

زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه (PM) با استفاده از برنامه ریزی عدد صحیح و برنامه ریزی محدودیتی

مجید اسماعیلیان^۱، هاجر بکران^۲

چکیده: زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه به معنای انجام فعالیت ها و وظایف پیشگیرانه به منظور کاهش یا حذف توقف تولید و حداکثر کردن قابلیت اطمینان تجهیزات است. مدل های ریاضی ارائه شده برای زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه، با محدودیت هایی چون، تعیین ترکیب انجام کارها توسط کارگران قبل از مدل سازی، تک منبعی بودن و نداشتن کارایی محاسباتی مواجه اند، به همین دلیل برخی از پژوهشگران از الگوریتم های هوش مصنوعی برای حل مسائل زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه استفاده کرده اند. هدف این پژوهش زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه با استفاده از برنامه ریزی محدودیتی است. برنامه ریزی محدودیتی تلفیقی از برنامه ریزی ریاضی و هوش مصنوعی است. مدل سازی در برنامه ریزی ریاضی، طراحی انسانی هوشمند است، ولی در برنامه ریزی محدودیتی الگوریتم ها هوشمندند. در این پژوهش دو مدل برنامه ریزی محدودیتی جدید برای زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه پیشنهاد شده است که ضمن بی نیاز بودن به تعیین ترکیب انجام کارها توسط کارگران، در حالت چندمنبعی به کار برده می شود. جواب های به دست آمده از مثال های عددی با مدل های ریاضی مقایسه شدند و روایی مدل برنامه ریزی محدودیتی به اثبات رسید. نتایج بیانگر توانایی برنامه ریزی محدودیتی در مدل سازی و حل مسائل زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه است.

واژه های کلیدی: برنامه ریزی ریاضی، برنامه ریزی محدودیتی، زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه (PM)، مسائل ارضای محدودیت.

۱. استادیار گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان، ایران

۲. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۰/۲۳

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۳/۰۴/۰۸

نویسنده مسئول مقاله: مجید اسماعیلیان

E-mail: Majid_Esmaelian@yahoo.com

مقدمه

هدف از طرح‌ریزی و زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه، انجام مجموعه‌ای از کارها و وظایف PM^۱ برای کاهش توقف تولید و حداکثر کردن زمان در دسترس تجهیزات است. در مسئله زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه (PM) مجموعه‌ای از کارهای نت^۲ باید با نیروی کار محدود انجام شود. هر کار (وظیفه) تعمیرات پیشگیرانه شامل چندین فعالیت است، هر فعالیت به مهارت‌های گوناگون نیاز دارد و برای انجام آنها، کارکنان تعمیرات باید مهارت‌های لازم را داشته باشند. کارکنان نگهداری و تعمیرات ممکن است تک‌مهارتی یا چندمهارتی باشند. کارهای (وظایف) تعمیرات پیشگیرانه اولویت‌ها و اهمیت متفاوتی دارند. هدف مدیریت نگهداری و تعمیرات این است که با نیروی انسانی موجود، بیشترین تعداد کارها را با بالاترین درجه اهمیت انجام دهد. هدف از زمان‌بندی وظایف و فعالیت‌های پیشگیرانه، تخصیص منابع و نیروی انسانی ماهر به کارها و فعالیت‌های نت است؛ به گونه‌ای که بیشترین تعداد کار در دوره برنامه‌ریزی، انجام شود. در مدل‌های بهینه‌سازی PM از روش‌های برنامه‌ریزی خطی و غیر خطی، برنامه‌ریزی عدد صحیح، برنامه‌ریزی پویا، نظریه تصمیم، فرایندهای مارکوفی و شبیه‌سازی استفاده شده است و مسائل زمان‌بندی PM را با روش‌های ابتکاری، هوش مصنوعی و الگوریتم‌های تکاملی حل می‌کند. مدل‌های ریاضی زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه دچار محدودیت‌هایی چون، تعیین تمامی ترکیبات ممکن انجام کارها توسط کارگران قبل از مدل‌سازی، تک‌منبعی بودن و نداشتن کارایی محاسباتی هستند (هانگمن، ۲۰۰۷).

در این پژوهش زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه با استفاده از برنامه‌ریزی محدودیتی (CP)^۳ به‌منزله روش جایگزین برنامه‌ریزی ریاضی انجام می‌گیرد، شیوه مدل‌سازی در هر دو رویکرد تشریح می‌شود و نتایج محاسباتی مقایسه خواهند شد. برنامه‌ریزی محدودیتی (CP)، الگوریتمی قوی برای حل مسائل جست‌وجوی ترکیبی است که اولین بار در دهه هشتاد میلادی ارائه شد. در واقع این برنامه، توسعه‌ای از برنامه‌ریزی منطقی از طریق مفهوم محدودیت‌هاست. پژوهشگران کاربردهای جدید و متنوعی از برنامه‌ریزی، به‌ویژه در زمینه‌های تحقیق در عملیات و تجزیه و تحلیل عددی یافتند. این پیشرفت‌ها اغلب از طریق شناسایی شکل‌های جدید محدودیت‌ها و الگوریتم‌های جدید انتشار محدودیت^۴ به‌دست آمده است. حجم عمده‌ای از پیشرفت و توسعه برنامه‌ریزی محدودیتی براساس ترکیب روش‌های هوش مصنوعی، تحقیق در

1. Preventive Maintenance

۲. فعالیت‌های مربوط به نگهداری و تعمیرات (نت).

3. Constraint Programming

4. Constraint propagation

عملیات، جبر، کامپیوتر و منطق ریاضی است. این موضوع، برنامه ریزی محدودیتی را به حوزه ترکیبی جذابی که در آن کارهای نظری از طریق کاربرد و اجرای برنامه ها به دست می آید، تبدیل کرده است و کاربرد آن موجب ایجاد چالش در زمینه اجرای برنامه ریزی محدودیتی شده است (اپت، ۲۰۰۳).

در حال حاضر کاربرد برنامه ریزی محدودیتی در حوزه های زیادی مانند زمان بندی، برنامه ریزی، مسیریابی وسایل نقلیه^۱، پیکربندی شبکه ها و بیوانفورماتیک موفق بوده است (روسی، وان بیک و والش، ۲۰۰۶). در این مقاله ضمن ارائه مدل ریاضی زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه، این مسئله به کمک روش برنامه ریزی محدودیتی، مدل سازی و حل شده است. برای حل هر دو مدل از نرم افزار IBM ILOG CPLEX استفاده شده است.

در بخش دوم مقاله به پیشینه نظری و تجربی پژوهش در زمینه کاربرد برنامه ریزی محدودیتی و مدل های ریاضی زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه اشاره شده است. در بخش روش شناسی پژوهش، شیوه استفاده از دو رویکرد به کمک مثال های عددی بررسی می شود و در بخش یافته های پژوهش، جواب های به دست آمده از حل مثال های عددی بیان شده است. بخش آخر این نوشتار به نتایج حاصل از پژوهش حاضر و پیشنهادهایی برای پژوهشگران آتی اختصاص داده شده است.

