

## امکان کاهش ریسک پورتفوی بر اساس مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته در بورس اوراق بهادار تهران

غلامرضا اسلامی بیدگلی<sup>۱</sup>، فاطمه خان احمدی<sup>۲</sup>

**چکیده:** در بهینه‌سازی پورتفوی بر اساس مدل میانگین - واریانس هدف حداکثر کردن بازدهی برای سطح معینی از ریسک یا حداقل کردن ریسک به ازای سطح معینی از بازدهی است. در بهینه‌سازی با هدف حداقل ساختن ریسک، دو عامل ماتریس کوواریانس و نیز ریسک انفرادی بازده هر یک از دارایی‌ها عوامل اصلی و تعیین کننده اوزان بهینه هستند. با تأیید وجود نوسانات خوشه‌ای در سری‌های زمانی و مدل‌سازی عناصر مربوط در قالب مدل‌های توسعه یافته بر اساس مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته، به کارگیری واریانس شرطی و ماتریس همبستگی متناسب در بهینه‌سازی پورتفوی ضروری می‌نماید. در این مطالعه، با محاسبه ریسک محقق شده پورتفوی‌های بهینه شده بر اساس واریانس شرطی و ماتریس همبستگی، پسماندهای استاندارد شده، تأیید شد که می‌توان با چنین راهبردی، ریسک پورتفوی را به‌طور معناداری کاهش و عملکرد آن را بهبود داد.

**واژه‌های کلیدی:** مدل میانگین - واریانس، مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته، ماتریس همبستگی، مدیریت ریسک.

طبقه‌بندی *GII JEL*

۱. دانشیار دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، ایران
۲. کارشناس ارشد مدیریت مالی دانشگاه تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۰/۱۹

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۱/۰۶/۱۲

نویسنده مسئول مقاله: فاطمه خان احمدی

E-mail: khahmadi@ut.ac.ir

### مقدمه

با ارائه تئوری مدرن پورتنفوی توسط هری مارکوویتز (۱۹۵۲)، تحولی عظیم در حوزه بهینه‌سازی پورتنفوی ایجاد شد. در این مدل، به انحراف معیار بازده‌های پورتنفوی، به‌عنوان معیاری برای میزان ریسک پورتنفوی توجه می‌شود و تخصیص بهینه‌ی ثروت سرمایه‌گذاران با هدف حداکثر کردن بازده مورد انتظار در مقابل سطح معینی از ریسک یا حداقل کردن ریسک در مقابل سطح معینی از بازده مورد انتظار تعیین نمود [۱۰].

در مدل میانگین - واریانس دو عامل واریانس و همبستگی بازده دارایی‌ها - که عوامل تعیین کننده کواریانس بازده‌ها هستند - عواملی اساسی در تعیین اوزان بهینه‌ی پورتنفوی هستند. به این ترتیب در به‌کارگیری مفهوم متنوع‌سازی در سرمایه‌گذاری در سهام، به‌منظور کاهش ریسک ضروری است که تا حد امکان معیارهای مناسبی جهت تعیین میزان ریسک دارایی‌ها و همبستگی میان آن‌ها برگزید.

همبستگی بازده‌ها نقش مهمی در حوزه‌های مختلف مالی مدرن از قبیل تئوری سرمایه‌گذاری، تخصیص سرمایه و مدیریت ریسک دارد [۱۴]. در مدیریت پورتنفوی، ماتریس‌های همبستگی، همبستگی‌های غیر سیستماتیک بین دارایی‌های مختلف مالی را اندازه‌گیری می‌کنند [۸].

عامل واریانس نیز از عوامل کلیدی در تعیین اوزان بهینه در مدل میانگین - واریانس است. چنانچه وجود واریانس شرطی برای برخی از دارایی‌ها در مقاطع زمانی متفاوت تأیید شود، تجدیدنظر در ثابت در نظر گرفتن عامل ریسک نسبت به زمان برای محاسبه‌ی اوزان بهینه در سرمایه‌گذاری ضروری می‌نماید. اهمیت به‌کارگیری واریانس شرطی در محاسبات سرمایه‌گذاری از آنجاست که مطالعات تجربی دلالت بر نوسانات خوشه‌ای سری‌های زمانی بازده دارایی‌ها دارد و با وجود نوسانات خوشه‌ای، واریانس را در یک سری زمانی نمی‌توان ثابت در نظر گرفت و نسبت به زمان تغییر می‌کند. مسئله‌ی تغییرپذیری نوسانات با تغییر زمان، به‌خوبی در قالب مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته<sup>۱</sup> (GARCH) نشان داده شده است [۳]. مدلسازی GARCH بر اساس دو ویژگی مهم سری‌های زمانی که عبارتند از نوسانات خوشه‌ای و دنباله پهن بودن توزیع‌ها شکل گرفتند. مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته، تکنیکی برای مدلسازی سری‌های زمانی است که در تشریح واریانس‌های آتی از واریانس‌های گذشته استفاده می‌کند. به این ترتیب، واژه‌ی شرطی در مدل GARCH دلالت بر وابستگی مشاهدات در یک

1. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

مقطع از زمان به مشاهدات گذشته دارد. از آنجا که محاسبه‌ی واریانس شرطی بر حسب زمان در مدل‌های GARCH ممکن می‌شود، می‌توان از چنین مدل‌هایی در حوزه‌های مختلف نظیر مدیریت ریسک، مدیریت پورتفوی و تخصیص دارایی‌ها، قیمت‌گذاری اختیار معامله (آپشن) و ساختار زمانی نرخ بهره استفاده کرد.

تاکنون چندین مدل چند متغیره‌ی گارچ ارائه شده است که در هر یک محدودیت‌های متفاوتی بر فرآیند پویایی که ماتریس کواریانس بازده‌ها را کنترل می‌کند، اعمال می‌شود. از این مدل‌ها می‌توان مدل‌های Vech، BEKK، CCGARCH، ARCH، DCCGARCH، OGARCH و GOGARCH را نام برد [۲].

در این پژوهش نتایج به‌کارگیری عامل واریانس شرطی، در مقابل واریانس غیرشرطی به همراه بررسی تأثیر نوع داده‌های مورد استفاده در محاسبه‌ی ماتریس همبستگی با بهره‌گیری از مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته با همبستگی ثابت (CCGARCH)، با هدف کاهش ریسک پورتفوی، در بورس اوراق بهادار تهران بررسی می‌شود. در ادامه ابتدا پیشینه‌ای از مطالعات انجام گرفته بیان می‌شود. پس از آن مدل‌های مرتبط با مفاهیم به‌کارگرفته مطرح می‌شوند. سپس فرضیات، روش پژوهش و یافته‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهادها ارائه می‌شوند.

### ادبیات نظری و پیشینه‌ی پژوهش

تئوری میانگین - واریانس مارکویتز یکی از رویکردهای پر کاربرد در انتخاب پورتفوی است. از نارسایی‌های تئوری پورتفوی مارکویتز عدم تمایز میان وضعیت‌های مختلف بازار و تخصیص اوزان یکسان به وقایع اخیر و سابق بازار است. در این راستا به‌منظور تطبیق با ساختار پویای واریانس در بازار، مدل‌های تعمیم یافته بر اساس مدل ناهمسانی واریانس تعمیم یافته را می‌توان برای برآورد ماتریس کواریانس به‌کار گرفت [۱۰].

با ارائه مدل ARCH توسط انگل (۱۹۸۲) ناهمسانی واریانس شرطی قابلیت مدل‌سازی یافت [۵]. با بسط مدل انگل، مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته، توسط بولرسلو (۱۹۸۶) ارائه شده است [۳]. پوجاریو و پولاسک (۲۰۰۰) در مطالعه‌ای تجربی دریافتند اوزان پورتفوی با حداقل واریانس نسبت به داده‌های ورودی از قبیل ماتریس واریانس پیش‌بینی شده حساسیت

1. Constant Correlation Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (CCGARCH)

بالایی دارند. بنابراین ساختار ماتریس واریانس و انتخاب مدل‌های مناسب نوسانات در تعیین اوزان پورتفوی و عملکرد کلی آن با اهمیت خواهند بود [۱۵].

