم‌افزار GAMS مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. در بخش سوم مقاله، متدولوژی حل مسئله شامل طراحی دو رویکرد فراابتکاری مبتنی بر NSGA-II ارائه خواهد شد. در بخش چهارم نیز آزمایشات مدل شامل محاسبات و اجرای الگوریتم‌های ارائه شده در مورد مجموعه مسائل تولید شده با استفاده از نرم‌افزار MATLAB انجام شده است. در نهایت در بخش پنجم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری از تحقیق ارائه می‌شود.

مدل مسئله

مفروضات ذیل برای توسعه فرمول‌بندی مدل پیشنهادی استفاده می‌شوند:

به جواب‌ها تمرکز کرده‌اند. در این تحقیق، سه تابع هدف مشتمل بر تعداد وسایل نقلیه، مجموع مسافت پیموده شده و مجموع زمان سفر کمینه می‌شود.

در برخی تحقیقات نیز از الگوریتم‌های غیر عددی و پارتو در حل مسیریابی چندهدفه استفاده شده است. این الگوریتم‌ها بر پایه الگوریتم ژنتیک، الگوریتم کلونی مورچگان و یا هیوریستیک‌های خاص انجام شده‌اند. دونر و همکاران از الگوریتم ژنتیک ارزیابی برداری^۴ [۱۹] برای حل مسیریابی چندهدفه استفاده کرده‌اند. این روش برای اولین بار توسط اسکافر [۲۰] برای حل مسائل چندهدفه با رویکرد الگوریتم ژنتیک پیشنهاد شده است. در روش VEGA در هر تکرار، هر جمعیت به n زیر جمعیت تقسیم شده و با آمیختن این جمعیت‌ها با یکدیگر، یک جمعیت کوچک‌تر به دست می‌آید. n تعداد اهداف ما است.

در دنیای واقعی، مسائلی وجود دارند که تقاضای مشتری‌ها قطعیت دارد، ولی وابسته به نوع و زمان سرویس از طرف تأمین کننده است. به عبارتی تقاضاهای مشتری، قطعی و نبود قطعیت در زمان سرویس دهی است. ما اینگونه مسائل را مد نظر قرار داده‌ایم و تقاضای هر مشتری را منوط به زمان سرویس دهی به آن داشته‌ایم. با توجه به برخی از جنبه‌های مشاهده شده از مسایل دنیای واقعی در حوزه زنجیره تأمین، این موضوع قابل دریافت است که وجود کالاهای مناسبی، نقش بسزایی در مسیریابی وسایل نقلیه دارند. به عبارتی، تقاضای کالاهای مناسبی در برهه‌ای از زمان افزایش پیدا می‌کند و مشتری، تقاضاهای بیشتری فقط در همان برهه زمانی دارد. به عنوان مثال، کالاهای فصلی و فاسدشدنی از جمله این کالاها هستند. کالاهای فصلی در پنجره‌های زمانی بزرگ‌تر و کالاهای فاسدشدنی نظیر کالاهای لبنی، کالاهایی با پنجره زمانی باریک‌تر هستند. به عبارتی مسیریابی وسایل نقلیه، به عنوان یکی از ارکان اصلی زنجیره تأمین، باید این تصمیم را به درستی گرفته باشد که سرویس دهی را به نحوی انجام دهد که متناسب تقاضای بازار باشد. سرویس دهی خارج از این شرایط، نه تنها سود حاصله را افزایش نمی‌دهد، بلکه نارضایتی مشتری را نیز در پی خواهد داشت.

ایده مورد نظر ما بر پایه چند تقاضایی^۵ برای هر مشتری است؛ به طوری که برای هر مشتری، دو تقاضای متفاوت و یک پنجره زمانی تعیین می‌شود که در صورت

d_i^2 : تقاضای دوم مشتری نام
 ε : یک مقدار بسیار کوچک $\varepsilon \approx 0$
 M : عدد خیلی بزرگ

متغیرهای تصمیم برای مسئله مورد بررسی:

$q_i = 1$ اگر مشتری نام در پنجره زمانی $[l_i, u_i]$ ملاقات شود، در غیر این صورت $q_i = 0$
 $w_i = 1$ اگر مشتری نام قبل از l_i ملاقات شود و وسیله نقلیه منتظر بماند تا به زمان l_i برسد و سرویس را انجام دهد، در غیر این صورت $w_i = 0$
 $z_i = 1$ اگر مشتری نام بعد از u_i ملاقات شود، در غیر این صورت $z_i = 0$
 $X_{ijk} = 1$ اگر گره i به گره j توسط وسیله نقلیه k ام پیموده شود، در غیر این صورت $X_{ijk} = 0$
 t_i : زمان رسیدن به گره نام
 We_{ik} : زمان انتظار بعد از رسیدن به گره نام برای شروع سرویس دهی توسط وسیله نقلیه k ام (زمان انتظار در قرارگاه صفر است)
 در نهایت، مسئله تحقیق به صورت زیر فرمول بندی می شود:

$$\text{Objective1: Min } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{nv} C_{ij} X_{ijk} \quad (1)$$

$$\text{Objective2: Max } \sum_{i=1}^n [d_i^1 (q_i + w_i) + d_i^2 (1 - q_i - w_i)] \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{nv} X_{ijk} = 1 \quad \forall j \geq 2 \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{nv} X_{ijk} = 1 \quad \forall i \geq 2 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ijk} - \sum_{i=1}^n X_{jik} = 0 \quad \forall j, \forall k \quad (5)$$

$$t_i + S_{ik} + C_{ij} + We_{ik} - M(1 - x_{ijk}) \leq T_k \quad \forall i \geq 2, \forall k \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n X_{ijk} [d_j^1 (q_j + w_j) + d_j^2 (1 - q_j - w_j)] \leq Q_k \quad \forall k \quad (7)$$

$$t_j = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{nv} X_{ijk} (t_i + S_{ik} + C_{ij} + We_{ik}) \quad \forall j \geq 2 \quad (8)$$

$$\sum_{i=2}^n X_{ilk} \leq 1 \quad \forall k \quad (9)$$

$$\sum_{k=1}^{nv} \sum_{i \in S} \sum_{j \in S, i \neq j} X_{ijk} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq n - \{1\}, S \neq \emptyset \quad (10)$$

$$(t_i - u_i) + M(1 - z_i) - \varepsilon \geq 0 \quad \forall i \geq 2 \quad (11)$$

تعداد مشتریان معلوم و مشخص است. مکان هر یک از مشتریان و دپو (قرارگاه) مشخص است. حداکثر تعداد خودروها ثابت و مشخص است. خودروهای ناوگان همگن فرض می شوند و ظرفیت آنها مشخص و ثابت است. تقاضای هر تور نباید از ظرفیت خودرو تجاوز کند. مدت زمان سفر هر وسیله نقلیه، نباید از حداکثر زمان معین شده تجاوز کند. هر خودرو، تور خود را از دپو آغاز کرده و پس از سرویس دهی، به دپو باز می گردد. هر مشتری فقط می تواند در یک تور قرار بگیرد. هزینه های حمل و نقل به مسافت پیموده شده وابسته است (مسافت پیموده شده متناسب با زمان سفر است). هر مشتری دو تقاضا و یک پنجره زمانی مختص به خود دارد. در صورت ارایه سرویس در آن پنجره زمانی، تقاضای اول و در غیر این صورت تقاضای دوم را خواهد داشت. در صورت ملاقات مشتری قبل از پنجره زمانی مختص آن، باید این تصمیم توسط وسیله نقلیه گرفته شود که برای کسب تقاضای اول تا شروع پنجره زمانی منتظر بماند و یا تقاضای دوم را برآورده کرده و به مسیر خود ادامه دهد.