پیشینه پژوهش

پیشینه نظری

پژوهش های انجام گرفته در زمینه تعمیرات پیشگیرانه را می توان به مدل های بهینه سازی تعمیرات پیشگیرانه و روش های حل مدل های تعمیرات پیشگیرانه تفکیک کرد. مدل های بهینه سازی شامل مدل های تخصیص منابع، کنترل موجودی، سیستم پشتیبان تصمیم و سیستم های اطلاعاتی نگهداری و تعمیرات است. در مدل های بهینه سازی PM از روش های برنامه ریزی خطی و غیر خطی، برنامه ریزی عدد صحیح، برنامه ریزی پویا، نظریه تصمیم، فرایندهای مارکوفی و شبیه سازی استفاده شده است (وانگ، ۲۰۰۲، پیرایر، لانگ وین و کامپیل، ۲۰۰۶).

در حل مسائل زمان بندی PM، روش های ابتکاری، هوش مصنوعی و الگوریتم های تکاملی به کار می رود. از دهه شصت به بعد، مدل های بهینه سازی نگهداری و تعمیرات بسیاری ارائه شده است که این مدل ها از معیارهای متفاوتی برای بهینه سازی فعالیت های نت استفاده می کنند

(دکر، ۱۹۹۵؛ اسکارف، ۱۹۹۷؛ فراست و دچتر، ۱۹۹۹؛ رام و الامولید، ۱۹۸۷؛ رزگ، چلبی و زی، ۲۰۰۵؛ مسون، ریان و پانتون، ۱۹۹۸؛ سوریادی و پاپاجرجیو، ۲۰۰۴ و لتواسکی، جانسون و نمهاوزر، ۲۰۰۰).

زمان‌بندی نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه

یک مسئله زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه را در نظر بگیرید که در آن باید مجموعه‌ای از کارهای نت با نیروی کار محدودی انجام گیرد. معمولاً ابتدای هر سال یا هر ماه، مدیر تعمیرات بر مبنای داده‌ها و اطلاعات حاصل از عملکرد گذشته، کارها و وظایف نگهداری و تعمیرات را زمان‌بندی می‌کند؛ هرچند این برنامه زمان‌بندی ممکن است به دلیل ماهیت پویای مدیریت نگهداری و تعمیرات، مانند تغییر در اولویت کارها یا تعداد نیروی انسانی ماهر، تغییر کند (هانگمن، ۲۰۰۷). با توجه به ماهیت مسئله زمان‌بندی نگهداری و تعمیرات، این مسئله در زمره مسائل NP-Hard قرار می‌گیرد، پیچیدگی این مسئله مربوط به محدودیت‌های نیروی کار در دسترس و طول دوره زمان‌بندی است (اهایر، گرینود، گوپتا و تیروایل‌گر، ۲۰۰۰).

برنامه‌ریزی محدودیتی

اولین ایده‌هایی که به شکل‌گیری برنامه‌ریزی محدودیتی منجر شد، از هوش مصنوعی نشئت گرفته‌اند. برنامه‌ریزی محدودیتی برای حل مسئله ارضای محدودیتی^۱ به کار برده شد. یک مسئله ارضای محدودیتی از طریق متغیرهای تصمیم $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ، دامنه آنها $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ و محدودیت‌های $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ روی متغیرها، تعریف می‌شود. یکی از راه‌حل‌های مسائل ارضای محدودیت، تخصیص مقداری از دامنه d_i به هریک از متغیرهاست؛ به گونه‌ای که همه محدودیت‌ها را ارضا کند. بیان محدودیت‌های دامنه مسائل و یافتن راه‌حلی برای ارضای همه محدودیت‌های یک‌گویی ابتدایی و اساسی برای حل مسائل ارضای محدودیت، از طریق برنامه‌ریزی محدودیتی انجام می‌گیرد. مزیت اصلی برنامه‌ریزی محدودیتی برای استفاده در مدل‌سازی بر اساس روابط، جداکردن مدل‌سازی از حل است که به کاربر کمک می‌کند تعریف راحت‌تری از محدودیت‌های یک مسئله خاص بیان کند (چن، گوان، پنگ، شاو و هاسیب، ۲۰۱۰).

تحقیق در عملیات و برنامه‌ریزی محدودیتی ریشه‌های متفاوتی دارند؛ هرچند برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی، روش‌های این دو حوزه برای تلفیق شدن به هم وابسته‌اند.

برنامه ریزی محدودیتی به موضوعات مربوط به الگوریتمها بیشتر از خود الگوریتمها می پردازد (میلانو و والیس، ۲۰۰۶).

دو روش اساسی برای یکپارچه سازی و ادغام این دو فن وجود دارد. روش اول این است که، الگوریتمهای تحقیق در عملیات در چارچوب برنامه ریزی محدودیتی به کار برده شود. هدف الگوریتمهای تحقیق در عملیات، ایجاد مرزها و سایر اطلاعات راهنما برای جست و جو است، اما در موقعیت های خاص از الگوریتمهای تحقیق در عملیات برای کاهش دامنه استفاده می شود. در روش دوم، الگوریتمهای برنامه ریزی محدودیتی در چارچوب تحقیق در عملیات استفاده می شوند. این کار در زمینه الگوریتم تولید ستون انجام گرفته است (فال، جانکر، کاریش، کوهل، سیلمان و واین، ۲۰۰۲).

روش های پردازش شبکه های محدودیتی در سه دسته کلی طبقه بندی می شوند:

۱. الگوریتمهای جست و جو: برای جست و جوی نظام مند فضای کل راه حل هایی به کار می رود که پایه همه آنها الگوریتم عقب گرد است؛
۲. الگوریتم اجرای سازگاری: سازگاری را در بخش های کوچک فضای جست و جو ایجاد می کند، ناسازگاری ها را قبل و حین جست و جو با توجه به محدودیتها کاهش می دهد، دامنه متغیرها را کوچک می کند و موجب کوچک شدن منطقه موجه می شود؛
۳. الگوریتمهای ساختار محور: این الگوریتمها از ویژگی های توپولوژیکی فضای جست و جو برای راهنمایی جست و جو استفاده می کنند (دچر و میری، ۱۹۹۴).

پیشینه تجربی

کایات، لانگوین و رایویل (۲۰۰۶)، فرمولی ترکیبی از مسائل زمان بندی و حمل مواد اولیه و محصولات ابداع کردند. به طور سنتی، در مسائل زمان بندی فقط ماشین آلات به منزله منبع محدود در نظر گرفته می شد. این پژوهش با در نظر گرفتن دو شاخص ماشین و وسایل نقلیه به منزله محدودیت، مسئله ترکیبی جدید را به صورت برنامه ریزی ریاضی و برنامه ریزی محدودیتی فرموله کرده است. پژوهشگران برای آزمون هر دو مدل از نرم افزار تجاری ILOG OPL Studio استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که در صورت ترکیب دو مدل، حل مسئله نسبت به استفاده تکی از رویکردها سرعت بیشتری دارد.

