

کاربرد تابع سینوسی برای مدل سازی منحنی شیردهی گاوهای هلشتاین و مقایسه آن با توابع وود و دایجکسترا در یک گله گاو هلشتاین

سمیه لطفی^۱، رضا لطفی^{۲*}، علی وحیدیان کامیاد^۳ و همایون فرهنگ فر^۴
۱. دانشجوی دکتری تخصصی، دانشکده علوم ریاضی دانشگاه گیلان، ۲. دانشجوی دکتری تخصصی،
دانشکده کشاورزی دانشگاه فردوسی مشهد، ۳. استاد گروه ریاضی کاربردی دانشکده علوم ریاضی دانشگاه
فردوسی مشهد، ۴. استاد گروه علوم دامی دانشکده کشاورزی دانشگاه بیرجند
(تاریخ دریافت: ۹۰/۵/۲۶ - تاریخ تصویب: ۹۰/۱۲/۱۰)

چکیده

هدف از این تحقیق استفاده از تابع سینوسی (تابع جدید) برای برازش منحنی شیردهی و مقایسه عملکرد آن با توابع وود و دایجکسترا بود. در این مطالعه از ۳۲۲۳۳ رکورد تولید شیر روزانه ۹۳ رأس گاو هلشتاین شکم اول که بین شهریورماه ۸۷ تا تیرماه ۸۸ زایش داشته‌اند، استفاده شد. تولید واقعی شیر هر گاو در هر روز و تولید واقعی هر دام در کل دوره شیردهی موجود بود. از نرم افزار ریاضی MATLAB برای برازش مدل‌ها استفاده شد. در نرم افزار MATLAB داده‌ها با روش Trust-Region برازش داده شد. سپس از آماره‌های مجموع مربعات خطا، ریشه میانگین مربعات خطا، و ضریب تبیین به دست آمده از برازش مدل‌ها برای مقایسه آنها استفاده شد. همچنین اجزای شیردهی نیز با روابط ریاضی محاسبه شدند. از نرم افزار آماری SAS و از رویه مدل مختلط با در نظر گرفتن اثر تصادفی گاو برای مقایسه آماره‌ها و اجزای شیردهی مربوط به هر یک از مدل‌ها، استفاده شد. نتایج برازش توابع نشان داد که تابع سینوسی قادر به برازش رکوردهای تولید شیر روزانه و توصیف منحنی شیردهی بود. نتایج ارزیابی آماری نشان داد که تفاوت معنی داری بین شایستگی برازش مدل‌ها وجود دارد ($P < 0/01$) و بهترین برازش‌ها را تابع سینوسی و وود داشتند. همچنین اثر تصادفی گاو نیز ($P < 0/01$) که نشان دهنده متغیر بودن پاسخ هر دام به تابع برازش شده است، معنی دار بود. تمامی مقادیر اجزای شیردهی برآورد شده با تابع سینوسی از نظر عددی مشابه مقادیر اجزای برآورد شده با دو مدل رایج (تابع وود و دایجکسترا) بود. نتایج نشان داد که تابع ساده سینوسی شایستگی بالایی برای برازش رکوردهای روزانه تولید شیر گاوها و تعیین تداوم شیردهی داشت. پارامترهای این تابع توجه بیولوژیکی داشتند و هر یک از پارامترها نشان دهنده بخش خاصی از منحنی شیردهی است. اما در عین حال هیچ کدام از توابع شیردهی توانایی انجام بهترین برازش در ۳۰ روز اول شیردهی را ندارند.

کلیدواژگان: تابع سینوسی، رکوردهای روزآزمون، گاو هلشتاین، منحنی شیردهی.

مقدمه

صفات تکراردار در طول زمان محسوب می گردند. صفت تولید شیر روزانه در طول یک دوره شیردهی گاوهای شیری نیز صفتی تکراردار است که در طی زمان تغییر می کند (Farhnagfar et al., 2008). به نمودار حاصل از روند تولید شیر در طول دوره شیردهی، منحنی شیردهی گویند که عبارت از توصیف نموداری رابطه بین

بسیاری از صفاتی که در پرورش دام و طیور اهمیت اقتصادی دارند در طول زمان تغییر می کنند. صفاتی همچون میزان رشد یا وزن در دام‌های پرواری، تولید تخم مرغ در هفته‌های گوناگون تخم گذاری در ماکیان، و شمارش سلول‌های سوماتیک در ورم پستان از نمونه

و می‌توان معرف دسته جدید از توابع ریاضی برای مدل‌سازی منحنی شیردهی باشد.

مدل‌ها و توابع ریاضی متعدد برای توصیف منحنی شیردهی گاوهای شیری وجود دارد که دربرگیرنده مدل‌های تجربی ساده (مانند مدل وود^۱) تا مدل‌های مکانیستیک^۲ که منحنی شیردهی را براساس بیولوژی شیردهی توصیف می‌کنند (مانند مدل دایجکسترا^۳)، هستند (Fathi et al., 2008). این تنوع زیاد موجود در معادلات منحنی شیردهی در تحقیقات گوناگون، به دلیل جستجو برای یافتن تابعی مناسب و کاربردی است. همچنین برای حل برخی از این توابع نیاز به استفاده از روش رگرسیون غیر خطی است که به علت زیادبودن تعداد پارامترها و داده‌های لازم برای برآورد پارامترها، از نظر محاسباتی پیچیده هستند.

به‌طور کلی توابعی برای توصیف منحنی شیردهی ارائه شده است که تشخیص بهترین آنها برای مطالعه منحنی شیردهی دام‌ها به نظر لازم می‌آید. پس هدف از تحقیق حاضر، معرفی تابع سینوسی به‌عنوان تابع جدید در مدل‌سازی منحنی شیردهی گاو هلشتاین و مقایسه عملکرد آن با تابع وود (رایج‌ترین مدل) و تابع دایجکسترا (مدلی براساس بیولوژی شیردهی) برای تخمین پارامترها و اجزای شیردهی گاوهای شیری هلشتاین است.

