

یک مدل ریاضی برای حل همزمان مسئله زمانبندی پروژه و تخصیص نیروی انسانی

عرفان مهمانچی* و شهرام شادرخ^۲

^۱ کارشناسی ارشد مهندسی صنایع - دانشگاه صنعتی شریف

^۲ دانشیار دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

تخصیص نیروی انسانی به فعالیت‌های پروژه برای زمانبندی آن‌ها، یکی از نزدیک‌ترین حالات به شرایط واقعی مسائل زمانبندی است، اما با توجه به تازگی و تعلق این مسئله به دسته مسائل غیر چندجمله‌ای سخت، تا کنون روش‌های دقیق فقط قادر به حل مسائل با اندازه کوچک بوده‌اند. در این مسئله، منابع تجدیدپذیر از نوع ستادی بوده، به طوری که هر فرد با مهارت‌های چندگانه فقط قادر است، یکی از مهارت‌های مورد نیاز فعالیت‌ها را در زمان مشخص برآورده کند. در این مقاله، با تعریف مفهوم کارآیی برای اعضای پروژه، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای حل همزمان دو مسئله بالا ارائه می‌شود. از آنجا که این مسئله جزو مسائل غیر چندجمله‌ای سخت طبقه‌بندی می‌شود، برای حل آن یک الگوریتم فراابتکاری تکامل دیفرانسیلی توسعه داده شده است. نتایج حاصل بیانگر کارآیی این الگوریتم فراابتکاری در حل همزمان دو مسئله زمانبندی پروژه و تخصیص نیروی انسانی است.

واژه‌های کلیدی: زمانبندی پروژه، تخصیص نیروی انسانی، کارآیی، الگوریتم فراابتکاری

مقدمه

در طی سال‌های اخیر، نسخه جدیدی از مسئله MRCPSP در ادبیات مطرح شده است که شامل حل همزمان دو مسئله زمانبندی پروژه و تخصیص نیروی انسانی است که گاهی با نام مسئله زمانبندی پروژه چندمهارته یا MSPSP^۴ نیز شناخته می‌شود. این مسئله در حالت استاندارد عبارت است از تعیین یک زمانبندی‌شدنی برای فعالیت‌ها با توجه به روابط پیش‌نیازی و محدودیت منابع که فقط از نوع نیروی انسانی با مهارت‌های چندگانه در نظر گرفته می‌شوند. در این مسئله هر فعالیت به تعدادی نیروی انسانی برای انجام هر یک از مهارت‌های خود نیاز دارد که باید توسط زیرمجموعه‌ای از اعضای پروژه که از تخصص لازم برای انجام مهارت برخوردارند، برآورده شود. علاوه بر این، افراد نمی‌توانند در زمان واحد روی دو فعالیت یا حتی دو مهارت اشتغال داشته باشند و در صورت اختصاص به یک مهارت تا اتمام کامل فعالیت در اختیار آن خواهند بود. نتایج گذشته حاکی از آن است که چند مهارت‌بودن باعث افزایش بهره‌وری، کیفیت و پیوستگی کار می‌شود و به مدیران انعطاف‌پذیری بیشتری در تخصیص کارها می‌بخشد.

یکی از مهم‌ترین شاخه‌های حوزه دانشی زمانبندی پروژه، مسئله زمانبندی با منابع محدود است که با نام RCPSP^۱ نیز شناخته می‌شود. این مسئله با توجه به ماهیت غیر چندجمله‌ای سختی^۲ که دارد، یکی از دشوارترین و پیچیده‌ترین مسائل تحقیق در عملیات به شمار می‌رود. با گسترش RCPSP یک فعالیت می‌تواند از چندین راه یا حالت انجام پذیرد که هر یک از این حالات، منعکس‌کننده ترکیبی از زمان لازم و منابع مورد نیاز برای انجام فعالیت مورد نظر هستند [۱]. این مفهوم جدید سبب توسعه یکی از عمومی‌ترین حالت‌های مسائل زمان‌بندی با عنوان زمانبندی پروژه با منابع محدود چند حالتی یا MRCPSP^۳ شده است که بسیاری از مسائل واقعی را با استفاده از آن می‌توان مدل‌سازی کرد. با این حال MRCPSP به عنوان مسئله‌ای مهم و سخت شناخته شده است، زیرا بلازویک و همکاران [۲] اثبات کرده‌اند که RCPSP یک مسئله NP-hard است و در نتیجه حالت عمومی‌تر آن یعنی MRCPSP نیز یک مسئله NP-hard خواهد بود. جامع‌ترین مطالعه و دسته‌بندی در زمینه مسئله زمانبندی پروژه با منابع محدود و زیرشاخه‌های گسترش یافته آن را می‌توان در [۳،۱] جستجو کرد.

کارآیی الگوریتم خود، یک حد پایین برای مسئله نیز یافتند و به مقایسه الگوریتم خود با این حد یافت شده پرداختند.

بسیاری از تحقیقات، اگر چه به حل همزمان دو مسئله زمانبندی پروژه و تخصیص نیروی انسانی پرداخته‌اند، اما با تک‌مهارته فرض کردن نیروی انسانی، حالت بسیار ساده‌ای از زمانبندی پروژه چندمهارته را بررسی کرده‌اند. به عنوان نمونه آلفارز و بیلی [۱۲] با هدف زمانبندی پروژه و حداقل کردن هزینه آن، مسئله تخصیص نیروی انسانی تک‌مهارته را در مطالعات خود گنجانده‌اند و برای آن یک مدل ریاضی به همراه حل فراابتکاری با استفاده از برنامه‌ریزی پویا ارائه کرده‌اند. تحقیق وو و سان [۱۳] نیز مثال دیگری از نوع تک‌مهارته به شمار می‌رود.