چن و همکاران (۲۰۱۰) به معرفی برنامه ریزی محدودیتی و کاربرد آن در حل مسائل زمان بندی تولید پرداختند. این پژوهشگران با به کارگیری برخی از روش های برنامه ریزی محدودیتی، مانند مدل سازی، جست و جو، انتشار محدودیت، سازگاری و بهینه سازی، برنامه ای

تجاری - کاربردی برای زمان‌بندی مسائل واقعی بر اساس سیستم‌های انتشار محدودیت، پیشنهاد کردند.

کلبل و هنزالک (۲۰۱۱) کاربردی از برنامه‌ریزی محدودیتی در زمان‌بندی تولید با راهبرد تولید به‌هنگام و جریمه دیرکرد و زودکرد را برای دو مسئله زمان‌بندی در نظر گرفتند. مسئله پژوهش آنها زمان‌بندی تولید کارگاهی با هزینه دیرکرد و زودکرد بود. ایشان دو الگوریتم را برای کمک به حل‌کننده برنامه‌ریزی محدودیتی برای یافتن راه‌حل‌های این مسئله پیچیده ارائه کردند. پژوهشگران نتیجه گرفتند رویکرد ارائه‌شده نسبت به سایر روش‌های کلی از عملکرد بهتری برخوردار است و در مقایسه با سایر الگوریتم‌های مهم به‌طور متوسط نتایج بهتری به‌دست می‌دهد.

ال. هاچمی، جندریو و روسیو (۲۰۱۱) روش حلی براساس برنامه‌ریزی محدودیتی و برنامه‌ریزی ریاضی برای مسئله زمان‌بندی ورود کامیون در صنعت جنگل‌بانی ارائه کردند. در این پژوهش به مسئله زمان‌بندی و برنامه‌ریزی حمل‌ونقل کامیون بین مناطق جنگلی و کارخانه‌های تولید چوب و نیز، مسیریابی ناوگان وسایل نقلیه برای برآورده کردن نیازهای حمل‌ونقل پرداخته شده است. هدف آنها کمینه‌کردن هزینه کل فعالیت‌های غیر مولدی چون زمان انتظار تجهیزات و زمان‌های بیکاری بوده است. پژوهشگران دو مدل برنامه‌ریزی محدودیتی و مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح را برای ترکیب دو مسئله حمل‌ونقل و زمان‌بندی ارائه کردند. این دو مدل از طریق تبادل محدودیت‌های جامع ترکیب شده است. آنها ثابت کردند این رویکرد برای داده‌های واقعی معتبر است.

روسی، تمیر، هنیچ و پرستویچ (۲۰۱۲) از برنامه‌ریزی محدودیتی برای یافتن نقطه بهینه دوباره‌پسازي با تقاضای تصادفی غیر ثابت و هزینه کمبود استفاده کردند. نتایج این پژوهش نشان داد رویکرد آنها قادر به حل مسائلی با بیش از ۳۸ دوره در کسری از ثانیه و در بدترین حالت، در چند دقیقه است. نتایج نشان داد رویکرد آنها در حل مسائلی با اندازه‌های واقعی کاربرد دارد.

برندت، باور، ولکر و کاردینیو (۲۰۱۳) رویکردی را برای حل مسئله زمان‌بندی نگهداری و تعمیرات و برنامه‌ریزی تولید با مقیاس بزرگ ارائه کردند که در آن فرمول برنامه‌ریزی محدودیتی با چندین روش ابتکاری ترکیب شده است. این مسئله به دو مرحله تجزیه شده است، در مرحله اول برای تعیین سطح تولید از برنامه‌ریزی محدودیتی استفاده شده است و در مرحله دوم این کار به کمک روش ابتکاری انجام گرفته است. پژوهشگران به این نتیجه رسیدند که با رویکرد پیش‌پردازش برای کاهش دامنه متغیرها می‌توان حدود پایین را کاهش داد و در این میان استفاده از جست‌وجوی محلی به بهبود راه حل کمک می‌کند.

نگوین و باگاجیویچ (۲۰۰۸) برای بهینه‌سازی برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات و میزان منابع لازم برای انجام نگهداری و تعمیرات، روشی جدید پیشنهاد کرد. این روش با استفاده از روش

شبیه سازی مونت کارلو، به منظور ارزیابی برآورد هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و برآورد زیان اقتصادی حاصل از انجام ندادن نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، توسعه داده شده است. لامپتی، لابی و لی (۲۰۰۸) یک سیستم پشتیبان تصمیم برای زمان بندی بهینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بزرگراهها و جادهها ارائه کردند.

آلویی، لموری، آرتیبا و آفیزاف (۲۰۰۸)، زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه و زمان بندی n کار روی دو ماشین را به طور همزمان بررسی کردند. ژاوو، خی و لی (۲۰۰۹) از روش برنامه ریزی پویا برای زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه بر مبنای موقعیت^۱ در یک سیستم سری چندبخشی استفاده کردند. نادری، زندیه و امین نیری (۲۰۱۱) به بررسی تعمیرات پیشگیرانه دوره ای (مبتنی بر زمان) برای حل مسائل زمان بندی کارگاهی پرداختند. این پژوهشگران از روش متاهیورستیک شامل الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ایمنی مصنوعی^۲ استفاده کردند.

وانگ (۲۰۱۰) روش ابتکاری مؤثری برای مسئله زمان بندی سیستم تولید کارگاهی انعطاف پذیر با در نظر گرفتن فعالیت های نگهداری و تعمیرات پیشنهاد کردند.

پرایرا، لپا، مول و دالوز (۲۰۱۰) روش بهینه سازی مبتنی بر الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات (PSO)^۳ را برای بهینه سازی زمان بندی نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه غیر دوره ای ارائه کردند.

هانگمن (۲۰۰۷) مدل برنامه ریزی صفویک محضی ارائه کرد که توانست مسئله زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه را بدون نیاز به تعیین ترکیب کارگران حل کند. مدل هانگمن از نظر زمان حل مسئله، مقدار تابع هدف و تعداد متغیرهای تصمیم، بر مدل صفویک گوپالاکرشن و همکارانش برتری دارد. علاوه بر این، از مدل پیشنهادی هانگمن می توان برای حل مسائل زمان بندی PM با چندین منبع استفاده کرد.

روش شناسی پژوهش

مدل صفویک زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه

هدف از زمان بندی فعالیت های پیشگیرانه، تخصیص منابع و نیروی انسانی ماهر (تکمهارتی یا چندمهارتی) به کارها و فعالیت های پیشگیرانه است؛ به گونه ای که بیشترین تعداد فعالیت با بالاترین درجه اهمیت، در دوره برنامه ریزی زمان بندی شود.

1. Opportunistic Preventive Maintenance
2. Artificial Immune Algorithm
3. Particle Swarm Optimization

فرض کنید چندین کار نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه (PM) با درجه اهمیت و اولویت متفاوت وجود دارد، انجام هر کار به مهارت‌های گوناگونی (مانند مکانیکی، هیدرولیکی، الکتریکی و...) نیاز دارد و کارگران تعمیرات نیز چندمهارتی‌اند.