فرمول بندی مدل

در این بخش، فرمول بندی مدل پیشنهادی ارائه می شود. در ادامه، برای بیان فرم ریاضی مدل، نمادها (شامل مجموع اندیس ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم) معرفی شده و در فرمول بندی مدل پیشنهادی، مورد استفاده قرار می گیرند.

مجموعه اندیس ها:

n : مجموعه گره ها (مشتریان و قرارگاه) که گره اول شامل قرارگاه است.

nv : مجموعه وسایل نقلیه

پارامترهای مدل:

$[l_i, u_i]$: پنجره زمانی مختص مشتری نام

Q_k : حداکثر ظرفیت وسیله نقلیه نام

T_k : حداکثر زمانی است که وسیله نقلیه نام می تواند سفر کند.

C_{ij} : هزینه (مسافت/زمان) گره i تا گره j

S_{ik} : مدت زمان سرویس دهی به مشتری نام با وسیله نقلیه نام

d_i^1 : تقاضای اول مشتری نام

خطی سازی رابطه (۱۶) :

$$We_{ik} = w_i l_i - f_i \quad \forall i \geq 2, \forall k \quad (۳۲)$$

$$f_{ik} \leq M w_i \quad \forall i \geq 2, \forall k \quad (۳۳)$$

$$f_{ik} \leq t_i \quad \forall i \geq 2, \forall k \quad (۳۴)$$

$$f_{ik} \geq t_i - M(1 - w_i) \quad \forall i \geq 2, \forall k \quad (۳۵)$$

در مدل بالا، رابطه‌های (۱) و (۲) توابع هدف را نشان می‌دهند که به ترتیب بیانگر کمینه کردن مسافت پیموده شده و بیشینه کردن پوشش تقاضاهای بالقوه مشتریان است. محدودیت‌های (۳) و (۴) تضمین می‌کنند که هر مشتری فقط یک بار توسط یک وسیله نقلیه ملاقات شود (سرویس بگیرد). محدودیت (۵) پیوسته بودن تورها را تضمین می‌کند، به عبارتی چنانچه وسیله نقلیه به گره وارد می‌شود، باید از آن خارج شود. محدودیت (۶) تضمین می‌کند که زمان سفر هر وسیله نقلیه از حداکثر زمان سفر تجاوز نکند. محدودیت (۷) تضمین می‌کند که تقاضاهای برآورده شده توسط هر وسیله نقلیه، از ظرفیت آن تجاوز نکند. محدودیت (۸) زمان ملاقات هر گره را محاسبه می‌کند. محدودیت (۹) تضمین می‌کند که تور از قرارگاه آغاز و به آن ختم شود. محدودیت (۱۰) از تشکیل زیر تورها جلوگیری به عمل می‌آورد که در آن S هر زیرمجموعه اختیاری از مجموعه مشتری‌ها و |S| بیانگر تعداد اعضای مجموعه S است. محدودیت (۱۱) تضمین می‌کند که اگر $z_i = 1$ آنگاه به طور حتم $t_i > u_i$. محدودیت‌های (۱۲) و (۱۳) تضمین می‌کند که اگر $q_i = 1$ آنگاه به طور حتم $t_i \in [l_i, u_i]$ محدودیت (۱۴) تضمین می‌کند که اگر $z_i = 0$ همچنین $q_i = 0$ آنگاه به طور حتم $t_i < l_i$ در روابط (۱۱) و (۱۴) برای استفاده از نامساوی بزرگ‌تر مساوی به جای نامساوی بزرگ‌تر، به ترتیب مقدار ε کسر و اضافه شده است. محدودیت (۱۵) تضمین می‌کند که در صورت یک شدن z_i و یا q_i ؛ مقدار صفر اختیار کند. در محدودیت (۱۶) مدت زمان انتظار در گره نام محاسبه می‌شود. (در صورت ملاقات مشتری قبل از l_i و همچنین $w_i = 1$ مقدار می‌گیرد). محدودیت‌های متغیرهای تصمیم در رابطه (۱۷) نشان داده شده است. در بخش بعدی، نتایج محاسباتی حاصل از اجرای مدل روی برخی از مسائل نمونه‌ای را ارائه خواهیم داد.

$$(t_i - l_i) + M(1 - q_i) \geq 0 \quad \forall i \geq 2 \quad (۱۲)$$

$$(t_i - u_i) - M(1 - q_i) \leq 0 \quad \forall i \geq 2 \quad (۱۳)$$

$$(t_i - l_i) - M(q_i + z_i) + \varepsilon \leq 0 \quad \forall i \geq 2 \quad (۱۴)$$

$$z_i + q_i + w_i \leq 1 \quad \forall i \geq 2 \quad (۱۵)$$

$$We_i = w_i(l_i - t_i) \quad \forall i \geq 2 \quad (۱۶)$$

$$z_i, q_i, w_i, x_{ijk} \in \{0, 1\}; t_i, We_{ik} \geq 0 \quad (۱۷)$$

روابط (۷)، (۸) و (۱۶) غیر خطی هستند که به قرار ذیل، خطی‌سازی می‌شوند. رابطه (۷) با جایگزینی روابط (۲۳) - (۱۹)، رابطه (۸) با جایگزینی روابط (۳۱) - (۲۵) و رابطه (۱۶) با جایگزینی روابط (۳۵) - (۳۲) خطی‌سازی می‌شوند.

خطی سازی رابطه (۷) :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n [d_j^1 X_{ijk} (q_j + w_j) + d_j^2 X_{ijk} (1 - q_j - w_j)] \leq Q_k \quad \forall k \quad (۱۸)$$

$$\sum_{j=2}^n (d_j^1 f_{jk}^1 + d_j^2 f_{jk}^2) \leq Q_k \quad \forall k \quad (۱۹)$$

$$f_{jk}^1 + 1 \geq \sum_{i=1}^n X_{ijk} + q_j + w_j \quad \forall j \geq 2, \forall k \quad (۲۰)$$

$$2(f_{jk}^1) \leq \sum_{i=1}^n X_{ijk} + q_j + w_j \quad \forall j \geq 2, \forall k \quad (۲۱)$$

$$f_{jk}^2 + 1 \geq \sum_{i=1}^n X_{ijk} + (1 - q_j - w_j) \quad \forall j \geq 2, \forall k \quad (۲۲)$$

$$2(f_{jk}^2) \leq \sum_{i=1}^n X_{ijk} + (1 - q_j - w_j) \quad \forall j \geq 2, \forall k \quad (۲۳)$$