آگگیری (۱۹۸۹) در بورس آمریکا با استفاده از یک مدل (GARCH 1,1) محقق شدن عملکرد بالاتری را در مقایسه با تجزیه و تحلیل سنتی برای سرمایه گذاران تأیید کرد [۱]. در پژوهشی که توسط هوراسانلی و فیدن (۲۰۰۷) انجام شد، میانگین متحرک وزنی نمایی و تکنیکی بر اساس مدل GARCH در انتخاب پورتفوی از سهام در بورس استانبول به کار گرفته شدند. نتایج بررسی‌ها نشان داد، پورتفوی‌های بهینه بر اساس میانگین متحرک وزنی نمایی عملکرد بهتری نسبت به پورتفوهایی با وزن یکسان و پورتفوهایی بهینه شده بر اساس مدل GARCH داشتند و پیش‌بینی‌های انجام شده بر اساس مدل GARCH با تأخیر به تغییرات واریانس واکنش می‌دادند [۱۰]. در بررسی انجام شده در به کارگیری مدل GARCH در بهینه‌سازی پورتفوی متشکل از ۳۰ سهام مورد معامله در بورس آلمان، کاهش انحراف معیار پورتفوی با به کارگیری GARCH تأیید شد [۱۷]. هارتر و همکاران (۲۰۰۷)، در بهینه‌سازی پورتفوی، مدلی را ارائه دادند که هر دو عامل نوسان واریانس نسبت به زمان و پهن دنباله بودن بازده‌ها را در نظر می‌گرفت. به کارگیری این مدل در بورس آلمان و بهینه‌سازی پورتفوی از ۹ سهم نشان داد، بهینه‌سازی بر اساس این دو عامل در بهبود عملکرد پورتفوی بسیار مؤثر است [۴]. لدویت و همکاران (۲۰۰۱) برای بهینه‌سازی پورتفوی متنوع از اوراق بهادار در سطح بین‌المللی از ماتریس کواریانس شرطی به عنوان ورودی مدل مارکویتز استفاده کردند. آنها برای محاسبه‌ی ماتریس کواریانس شرطی، چهار مدل از مدل‌های واریانس شرطی تعمیم یافته‌ی چند متغیره را مورد توجه قرار دادند. در نهایت تأیید شد، پورتفوی‌های تشکیل شده بر اساس مدل‌های FlexM (که توسط نگارنده در این مقاله معرفی شده بود)، BEKK و CCGARCH با اختلاف ناچیزی حداقل واریانس را در میان مدل‌های مورد مطالعه دارند [۱۳].

با توجه به اینکه نوسانات خوشه‌ای از ویژگی‌های بازده دارایی‌هاست، در سایر برآوردها و تخمین‌ها که با سری‌های زمانی با چنین ویژگی‌هایی مرتبط هستند، توجه به چنین ویژگی‌هایی از سری‌های زمانی ضروری می‌نماید. در این راستا مشاهده می‌شود که مطالعاتی با توجه به این قبیل مسائل در حوزه‌هایی متفاوت با بهینه‌سازی پورتفوی، انجام شده‌اند. گیرارد و همکاران (۲۰۰۳) در مطالعه‌ای رابطه‌ی بین صرف ریسک بازار را در ۱۹ بازار مورد مطالعه قرار دادند. در این بررسی، رابطه‌ی معناداری بین صرف ریسک و واریانس شرطی پیدا شد [۶]. جاندی و راکینگر (۲۰۰۵) نشان دادند توزیع بازده دارایی‌ها بر انتخاب معیار مناسب تغییرات ضروری است و در شرایطی که توزیع بازده‌ها با نرمال تفاوت زیادی دارد، معیار میانگین واریانس اوزانی را

به دست می‌دهد که چنانچه اوزان با روش متناسب با توزیع بازده‌ها تعیین شوند، به شکل معناداری متفاوت خواهد بود و هزینه فرصت سرمایه‌گذاری که از روش میانگین واریانس استفاده می‌کند، می‌تواند بسیار بالا باشد [۱۲]. گلابانادیس (۲۰۰۹) با دخالت پرامترهای مدل گارچ چند متغیره به منظور تطابق با نوسانات زمانی عملکرد CAPM و مدل قیمت‌گذاری سه عاملی فاما و فرنچ را بهبود داد و در نهایت این‌طور نتیجه‌گیری مدل‌های پویا به ارائه تخمین‌های کاراتری از عوامل و خطاهای قیمت‌گذاری قادر هستند [۷].

### روش پژوهش

در این بخش، مفاهیم بنیادین مهمی که مبنای تشکیل پورتفوی‌ها و انجام آزمون‌ها هستند، ارائه می‌شوند.