ابتدا نمادهای مدل معرفی می‌شود:

i : شاخص کارها؛ t : شاخص مهارت‌ها؛ m : شاخص انجام‌دهنده مهارت؛ I : مجموعه تمام کارهای تعمیرات پیشگیرانه؛ J_i : مجموعه تمام مهارت‌های لازم برای انجام کار i ؛ M : مجموعه تمام افراد انجام‌دهنده فعالیت‌ها.

متغیرهای تصمیم و پارامترها به شرح زیر معرفی می‌شوند:

$W_i \in \{0, 1\}$: اگر کار i ام برای انجام (زمان‌بندی) انتخاب شود ۱ در غیر این صورت صفر است؛

$y_{itm} \in \{0, 1\}$: اگر مهارت t ام از کار i ام به فرد m ام تخصیص یابد ۱ در غیر این صورت صفر است؛

p_i : درجه اهمیت کار i ام؛

a_{it} : زمان لازم برای انجام مهارت t ام از فعالیت i ام؛

T_m : کل زمان در دسترس فرد m ام.

مدل برنامه‌ریزی خطی صفر و یک محض برای زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه با فرض وجود کارگران چندمهارتی به شرح زیر است:

$$\max z = \sum_{i \in I} p_i w_i \quad 1 \quad \text{مدل (۱)}$$

$$S.T \quad 2$$

$$\sum_{m \in M} y_{itm} = w_i \quad \forall i \in I, t \in J_i$$

$$\sum_{t \in J_i} \sum_{i \in I} a_{it} y_{itm} \leq T_m \quad \forall m \in M \quad 3$$

$$w_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad 4$$

$$y_{itm} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, t \in J_i, m \in M \quad 5$$

هدف ۱ حداکثر کردن جمع اهمیت کارهای زمان‌بندی شده است. محدودیت ۲ تضمین می‌کند اگر کار i ام برای زمان‌بندی (انجام) انتخاب شود ($w_i = 1$)، آنگاه تمام مهارت‌های لازم برای تکمیل آن کار باید به کارکنانی تخصیص یابد که از آن مهارت برخوردارند. محدودیت ۳ تضمین می‌کند که میزان منابع (ساعات کار) تخصیص داده‌شده به هر فرد از کل زمان در

دسترس وی بیشتر نباشد. محدودیت های ۴ و ۵ محدودیت صفر و یک متغیرهای تصمیم هستند (هانگمن، ۲۰۰۷).

در حالت وجود منابع مختلف، مدل ۲ را می توان توسعه ای از مدل تخصیص تعمیر یافته با منابع چندگانه (نیروی انسانی، تجهیزات و ماشین آلات) در نظر گرفت، در این حالت، عامل m (نیروی کار) از منبع $r \in R$ دارای ظرفیت T_m^r است و R مجموعه تمام منابع لازم برای انجام فعالیت ها در نظر گرفته می شود. اگر کار t ام برای زمان بندی انتخاب شود، برای انجام ویژگی (مهارت) t ام از منبع r ام به a_{it}^r واحد از منبع r ام نیاز است و درجه اهمیت کار t ام با P_i نمایش داده می شود.

مدل زمان بندی PM با منابع چندگانه به شکل زیر است:

i : شاخص کارها؛ t : شاخص ویژگی (مهارت)؛ m : عامل انجام دهنده مهارت؛ I : مجموعه تمام کارهای تعمیرات پیشگیرانه؛ J_i^r : مجموعه تمام مهارت های کار t ام از منبع r ام؛ r : منبع لازم برای انجام دادن کارها.

متغیرهای تصمیم و پارامترها به شرح زیر معرفی می شوند:

$W_i \in \{0,1\}$: اگر کار t ام برای انجام (زمان بندی) انتخاب شود ۱ در غیر این صورت صفر است؛

$y_{itm}^r \in \{0,1\}$: اگر مهارت t ام از منبع r ام کار t ام به عامل m تخصیص یابد ۱ در غیر این صورت صفر است؛

p_i : درجه اولویت کار t ام؛

a_{it}^r : زمان لازم برای انجام مهارت t ام از منبع r ام فعالیت t ام؛

T_m^r : کل زمان در دسترس عامل m از منبع r ام.

$$\max Z = \sum_{i \in I} p_i w_i \quad 6 \quad \text{مدل (۲)}$$

$$S. T \quad 7$$

$$\sum_{m \in M} y_{itm}^r = w_i \quad \forall i \in I, t \in J_i, r \in R$$

$$\sum_{t \in J_i^r} \sum_{i \in I} a_{it}^r y_{itm}^r \leq T_m^r \quad \forall m \in M, r \in R \quad 8$$

$$w_i = 0, 1 \quad \forall i \in I \quad 9$$

$$y_{itm}^r = 0, 1 \quad \forall i \in I, t \in J_i^r, m \in M, r \in R \quad 10$$

در مدل ۲، به راحتی می توان چندین منبع مختلف (نیروی انسانی، تجهیزات و ماشین آلات) را در مسئله لحاظ کرد. مدل ۱ برای حالت تک منبع تعریف شده است و توسعه مدل تخصیص تعمیم یافته (GAP) است (GGAP). مدل ۲، توسعه مدل تخصیص تعمیم یافته با منابع چندگانه (MRGAP) است که به اختصار با MRGGAP نشان داده می شود. هر دو مدل از دسته مدل های برنامه ریزی صفرویک محض اند و مدل NP-Hard نامیده می شوند. با افزایش تعداد فعالیت ها، منابع و کارگران، بر تعداد متغیرهای صفرویک به شکل نمایی افزوده می شود، زمان حل مسئله افزایش پیدا می کند و کارایی حل آن کاهش می یابد.

مدل برنامه ریزی محدودیتی زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه

در ادامه دو مدل جدید به منظور زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه برای حالت های تک منبعی و چندمنبعی با استفاده از رویکرد برنامه ریزی محدودیتی توسعه داده شده است. نمادهای به کار رفته در مدل تک منبعی (نیروی انسانی) جدید به شرح زیر است:

i : شاخص کارها؛ t : شاخص مهارت ها؛ m : عامل انجام دهنده مهارت؛ I : مجموعه تمام کارهای تعمیرات پیشگیرانه؛ J_i : مجموعه تمام مهارت های لازم برای انجام کار i ؛ M : مجموعه تمام افراد انجام دهنده فعالیت ها؛ M_t : مجموعه افراد دارای مهارت t ام و صفر.

متغیرهای تصمیم و پارامترها به شرح زیر معرفی می شوند:

$y_i \in \{0,1\}$: اگر کار i ام برای زمان بندی انتخاب شود ۱ در غیر این صورت صفر است؛
 $x_{it} \in M_t$: کارگر انجام دهنده مهارت t ام از کار i ام. با توجه به اینکه مجموعه M_t دارای عدد صفر است، چنانچه فعالیت i ام زمان بندی نشده باشد $(y_i = 0)$ مقدار x_{it} صفر می گیرد، به بیان دیگر مهارت t ام از فعالیت i ام به هیچ کارگری تخصیص نمی یابد؛

p_i : درجه اولویت کار i ام؛

a_{it} : زمان لازم برای انجام مهارت t ام از فعالیت i ام؛

T_m : کل زمان در دسترس فرد m ام؛

G : یک عدد بزرگ.