خطی سازی رابطه (۸) :

$$t_j = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{mv} (X_{ijk} t_i + X_{ijk} We_{ik}) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{mv} X_{ijk} (S_{ik} + C_{ij}) \quad \forall j \geq 2 \quad (۲۴)$$

$$t_j = \sum_{i=1}^n f_{ij}^3 + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{mv} f_{ijk}^4 + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{mv} X_{ijk} (S_{ik} + C_{ij}) \quad \forall j \geq 2 \quad (۲۵)$$

$$f_{ij}^3 \leq M \sum_{k=1}^{mv} x_{ijk} \quad \forall i, \forall j \geq 2 \quad (۲۶)$$

$$f_{ij}^3 \leq t_i \quad \forall i, \forall j \geq 2 \quad (۲۷)$$

$$f_{ij}^3 \geq t_i - M(1 - \sum_{k=1}^{mv} x_{ijk}) \quad \forall i, \forall j \geq 2 \quad (۲۸)$$

$$f_{ijk}^4 \leq M x_{ijk} \quad \forall i, \forall j \geq 2, \forall k \quad (۲۹)$$

$$f_{ijk}^4 \leq We_{ik} \quad \forall i, \forall j \geq 2, \forall k \quad (۳۰)$$

$$f_{ijk}^4 \geq We_{ik} - M(1 - x_{ijk}) \quad \forall i, \forall j \geq 2, \forall k \quad (۳۱)$$

جدول ۱: نتایج مسائل نمونه

| Specification Problems | | | Result Of GAMS | | |
|------------------------|-------------------|--------------------|---------------------------|--|---------------------|
| No. of problem | Number of Vehicle | Number of Customer | Number of Pareto Solution | Pareto Solutions | Average run time(s) |
| 1 | 3 | 5 | 2 | (92,32),(104,34) | 0 |
| 2 | 3 | 6 | 2 | (56,43),(64,45) | 0 |
| 3 | 3 | 7 | 2 | (78,49),(88,52) | 0.9 |
| 4 | 3 | 8 | 2 | (74,50),(86,58) | 7 |
| 5 | 3 | 9 | 6 | (74,61),(76,65),(80,67) (82,71),(94,73),(98,75) | 70 |
| 6 | 3 | 10 | 3 | (138,56),(142,62),(146,65) | 212 |
| 7 | 4 | 11 | 1 | (118,92) | 1470 |
| 8 | 4 | 12 | 3 | (110,94),(112,99),(116,102) | 2740 |
| 9 | 4 | 13 | — | Error Memory | 69450 |

آزمایشات مدل

هدف از انجام آزمایشات محاسباتی، اعتبارسنجی مدل است. از آنجایی که مسائل محک در مورد مدل پیشنهادی در ادبیات موضوع وجود ندارد، تعدادی مسئله نمونه به طور تصادفی تولید شدند. مدل پیشنهادی در نرم افزار GAMS 23.6.3 کد شده است و سپس مسائل نمونه توسط حل کننده CPLEX روی رایانه همراه با پردازنده Core i3 2.13GHz و با حافظه داخلی 3 GB حل شده و نتایج مطابق جدول (۱) به دست آمده است. در روند حل مدل، برای به دست آوردن جواب‌های بهینه پارتو، از رویکرد ϵ -محدودیت استفاده کرده‌ایم، به طوری که هدف هزینه (مسافت) سفر بهینه می‌شود و هدف پوشش تقاضا به عنوان محدودیت در نظر گرفته شده و طبق رابطه $f_2 \geq \epsilon$ بیان می‌شود. مجموع تقاضاهای دوم مشتریان به عنوان حد پایین پوشش تقاضا تعیین می‌شود و این حد پس از هر بار اجرای برنامه به‌روزرسانی می‌شود. این روند را تا به دست آمدن همه جواب‌های بهینه پارتو ادامه می‌دهیم.

در جدول (۱)، در ستون جواب‌های بهینه پارتو، هر جواب پارتو در یک پرانتز آورده شده است. مقادیر به ترتیب متناظر با هدف مجموع مسافت هزینه (سفر) و هدف دوم یعنی مجموع پوشش تقاضاها هستند. همان طور که از این جدول مشاهده می‌شود، در مثال‌های مورد آزمایش، تعداد جواب‌های بهینه پارتو برای هر مسئله متفاوت است. بنابراین تعداد حل برنامه و همچنین زمان اجرای آن برای به دست آمدن جواب‌های بهینه پارتو

متفاوت است؛ به همین سبب برای هر مسئله متوسط زمان حل جواب‌های بهینه پارتو بیان شده است.

رویکرد حل مسئله

همان گونه که از نتایج جدول (۱) نیز بر می‌آید، مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، جزو مسایل NP-Hard بوده و با افزایش ابعاد مسئله، زمان حل آن به صورت نمایی افزایش یافته و پیدا کردن جواب بهینه نیز با مشکل روبه‌رو خواهد شد. از این رو برای رسیدن به جواب‌های مناسب در مدت زمان قابل قبول، برای ابعاد بزرگ‌تر مسئله، لازم است یک روش ابتکاری و یا فراابتکاری با رویکرد چندهدفه طراحی شود. رویکرد پیشنهادی برای حل مدل ارائه شده، روشی مبتنی بر الگوریتم $NSGA-II^E$ است. از دلایل استفاده از این الگوریتم می‌توان به جمعیتی بودن این الگوریتم و سازگار بودن آن با مسایل چندهدفه، عملکرد سیستماتیک در مواجهه با جواب‌های نامغلوب هر نسل و پراکندگی خوب جواب‌ها در مرز بهینه پارتو اشاره کرد. به عبارتی به جای تابع برازندگی، مفهوم غالب بودن جواب‌ها در این الگوریتم، آورده شده است.

الگوریتم ژنتیک مرتب سازی نامغلوب ۲

ایده گلدبرگ [12] در مفهوم مجموعه غالب پارتو، توسط سیرنیواس و دب به طور مستقیم به کار برده شد. در واقع با به کارگیری ایده ارجحیت جواب‌های نامغلوب و اختصاص برآزش بیشتر به آنها و همچنین استفاده از تابع تسهیم، طوری که جواب‌های نامغلوب هر صف Y به طور جداگانه مورد توجه قرار گیرد، الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA) به وجود آمد. دب و همکاران

می‌آورد که جواب پیروز در ناحیه ازدحامی کوچک‌تری نسبت به حریف واقع شده باشد.

محاسبه فاصله ازدحام

در NSGA-II یک معیار فاصله ازدحام به روال شکل (۱) مورد استفاده قرار می‌گیرد. الگوریتم زیر برای محاسبه فاصله ازدحام برای هر نقطه دلخواه در مجموعه F استفاده می‌شود. در این شکل، اندیس I_j نمایانگر m مین عضو از لیست مرتب‌شده در گام دوم است. بدین ترتیب برای همه توابع هدف از I_1 تا I_L مقدار کمینه و بیشینه از ارزش‌ها نسبت داده می‌شود. پارامترهای f_m^{min} و f_m^{max} به ترتیب بیشترین و کمترین ارزش‌های موجود در جمعیت برای هدف m هستند.

گام اول: قرار می‌دهیم $L=|F|$ (طول صف F) همچنین برای هر جواب i از مجموعه F قرار می‌دهیم $d_i=0$

گام دوم: برای هر هدف $m=1, \dots, M$ مجموعه f_m را به ترتیب نزولی و برحسب ارزش آنها مرتب می‌کنیم. در واقع بردار اندیس مرتب شده $I^m = \text{Sort}(f_m)$ را ایجاد می‌کنیم.