### بهینه‌سازی پورتفوی در مدل میانگین – واریانس

مدل بهینه‌سازی میانگین – واریانس را می‌توان در قالب تابع هدف و محدودیت‌های زیر تعریف نمود:

$$\min \Omega p = \left[ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} \right] \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$w^T \mathbf{1} = 1 \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$w^T E(y) = \mu$$

$$w = [w_1, w_2, \dots, w_N] \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$w \geq 0$$

در معادلات بالا،  $w$  بردار وزن‌های پورتفوی،  $\sigma_{ij}$  ماتریس کواریانس (شرطی یا غیر شرطی) بازدهی دارایی‌ها،  $y$  بردار بازده دارایی‌ها،  $\mu$  بازده مورد انتظار پورتفوی بهینه، و  $\mathbf{1}$  برداری است که تمام عناصر آن برابر ۱ است. از آنجاکه در بهینه‌سازی پورتفوی، فرض فروش استقراسی وجود ندارد، قید برابر وزن‌ها با یک لحاظ می‌شود.

از آنجاکه کواریانس پورتفوی برابر حاصل ضرب ضریب همبستگی دارایی‌ها ( $\rho$ ) در انحراف معیار دارایی‌ها ( $\sigma$ ) است، می‌توان واریانس پورتفوی را در قالب مدل زیر نیز مطرح نمود:

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \rho_{ij} \sigma_j \quad , \quad -1 \leq \rho_{ij} \quad \text{رابطه ۴}$$

$$\Omega p = \left[ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_i \rho_{ij} \sigma_j \right] \quad \text{رابطه ۵}$$

به این ترتیب انحراف معیار پورتفوی عبارت است از:

$$\sigma p = \left[ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_i \rho_{ij} \sigma_j \right]^{1/2} \quad \text{رابطه ۶}$$

همان طور که در معادلات بالا مشاهده می شود، دو عامل واریانس و همبستگی عواملی هستند که در تعیین اوزان بهینه ی پورتفوی با هدف حداقل کردن ریسک سرمایه گذاری نقش تعیین کننده ای دارند؛ بنابراین چگونگی محاسبه ی این دو عامل اهمیت بسیاری دارند. همان طور که در قبل گفته شد، از اهداف انجام این مطالعه بررسی نتایج به کارگیری واریانس شرطی در مقابل واریانس غیر شرطی، در محاسبه ی واریانس پورتفوی و محاسبه ی اوزان بهینه جهت سرمایه گذاری است. فرمول محاسبه ی واریانس غیر شرطی برای بازدهی هر سهم نیز به شرح زیر است:

$$\sigma_i^2 = \sum \frac{(X - \mu)^2}{T} \quad \text{رابطه ۷}$$

در رابطه ی بالا، X برابر بازدهی هر سهم،  $\mu$  برابر متوسط بازدهی و T تعداد مشاهدات است.

### مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته (GARCH)

مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته (GARCH(1,1)) توسط بولرسلو (۱۹۸۶) مطرح شده است. در این مدل عنوان می شود که بازده و واریانس شرطی دارایی ها می توانند از رابطه ی زیر پیروی می کنند:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t \quad \text{رابطه ۸}$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} v_t \quad \text{رابطه ۹}$$

$$h_t = \gamma + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \quad \text{رابطه ۱۰}$$

$$\gamma, \alpha, \beta \geq 0$$

در مدل بالا  $\gamma, \alpha, \beta$  و  $\mu$  ثابت هستند و  $\alpha + \beta \leq 1$ . در مطالعه‌ی تجربی سری‌های زمانی این پارامترها را می‌توان با روش حداکثر احتمالات محاسبه نمود. معادلات ۱۷ و ۱۸ در مجموع بیانگر وابستگی مقدار  $y$  بر حسب زمان به واریانس ( $h_t$ ) است. تغییرپذیری واریانس با تغییر زمان نیز در معادله‌ی ۱۹ نشان داده شده است. بر اساس این معادله، واریانس در دوره‌ی زمانی  $t$  از طریق واریانس  $y$  و اندازه‌ی جابه‌جایی  $y$  در طول دوره‌ی زمانی  $t-1$  تعیین می‌شود. از آنجاکه  $h_t$  را می‌توان بر اساس اطلاعات موجود در زمان  $t-1$ ، پیش‌بینی نمود،  $h_t$  واریانس شرطی  $y_t$  نامیده می‌شود.  $\varepsilon_t$  نیز برابر پسماندها در مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته هستند. مهم‌ترین ویژگی فرآیندی که در معادله‌ی ۱۹ توصیف شده، این است که ثبات و ماندگاری واریانس شرطی به ایجاد پدیده‌ای به نام "نوسانات خوشه‌ای" منجر می‌شود که در حرکت قیمت تجربی برخی از سهام به‌خوبی مشهود است. در نوسانات خوشه‌ای، فرآیندهای تصادفی حاکم بر بازده سهام، ثابت نیستند، دوره‌های زمانی با واریانس‌های بالا و پایین به‌گونه‌ای به‌طور متوالی تکرار می‌شوند که با ترسیم بازده‌ها در راستای زمان، خوشه‌های قابل مشاهده‌ای را در طول زمان ایجاد می‌کنند.

#### مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته با همبستگی ثابت پسماندها (CCGARCH):

از مدل‌های تعمیم یافته از مدل  $GARCH(1,1)$ ، مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته با همبستگی ثابت (CCGARCH) است که توسط بولرسلو (۱۹۹۰) ارائه شده است [۹][۱۶][۱۸]:

$$y_{i,t} = \mu_i + \varepsilon_{i,t} \quad \text{رابطه ۱۱}$$

$$h_{ii,t} = \gamma_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i h_{ii,t-1} \quad \text{رابطه ۱۲}$$

$$H\varepsilon_t = \text{diag} \left( \sqrt{h_{ii,t}}, \dots, \sqrt{h_{jj,t}} \right) \times R\varepsilon \times \text{diag} \left( \sqrt{h_{ii,t}}, \dots, \sqrt{h_{jj,t}} \right) \quad \text{رابطه ۱۳}$$

در روابط بالا،  $H\varepsilon_t$  برابر کواریانس شرطی و  $R\varepsilon$  ماتریس همبستگی پسماندهای ( $\varepsilon_{i,t}$ ) استاندارد شده است، که در طول بازه‌ی زمانی مورد مطالعه ثابت در نظر گرفته می‌شود [۱۱]. در

استانداردسازی پسماندها، هر پسماند در زمان  $t$  بر انحراف معیار شرطی متناظر با آن تقسیم می‌شود.

مبنای مطالعه در این پژوهش، تجزیه ماتریس کواریانس به ماتریس همبستگی و انحراف معیارهای مربوط است. اگرچه در برخی مطالعات تجربی، وجود کشیدگی در پسماندها تأیید شده؛ ولی از آنجاکه تأکید مقاله‌ی فعلی بر مقایسه‌ی مدل‌های مختلف واریانس است، توزیع پسماندها نرمال فرض شده‌اند [۱۶].

### مدل ترکیبی ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته و همبستگی ثابت بازده‌ها

چنانچه بازده سهام به شکل روزانه و بر اساس رابطه‌ی روبه‌رو محاسبه شود:

$$r_{i,t} = \ln \left( \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} \right) \quad \text{رابطه‌ی ۱۴}$$

و  $Rr$  برابر ماتریس همبستگی بازده‌های سهام تشکیل دهنده‌ی پورتفوی باشد، با به‌کارگیری توام دو عامل واریانس شرطی حاصل از مدل GARCH و ماتریس همبستگی بازده‌ها خواهیم داشت:

$$Hr_t = \text{diag} \left( \sqrt{h_{ii,t}}, \dots, \sqrt{h_{jj,t}} \right) \times Rr \times \text{diag} \left( \sqrt{h_{ii,t}}, \dots, \sqrt{h_{jj,t}} \right) \quad \text{رابطه ۱۵}$$

در رابطه (۱۵)،  $Hr_t$  برابر کواریانس حاصل از ترکیب دو عامل گفته شده، است.

### فرضیه‌های پژوهش

فرضیه‌های این مطالعه به شرح زیر مطرح می‌شوند:

**فرضیه اول:** ریسک پورتفوی بهینه شده بر اساس ماتریس همبستگی بازده‌ها و واریانس شرطی، به‌طور معناداری از ریسک پورتفوی بهینه شده بر اساس ماتریس همبستگی بازده‌ها و واریانس غیر شرطی کمتر است.

**فرضیه دوم:** ریسک پورتفوی بهینه شده بر اساس ماتریس همبستگی پسماندها و واریانس شرطی (مدل CCGARCH)، به‌طور معناداری از ریسک پورتفوی بهینه شده بر اساس ماتریس همبستگی بازده‌ها و واریانس غیر شرطی کمتر است.