مدل برنامه ریزی محدودیتی پیشنهادی به شرح زیر است:

$$\max \sum_{i \in I} p_i y_i \quad 11 \quad \text{مدل (۳)}$$

$$S.T \quad 12$$

$$\sum_{t \in J_i} x_{it} \leq G y_i \quad \forall i \in I$$

$$x_{it} \geq y_i \quad \forall t \in J_i, i \in I \quad ۱۳$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{t \in J_i} a_{it} e^{(-2(x_{it}-m))^G} \leq T_m \quad \forall m \in M \quad ۱۴$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad ۱۵$$

$$x_{it} \in M_t \quad \forall i \in I, t \in J_i \quad ۱۶$$

تابع هدف ۱۱ مجموع اهمیت کارهای زمان بندی شده را حداکثر می کند. محدودیت ۱۲ تضمین می کند اگر کار نام انتخاب نشود، آنگاه هیچ یک از مهارت های آن نیز انجام نمی شود. محدودیت ۱۳ تضمین می کند اگر کار نام انتخاب شود، آنگاه همه مهارت های آن انجام خواهد شد و محدودیت ۱۴ تضمین می کند، میزان مهارت های تخصیص داده شده به هر فرد بیشتر از کل ساعات در دسترس آن فرد نباشد. محدودیت های ۱۵ و ۱۶ دامنه متغیرها را نشان می دهد. این مدل را می توان به مدل چندمنبعی (نیروی انسانی، تجهیزات و ماشین آلات) نیز تعمیم داد، در این حالت نمادها، متغیرها و پارامترهای مدل برنامه ریزی محدودیتی چندمنبعی به شکل زیر است:

$y_i \in \{0, 1\}$: اگر کار نام برای زمان بندی انتخاب شود عدد ۱ در غیر این صورت صفر می گیرد:

$x_{it}^r \in M_t^r$: عامل انجام دهنده مهارت نام از منبع نام کار نام؛

p_i : درجه اولویت کار نام؛

a_{it}^r : زمان لازم برای انجام مهارت نام از منبع نام فعالیت نام؛

T_m^r : میزان ساعات در دسترس عامل نام از منبع نام؛

M_t^r : مجموعه عامل های دارای مهارت نام از منبع نام و صفر؛

G : یک عدد بزرگ.

مدل برنامه ریزی محدودیتی با در نظر گرفتن چندین منبع به شرح زیر است:

$$\text{Max} \sum_{i \in I} p_i y_i \quad ۱۷ \quad (\text{مدل } ۴)$$

$$S.T \quad ۱۸$$

$$\sum_{t \in J_i} x_{it}^r \leq G y_i \quad \forall i \in I, r \in R$$

$$x_{it}^r \geq y_i \quad \forall t \in J_i^r, i \in I, r \in R \quad ۱۹$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{t \in J_i} a_{it}^r e^{(-2(x_{it}^r-m))^G} \leq T_m^r \quad \forall m \in M \quad ۲۰$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad ۲۱$$

$$x_{it}^r \in M_t^r \quad \forall i \in I, t \in J_t^r, r \in R \quad ۲۲$$

به منظور اطمینان از روایی جواب مدل‌های برنامه‌ریزی محدودیتی، با استفاده از مدل‌های ریاضی به بررسی موجه بودن جواب به دست آمده از مدل‌های برنامه‌ریزی محدودیتی پرداخته می‌شود و مقدار تابع هدف و میزان استفاده از ساعات کار کارگران و تجهیزات محاسبه و درستی آن بررسی خواهد شد.

مثال عددی: مسئله زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه زیر را در نظر بگیرید.

جدول ۱. مهارت‌ها و ساعات در دسترس کارگران

کارگر (m)	مهارت ۱ t=۱	مهارت ۲ t=۲	مهارت ۳ t=۳	زمان در دسترس T _m
۱	*	*		۱۸
۲		*	*	۲۲
۳	*		*	۲۴

$M_1 = \{1, 2, 3\}$	$J_A = \{1, 2\}$	M = ۳ تعداد کارگران
$M_2 = \{1, 2, 3\}$	$J_B = \{3\}$	
$M_3 = \{1, 2, 3\}$:	
	$J_F = \{1, 3\}$	

حال این مسئله را با مدل صفرویک (مدل ۱) و مدل برنامه‌ریزی محدودیتی (مدل ۳) حل می‌کنیم.

جدول ۲. مهارت‌ها و ساعات لازم برای هر کار

کار (i)	مهارت ۱ t=۱	مهارت ۲ t=۲	مهارت ۳ t=۳	درجه اولویت P _i
A	۲	۱۰	۰	۸۸
B	۰	۰	۸	۲۲۲
C	۰	۶	۸	۲۳۲
D	۶	۵	۷	۱۲۹
E	۰	۸	۰	۶۹
F	۱۲	۰	۸	۱۱۸

در این مسئله، شش کار نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه با درجه اهمیت و اولویت متفاوت وجود دارد و انجام هر کار به سه مهارت مختلف (مکانیکی، هیدرولیکی و الکتریکی) نیاز دارد. سه نفر توانایی انجام این شش کار را دارند و هر فرد نیز از ۲ مهارت برخوردار است، اطلاعات مربوط به کارگران، ساعات کار و مهارت های لازمه هر کار در جدول های ۱ و ۲ مشاهده می شود. مدل زمان بندی صفرویک تک منبعی (مدل ۱) به ازای مثال فوق بدین شرح است:

$$MaxZ = 11w_A + 22w_B + 23w_C + 12w_D + 6w_E + 11w_F \quad (مدل ۵)$$

$$y_{A1} + y_{A2} = w_A, \quad y_{A2} + y_{A3} = w_A, \quad y_{B2} + y_{B3} = w_B$$

$$y_{C2} + y_{C3} = w_C, \quad y_{C3} + y_{C4} = w_C, \quad y_{D1} + y_{D3} = w_D$$

$$y_{D2} + y_{D3} = w_D, \quad y_{D3} + y_{D4} = w_D, \quad y_{E1} + y_{E2} = w_E$$

$$y_{F1} + y_{F2} = w_F, \quad y_{F2} + y_{F3} = w_F$$

$$2y_{A1} + 1y_{A2} + 6y_{C2} + 6y_{D1} + 5y_{E1} + 8y_{F1} + 12y_{F2} \leq 18$$

$$1y_{A2} + 8y_{B2} + 6y_{C2} + 8y_{C3} + 5y_{D2} + 7y_{D3} + 8y_{E2} + 8y_{F2} \leq 22$$

$$2y_{A2} + 8y_{B3} + 8y_{C3} + 6y_{D2} + 7y_{D3} + 12y_{F2} + 8y_{F3} \leq 24$$

$$w_i = 0, 1 \quad \forall i \in I; \quad y_{ijm} = 0, 1 \quad \forall i \in I, m \in M, j \in J$$