گام سوم: از $m=1$ تا $m=M$ یک مقدار بزرگ برای حدود جواب‌ها اختصاص می‌دهیم و یا $d_i^m = d_i^{m-1}$ و برای تمام جواب‌های دیگر $j=2, 3, \dots, (L-1)$ قرار می‌دهیم:

$$d_i^m = d_i^{m-1} + (f_m^{I_{j+1}^m} - f_m^{I_j^m}) / (f_m^{max} - f_m^{min}) \quad (۳۶)$$

شکل ۱: مراحل تخصیص فاصله ازدحام

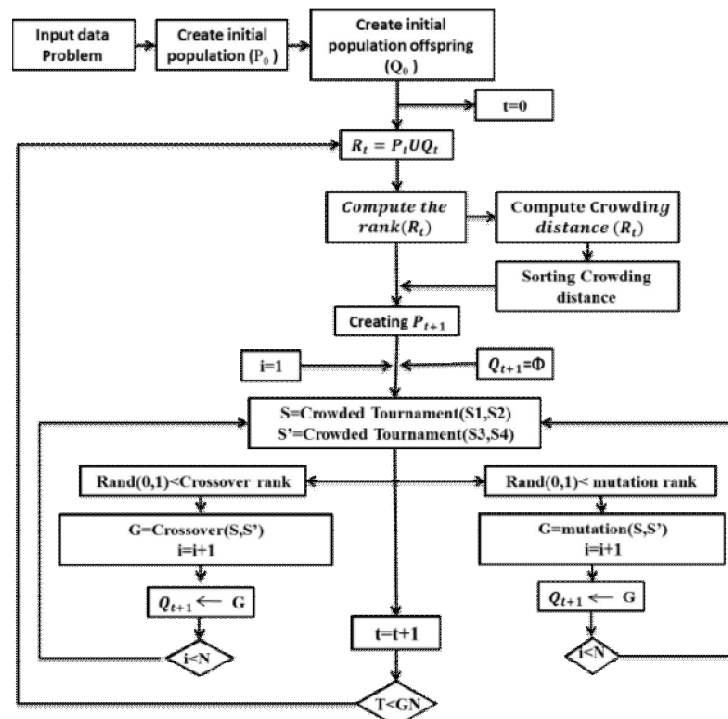
با توجه به توضیحات داده شده در بخش‌های قبلی، ما الگوریتم استاندارد NSGA-II را با دو رویکرد متفاوت در ساختار عملگر جهش به صورت فلوجارت شکل (۲) پیاده‌سازی کرده‌ایم. در فلوجارت شکل (۲) برای تشکیل فرزندان از جمعیت P_{t+1} ، چهار جواب به طور تصادفی از جمعیت P_{t+1} انتخاب شده و جواب‌های پیروز مسابقه فاصله ازدحام، برای عمل ترکیب و جهش کاندید می‌شوند. در صورت پذیرش جواب برای جهش و ترکیب، جواب‌های تولید شده به جمعیت Q_{t+1} منتقل می‌شوند. همچنین این روند تا پر شدن کامل جمعیت Q_{t+1} به اندازه N جواب ادامه می‌یابد. روند تولید جواب‌ها، رتبه‌بندی و انتخاب آنها برای نسل بعد، تا تشکیل تعداد نسل‌های مورد نظر ادامه می‌یابد.

[۱۲] برای فراهم آوردن تنوع و گوناگونی در جواب‌های بهینه پارتو، یک مکانیسم نخبه‌گرا بر اساس اهمیت دادن به صف‌های بهتر نامغلوب تحت قالب الگوریتم NSGA-II ارائه کردند. منظور از صف‌های نامغلوب، دسته‌بندی جواب‌های هم‌رتبه است که هر دسته را می‌توان متناظر یک صف نامغلوب در نظر گرفت. در این روش، ابتدا جمعیت فرزندان (Q_t) شامل N جواب با استفاده از جمعیت والدین (P_t) ساخته می‌شوند. در این روش به جای پیدا کردن جواب‌های نامغلوب از Q_t ، ابتدا دو جمعیت با یکدیگر ترکیب شده و جمعیت R_t با اندازه $2N$ را ایجاد می‌کنند. سپس از یک مرتب‌سازی نامغلوب برای دسته‌بندی تمام جمعیت R_t استفاده می‌شود. با یک مقایسه عمومی در بین اعضای R_t و پس از ایجاد صف‌های متفاوت نامغلوب به ترتیب اولویت (اولویت صف‌ها نسبت به هم) جمعیت بعدی یکی یکی از این صف‌ها پر می‌شود. از آنجاکه اندازه R_t برابر $2N$ است، همه اعضای آن ممکن است نتوانند در P_{t+1} قرار گیرند و به راحتی جواب‌های باقیمانده را حذف خواهیم کرد. البته برای رعایت اصل چگالی^۹ در بین جواب‌ها، جواب‌هایی که در ناحیه ازدحام کمتری هستند، برای پر کردن P_{t+1} در اولویت قرار دارند. در ادامه، رویکرد مقایسه‌ای بر مبنای ازدحام، درباره الگوریتم NSGA-II توضیح داده می‌شود.

عملگر انتخاب مسابقه‌ای ازدحام^۹

این عملگر با توجه به اینکه هر جواب رتبه نامغلوب r_i داشته و همچنین یک فاصله ازدحام d_i دارد، دو جواب را مقایسه کرده و پیروز مسابقه را مشخص می‌کند. فاصله ازدحام جواب، اندازه‌ای از فضای جواب است که توسط هیچ جواب دیگری از جمعیت اشغال نشده باشد. بنابراین بر پایه دو ویژگی بیان شده، عملگر انتخاب مسابقه‌ای ازدحام را با این قاعده تعریف می‌کنیم که جواب i بر جواب j پیروز می‌شود، اگر و فقط اگر یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

- (۱) جواب i رتبه بهتری نسبت به j داشته باشد، یعنی $r_i < r_j$
 - (۲) جواب‌های i و j هم‌رتبه‌اند، اما جواب i فاصله ازدحام بهتری نسبت به j دارد. یعنی $r_i = r_j$ و $d_i > d_j$
- شرط اول، این اطمینان را به وجود می‌آورد که جواب پیروز از درجه نامغلوب بودن بهتری نسبت به حریف خود بهره‌مند است و شرط دوم، این اطمینان را به وجود



شکل ۲: فلوجارت الگوریتم NSGA-II

k وسیله نقلیه داشته باشیم، آنگاه نمایش جواب جای‌گشتی از n مشتری به همراه $(k-1)$ درایه صفر است. از طرفی در صورت ملاقات مشتری قبل از شروع پنجره زمانی، وسیله نقلیه باید تصمیم بگیرد که خارج از پنجره-زمانی سرویس‌دهی را انجام دهد و تقاضای دوم را کسب کند و یا تا شروع پنجره‌زمانی منتظر بماند و تقاضای اول (تقاضای بیشتر) را کسب کند. این تصمیم‌گیری در مدل ریاضی با متغیر تصمیم w_i در نظر گرفته شد. برای نشان دادن این متغیر تصمیم در نمایش جواب، یک سطر دیگر از اعداد صفر و یک در نظر گرفته شده که در صورت ملاقات مشتری قبل از پنجره زمانی درایه مربوط به آن، مشتری از این سطر خوانده می‌شود. به عبارتی از ساختار دو سطری در نمایش جواب با یک سطر برای نمایش مسیرهای سفر و سطر دوم برای نمایش متغیر تصمیم w_i استفاده می‌شود.