مواد و روش‌ها

رکوردهای استفاده‌شده

در این مطالعه از ۳۲۲۳۳ رکورد تولید شیر روزآزمون ۹۳ رأس گاو هلشتاین شکم اول که بین شهریور ماه ۸۷ تا اردیبهشت ماه ۸۸ زایش داشته‌اند، استفاده گردید. رکوردهای تولید شیر هر دام از روز ۷ شیردهی تا پایان دوره شیردهی موجود بود. از رکوردهای میزان تولید شیر وعده‌های شیردوشی ظهر، شب، و صبح روزانه گاوها که با سیستم شیردوشی متاترون در رایانه ثبت و نگهداری شده بود، استفاده شد. خلاصه آماری داده‌ها در جدول ۱ نشان داده شده است. میانگین مقدار شیر اولیه

تغییرات تولید شیر و زمان است. منحنی شیردهی گاو معمولاً دارای یک مرحله افزایشی و یک مرحله کاهش است. به‌طور کلی سرعت افزایش تولید شیر در مرحله افزایشی شیب، سرعت کاهش تولید شیر در مرحله کاهش شیب، و ارتفاع منحنی در زمان اوج تولید، میزان کل شیر تولیدی یک دوره شیردهی را تعیین می‌کند (Schmidt et al., 1988).

منحنی شیردهی تحت تأثیر دو سازوکار فیزیولوژیک به‌هم‌پیوسته یعنی رشد سلولی و مرگ آنهاست. افزایش در تولید شیر در اوایل شیردهی را می‌توان به افزایش در میزان ترشح هر سلول نسبت داد که به‌طور تخصصی با افزایش جریان شیر از سرتاسر غده پستان مرتبط است. از سویی دیگر، کاهش در ترشح شیر بعد از اوج تولید را می‌توان به علت مرگ سلول‌های ترشح‌کننده شیر و نیز تغییرات هورمونی دانست (Val-Arreola et al., 2004). این منحنی نشان‌دهنده کارایی بیولوژیکی حیوان و وسیله‌ای برای انتخاب و مدیریت تغذیه است (Grossman & Koops, 1988; Moradi Shahrabak, 2000). امروزه از اطلاعات و پارامترهای منحنی شیردهی برای انجام تصمیمات مدیریتی استفاده می‌شود (Moradi Shahrabak, 2000). همچنین از تابع توصیف‌کننده منحنی شیردهی می‌توان برای انتخاب و برنامه‌های اصلاح نژادی (Brown et al., 1977) و شبیه‌سازی سامانه پرورش گاو شیری (Ferris et al., 1985) استفاده کرد.

به‌طور کلی هدف از بررسی منحنی شیردهی، پیش‌بینی میزان تولید در هر روز، هفته، و ماه شیردهی با حداقل اشتباه در حضور عوامل محیطی است (Atashi et al., 2003)، بنابراین توابع ریاضی بسیاری برای توصیف شکل منحنی شیردهی پیشنهاد شده است. تاکنون ۵ دسته متفاوت از توابع ریاضی برای برازش منحنی شیردهی استفاده شده است. این توابع شامل توابع چندجمله‌ای، ترکیب توابع چندجمله‌ای با دیگر توابع، توابع نمایی، توابع گاما، و مدل‌های چندفازی اشاره کرد. در زمان حاضر ۳۵ تابع از این توابع استخراج شده است و برای مدل‌سازی منحنی شیردهی گاوهای شیری به‌کار می‌رود (France & keberab, 2008). شایان ذکر است تابع سینوسی در هیچ کدام از این دسته‌ها قرار نمی‌گیرد

1. Wood
2. Mechanistic
3. Dijkstra

مطالعه فقط در این گله تعمیم‌پذیر است. از این رو نیاز به تحقیقات بیشتر با استفاده از رکوردهای به‌دست‌آمده از گله‌های دیگر احساس می‌شود، با وجود این چنین رکوردهای (روزآزمون) به سهولت در دسترس نیست.

در روز ۷ شیردهی برابر با ۲۷/۵ کیلوگرم در روز بود. همچنین میانگین و انحراف معیار تعداد روزهای شیردهی دام‌های استفاده‌شده در این مطالعه برابر با ۶۸/۶ ± ۳۴۶/۶ بود. باید بیان کرد چون این اطلاعات مربوط به یک گله هستند نتایج به‌دست‌آمده در این

جدول ۱. میانگین و انحراف معیار تولید شیر ماهیانه (Kg) در طول دوره شیردهی

ماه شیردهی									
اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	دهم
۳۱/۲۵	۳۶/۱	۳۶/۳	۳۷/۱۱	۳۶/۴۳	۳۵/۹	۳۴/۷	۳۴/۲	۳۱/۷	۲۹/۸
۵/۶۵	۵/۱۱	۵/۱۱	۴/۷۸	۴/۹	۴/۵۶	۴/۸۳	۴/۶۱	۵/۱۳	۵/۷۳
۲۰۱۶	۲۶۳۱	۲۵۸۷	۲۴۴۵	۲۴۸۲	۲۴۰۷	۲۴۰۶	۲۶۷۳	۲۶۸۱	۲۲۶۷

توابع استفاده‌شده و برازش آنها

در این تحقیق از توابع سینوسی، وود، و دایجکسترا برای برازش منحنی شیردهی استفاده گردید. با نرم‌افزار MATLAB توابع با رکوردهای روزآزمون تولید شیر انفرادی هر گاو برازش داده شد و در هر بار برازش پارامترهای هر مدل و آماره‌های مربوط به آن برآورد گردید. شایان ذکر است در برازش انفرادی هر تابع برای هر گاو تخمین پارامترهای غیر طبیعی وجود دارد که ۵ رأس دام در این مرحله به علت تخمین پارامترهای غیرطبیعی حذف شد. روش کار برنامه مذکور بدین ترتیب بود که در مرحله اول رکوردهای روزآزمون تولید شیر، زمان رکوردگیری (روز شیردهی هر حیوان)، و شماره دام از فایل ورودی برنامه خوانده می‌شد. در مرحله بعد پارامترها و آماره‌ها هر تابع برای هر حیوان برآورد می‌شد و در فایل خروجی به همراه شماره حیوان مربوط چاپ می‌گردید.