همچنین نحوه مدل سازی برنامه ریزی محدودیتی تک منبعی (مدل ۳) به صورت زیر است.

$$MaxZ = 11w_A + 22w_B + 23w_C + 12w_D + 6w_E + 11w_F \quad (مدل ۶)$$

S.T

$$x_{A1} + x_{A2} \leq Gy_A, x_{B2} \leq Gy_B, x_{C2} + x_{C3} \leq Gy_C$$

$$x_{D1} + x_{D2} + x_{D3} \leq Gy_D, x_{E2} \leq Gy_E, x_{F1} + x_{F2} \leq Gy_F$$

$$x_{A1} \geq y_A, x_{A2} \geq y_A, x_{B2} \geq y_B$$

$$x_{C2} \geq y_C, x_{C3} \geq y_C, x_{D1} \geq y_D, x_{E2} \geq y_E, x_{F1} \geq y_F, x_{F2} \geq y_F$$

$$2e^{-(x_{A1}-1)} + 6e^{-(x_{D1}-1)} + \dots + 8e^{-(x_{E2}-1)} \leq 18$$

$$1e^{-(x_{A2}-2)} + 6e^{-(x_{C2}-2)} + \dots + 8e^{-(x_{F2}-2)} \leq 22$$

$$2e^{-(x_{A2}-3)} + 6e^{-(x_{D1}-3)} + \dots + 8e^{-(x_{F2}-3)} \leq 24$$

$$y_i \in \{0, 1\}, x_{it} \in M_i \quad \forall i \in I, t \in J_i$$

مثال دیگری نیز با دو منبع برای مدل زمان بندی صفرویک چندمنبعی (مدل ۲) و برنامه ریزی محدودیتی چندمنبعی (مدل ۴) طراحی شده است. در این مسئله برای انجام فعالیت های PM، علاوه بر نیروی انسانی، به تجهیزاتی (لیفتراک) با قابلیت های ویژه نیاز خواهد بود. مهارت های هر فرد و قابلیت های هر یک از تجهیزات در جدول های ۳ و ۴ آمده است.

جدول ۳. نوع مهارت ها و ساعات در دسترس نیروی کار

کارگر	مهارت ۱ (مکانیکی)	مهارت ۲ (هیدرولیک)	مهارت ۳ (الکتریکی)	زمان کار در دسترس
فرد ۱	*	*		۱۸
فرد ۲		*	*	۲۲
فرد ۳	*		*	۲۴

$M_1^1 = \{0, 1, 3\}$	$J_A^1 = \{1, 2\}$
$M_2^1 = \{0, 1, 2\}$	\vdots
$M_3^1 = \{0, 2, 3\}$	$J_F^1 = \{1, 3\}$

جدول ۴. نوع تجهیزات و ساعات در دسترس هر تجهیز

تجهیز	جابه جایی با ارتفاع ۲ متر	جابه جایی با ارتفاع ۳ متر	چرخش	زمان کار در دسترس
لیفتراک ۱	*			۱۰
لیفتراک ۲	*	*	*	۱۵
لیفتراک ۳	*		*	۱۵

$M_1^2 = \{0, 1, 2, 3\}$	$J_A^2 = \{2\}$
$M_2^2 = \{0, 2\}$	\vdots
$M_3^2 = \{0, 2, 3\}$	$J_F^2 = \{1\}$

اطلاعات مربوط به کارهای PM (ساعات کار، مهارت ها و تجهیزات) در جدول ۵ آمده است.

جدول ۵. نوع مهارت‌ها و قابلیت‌های کارهای تعمیراتی و درجه اولویت هر یک

درجه اولویت	ساعات لازم برای مهارت‌های کارکنان			ساعات لازمه قابلیت تجهیزات			کار تعمیراتی
	مهارت ۱ (مکانیکی)	مهارت ۲ (هیدرولیک)	مهارت ۳ (الکتریکی)	جابجایی با ارتفاع ۲ متر	جابجایی با ارتفاع ۳ متر	چرخش	
۸۸	۲	۱۰	۰	۱۰			A
۲۲۲	۰	۰	۸	۸			B
۲۳۲	۰	۶	۸	۶	۶	۶	C
۱۲۹	۶	۵	۷	۵			D
۶۹	۰	۸	۰	۵		۵	E
۱۱۸	۱۲	۰	۸	۸			F

با توجه به مثال فوق، مدل زمان بندی صفرویک چندمنبعی (مدل ۲) به‌ازای مثال فوق به شکل مدل ۷ است:

$$MaxZ = 88w_A + 222w_B + 232w_C + 129w_D + 69w_E + 118w_F \quad (\text{مدل ۷})$$

S.T

$$y_{A11}^1 + y_{A12}^1 = w_A, y_{A21}^1 + y_{A22}^1 = w_A, y_{A31}^1 = w_A$$

$$y_{B21}^1 + y_{B22}^1 = w_B, y_{B31}^1 + y_{B32}^1 + y_{B33}^1 = w_B$$

$$y_{C21}^1 + y_{C22}^1 = w_C, y_{C23}^1 + y_{C24}^1 = w_C, y_{C31}^1 + y_{C32}^1 + y_{C33}^1 = w_C, y_{C34}^1 + y_{C35}^1 = w_C$$

$$y_{D11}^1 + y_{D12}^1 = w_D, y_{D21}^1 + y_{D22}^1 = w_D, y_{D23}^1 + y_{D24}^1 = w_D, y_{D31}^1 = w_D$$

$$y_{E21}^1 + y_{E22}^1 = w_E, y_{E62}^2 + y_{E63}^2 = w_E$$

$$y_{F11}^1 + y_{F12}^1 = w_F, y_{F22}^1 + y_{F23}^1 = w_F, y_{F31}^1 + y_{F32}^1 + y_{F33}^1 = w_F$$

$$2y_{A11}^1 + 10y_{A21}^1 + 6y_{C21}^1 + 6y_{D11}^1 + 5y_{D21}^1 + 8y_{E21}^1 + 12y_{F11}^1 \leq 18$$

$$10y_{A22}^1 + 8y_{B22}^1 + 6y_{C22}^1 + 8y_{C23}^1 + 5y_{D22}^1 + 7y_{D23}^1 + 8y_{E22}^1 + 8y_{F22}^1 \leq 22$$

$$2y_{A23}^1 + 8y_{B23}^1 + 8y_{C23}^1 + 6y_{D23}^1 + 7y_{D24}^1 + 12y_{F23}^1 + 8y_{F24}^1 \leq 24$$

$$8y_{B31}^1 + 6y_{C31}^1 + 8y_{F31}^1 \leq 10$$

$$۱۰y_{A\delta\tau}^{\tau} + ۸y_{B\epsilon\tau}^{\tau} + ۶y_{C\phi\tau}^{\tau} + ۶y_{C\phi\tau}^{\tau} + ۵y_{D\delta\tau}^{\tau} + ۵y_{E\epsilon\tau}^{\tau} + ۸y_{F\phi\tau}^{\tau} \leq ۱۵$$

$$۸y_{B\epsilon\tau}^{\tau} + ۶y_{C\phi\tau}^{\tau} + ۶y_{C\phi\tau}^{\tau} + ۵y_{E\epsilon\tau}^{\tau} + ۸y_{F\phi\tau}^{\tau} \leq ۱۵$$

$$w_i = ۰, \forall i \in I \quad ; \quad y_{itm}^r = ۰, \forall i \in I, m \in M_t^r, t \in J_i^r, r \in R$$