**فرضیه سوم:** ریسک پورتنفوی بهینه شده بر اساس ماتریس همبستگی پسماندها و واریانس شرطی (مدل CCGARCH)، به طور معناداری از ریسک پورتنفوی بهینه شده بر اساس ماتریس همبستگی بازدهها و واریانس شرطی کمتر است.

### یافته‌های پژوهش

به منظور آزمون فرضیه‌ها، در بررسی تأثیر به کارگیری واریانس شرطی و ماتریس همبستگی، سه راهبرد برای محاسبه‌ی اوزان بهینه مورد توجه قرار گرفتند. این سه راهبرد به اختصار عبارتند از:

۱. محاسبه‌ی اوزان بهینه بر مبنای واریانس غیر شرطی و ماتریس همبستگی بازدهها.
۲. محاسبه‌ی اوزان بهینه بر مبنای واریانس شرطی و ماتریس همبستگی بازدهها.
۳. محاسبه‌ی اوزان بهینه بر مبنای واریانس شرطی و ماتریس همبستگی پسماندها (مدل CCGARCH)

در انتخاب سهام تشکیل دهنده‌ی پورتنفوی، ابتدا ویژگی ناهمگنی پراکنش در تمام شرکت‌های مورد معامله در بورس اوراق بهادار تهران در بازه‌ی زمانی ۱۰۵۰ روز ( تیرماه ۸۳ تا آبان ماه ۸۷) با آزمون ARCH test بررسی شده است. پس از تأیید وجود این خاصیت در شماری از سهام مورد معامله، ۱۰ سهم با بیشترین میزان معاملات از میان این سهام برای تشکیل پورتنفوی و انجام آزمون‌ها انتخاب شدند. شرکت‌های تشکیل دهنده‌ی پورتنفوی عبارتند از:

جدول ۱. شرکت‌های سازنده‌ی پورتنفوی در آزمون فرضیه‌ها

| نام شرکت                 | نماد معاملاتی | نام شرکت            | نماد معاملاتی |
|--------------------------|---------------|---------------------|---------------|
| تکنوتار                  | تکنو          | سایپا               | خساپا         |
| شیشه قزوین               | کقزوی         | صنعتی آما           | فاما          |
| سرمایه‌گذاری پارس توشه   | وتوشه         | مس باهنر            | فباهنر        |
| سرمایه‌گذاری صنعت و معدن | وصنعت         | ملی سرب و روی ایران | فسرب          |
| سرمایه‌گذاری غدیر        | وغدیر         | آلومتک              | فالوم         |

تحلیل‌ها با استفاده از نرم‌افزارهای MATLAB و EXCEL(2007) انجام شدند. به منظور بررسی نتایج، بازه‌ی زمانی مورد مطالعه به دو بخش تقسیم شده است. از آنجا که تعداد داده‌ها در محاسبه‌ی ماتریس همبستگی بسیار مهم است و استفاده از تعداد داده‌های بیشتر مطلوبیت بیشتری به همراه دارد، ۷۵۰ روز معاملاتی، به بخش اول داده‌ها که مبنای پیش‌بینی اوزان بهینه

برای سرمایه‌گذاری قرار می‌گیرند، تخصیص یافت و ۳۰۰ روز باقی‌مانده مبنای بررسی عملکرد پورتفوی تشکیل شده، قرار گرفت.

بازده سهام به شکل روزانه و بر اساس رابطه ۱۴ محاسبه شده است. پس از پیش‌بینی اوزان بهینه بر اساس داده‌های موجود در بازه‌ی نخست و مطابق با سه راهبرد یاد شده، آنچه رویکردهای مورد مطالعه را ارزشمند می‌سازد، کاهش ریسک محقق شده بر اساس اوزان پیش‌بینی شده است. به عبارت دیگر در صورتی می‌توان بیان کرد که هر یک از رویکردهای سه‌گانه‌ی گفته شده ریسک کمتری را به همراه خواهند داشت که ریسک محقق شده‌ی آن‌ها در دوره‌ی دوم، به طور معناداری کمتر از دیگران باشد. انحراف معیارهای محقق شده‌ی ناشی از به-کارگیری هر یک از رویکردها در نقطه‌ی پورتفوی با حداقل واریانس<sup>۱</sup>، به شرح جدول (۲) است:

جدول ۲. انحراف معیار محقق شده ناشی از به‌کارگیری رویکردها با حداقل واریانس

| راهبرد  | انحراف معیار محقق شده در نقطه‌ی حداقل واریانس |
|---|---|
| ۱. بر مبنای واریانس غیر شرطی و ماتریس همبستگی بازدهها | $3.01 \times 10^{-4}$                         |
| ۲. بر مبنای واریانس شرطی و ماتریس همبستگی بازدهها     | $76 \times 10^{-4}$                           |
| ۳. بر مبنای واریانس شرطی و و ماتریس همبستگی پسماندها  | $66 \times 10^{-4}$                           |

جهت آزمون فرضیه‌ها و مقایسه‌ی ریسک پورتفوی‌ها، مقایسه‌ی واریانس‌ها بر مبنای آماره‌ی فیشر انجام شد. فرضیه‌های آماری آزمون‌ها به شرح زیر تعریف می‌شوند:

$$H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

از آنجاکه واریانس پورتفوها از توزیع  $\chi^2$  برخوردارند، آماره‌ی فیشر استفاده شده است:

$$F_{(df_1, df_2)} = \frac{\chi_1^2 / df_1}{\chi_2^2 / df_2} \quad (\text{رابطه ۱۶})$$

$df_1$  و  $df_2$  درجه‌ی آزادی و برابر  $n-1$  هستند ( $n$  برابر تعداد پورتفوی‌ها با اوزان بهینه است). در مقایسه‌ی پورتفوی‌های تشکیل شده، چنانچه مقدار آماره‌ی محاسبه شده کمتر از میزان متناظر آن در جدول توزیع فیشر باشد، می‌توان استدلال کرد فرض صفر رد شده و واریانس کاهش یافته است. نتایج آزمون فرضیه‌ها در جدول شماره ۳ آورده شده‌اند.

جدول ۳. نتایج آزمون فرضیه‌ها

| فرضیه | میزان آماره | Sig.        | F( $df_1, df_2$ ) |
|-------|-------------|-------------|-------------------|
| ۱     | ۰.۳۱۵۱      | ۲.۱۸۹۱e-۰۴۳ | ۰.۸۷۴۱            |
| ۲     | ۰.۲۶۷۶      | ۴.۰۰۰۴e-۰۵۵ | ۰.۸۷۴۱            |
| ۳     | ۰.۸۴۹۱      | ۴.۰۰۰۴e-۰۵۵ | ۰.۸۷۴۱            |

گفتنی است، درجه آزادی در آزمون فرضیه‌ها برابر ۵۹۹ است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در هر سه فرضیه میزان آماره کوچک‌تر از مقدار متناظر آن در جدول F است. به این ترتیب بر اساس فرضیه‌های اول و دوم تأیید می‌شود که با به‌کارگیری رویکرد دوم و سوم در مقابل رویکرد اول می‌توان به‌طور معناداری ریسک را کاهش داد. از سوی دیگر، با تأیید فرضیه سوم مشخص شد، کاهش ریسک پورتفوها با محاسبه‌ی اوزان بهینه بر مبنای واریانس شرطی و ماتریس همبستگی پسماندها (مدل CCGARCH) به‌طور معناداری ریسک را نسبت به محاسبه‌ی اوزان بهینه بر مبنای واریانس شرطی و ماتریس همبستگی بازده‌ها نیز کاهش می‌دهد. به‌عبارت دیگر از میان سه رویکرد مطرح شده در این مطالعه در محاسبه‌ی اوزان بهینه، با به‌کارگیری رویکرد سوم، کمترین ریسک را می‌توان انتظار داشت.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

با تأیید وجود نوسانات خوشه‌ای در سری‌های زمانی، اگرچه از مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته (GARCH) در مدل‌هایی از قبیل ارزش در معرض خطر در رابطه با سهام مورد معامله در بورس اوراق بهادار تهران در مطالعات مختلف بهره برده شده است، این ویژگی در بهینه‌سازی پورتفوی و امکان کاهش ریسک آن در مطالعات داخلی، تاکنون نادیده گرفته شده است. در مطالعه‌ای که انجام شد، با هدف بهبود عملکرد در مدیریت ریسک، به‌ویژه مدیریت پورتفوی‌ها در صندوق‌های سرمایه‌گذاری، دو عامل واریانس انفرادی دارایی‌ها و همبستگی میان