در نرم‌افزار MATLAB داده‌ها با روش Trust-Region برازش داده شد. این روش الگوریتمی است که در آن می‌توان برای مقادیر پارامترهای هر یک از مدل‌ها محدودیت قائل شد. این روش قادر است مسائل غیر خطی مشکل را به مراتب بهتر از سایر روش‌ها حل کند (Curve Fitting Toolbox User's Guide For Use) (with MATLAB, 2001).

تابع سینوسی

این تابع برای برازش توابع متناوب به کار برده می‌شود و در حالت کلی به‌صورت رابطه ۱ است:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i \sin(b_i x + c_i) \quad \text{(رابطه ۱)}$$

که در آن f(x) برابر با مقدار شیر در هر روز شیردهی، و n برابر با تعداد جملات به‌کاررفته برای مدل‌سازی است (Curve Fitting Toolbox User's Guide For Use with MATLAB, 2001). در این مطالعه n=1 است. استفاده از جمله اول (n=1) وجود یک اوج تولید شیر در منحنی شیردهی است، که می‌توان به‌صورت رابطه ۲ نشان داد:

$$f(x) = a \sin(bx + c) \quad \text{(رابطه ۲)}$$

در معادله فوق a نشان‌دهنده دامنه (مقدار شیر تولیدی در اوج تولید)، b پارامتری در ارتباط با تعداد روزهای یک دوره شیردهی (رابطه معکوس)، و c پارامتری در ارتباط با روز شروع شیردهی (تعیین‌کننده روز شروع یک دوره شیردهی و همیشه برابر با روز اول (عدد ۱) شیردهی است) است.

تابع وود

این تابع توسط وود در سال ۱۹۶۷ پیشنهاد گردید. در بین توابع ارائه‌شده برای توصیف شکل منحنی شیردهی، تابع وود از توابع کاربردی است (Wood, 1967).

این تابع حداقل تعداد پارامتر را دارد، تفسیر بیولوژیکی معنی‌دار و قابل قبولی دارد و دارای عمومیت زیادی است (Tekerli et al., 2000; Val-Arreola et al., 2004). تابع آن به‌صورت رابطه ۳ است:

مجموع مربعات خطا^۱

برآوردی بر مبنای n-2 درجه آزادی از واریانس انحراف از رگرسیون را در اختیار قرار می‌دهد (Rezaee & Soltanei, 2002). تعریف ریاضی این آماره به صورت رابطه ۵ است:

$$SSE = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - y_1)^2 \quad (\text{رابطه ۵})$$

ریشه میانگین مربعات خطا^۲

از مجذور تقسیم مجموع مربعات خطا بر درجه آزادی آن، ریشه مربعات خطا به دست می‌آید (Rezaei & Soltanei, 2002). تعریف ریاضی این آماره به صورت رابطه ۶ است:

$$RMSE = s = \sqrt{MSE} \quad (\text{رابطه ۶})$$

ضریب تبیین^۳

ضریب تبیین به عنوان معیار صحت مدل به کار برده می‌شود و بیان‌کننده میزان برازش داده‌ها از طریق یک مدل رگرسیونی است (Rezaei & Soltanei, 2002). تعریف ریاضی این آماره به صورت رابطه ۷ است:

$$R - \text{square} = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad (\text{رابطه ۷})$$

که در آن SSR برابر با مجموع مربعات مدل، SSE برابر با مجموع مربعات خطا، و SST برابر با مجموع مربعات کل است.

برآورد اجزای شیردهی

اجزای شیردهی شامل تولید اولیه شیر (Y_0) (کیلوگرم در روز)، زمان رسیدن به حداکثر تولید (T_m) (روز)، حداکثر تولید شیر (Y_m) (کیلوگرم در روز)، و میزان کل تولید شیر (Y_L) (کیلوگرم در طول دوره شیردهی) بود، که با روابط ریاضی به دست آمد. روابط ریاضی برای محاسبه اجزای شیردهی برای هر یک از توابع در جدول ۲ نشان داده شده است. شایان ذکر است که روابط

$$f(x) = ax^b e^{-cx} \quad (\text{رابطه ۳})$$

در معادله فوق a پارامتری در ارتباط با تولید شیر در روز اول شیردهی، b پارامتری مربوط به شیب مرحله افزایشی، و c پارامتری در ارتباط با شیب مرحله کاهش منحنی شیردهی است.

تابع دایجکسترا

این تابع را دایجکسترا در سال ۱۹۹۷ پیشنهاد کرد. این مدل مکانیستیک که منحنی شیردهی را براساس بیولوژی شیردهی یعنی توصیف مکانیسم فیزیولوژیک بهم‌پیوسته رشد و مرگ سلولی غدد پستان تشریح می‌کند. معادله دایجکسترا معادله‌ای جبری چهارپارامتری است (Dijkstra et al., 1997). که شکل کلی آن به صورت رابطه ۴ است:

$$f(x) = a \exp \left[\left(\frac{b}{c} \right) (1 - e^{-cx}) - dx \right] \quad (\text{رابطه ۴})$$

در معادله ۴ پارامتر a نشان‌دهنده تعداد سلول در ابتدای شیردهی (برحسب میلی‌گرم)، b نشان‌دهنده نرخ تکثیر سلول (در روز)، c نشان‌دهنده پارامتر تجزیه‌پذیری در طول دوره شیردهی (در روز)، و d نشان‌دهنده نرخ مرگ سلولی (در روز) است (Dijkstra et al., 1997). شایان ذکر است که پارامتر اولیه برای این مدل استفاده نگردید.