مدل برنامه‌ریزی محدودیتی چند منبعی (مدل ۴) برای مثال فوق به صورت زیر است.

$$MaxZ = ۸۸w_A + ۲۲۲w_B + ۲۳۲w_C + ۱۲۹w_D + ۶۹w_E + ۱۱۸w_F \quad (\text{مدل ۸})$$

S.T

$$x_{A1}^1 + x_{A\tau}^1 + x_{A\tau}^{\tau} \leq Gy_A, x_{B\tau}^1 + x_{B1}^{\tau} \leq Gy_B, x_{C\tau}^1 + x_{C\tau}^1 + x_{C\tau}^{\tau} \leq Gy_C$$

$$x_{D1}^1 + x_{D\tau}^1 + x_{D\tau}^1 + x_{D1}^{\tau} \leq Gy_D, x_{E\tau}^1 + x_{E\tau}^{\tau} \leq Gy_E, x_{F1}^1 + x_{F\tau}^1 + x_{F1}^{\tau} \leq Gy_F$$

$$x_{A1}^1 \geq y_A, x_{A\tau}^1 \geq y_A, x_{A\tau}^{\tau} \geq y_A, x_{B\tau}^1 \geq y_B, x_{B1}^{\tau} \geq y_B$$

$$x_{C\tau}^1 \geq y_C, x_{C\tau}^1 \geq y_C, x_{C1}^{\tau} \geq y_C, x_{C\tau}^{\tau} \geq y_C$$

$$x_{D1}^1 \geq y_D, x_{D\tau}^1 \geq y_D, x_{D\tau}^1 \geq y_D, x_{D1}^{\tau} \geq y_D$$

$$x_{E\tau}^1 \geq y_E, x_{E\tau}^{\tau} \geq y_E, x_{F1}^1 \geq y_F, x_{F\tau}^1 \geq y_F, x_{F1}^{\tau} \geq y_F$$

$$۲e^{-(x_{A1}^1-1)^G} + ۶e^{-(x_{D1}^1-1)^G} + \dots + ۸e^{-(x_{E\tau}^1-1)^G} \leq ۱۸$$

$$۱۰e^{-(x_{A\tau}^1-2)^G} + ۶e^{-(x_{C\tau}^1-2)^G} + \dots + ۸e^{-(x_{F\tau}^1-2)^G} \leq ۲۲$$

$$۲e^{-(x_{A1}^1-3)^G} + ۶e^{-(x_{D1}^1-3)^G} + \dots + ۸e^{-(x_{F\tau}^1-3)^G} \leq ۲۴$$

$$۸e^{-(x_{B1}^1-1)^G} + ۶e^{-(x_{C1}^1-1)^G} + ۸e^{-(x_{F1}^1-1)^G} \leq ۱۰$$

$$۱۰e^{-(x_{A\tau}^1-2)^G} + ۸e^{-(x_{B1}^1-2)^G} + \dots + ۸e^{-(x_{F1}^1-2)^G} \leq ۱۵$$

$$۸e^{-(x_{B1}^1-3)^G} + ۶e^{-(x_{C1}^1-3)^G} + \dots + ۵e^{-(x_{E\tau}^1-3)^G} \leq ۱۵$$

$$y_i \in \{۰, ۱\} \quad \forall i \in I \quad ; \quad x_{it}^r \in M_t^r \quad \forall i \in I, t \in J_i^r$$

یافته‌های پژوهش

جواب بهینه مدل زمان بندی صفرویک تک‌منبعی (مدل ۵) برابر با ۷۴۰ است و کارهای A، B، C، D و E برای انجام انتخاب می‌شوند. بهترین جواب مدل برنامه‌ریزی محدودیتی تک‌منبعی (مدل ۶) با جواب بهینه مدل صفرویک برابر است. جواب بهینه در جدول ۶ آورده شده است، اعداد داخل سلول‌های جدول، کارگری است که هر مهارت از هر فعالیت را انجام می‌دهد.

جدول ۶. جواب بهینه مدل برنامه ریزی صفرویک و مدل برنامه ریزی محدودیتی

فعالیت	مهارت ۱ (مکانیکی)	مهارت ۲ (هیدرولیک)	مهارت ۳ (الکتریکی)
A	کارگر ۳	کارگر ۱	.
B	.	.	کارگر ۳
C	.	کارگر ۲	کارگر ۲
D	کارگر ۳	۲	کارگر ۳
E	.	کارگر ۱	.

برای حل مدل های برنامه ریزی محدودیتی از نرم افزار IBM ILOG CPLEX استفاده شده است. این نرم افزار برای حل مدل از الگوریتم عقب گرد استفاده می کند، همچنین برای کاهش فضای جست و جو به کمک الگوریتم های انتشار محدودیت، دو رویکرد کاهش دامنه متغیرها قبل از شروع جست و جو و حین عملیات جست و جو را به کار می برد. مقدار بهینه مدل زمان بندی صفرویک چندمنبعی (مدل ۷) برابر با ۷۰۱ به دست آمده است و کارهای A, B, C, D و F برای انجام انتخاب می شوند. بهترین جواب به دست آمده برای مدل برنامه ریزی محدودیتی چندمنبعی (مدل ۸) با جواب بهینه مدل صفرویک برابر است؛ جواب بهینه در جدول ۷ مشاهده می شود.

جدول ۷. جواب بهینه مدل ها با منابع چندگانه

فعالیت	مهارت ۱ (مکانیکی)	مهارت ۲ (هیدرولیک)	مهارت ۳ (الکتریکی)	جابه جایی با ارتفاع ۲ متر	جابه جایی با ارتفاع ۳ متر	چرخش
B		کارگر ۳	کارگر ۳	لیفتراک ۳		
C		کارگر ۲	کارگر ۳	لیفتراک ۳		لیفتراک ۲
D	کارگر ۱	کارگر ۲	کارگر ۳	لیفتراک ۲		
F	کارگر ۱		کارگر ۲	لیفتراک ۱		

شایان ذکر است، پس از حل مدل برنامه ریزی محدودیتی، چندین راه حل به دست می آید که همه این جواب ها لزوماً بهینه نیستند، راه حل های ذکر شده در جدول های قبل، بهترین جواب به دست آمده پس از پایان جست و جو بوده است.