در شکل (۳) مثالی از نحوه نمایش جواب را با ۹ مشتری و ۳ وسیله نقلیه نشان می‌دهد. در این شکل، مربع بیانگر قرارگاه و دایره نشانگر مشتریان است. مشتری ۸ که به رنگ مشکی توپر نشان داده شده است، قبل از شروع

همچنین جواب‌های نسل اولیه به طور تصادفی تولید می‌شوند و برای تسریع در همگرایی الگوریتم حل به جواب‌های مرز پارتو، ۱۰٪ از جمعیت اولیه از روش ابتکاری PF_{IH}^1 که توسط سولومون [۲۲] برای مسئله VRPTW ارایه شده است، تولید می‌شوند. این الگوریتم یک مسیر را با انتخاب یک مشتری با کمترین هزینه آغاز کرده و سپس مشتری با هزینه کمتر به مسیر اضافه می‌شود. این روال تا نقض ظرفیت وسیله نقلیه و پنجره‌های زمانی ادامه می‌یابد. تابع هزینه انتخاب مشتری به صورت رابطه (۳۷) به دست می‌آید. در رابطه بالا d_{oi} فاصله مشتری i تا دپو، l_i دیرترین زمان شروع سرویس به مشتری i و p_i نیز زاویه قطبی میان دپو و مشتری i است. α ، β و γ نیز ضرایب ثابت هستند.

$$C_i = -\alpha d_{oi} + \beta l_i + \gamma \left(\frac{p_i}{360} d_{oi} \right) \quad (37)$$

نحوه نمایش جواب

یکی از اجزای مهم در الگوریتم حل پیشنهادی، ساختار نمایش جواب‌های مسئله است. از آنجا که جواب مسئله باید مسیرهای سرویس‌دهی به مجموعه‌ای از مشتریان را نشان دهد، بنابراین چنانچه تعداد n مشتری و

جواب‌ها، 2-opt* برای آشفته‌گی بین توری با حفظ جهت حرکت و Or-opt نیز آشفته‌گی داخل توری با حفظ جهت حرکت هستند. نحوه عملکرد این سه ساختار با توجه به نحوه نمایش جواب مسئله در شکل‌های (۴)، (۵) و (۶) آورده شده است. در این سه ساختار، اعداد انتخابی در سطر دوم از بین ۰ و ۱ به طور تصادفی انتخاب می‌شوند. در نهایت اینکه اعمال این عملگر نیازمند تنظیم پارامتر نرخ جهش است.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 8 | 7 | 6 | 0 | 2 | 4 | 9 | 5 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |



| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 0 | 6 | 7 | 8 | 4 | 9 | 5 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

شکل ۴: نحوه عملکرد ساختار همسایگی 2-opt

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 8 | 7 | 6 | 0 | 2 | 4 | 9 | 5 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |



| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 8 | 9 | 5 | 0 | 2 | 7 | 6 | 4 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |

شکل ۵: نحوه عملکرد ساختار همسایگی 2-opt*

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 8 | 7 | 6 | 0 | 2 | 4 | 9 | 5 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |



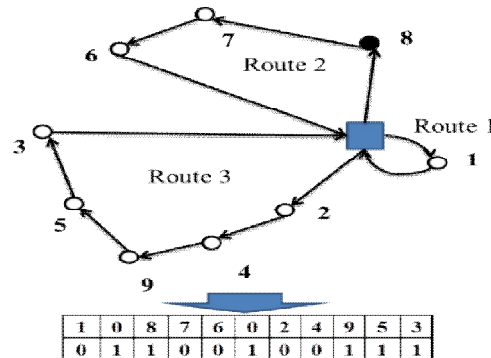
| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 8 | 7 | 6 | 0 | 5 | 2 | 4 | 9 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |

شکل ۶: نحوه عملکرد ساختار همسایگی Or-opt

عملگر ترکیب

ما از روش دو نقطه‌ای برای عملگر ترکیب استفاده کرده‌ایم. در این روش از میان جواب‌های جمعیت، دو جواب به طور تصادفی انتخاب شده، سپس بار دیگر به طور تصادفی، دو نقطه از جواب انتخاب شده و درایه‌های بین آنها جابه‌جا می‌شوند. نحوه پیاده‌سازی در شکل (۷) آورده شده است. به عبارتی، درایه‌های بین دو نقطه از جواب اول کپی شده و بقیه درایه‌ها با شروع از نقطه دوم، جواب دوم تکمیل می‌شوند. باید برای جلوگیری از تشکیل جواب‌های نشدنی، از کپی کردن درایه‌های تکراری جلوگیری کرد. سطر دوم، متناظر درایه‌های سطر اول کپی می‌شوند.

پنجره زمانی، ملاقات شده، ولی وسیله نقلیه تا آغاز پنجره زمانی منتظر مانده است.



شکل ۳: مثالی از نمایش جواب برای مسئله مدل شده

تابع برازش

برای استفاده از مفهوم غالب بودن یک جواب بر جواب دیگر و همچنین رتبه‌بندی کردن جواب‌ها، لازم است تا مقدار هزینه سفر و پوشش تقاضا برای هر جواب محاسبه شود. هزینه سفر، مختص هر جواب مجموع مسافت تورها و پوشش تقاضا نیز مجموع تقاضاهای کسب شده توسط وسایل نقلیه است. در تحقیق حاضر از استراتژی جریمه‌گذاری برای جلوگیری از رخدادن جواب‌های نشدنی استفاده می‌شود. مجموع هزینه‌های جریمه به ترتیب از مقادیر اهداف هزینه مسافت سفر و پوشش تقاضا افزوده و کسر می‌شود. پارامترهای جریمه استفاده‌شده، جریمه نقض به ازای هر واحد ظرفیت وسیله نقلیه و همچنین نقض به ازای هر واحد تجاوز از حداکثر زمان سفر برای هر وسیله نقلیه است.

عملگر جهش

هدف از اجرای این عملگر، جستجوی نقاط بیشتری از فضای جواب و جلوگیری از همگرایی زودرس است. پس از تولید جواب‌های اولیه، در این مرحله یکی از رویکردهای زیر را در پیش می‌گیریم. در رویکرد اول از ساختار 2-Opt به عنوان عملگر جهش بهره می‌بریم و در رویکرد دوم که با نماد NSGA-II-2 نشان خواهیم داد، درصد تنوع بخشیدن به عملگر جهش هستیم. به همین سبب از سه ساختار همسایگی 2-Opt، 2-Opt* و Or-Opt [۲۱] بهره گرفته‌ایم. هر گاه جوابی کاندید جهش قرار بگیرد، به طور تصادفی یکی از این ساختار همسایگی‌ها، برای جهش مورد استفاده قرار می‌گیرد. ساختار همسایگی 2-opt برای آشفته‌گی بالا در

نتایج محاسباتی

نتایج حاصل از حل مسائل با استفاده از الگوریتم‌های پیشنهادی و مطابق با پارامترهای تنظیم شده، طی جداول ۳ و ۴ استخراج شد. در مسایل کوچک، تعداد اجراهای متوالی تا رسیدن به همه جواب‌های بهینه پارتوی به دست آمده از نرم‌افزار GAMS، ملاک مقایسه دو الگوریتم قرار گرفته است که نتایج آن در جدول (۳) آورده شده است. همان طور که در این جدول مشاهده می‌شود، تنوع دادن به عملگر جهش سبب بهبود الگوریتم در همگرایی به مرز بهینه پارتو می‌شود؛ به طوری که تعداد اجراها در رسیدن به همه مجموعه جواب‌های پارتو در رویکرد دوم به جز یک مورد، به یک اجرا کاهش یافته است.