آماره‌های شایستگی توابع

به منظور مقایسه و ارزیابی توابع، معیارها، و آماره‌های گوناگونی ارائه شده است. در این مطالعه، این آماره‌ها شامل مجموع مربعات خطا، ریشه میانگین مربعات خطا، و ضریب تبیین بود (Rezaei & Soltanei, 2002). شایان ذکر است، برای مقایسه بین توابع باید معیاری را استفاده کرد که مقیاس اندازه‌گیری مشاهدات در آن اثری نداشته باشد. بنابراین ضریب تبیین مهم‌ترین معیار برای ارزیابی و تعیین میزان شایستگی است (Atashi et al., 2003).

1. Error Sum of Square

2. Root Mean Square Error

3. Coefficient of Determination

می‌گیریم. برای به‌دست‌آوردن Y_m در توابع به‌جای زمان، T_m قرار می‌دهیم. برای به‌دست‌آوردن Y_0 در توابع به‌جای زمان، صفر قرار می‌دهیم.

ریاضی (جدول ۲) از طریق حل معادلات ریاضی به‌دست آمده است. برای به‌دست‌آوردن T_m ابتدا از توابع مشتق می‌گیریم و آن‌را مساوی صفر قرار می‌دهیم. برای به‌دست‌آوردن Y_L از توابع در بازه $[0, t_f]$ انتگرال

جدول ۲. روابط ریاضی برای محاسبه اجزای شیردهی

اجزای شیردهی				
تابع	Y_0	T_m	Y_m	Y_L
تابع ۱	۰	b/c	$a(b/c)^b \exp^{-b}$	$\frac{a}{c^{b+1}} \gamma(b+1, ct_f)$
تابع ۲	a	$(1/c) \ln(b/d)$	$a(d/b)^{d/c} \exp[(b-d)/c]$	به زیرنویس جدول مراجعه شود. ***
تابع ۳	$a \text{ sinc}$	$(1.57-c)/2$	a	$(-a/b)(\cos(bt_f + c) - \cos)$

* Y_0 : تولید اولیه شیر (کیلوگرم در روز)، T_m : زمان رسیدن به اوج تولید (روز)، Y_m : اوج تولید شیر (کیلوگرم در روز)، Y_L : میزان کل تولید شیر (کیلوگرم).
** تابع ۱، ۲، و ۳ به ترتیب برابر با تابع وود، دایجکسترا و سینوسی است.

(رابطه ۸) ***

$$Y \equiv ((t_f/6)(a + a \exp\left[\left(\frac{b}{c}\right)(1 - e^{-ct_f}) - dt_f\right]) + (a \exp\left[\left(\frac{b}{c}\right)(1 - e^{-c(t_f/2)} - d(t_f/2)\right]))$$

نتایج و بحث

برازش توابع

جدول ۳ مقادیر پارامترهای برآوردشده برای تابع راه‌مراه با خطای استاندارد میانگین هنگام استفاده از رگردهای روزانه هر دام نشان می‌دهد. این پارامترها تعیین‌کننده مقیاس و شکل منحنی شیردهی هستند. همچنین این پارامترها به علت متفاوت بودن تعاریف در هر مدل غیر قابل قیاس با یکدیگرند. همان‌طور که مشاهده می‌شود هر یک از پارامترهای تابع سینوسی تفسیر بیولوژیکی دارند. در این تابع تفسیر بیولوژیکی برای پارامتر a نشان‌دهنده دامنه (مقدار شیر تولیدی در اوج تولید)، b پارامتری در ارتباط با طول دوره شیردهی (رابطه معکوس)، و پارامتر c نشان‌دهنده روز شروع شیردهی (تقریباً برابر با روز اول شیردهی) است.

همچنین با این پارامترهای می‌توان اجزای شیردهی را محاسبه کرد. استفاده از سوابق روزانه تولید شیر شرایط بیولوژیکی و فیزیولوژیکی حیوان را به طور کامل بازگو می‌کند. بنابراین انتخاب یک مدل براساس این اطلاعات دقت بالایی دارد.

مقایسه آماری

تمام آماره‌ها و اجزای شیردهی برآوردشده طبق رویه مدل مختلط (Proc Mixed) و با نرم‌افزار آماری SAS 8.2 و طبق مدل آماری ۹ تجزیه آماری گردید (Kaps & Lamberson, 2004).

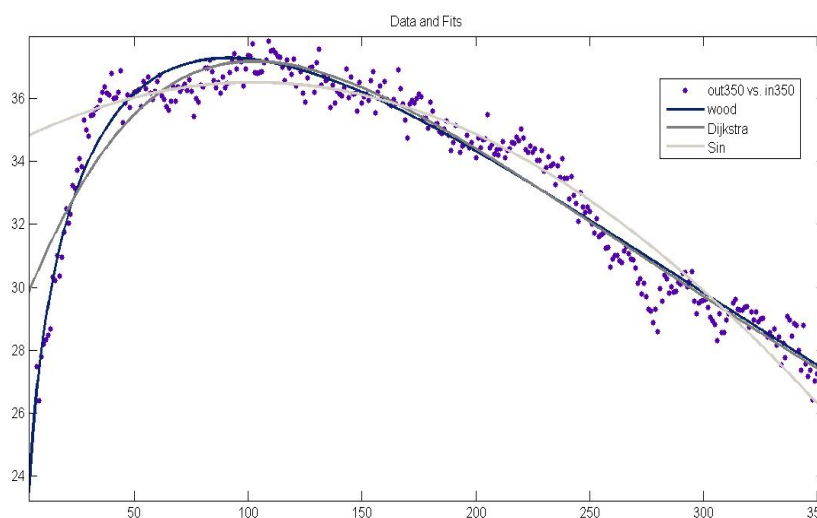
(رابطه ۹)

$$y = X\beta + Zu + \varepsilon$$

y نمایانگر بردار مشاهدات، X ماتریس طرحی که y را به β مرتبط می‌کند، β بردار اثر ثابت (اثر تیمار)، Z ماتریس طراحی که y را به u مرتبط می‌کند، u بردار اثر تصادفی (اثر تصادفی گاو) با میانگین صفر و ماتریس واریانس-کواریانس G ، و ε بردار خطاهای تصادفی با میانگین صفر و ماتریس واریانس-کواریانس R است. اثر ثابت در این مدل فقط اثر نوع تابع بود که در مدل گنجانده شده است. همچنین اثر گاو به‌عنوان اثر تصادفی در مدل گنجانده شد. شایان ذکر است مدیریت و پرورش این دام‌ها تحت شرایط یکسان بود. میانگین حداقل مربعات هر یک از آماره‌ها و اجزای شیردهی نیز با آزمون توکی مقایسه آماری شده‌اند.