نتیجه گیری و پیشنهادها

پژوهش های انجام گرفته در زمینه تعمیرات و نگهداری به دو دسته مدل های بهینه سازی و روش های حل مدل های بهینه سازی، تفکیک می شود. در سال های اخیر، برای حل مدل های مربوط به مسائل زمان بندی از روش های هوش مصنوعی استفاده شده است. در این مقاله دو

مدل زمان‌بندی نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، برگرفته از کارهای پیشین ارائه شد. این مدل‌ها مسائل تک‌منبعی و مسائل چندمنبعی را پوشش می‌دهند. راه‌حل‌های به‌دست‌آمده از حل دو مدل برنامه‌ریزی محدودیتی تک‌منبع و چندمنبعی، با مدل‌های مشابه برنامه‌ریزی خطی صفرویک مقایسه شدند. مدل‌های ارائه‌شده، متغیرها و محدودیت‌های کمتری نسبت به مدل صفرویک دارند، این موضوع می‌تواند در فرایند حل و یافتن جواب بهینه تأثیر داشته باشد. روش‌های به‌کاررفته در برنامه‌ریزی محدودیتی با کاهش فضای جست‌وجو قبل و هنگام عملیات جست‌وجو، موجب کاراتر شدن روند حل مسئله می‌شود. مقایسه عملکرد مدل‌ها و الگوریتم‌های مختلف برنامه‌ریزی محدودیتی با برنامه‌ریزی ریاضی با استفاده از طراحی مثال‌های مختلف و استفاده از مسائل واقعی و همچنین بررسی عملکرد نرم‌افزارهای مختلف برنامه‌ریزی محدودیتی و سهولت مدل‌سازی در آنها، می‌تواند در پژوهش‌های آتی بررسی شود.

References

- Ahire, S., Greenwood, G., Gupta, A. & Terwilliger, M. (2000). Workforce constrained Preventive Maintenance Scheduling Using Evolution Strategies. *Decision Sciences*, 31(4): 833-859.
- Allaoui, H., Lamouri, S., Artiba, A. & Aghezaf, E. (2008). Simultaneously scheduling n jobs and the preventive maintenance on the two-machine flow shop to minimize the makespan. *International Journal of Production Economics*, 112(1): 161-167.
- Apt, K. (2003). *Principles of constraint programming*. Cambridge University Press.
- Brandt, F., Bauer, R., Völker, M. & Cardeneo, A. (2013). A constraint programming-based approach to a large-scale energy management problem with varied constraints. *Journal of Scheduling*, 16(6): 629-648.
- Chen, Y., Guan, Z., Peng, Y., Shao, X. & Haseeb, M. (2010). Technology and system of constraint programming for industry production scheduling—Part I: A brief survey and potential directions. *Frontiers of Mechanical Engineering in China*, 5(4): 455-464.
- Dechter, R. & Meiri, I. (1994). Experimental evaluation of preprocessing algorithms for constraint satisfaction problems. *Artificial Intelligence*, 68(2):211-241.
- Dekker, R. (1995). On the use of operations research models for maintenance decision making. *Microelectronics Reliability*, 35(9): 1321-1331.

- El Hachemi, N., Gendreau, M. & Rousseau, L. M. (2011). A hybrid constraint programming approach to the log-truck scheduling problem. *Annals of Operations Research*, 184(1): 163-178.
- Fahle, T., Junker, U., Karisch, S. E., Kohl, N., Sellmann, M. & Vaaben, B. (2002). Constraint programming based column generation for crew assignment. *Journal of Heuristics*, 8(1): 59-81.
- Frost, D. & Dechter, R. (1999). Maintenance scheduling problems as benchmarks for constraint algorithms. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 26(1-4): 149-170.
- Hongman, G. (2007). *Preventive Maintenance Scheduling with Multi-skilled Workforce Constraints: Models, Algorithms, and Applications* (Doctoral dissertation), University of Mississippi.
- Kelbel, J. & Hanzálek, Z. (2011). Solving production scheduling with earliness/tardiness penalties by constraint programming. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 22(4): 553-562.
- Khayat, G. E., Langevin, A. & Riopel, D. (2006). Integrated production and material handling scheduling using mathematical programming and constraint programming. *European Journal of Operational Research*, 175(3):1818-1832.
- Lamprey, G., Labi, S. & Li, Z. (2008). Decision support for optimal scheduling of highway pavement preventive maintenance within resurfacing cycle. *Decision Support Systems*, 46(1): 376-387.
- Lettofský, L., Johnson, E. L. & Nemhauser, G. L. (2000). Airline crew recovery. *Transportation Science*, 34(4): 337-348.
- Mason, A. J., Ryan, D. M. & Panton, D. M. (1998). Integrated simulation, heuristic and optimisation approaches to staff scheduling. *Operations research*, 46(2): 161-175.
- Milano, M. & Wallace, M. (2006). Integrating operations research in constraint programming. *4OR*, 4(3): 175-219.
- Naderi, B., Zandieh, M. & Aminnayeri, M. (2011). Incorporating periodic preventive maintenance into flexible flowshop scheduling problems. *Applied Soft Computing*, 11(2): 2094-2101.
- Nguyen, D. & Bagajewicz, M. (2008). Optimization of preventive maintenance scheduling in processing plants. *Computer Aided Chemical Engineering*, 25: 319-324.

- Pereira, C. M., Lapa, C. M., Mol, A. C. & Da Luz, A. F. (2010). A Particle Swarm Optimization (PSO) approach for non-periodic preventive maintenance scheduling programming. *Progress in Nuclear Energy*, 52(8): 710-714.
- Perrier, N., Langevin, A. & Campbell, J. F. (2006a). A survey of models and algorithms for winter road maintenance. Part I: system design for spreading and plowing. *Computers & Operations Research*, 33(1): 209-238.
- Perrier, N., Langevin, A. & Campbell, J. F. (2006b). A survey of models and algorithms for winter road maintenance. Part II: system design for snow disposal. *Computers & Operations Research*, 33(1): 239-262.
- Ram, B. & Olumolade, M. (1987). Preventive maintenance scheduling in the presence of a production plan. *Production and Inventory Management*, 8(1): 81-9.
- Rezg, N., Chelbi, A. & Xie, X. (2005). Modeling and optimizing a joint inventory control and preventive maintenance strategy for a randomly failing production unit: analytical and simulation approaches. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 18(2-3): 225-235.
- Rossi, F., Van Beek, P. & Walsh, T. (Eds.). (2006). *Handbook of constraint programming*. USA, Elsevier.
- Rossi, R., Tarim, S. A., Hnich, B. & Prestwich, S. (2012). Constraint programming for stochastic inventory systems under shortage cost. *Annals of Operations Research*, 195(1): 49-71.
- Scarf, P. A. (1997). On the application of mathematical models in maintenance. *European Journal of operational research*, 99(3):493-506.
- Suryadi, H. & Papageorgiou, L. G. (2004). Optimal maintenance planning and crew allocation for multipurpose batch plants. *International journal of production research*, 42(2): 355-377.
- Wang, H. (2002). A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European journal of operational research*, 139(3): 469-489.
- Wang, S. & Yu, J. (2010). An effective heuristic for flexible job-shop scheduling problem with maintenance activities. *Computers & Industrial Engineering*, 59(3): 436-447.
- Zhou, X., Xi, L. & Lee, J. (2009). Opportunistic preventive maintenance scheduling for a multi-unit series system based on dynamic programming. *International Journal of Production Economics*, 118(2): 361-366.