جدول ۳: مقایسه نتایج دو الگوریتم در مثال‌های کوچک

| No. of problem | NSGA-II | | NSGA-II-2 | |
|----------------|-----------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|
| | The number consecutive runs | Average run times | The number consecutive runs | Average run times |
| 1 | 1 | 1.1 | 1 | 0.89 |
| 2 | 1 | 1.96 | 1 | 1.45 |
| 3 | 2 | 1.98 | 1 | 1.51 |
| 4 | 2 | 2.58 | 1 | 2.38 |
| 5 | 3 | 3.38 | 1 | 2.74 |
| 6 | 2 | 4.32 | 2 | 3.47 |
| 7 | 3 | 5.96 | 1 | 5.42 |
| 8 | 3 | 7.22 | 1 | 5.67 |

در ادامه برای مثال‌های بزرگ از معیارهای پوشش مجموعه^{۱۱} [۱۲] برای مقایسه همگرایی دو الگوریتم به مرز بهینه پارتو و از معیار گسترش^{۱۲} [۱۲] برای مقایسه میزان چگالی جواب‌ها استفاده خواهیم کرد. معیار پوشش مجموعه، $C(A,B)$ نسبت جواب‌هایی را از B که به صورت ضعیف توسط جواب‌هایی از A غلبه می‌شوند را محاسبه می‌کند. رابطه (۳۷) بیانگر این معیار عددی است. در این رابطه، \ll غلبه ضعیف را نشان می‌دهد. علامت قدر مطلق نیز بیانگر تعداد اعضای مجموعه است. این معیار عددی بین ۰ تا ۱ اختیار می‌کند:

$$C(A,B) = \frac{|\{b \in B, \exists a \in A: a \ll b\}|}{|B|} \quad (37)$$

معیار گسترش توسط رابطه (۳۸) محاسبه می‌شود که در آن d_i می‌تواند هر نوع اندازه فاصله بین جواب‌های همسایه باشد و \bar{d} میانگین این فاصله‌ها است. همچنین میزان d_m^e فاصله از نزدیک‌ترین جواب به مقدار بهینه تابع هدف f_m است. چون مقدار بهینه دو هدف مسئله

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 8 | 7 | 6 | 0 | 2 | 4 | 9 | 5 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 5 | 6 | 4 | 0 | 2 | 1 | 7 | 9 | 0 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |



| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 1 | 8 | 7 | 6 | 0 | 2 | 9 | 0 | 3 | 5 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |

شکل ۷: نحوه عملکرد ترکیب دو نقطه‌ای

برای ارزیابی و اعتبارسنجی، الگوریتم ارائه شده در نرم‌افزار Matlab R2009a کد شده و مسائل روی رایانه همراه با پردازنده Core i3 2.13GHz و با حافظه داخلی 3GB اجرا شده است. برای مقایسه دو رویکرد NSGA-II در ابعاد کوچک از مسایل تولید شده استفاده شده و نتایج آن با جواب‌های بهینه پارتوی به دست آمده از نرم‌افزار GAMS مقایسه می‌شود. در ابعاد بزرگ‌تر، از مسایل نمونه سولومون [۲۲] در VRPTW با اعمال تغییراتی متناسب با مسئله تحقیق (با نصف کردن تقاضای مشتریان به عنوان تقاضای دوم) بهره گرفته شده است. این مثال‌ها در سه دسته C، R و RC است. مکان‌های جغرافیایی مثال‌های C به شکل خوشه‌بندی شده، مثال‌های R به طور تصادفی و مثال‌های RC به شکل ترکیبی از دو حالت خوشه‌بندی و تصادفی تولید شده‌اند. هر دسته مثال‌ها از دو زیردسته تشکیل شده است؛ در زیردسته اول، مثال‌ها پنجره‌های زمانی باریک و در زیردسته دوم پنجره‌های زمانی پهن دارند. مشخصات این مسایل در لینک <http://web.cba.neu.edu/~msolomon> قابل دسترسی است. همچنین برای هر الگوریتم، تنظیم پارامترها به طور جداگانه در سطوح مختلف پارامترها انجام شده که مطابق با جدول (۲) ارائه شده است. در این جدول، تعداد مشتریان هر مسئله است.

جدول ۲: تنظیم پارامتر الگوریتم‌ها

| | Large size problem | | Small size problem | |
|-------------------|--------------------|-----------|--------------------|-----------|
| | NSGA-II | NSGA-II-2 | NSGA-II | NSGA-II-2 |
| Mutation rate | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 |
| Crossover rate | 0.8 | 0.7 | 0.8 | 0.7 |
| Population size | 7(n) | 7(n) | 300 | 300 |
| Generation number | 10(n) | 7(n) | 1000 | 1000 |
| Penalty | 100 | 100 | 100 | 100 |

موضوع است. منظور از بهترین زوج جواب برای هدف دوم، کمترین مسافت به دست آمده است. در سه مسئله کمترین مسافت توسط NSGA-II به دست آمده است. کمترین مسافت بین جواب‌های دو الگوریتم توسط خانه‌های خاکستری، مجزا شده‌اند. با توجه به میانگین اهداف و مفهوم غلبه، الگوریتم NSGA-II در هیچ مسئله‌ای بر میانگین اهداف الگوریتم NSGA-II-2 غالب نشده است. در صورتی که الگوریتم NSGA-II-2 در هفت مسئله بر الگوریتم NSGA-II غالب شده که با خانه‌های خاکستری مشخص شده است.

در جدول (۵)، تعداد جواب‌های به دست آمده در مرز پارتو، میزان گسترش جواب‌ها در هر مسئله و میزان پوشش هر الگوریتم نسبت به الگوریتم دیگر آورده شده است. نتایج محاسباتی جدول (۵) حاکی از این موضوع است که با تنوع بخشیدن به عملگر جهش در الگوریتم NSGA-II-2، معیار گسترش جواب‌ها و همچنین تعداد جواب‌های به دست آمده در مرز پارتو افزایش یافته است. همچنین نتایج، نشان‌دهنده بهبود معنادار میزان پوشش الگوریتم NSGA-II-2 در همه مسایل نسبت به الگوریتم اول است. میانگین هر یک از این شاخص‌ها نیز برتری الگوریتم NSGA-II-2 را نشان می‌دهد.