جدول ۳. مقادیر پارامتر برآوردشده هر تابع با استفاده از رکوردهای روزانه هر دام (Mean \pm SE)

تابع	پارامترهای هر مدل		
	a	b	c
تابع وود	۱۶/۵۶ \pm ۰/۵۸	۰/۲۵۱ \pm ۰/۰۱	۰/۰۰۲۷ \pm ۰/۰۰۰۱
تابع دایجکسترا	۲۶/۴۸ \pm ۰/۱۷۹	۰/۰۹۸ \pm ۰/۰۱	۰/۰۰۲۹ \pm ۰/۰۰۰۷
تابع سینوسی	۳۷/۴۶ \pm ۰/۳۷	۰/۰۰۴ \pm ۰/۰۰۰۱	۱/۰۶ \pm ۰/۰۲۱



شکل ۱. منحنی‌های (توابع) حاصل از برازش داده‌ها

پاسخ هر دام به تابع برازش شده است. به عبارت دیگر، تا حدودی ژنتیک یک حیوان تعیین کننده بهتر بودن یک تابع برازش شده است. شایان ذکر است علت بالا بودن مقادیر مجموع مربعات خطا (SSE) (جدول ۴) به علت تعداد زیاد رکورد به ازای هر گاو و همچنین تنوع در تعداد روزهای شیردهی بین هر گاو است. بنابراین ضریب تبیین مهم ترین معیار برای ارزیابی و تعیین میزان شایستگی است. شکل ۱ منحنی برازش شده سه تابع با استفاده از میانگین رکوردها را نشان می دهد. شکل ۲ نیز مقدار خطای باقیمانده حاصل از برازش داده‌ها را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود مقدار خطای باقیمانده برای هر سه مدل در ۳۰ روز اول شیردهی متفاوت از دیگر روزهای شیردهی بود. یعنی توابع سینوسی، وود، و دایجکسترا توانایی انجام بهترین برازش در ۳۰ روز اول شیردهی را ندارند. این ضعف برای دیگر مدل های شیردهی (رایج و غیر رایج) نیز وجود دارد (Fathi et al., 2008).

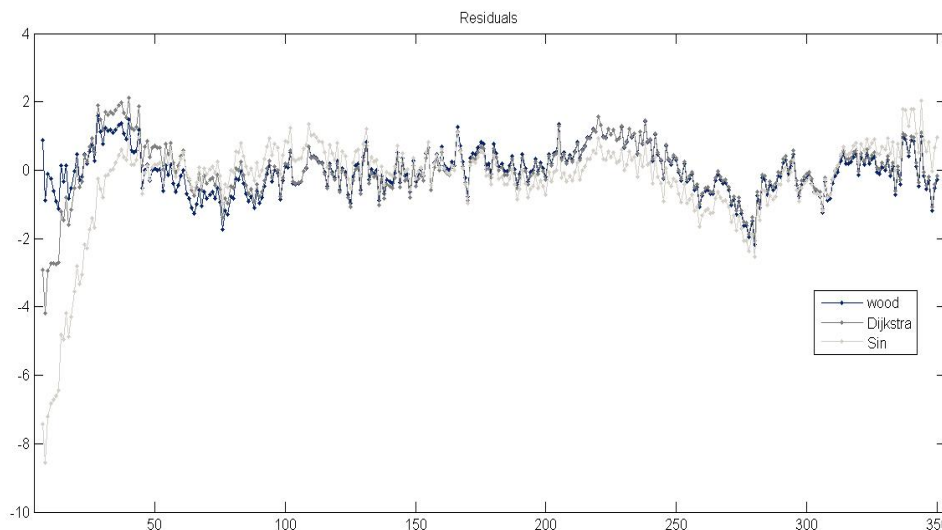
مقایسه شایستگی توابع

جدول ۴ مقادیر آماره های گوناگون به همراه خطای استاندارد میانگین برای مقایسه توابع به هنگام استفاده از رکوردهای روزانه هر دام و نیز نتایج ارزیابی آماری مدل ها را نشان داده است. همان طور که ملاحظه می شود تابع سینوسی و تابع وود در مقایسه با تابع دایجکسترا برتری آماری داشتند (جدول ۴) ($P < 0/01$). هیچ گونه اختلاف معنی داری بین تابع وود و تابع سینوسی براساس مجموع مربعات خطا، ریشه میانگین مربعات خطا، و ضریب تبیین مشاهده نگردید (جدول ۴) ($P < 0/01$). شایان ذکر است اگرچه اختلاف آماری بین آماره های تابع سینوسی و تابع وود مشاهده نگردید (جدول ۴)، تابع وود به علت برآورد تولید شیر اولیه برابر با صفر (جدول ۵) از جنبه بیولوژیکی محدودیت دارد (Fathi et al., 2008). همچنین این محققان در تحقیق خود نشان دادند تابع دایجکسترا خطا در برآورد اجزای شیردهی نیز دارد. اثر تصادفی گاو برای تمامی آماره‌ها معنی دار بود ($P < 0/01$)، که نشان دهنده متغیر بودن

جدول ۴. مقایسه شایستگی برازش توابع گوناگون با استفاده از رکوردهای روزانه هر دام (Mean ±SE)

آماره‌ها			نام تابع
R-square	RMSE	SSE	
^a ۰/۸۵±۰/۰۲۴	^a ۱/۵۰±۰/۱۵	^a ۱۴۰۹/۴±۲۴۷/۷	تابع وود
^b ۰/۷۱±۰/۰۲۶	^b ۲/۴۳±۰/۱۵	^b ۲۴۸۴/۹±۲۳۲/۵	تابع دایکسترا
^a ۰/۸۷±۰/۰۲۱	^a ۱/۳۲±۰/۱۳	^a ۱۰۵۱/۵±۱۸۶/۵	تابع سینوسی
۰/۰۱۴۳	۰/۰۸۷	۱۳۳/۷۷	SEM

a و b نشان‌دهنده مقایسات آماری هستند و همچنین مقایسات آماری به صورت ستونی است. SSE مجموع مربعات خطا، RMSE ریشه میانگین مربعات خطا، R-square ضریب تبیین را نشان می‌دهد.