آن‌ها به‌عنوان عوامل اصلی تعیین کننده‌ی ریسک پورتنفوی در بهینه‌سازی مورد توجه قرار گرفتند. به این منظور، امکان کاهش ریسک پورتنفوی با بهره‌گیری از چنین ویژگی‌هایی در قالب راهبردهای مختلف مورد توجه قرار گرفت. ابتدا تأیید شد که صرفاً با جایگزینی واریانس شرطی (در مقابل واریانس غیر شرطی)، در محاسبه‌ی ماتریس کواریانس، می‌توان ریسک را به‌طور معناداری کاهش داد. کاهش ریسک، از طریق جایگزینی ماتریس همبستگی بازدهی دارایی‌ها با ماتریس همبستگی پسماندهای استاندارد شده در قالب مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته با ماتریس همبستگی ثابت (CCGARCH) نیز به‌طور معناداری تأیید شده است. درنهایت تأیید شد، در میان راهبردهای مورد مطالعه، بهینه‌سازی پورتنفوی بر اساس مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم یافته با ماتریس همبستگی ثابت (CCGARCH) حداقل ریسک را برای سرمایه‌گذار یا مدیر پورتنفوی محقق می‌سازد.

در رابطه با مطالعات آتی پیشنهاد می‌شود که سایر رویکردهای مؤثر بر ارتقای کیفیت ریسک پورتنفوی مورد توجه قرار گیرند. از عواملی که توجه به آن‌ها در مطالعات آتی ضروری می‌نماید، استفاده از ماتریس همبستگی پویا<sup>۱</sup> در بهینه‌سازی است.

### منابع

1. Akgiray V. Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns, Journal of Business 1989; 62: 55-80.
2. Bauwens L, Laurent S, Rombouts J (2006). Journal of Applied Econometrics 2006; 21: 79-109.
3. Bollerslev T. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, Journal of econometrics 1968; 307-327.
4. Doganoglu T, Hartz C, Mittnik S. Portfolio optimization when risk factors are conditionally varying and heavy tailed, Comput Econ; 2007.
5. Engle Robert F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimation of the Variance of United Kingdom Inflation, Econometrica 1982; 50(4): 987-1007.

6. Girard Eric, Omran Mohamed, Zaher Tarek. On Risk and Return in MENA Capital Markets", International journal of business 2003 ISSN; 8(3):1083-4346.
7. Glabadanidis P. A Dynamic asset pricing model with time-varying factor and idiosyncratic risk, journal of financial Econometrics 2000; 7: 247-264.
8. Guhr T, Kalber B. A new method to estimate the noise in financial correlation matrices, J. Phys. A: Math. Gen 2003; 36: 3009–3032.
9. Harris Richard I. D, Sollis R. Applied Time Series Modelling and Forecasting, John Wiley & Sons, Ltd. (UK), ISBN 2003: 9780470865057.
10. Horasanlı Mehmet, Fidan Neslihan. Portfolio Selection by Using Time Varying Covariance Matrices, Journal of Economic and Social Research 2007; 9(2): 1-22
11. Jondeau E, Poon S, Rockinger M. Financial modeling under non-Gaussian distributions, Springer Finance ISBN 2007; 1-84628-419-8.
12. Jondeau Eric, Rockinger Michael. Conditional Asset Allocation under Non-Normality: How Costly Is the Mean-Variance Criterion? Working Paper Series 2005; <http://papers.ssrn.com/>.
13. Ledoit L, Santa Clara P, Wolf M. Flexible Multivariate GARCH Modeling with an Application to International Stock Markets, Economics Working Papers 578, Department of Economics and Business, Universitat Pompeu Fabra; 2001.
14. Pafka S, Kondora I. Estimated correlation matrices and portfolio optimization 2004; Physica A 343: 623 – 634.
15. Pojarliev M, Polasek W. Applying Multivariate Time Series Forecasts for Active Portfolio Management, University of Basel; 2000: <http://www.unibas.ch/iso>.
16. Rosenow B. Determining the optimal dimensionality of multivariate volatility models with tools from random matrix theory, Journal of Economic Dynamics & Control 2008; 32: 279–302
17. Specht K, Gohout W. Financial Markets and Portfolio Management 2003; 17.

18. Syriopoulos T, Roumpis E. Dynamic correlations and volatility effects in the Balkan equity markets, *Int. Fin. Markets, Inst. and Money* 2009; 19, 565–587.