نامشخص است، ما فاصله بین بهترین جواب به دست آمده برای تقاضای پوشش داده شده و بهترین جواب مسافت سفر را به عنوان d_m^e در نظر می‌گیریم. برای معیار فاصله نیز از فاصله ازدحام جواب‌های همسایه استفاده می‌کنیم. |Q| تعداد جواب‌های پارتو به دست آمده از الگوریتم است.

$$\Delta = \frac{\sum_{m=1}^M d_m^e + \sum_{i=1}^{|Q|} |d_i - \bar{d}|}{\sum_{m=1}^M d_m^e + |Q|\bar{d}} \quad (38)$$

برای مقایسه دو الگوریتم، ۳ مسئله اول هر دسته از مثال‌های سولومون در ابعاد ۱۰۰ مشتری انتخاب شده‌اند. هر مسئله توسط هر الگوریتم، ۱۰ بار اجرا شده و جواب‌های غالب ۱۰ اجرا، برای مقایسه نتایج در نظر گرفته می‌شوند. در جدول (۴) به ترتیب ستون‌های بهترین زوج جواب برای هدف اول (پوشش تقاضا) و بهترین زوج جواب برای هدف دوم (مسافت سفر)، میانگین جواب‌های هدف اول و میانگین هدف دوم برای هر یک از الگوریتم‌ها آورده شده است. چون ۱۰۰ جمعیت اولیه با جواب‌های PFH پر می‌شوند، بنابراین در هر مسئله، جوابی با حداکثر پوشش کامل تقاضا وجود دارد. به همین دلیل ملاک مقایسه در بهترین جواب برای هدف اول، مفهوم غلبه بودن زوج جواب است که الگوریتم NSGA-II-2 در همه مسایل برای پوشش تقاضا بر جواب NSGA-II غالب شده است. خانه‌های خاکستری رنگ در ستون مذکور، نشان‌دهنده همین

جدول ۴: مقایسه نتایج دو الگوریتم برای مثال‌های بزرگ

| Instance | NSGA-II | | | | NSGA-II-2 | | | | | | | |
|----------|--|---------|--|---------|---------------------|---------------------|--|---------|--|---------|---------------------|---------------------|
| | Best solution pairs for objective 1 (Obj1, Obj2) | | Best solution pairs for objective 2 (Obj1, Obj2) | | Average objective 1 | Average objective 2 | Best solution pairs for objective 1 (Obj1, Obj2) | | Best solution pairs for objective 2 (Obj1, Obj2) | | Average objective 1 | Average objective 2 |
| C101 | 1810 | 828.94 | 1695 | 819.56 | 1763.57 | 822.96 | 1810 | 828.94 | 1510 | 813.19 | 1710 | 819.17 |
| C102 | 1810 | 832.61 | 1540 | 801.78 | 1698.67 | 811.65 | 1810 | 828.94 | 1540 | 801.78 | 1698.69 | 811.41 |
| C103 | 1810 | 828.94 | 1725 | 817.31 | 1771 | 820.77 | 1810 | 828.06 | 1695 | 813.18 | 1762.33 | 819.03 |
| C201 | 1810 | 591.56 | 1790 | 615.516 | 1800 | 617.048 | 1810 | 591.56 | 1790 | 588.493 | 1800 | 590.025 |
| C202 | 1810 | 591.56 | 1590 | 584.854 | 1707.86 | 587.265 | 1810 | 591.56 | 1590 | 584.854 | 1707.86 | 587.242 |
| C203 | 1810 | 600.225 | 1790 | 592.698 | 1800 | 596.1 | 1810 | 590.6 | 1740 | 585.462 | 1768.57 | 587.857 |
| R101 | 1458 | 1790.74 | 1073 | 1247.65 | 1300.13 | 1541.36 | 1458 | 1754.84 | 1052 | 1168.44 | 1282.59 | 1500.69 |
| R102 | 1458 | 1645.38 | 1253 | 1323.1 | 1384.55 | 1475.69 | 1458 | 1595.23 | 1265 | 1287.88 | 1400.05 | 1408.45 |
| R103 | 1458 | 1467.7 | 1378 | 1277.43 | 1429.4 | 1347.85 | 1458 | 1389.68 | 1256 | 1107.8 | 1398.77 | 1233.01 |
| R201 | 1458 | 1502.45 | 935 | 815.49 | 1305.86 | 1083.39 | 1458 | 1464.12 | 853 | 675.16 | 1216.25 | 999.49 |
| R202 | 1458 | 1233.75 | 1119 | 800.815 | 1365.69 | 996.73 | 1458 | 1221.41 | 1013 | 675.13 | 1309.64 | 939.84 |
| R203 | 1458 | 1183.34 | 1182 | 686.18 | 1376.5 | 877.36 | 1458 | 1008.25 | 1171 | 676.6 | 1361.58 | 729.57 |
| RC101 | 1724 | 1809.19 | 1224 | 1136.39 | 1498.3 | 1453.65 | 1724 | 1753.36 | 1185 | 1162.36 | 1501.64 | 1447.52 |
| RC102 | 1724 | 1623.64 | 1501 | 1400.63 | 1624.61 | 1465.82 | 1724 | 1582.59 | 1375 | 1260.29 | 1626.74 | 1392.39 |
| RC103 | 1724 | 1455.91 | 1549 | 1319.53 | 1659.77 | 1357.36 | 1724 | 1453.85 | 1583 | 1249.7 | 1672.28 | 1324.91 |
| RC201 | 1724 | 1628.09 | 975 | 658.97 | 1473.41 | 1113.1 | 1724 | 1590.08 | 1004 | 659.17 | 1473.09 | 1022.8 |
| RC202 | 1724 | 1587.19 | 1183 | 658.97 | 1523.19 | 1008.12 | 1724 | 1374.38 | 1168 | 658.97 | 1521 | 908.39 |
| RC203 | 1724 | 1210.77 | 1339 | 658.97 | 1594.93 | 825.89 | 1724 | 1102.9 | 1366 | 658.29 | 1593.38 | 816.75 |

جدول ۵: میزان گسترش و پوشش هر الگوریتم

| Instance | NSGA-II | | NSGA-II-2 | | Cover (1,2) | Cover (2,1) |
|----------|---------------------------|--------|---------------------------|--------|-------------|-------------|
| | Number of Pareto Solution | Spread | Number of Pareto Solution | Spread | | |
| C101 | 7 | 0.64 | 11 | 0.23 | 0.19 | 1.00 |
| C102 | 15 | 0.52 | 19 | 0.46 | 0.53 | 0.67 |
| C103 | 10 | 0.55 | 15 | 0.42 | 0.07 | 0.80 |
| C201 | 4 | 0.59 | 4 | 0.41 | 0.00 | 1.00 |
| C202 | 14 | 0.42 | 14 | 0.4 | 0.92 | 1 |
| C203 | 3 | 0.70 | 7 | 0.33 | 0.00 | 1.00 |
| R101 | 139 | 0.31 | 154 | 0.53 | 0.39 | 0.63 |
| R102 | 76 | 0.56 | 59 | 0.48 | 0.00 | 1.00 |
| R103 | 40 | 0.69 | 56 | 0.56 | 0.00 | 1.00 |
| R201 | 82 | 0.58 | 147 | 0.43 | 0.20 | 0.65 |
| R202 | 88 | 0.53 | 142 | 0.44 | 0.44 | 0.45 |
| R203 | 64 | 0.47 | 65 | 0.51 | 0.07 | 0.92 |
| RC101 | 134 | 0.36 | 138 | 0.42 | 0.36 | 0.60 |
| RC102 | 73 | 0.66 | 63 | 0.37 | 0.00 | 1.00 |
| RC103 | 44 | 0.58 | 36 | 0.43 | 0.06 | 0.95 |
| RC201 | 124 | 0.48 | 176 | 0.60 | 0.03 | 0.91 |
| RC202 | 98 | 0.52 | 121 | 0.51 | 0.17 | 0.87 |
| RC203 | 72 | 0.49 | 73 | 0.44 | 0.11 | 0.88 |
| Average | 60.39 | 0.54 | 72.22 | 0.44 | 0.2 | 0.85 |