شکل ۲. مقدار خطای باقیمانده حاصل از برازش داده‌ها

رایج وجود ندارد (Fathi et al., 2008). اما طی پژوهشی دیگر تفاوت معنی‌داری بین شایستگی برازش توابع منحنی شیردهی رایج و غیر رایج گزارش گردید (Atashi et al., 2003).

نتایج محققان نشان‌دهنده متغییربودن پاسخ‌های هر مدل با توجه به تأثیرات محیطی است. تنوع زیاد در استفاده از معادلات منحنی شیردهی در تحقیقات گوناگون، به دلیل جستجو برای یافتن تابعی مناسب برای تجزیه و تحلیل بهتر داده‌هاست. با توجه به تنوع زیاد در شکل منحنی شیردهی حیوانات می‌توان با استفاده از تابع منحنی شیردهی خصوصیات منحنی شیردهی را برآورد کرد و تغییر شکلی در منحنی شیردهی به منظور بهبود انجام داد (Moradi Shahrabak, 2000). اما شایان ذکر است سازه‌های ژنتیکی و غیر ژنتیکی از قبیل ژنتیک دام، سن زایش، تغذیه، فصل زایش، فصل شیردهی، و آبستنی بر شکل منحنی شیردهی مؤثرند (Grossman et al., 1986; Shanks et al., 1981a &)

توابع ریاضی متفاوتی برای بررسی منحنی شیردهی و برآورد تولید در کل دوره شیردهی با استفاده از تعداد محدود رکورد (حداکثر ۱۰ تا ۲۰ رکورد در هر دوره شیردهی) پیشنهاد شده است. در طی پژوهشی، محققان تابع دایکسترا را به عنوان بهترین تابع برازش‌دهنده برای تولید شیر گاوهای شیری هلشتاین پیشنهاد کردند (Val-Arreola et al., 2004). در طی پژوهشی دیگر، محققان با برازش توابع گوناگون شیردهی، تابع علی‌شفر و لژاندر را به عنوان بهترین تابع گزارش کردند (Mehraban et al., 2008). همچنین در مطالعه‌ای دیگر، پژوهشگران با برازش توابع متفاوت شیردهی (با رکوردهای روزآزمون)، نشان دادند که تابع گامای ناقص در برآورد سطح زیر منحنی به نحو مطلوب‌تری با داده‌های تولید شیر مطابقت داشتند (Boustan et al., 2011). از سوی دیگر برخی از محققان با استفاده از توابع رایج و غیر رایج بیان کردند که تفاوت معنی‌داری بین شایستگی برازش توابع منحنی شیردهی رایج و غیر

هیچ‌گونه اختلاف معنی‌داری بین تابع وود (رایج‌ترین مدل) و تابع سینوسی مشاهده نگردید.

کاربرد توابع و برآورد اجزای شیردهی

جدول ۵ مقادیر برآورده‌شده اجزای شیردهی همراه با خطای استاندارد میانگین برای مقایسه توابع را نشان می‌دهد. این اجزا شامل تولید اولیه شیر، زمان رسیدن به اوج تولید شیر، اوج تولید شیر، و میزان کل تولید شیر است. شایان ذکر است تابع وود به‌علت برآورد تولید شیر اولیه برابر با صفر از جنبه بیولوژیکی محدودیت دارد (Fathi *et al.*, 2008). به همین دلیل مقایسه آماری بین مدل‌ها برای صفت تولید اولیه شیر انجام نگرفت. برای تمامی اجزای شیردهی بین هر سه مدل اختلاف آماری مشاهده گردید ($P < 0.01$). اثر تصادفی گاو برای تمام اجزای شیردهی معنی‌دار بود ($P < 0.01$). با توجه به مقادیر آماری توصیفی گزارش‌شده در جدول ۵ مشاهده می‌شود تمامی مقادیر اجزای برآوردشده توسط تابع سینوسی از نظر عددی منطقی و مشابه مقادیر اجزای برآوردشده دو تابع رایج (تابع وود و دایجکسترا) بود. اما باید بیان کرد هر سه تابع در برآورد تولید شیر اولیه محدودیت دارند. زیرا مقدار تولید شیر اولیه توسط تابع وود، دایجکسترا، و سینوسی به ترتیب برابر با صفر، ۲۶/۵، و ۳۲/۰۲ کیلوگرم بود. در حالی‌که مقدار شیر اولیه در روز ۱۷م شیردهی برابر با ۲۷/۵ کیلوگرم در روز بود.

1981b). همچنین باید بیان کرد عواملی همچون بیماری‌ها- که باعث ایجاد اختلال در روند تغییرات تولید شیر در طول دوره شیردهی و خارج‌شدن منحنی شیردهی از شکل عادی می‌شوند، نیز مؤثراند. بنابراین، این عوامل گوناگون سبب شد تا پژوهشگران تعیین و انتخاب تابع مناسب با شایستگی بالا را متنوع بیان کنند. که در این تحقیق تابع سینوسی و وود توابع مناسب بودند.

از سوی دیگر طی پژوهشی، محققان با برآزش شش تابع به‌ازای رکوردهای ماهیانه هر گاو به‌صورت جداگانه، ضریب تبیین برآزش رکوردهای ماهیانه گاوهای هلشتاین شکم اول، دوم، و سوم را به ترتیب ۰/۹۲، ۰/۹۴ و ۰/۹۴ گزارش کردند (Fathi *et al.*, 2008). پایین‌بودن ضریب تبیین برآزش رکوردهای ماهیانه گاوهای شکم اول عدم توانایی پوشش کامل تداوم شیردهی توسط مدل‌های رایج را نشان می‌دهد. زیرا پژوهشگران نشان دادند گاوهای شکم اول در مقایسه با گاوهای با شکم بالاتر تداوم شیردهی بهتری داشتند. اما در این مطالعه تابع سینوسی توانایی تاحدودی مناسب برای پوشش بهتر تداوم شیردهی را از خود نشان داد و می‌تواند به‌عنوان ابزاری برای انتخاب گاوهای با تدام بهتر شیردهی استفاده شود. همچنین پارامترهای این تابع توجه بیولوژیکی دارد و هر یک از پارامترها نشان‌دهنده بخش خاصی از منحنی شیردهی است. از سوی دیگر

جدول ۵. اجزای شیردهی برآوردشده با استفاده از مدل‌های گوناگون (Mean \pm SE)

اجزای شیردهی				تابع
Y_L	Y_m	T_m	Y_0	
^a ۱۱۵۹۳ \pm ۲۴۹/۳	^a ۳۸/۰۹ \pm ۰/۳۹	^b ۹۳/۵۷ \pm ۲/۴۲	۰	تابع وود
^b ۱۱۳۶۰ \pm ۲۵۰/۰۴	^a ۳۸ \pm ۰/۴۱	^a ۴۶/۱۶ \pm ۱/۷	۲۶/۵ \pm ۰/۷۹	تابع دایجکسترا
^a ۱۱۶۷۷ \pm ۲۴۹/۳	^b ۳۷/۴ \pm ۰/۳۷	^c ۱۲۲/۱ \pm ۴/۰۵	۳۲/۰۲ \pm ۰/۴۶	تابع سینوسی
۱۴۳/۸	۰/۲۲	۲/۵	---	SEM

Y_0 : تولید اولیه شیر (کیلوگرم در روز)، T_m : زمان رسیدن به اوج تولید (روز)، Y_m : اوج تولید شیر (کیلوگرم در روز)، Y_L : میزان کل تولید شیر (کیلوگرم) است.

دوم و سوم به بالا را به ترتیب ۲۶/۶، ۳۰/۳، و ۳۰/۵ گزارش کردند (Tekerli *et al.*, 2000). در پژوهشی دیگر، محققان مقدار اوج تولید شیر برای گاوهای شکم اول و سوم به بالا را به ترتیب برابر ۳۳/۵۵ و ۴۴/۴۲ کیلوگرم در روز در شرایط پرورشی آمریکا برآورد کردند (Dematawewa *et al.*, 2007). دیگر پژوهشگران نیز با

مقدار اوج تولید شیر برای گاوهای شکم اول با استفاده از تابع وود، دایجکسترا، و سینوسی به ترتیب برابر با ۳۸/۰۹، ۳۸، و ۳۷/۴۴ کیلوگرم در روز بود. طی پژوهشی، محققان با برآزش تابع گامای وود بر رکوردهای تولید شیر گاوهای هلشتاین شکم اول و دوم و سوم به بالا مقدار پیک تولید شیر گاوهای هلشتاین شکم اول و

با تداوم شیردهی مرتبط است (Moradi ShahrBabak, 2000).

به نظر می‌رسد هر چه تداوم شیردهی بیشتر باشد فاصله شروع تا اوج تولید افزایش می‌یابد و اوج تولید نیز کمتر می‌شود. این نتایج تصدیق‌کننده رفتار تابع سینوسی برای تعیین تداوم شیردهی بهتر است. اما خروجی این توابع (اجزای شیردهی) باید ارزیابی مدل شوند.

نتیجه‌گیری

مطالعه منحنی شیردهی هر گاو به‌طور جداگانه به دلایل گوناگون حائز اهمیت است. از سوی دیگر در طول این سالیان تغییرات در منحنی شیردهی و میزان تولید شیر رخ داده است. بنابراین توابعی برای توصیف منحنی شیردهی ارائه شده است که انتخاب بهترین تابع برای مطالعه منحنی شیردهی دام‌ها به نظر لازم می‌آید. نتایج این تحقیق نشان داد، پارامترهای تابع سینوسی توجیه بیولوژیکی دارد، هر یک از پارامترها نشان‌دهنده بخش خاصی از منحنی شیردهی است و هیچ‌گونه اختلاف آماری معنی‌داری با تابع وود از نظر عملکرد ندارد. بنابراین استفاده از تابع سینوسی در برنامه‌های انتخاب برای تغییر شکل منحنی شیردهی و در مدل‌های روزآزمون برای تعیین ارزش اصلاحی دام‌ها برای تولید شیر به‌علت پوشش بهتر تداوم شیردهی گاوهای شیری شکم اول توصیه می‌گردد. اما به تحقیقات بیشتر، برای کاربردی کردن این تابع نیاز است.

سپاسگزاری

از هلدینگ دامپروری سازمان اقتصادی رضوی به‌دلیل همکاری صمیمانه در اختیار قراردادن داده‌ها و اطلاعات لازم سپاسگزاری می‌شود.

برازش ۶ تابع توصیف‌کننده منحنی شیردهی مقدار اوج تولید شیر شکم اول، دوم، و سوم را به ترتیب ۳۳/۶، ۳۹/۵ و ۴۱/۸ کیلوگرم در روز بیان کردند (Fathi et al., 2008). میزان کل شیر تولیدی در طول دوره شیردهی برای گاوهای شکم اول با استفاده از تابع وود، دایجکسترا، و سینوسی به ترتیب برابر با ۱۱۵۹۳، ۱۱۳۶۰ و ۱۱۶۷۷ کیلوگرم در روز بود. طی پژوهشی، محققان تولید شیر کل را برای شکم اول، دوم، و سوم را به ترتیب ۸۶۶۳، ۱۰۲۹۳، و ۱۲۳۳۱ کیلوگرم برآورد کردند (Fathi et al., 2008).