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، نقش بسیار مهمی در لجستیک و توزیع کالا دارد و همواره در تحقیقات سعی شده است که مدل‌های کلاسیک را به مسایل دنیای واقعی نزدیک‌تر کرده تا نیازهای حوزه لجستیک پوشش داده شود. با توجه به برخی از جنبه‌های مشاهده شده از مسایل دنیای واقعی در حوزه زنجیره تأمین، این موضوع قابل دریافت است که وجود کالاهای مناسبی، نقش بسزایی در مسیریابی وسایل نقلیه دارند. بنابراین برای بررسی این مسایل در حوزه زنجیره تأمین، ما با تلفیق مفهوم چندتقاضایی و پنجره‌های زمانی، مدل ریاضی جدیدی با عنوان مسیریابی وسایل نقلیه چندهدفه با پنجره‌های زمانی و چندتقاضایی را با در نظر گرفتن دو هدف، حداقل کردن مجموع هزینه (مسافت) سفر و حداکثر کردن پوشش تقاضاهای بالقوه (به عبارتی حداکثر کردن رضایت مشتریان) ارائه داده و برای اعتبارسنجی مدل، آن را با

رویکرد ϵ -محدودیت برای تعدادی از مسایل نمونه تولیدشده در نرم‌افزار GAMS حل کرده‌ایم. همان گونه که از نتایج محاسباتی می‌توان دریافت، مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، جزو مسایل NP-Hard بوده و با افزایش ابعاد مسئله، زمان حل آن به صورت نمایی افزایش می‌یابد. از این رو برای رسیدن به جواب‌های مناسب در مدت زمان قابل قبول، برای ابعاد بزرگ‌تر مسئله، روشی فراابتکاری مبتنی بر الگوریتم NSGA-II با دو رویکرد مختلف در ساختار جهش طراحی و نتایج آن با هم مقایسه شدند. نتایج کارآمدی تنوع‌بخشی ساختارهای همسایگی در عملکرد جهش را نشان می‌دهد. طراحی و توسعه یک روش فراابتکاری دیگر برای حل مدل و مقایسه آن با نتایج این مقاله، می‌تواند از جمله تحقیقات بعدی باشد. از طرفی این مدل ریاضی را می‌توان با اضافه کردن اهداف دیگر، توسعه داد و کارایی آن را با در نظر گرفتن یک مورد مطالعاتی واقعی مورد بررسی قرار داد.

مراجع

- 1- Dantzig, G.B. and Ramser J.M. "The truck dispatching problem." *Management Science*, Vol. 6, 1959, PP. 81–91.
- 2- Cordeau, J.F. and Laprate, G. (2005). "Vehicle routing." Cote Catherine montereal Canada.
- 3- El-Sherbeny N. A. (2010). "Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods." *Journal of King Saud University (Science)*, Vol. 22, PP.123–131.
- 4- Sessomboon, W., Watanabe, K., Irohara, T. and Yoshimoto, K. (1998). "A study on multi-objective vehicle routing problem considering customer satisfaction with due-time (the creation of Pareto optimal solutions by hybrid genetic algorithm)." *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineering*.
- 5- Hong, S-C. and Park, Y-B. (1999). "A heuristic for a bi-objective vehicle routing with time window constraints." *International Journal of Production Economics*, Vol. 62, PP. 249–258.
- 6- El-Sherbeny, N. (2001). "Resolution of a vehicle routing problem with multi-objective simulated annealing method." Ph.D. thesis, Faculte Polytechnique de Mons, Mons, Belgique.
- 7- Fan J. (2011). "The vehicle routing problem with simultaneous pickup and delively based on customer satisfaction." *Procedia Engineering*, Vol. 15, PP. 5284-5289.
- 8- Tavakkoli-Moghaddam, R., Gazanfari, M., Alinaghianb, M., Salamatbakhsh, A. and Norouzi, N. (2011). "A new mathematical model for a competitive vehicle routing problem with time windows solved by simulated annealing." *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 30, PP. 83– 92.
- 9- Ghoseiri, K. and Ghannadpour, S.F. (2010). "Multi-objective vehicle routing problem with time windows using goal programming and genetic algorithm." *Applied Soft Computing*, Vol. 10, PP.1096–1107.
- 10- Feillet, D., Dejax, P. and Gendreau, M. (2005). "Traveling salesman problems with profits." *Transportation Science*, Vol. 36, PP. 188–205.
- 11- Coello Coello, C.A., Van Veldhuizen, D.A. and Lamont, G.B. (Eds.) (2002). "Evolutionary Algorithms for Solving Multi-objective Problems." Kluwer Academic Press.
- 12- Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A. and Meyarivan, T. (2000). "A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II." *In proceedings of parallel problem solving*, PP.849-858.
- 13- Geoffrion, A. (1968). "Proper efficiency and theory of vector maximization." *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol.22, PP. 618-630.
- 14- Jozefowicz, N., Semet, F. and Talbi, E-G. (2004). "Applications of multi-objective evolutionary algorithm." *Advance in Natural Computation*, chapter A multi-objective evolutionary algorithm for the covering tour problem, Vol. 1, World Scientific, PP. 247–267.
- 15- Pacheco, J. and Marti, R. (2006). "Tabu search for a multi-objective routing problem." *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 57, PP.29–37.
- 16- Lacomme, P., Prins, C. and Sevaux, M. (2006). "A genetic algorithm for a bi-objective capacitated arc routing problem." *Computers and Operations Research*, Vol. 33, PP. 3473–3493.
- 17- Tan, K.C., Chew. Y.H. and Lee, L.H. (2006). "A hybrid multi-objective evolutionary algorithm for solving truck and trailer vehicle routing problems." *European Journal of Operational Research*, Vol. 172, PP. 855–885.

- 18- Garcia-Najera, A. and Bullinaria, J.A. (2011). "An improved multi-objective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with time windows." *Computers & Operations Research*, Vol.38, PP.287–300.
- 19- Doerner, K., Focke, A. and Gutjahr, W.J. (2006). "Multicriteria tour planning for mobile healthcare facilities in a developing country." *European Journal of Operational Research*.
- 20- Schaffer, J.D. (1985). "Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms, in: Genetic Algorithms and their Applications Proceedings of the First International Conference." PP.93–100.
- 21- Potvin, J.-Y. Rousseau, J.-M., (1995). "An Exchange Heuristic for Routing Problems with Time Windows." *Journal of the Operational Research Society*, Vol.46, PP.1433–1446.
- 22- Solomon, MM. (1987). "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problem with time windows constraints." *Operations Research*, Vol.35, PP.254-265.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1- Weighted Linear Aggregation
- 2- Goal Programming Methods
- 3- C-Constraint
- 4- Vector Evaluated Genetic Algorithm (VEGA)
- 5- Multiple Demand
- 6- Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II
- 7- Front
- 8- Density
- 9- Crowded Tournament Selection Operator
- 10- Push Forward Insertion Heuristic
- 11- Set Coverage Metric
- 12- Spread