شایان ذکر است هدف از ارائه این نتایج، نشان‌دادن افزایش تولید شیر در صنعت پرورش گاو شیری است. زمان رسیدن به اوج تولید شیر برای گاوهای شکم اول با استفاده از تابع وود، دایجکسترا، و سینوسی به ترتیب برابر با ۹۳/۵۷، ۴۶/۱۶، و ۱۲۲/۱ روز شیردهی بود. در مطالعه‌ای، محققان زمان رسیدن به اوج تولید شیر برای شکم اول و سوم به بالا را به ترتیب برابر با روز ۹۳ و ۵۴ شیردهی در شرایط پرورشی آمریکا به دست آوردند (Dematawewa et al., 2007).

دیگر پژوهشگران نیز با برازش ۶ تابع توصیف‌کننده منحنی شیردهی زمان رسیدن به اوج تولید شیر شکم اول، دوم، و سوم را به ترتیب ۶۳، ۴۶، و ۴۲ کیلوگرم در روز برآورد کردند (Fathi et al., 2008).

با توجه به نمودارهای به‌دست‌آمده برای هر دام در این مطالعه می‌توان بیان کرد که زمان رسیدن به اوج تولید شیر بین روزهای ۱۰۰ تا ۱۲۰ روز شیردهی بود که با مقدار برآوردشده توسط مدل سینوسی بیشتر تطابق داشت. میزان تولید در اوج تولید به توانایی ژنتیکی، نداشتن بیماری‌های عفونی و متابولیکی، و همچنین رژیم غذایی بعد از زایمان بستگی دارد (Shanks et al., 1981a & 1981b). اوج تولید همچنین

REFERENCES

1. Atashi, H. (2003). *Determining the best equation for describing the lactation curve in Iranian Holstein cows*. Msc dissertation. Faculty of Agriculture, Tehran University, Iran. (In Farsi).
2. Boustani, A., Moradi ShahrBabak, M. & Nejati Javaromi, A. (2011). A Comparison of Different Functions for the Description of Lactation Curve in Different Periods of Lactation of Holstein Cows using Test Day Records. *Journal of Animal Science*, 41 (1), 73-80. (In Farsi).
3. Brown, C. A., Chandler, P. T. & Holter, J. B. (1977). Development of predictive equations for milk yield and dry matter intake in lactation cows. *Journal of Dairy Science*, 60, 1739-1754.
4. *Curve Fitting Toolbox User's Guide for Use with MATLAB*. (2001). the MathWorks, Inc.

5. Dematawewa, C.M.B., Pearson, R.E. & Vanraden, P.M. (2007). Modeling extended lactation of Holsteins. *Journal of Dairy Science*, 90, 3924-3936.
6. Dijkstra, J., France, J., Dhanoa, M. S., Maas, J. A., Hanigan, M. D., Rook, A. J. & Beever, D. E. (1997). A model to describe growth patterns of the mammary gland during pregnancy and Lactation. *Journal of Dairy Science*, 80, 2340-2354.
7. Farhangfar, H., Naeemipour, H. & Lotfi, R. (2008). Genetic Evaluation of Milk Production in Holstein Dairy Cattle of Khorasan Province Using a Spline Random Regression Model. *Journal of Sciences and Technology of Agriculture and Natural Resources, Water and Soil Science*, 12 (43), 533-544. (In Farsi).
8. Fathi, M. H., France, J., Odongo, N. E., Lopez, S., Bannink, A. & Kebreab, E. (2008). Modelling the lactation curve of dairy cows using the differentials of growth functions. *Journal of Agricultural Science*, 146, 633-641.
9. Ferris, T. A., Mao, I. L. & Anderson, C. R. (1985). Selecting for lactation curve and milk yield in Dairy cattle. *Journal of Dairy Science*, 68, 1438-1448.
10. France, J & keberab, E. (2008). *Mathematical modelling in animal nutrition*. (1nd ed.). CAB International.
11. Grossman, M. & Kooops, W.J. (1988). Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle. *Journal of Dairy Science*, 71, 1598-1608.
12. Grossman, M., Kuck, A. L. & Norton, H. W. (1986). Lactation curves of Purebred and Crossbred Dairy cattle. *Journal of Dairy Science*. 69, 195-203.
13. Kaps, N & Lamberson, W. R. (2004). *Biostatistics for animal science*. (1nd ed.). CAB International.
14. Mehraban, H. Farhangfar, H. Rahmaninia, J. & Soltani, H. A. (2008). Comparison of some functions describing the shape of the lactation curve for Holstein cows. *Journal of studies of Animal Science Iran*, 1388 (2), 47-55. (In Farsi).
15. Moradi Shahrababak, M. (2000). Persistency in dairy cattle. *Iranain Journal of Agricultural Sciences*, 32(1), 193-202. (In Farsi).
16. Rezaee, A & Soltanei, A. (2002). *Introduction to applied regression analysis*. (2nd ed.). Isfahan University of Technology. (In Farsi).
17. Schmidt, G. H., Van Vleck, L. D. & Hutjens, M. F. (1988). *Principles of dairy science*. (2nd ed.). Prentice-Hall. Englewood Cliffs, New Jersey.
18. Shanks, R. D., Freeman, A. E. & Dickinson, F. N. (1981a). Postpartum distribution of costs and disorders of health. *Journal of Dairy Science*, 64, 683-688.
19. Shanks, R. D., P. J. Berger, A. E. Freeman, & F. N. Dickinson. (1981b). Genetic Aspects of lactation curves. *Journal of Dairy Science*, 64, 1852-1860.
20. Statistical Analysis System. (2001). *User's Guide: Statistics*, Version 8.2. SAS Institute, Carry, NC, USA.
21. Tekerli, M., Akinci, Z., Dogan, J. & Akcan, A., (2000). Factors affecting the shape of lactation curves of Holstein cows from the Balikesir Province of Turkey. *Journal of Dairy Science*, 83, 1381-1386.
22. Val-Arreola, D., Kebreab, E., Dijkstra, J. & France, J., (2004). Study of lactation curve in dairy cattle on farms in central Mexico. *Journal of Dairy Science*, 87, 3789-3798.
23. Wood, P. D. P. (1967). Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature*, 216, 164-165.