در تحقیق پیش رو، در ابتدا با در نظر گرفتن محدودیت‌های کاربردی به دنبال تعریف گسترشی از مسئله MSPSP هستیم تا بدین ترتیب آن را هر چه بیشتر به شرایط دنیای واقعی نزدیک کنیم. بدین منظور بر خلاف آنچه که اغلب در ادبیات مسئله مطرح شده است، فرض می‌شود مهارت افراد فقط به دو سطح تخصص و تخصص‌نداشتن برای انجام مهارت خلاصه نمی‌شود و با در نظر گرفتن توانایی افراد در مهارت‌های مختلف، کارآیی آن‌ها را در هر مهارت به صورت عددی حقیقی در بازه [۰،۱] تعریف می‌شود. با بهره بردن از این ویژگی و از آنجا که منابع مورد استفاده در مسئله MSPSP از نوع نیروی انسانی هستند و یادگیری و فراموشی جزو جدایی‌ناپذیری از مهارت‌های انسانی است، عامل منحنی یادگیری و فراموشی نیز به شرایط مسئله اضافه می‌شود. در این حالت به ازای هر واحد زمانی اشتغال افراد در مهارتی (یادگیری) کارآیی آن‌ها در آن مهارت به صورت نمایی افزایش یافته و در صورت اشتغال نیافتن در آن، کارآیی آن‌ها با ضریب کمتری نسبت با حالت یادگیری کاهش می‌یابد. با توجه به این فرض، پیشینه‌کردن کارآیی افراد در پایان پروژه، علاوه بر در نظر گرفتن تابع هدف متداول یعنی کمینه‌سازی زمان اجرای پروژه به عنوان هدف ثانویه به مسئله افزوده می‌شود.

از تحقیقاتی که به تأثیر «یادگیری» و «یادگیری و فراموشی» در حل همزمان مسائل زمانبندی پروژه و تخصیص نیروی انسانی پرداخته‌اند، می‌توان به مطالعات وو و سان [۱۳] و همچنین گاتجاهار و همکاران [۱۴] اشاره

در این مسئله، با توجه به نیاز فعالیت‌ها به مهارت‌های مختلف و همچنین تخصیص اعضای پروژه در مهارت‌های گوناگون، بدیهی به نظر می‌رسد که می‌توان هر فعالیت را با تعداد حالات متنوعی از نظر تخصیص نیروی انسانی انجام داد که امکان دارد تعداد آن‌ها فقط برای یک فعالیت به بیش از چند ۱۰ حالت برسد. در نتیجه در مقایسه با MRCPSPP این مسئله پیچیدگی به مراتب بالاتری دارد. با توجه به این موضوع، حل همزمان زمانبندی پروژه و تخصیص نیروی انسانی حتی در اندازه‌های متوسط نیز توسط روش‌های ارایه شده برای RCPSPP و MRCPSPP که اکثراً بر اساس شمارش کامل هستند، قابل حل نیست [۴،۵].

MSPSP مسئله جدیدی در حوزه زمانبندی پروژه به شماره می‌رود، به طوری که حتی در جامع‌ترین هندبوک‌های زمانبندی پروژه مانند [۳] نیز نامی از این مسئله برده نشده است. بلنگوئز در خلاصه رساله دکترای خود، روش‌های حل MSPSP را در سه دسته کلی روش‌های حدود پایین، شاخه و کران و ابتکاری و فراابتکاری تقسیم‌بندی کرده است [۵]. البته به این دسته‌بندی می‌توان روش برنامه‌ریزی آرمانی را نیز اضافه کرد [۷،۶]. از آنجا که استفاده از برنامه‌ریزی محدودیت‌ها و صفحات برش برای یافتن حدهای مناسب برای مسئله MSPSP دشوار و زمان‌بر است، بلنگوئز و نرون [۴] با چندسطحی در نظر گرفتن هر مهارت، روش حد پایینی را برای حل MSPSP ارائه دادند که می‌تواند به عنوان یک روش کارآ برای استفاده در هر گره روش شاخه و کران مورد استفاده قرار بگیرد. تحقیقات دیگری نیز بر همین مبنا و با استفاده از روش حد پایین انجام شده است که برای نمونه به کار نرون و همکاران [۸] می‌توان اشاره کرد. در مورد روش‌های شاخه و کران نیز می‌توان از کار بلنگوئز و نرون [۹] در سال ۲۰۰۷ نام برد. کاظمی‌پور و همکاران [۱۰] نیز یک مدل MINLP را برای حل مسئله MSPSP ارائه دادند، اما از آنجا که حل این مسئله در ابعاد واقعی، بسیار زمان‌بر بود، نویسندگان با ارائه یک الگوریتم شبیه‌سازی تیرید اقدام به حل مسئله کردند. در مورد سایر روش‌های فراابتکاری به کار رفته در حل MSPSP نیز می‌توان به روش جستجوی ممنوع اشاره کرد که همراه با یک جستجوی محلی قوی توسط کادرو و ناجید [۱۱] در سال ۲۰۰۶ مورد استفاده قرار گرفت. آنها برای اثبات

نظر داشت، زیرا حل جداگانه هر یک لزوماً به حل بهینه MSPSP منجر نخواهد شد. از منظری دیگر هر مسئله MSPSP را می‌توان متشکل از سه مجموعه فعالیت‌ها، افراد و مهارت‌ها دانست که در آن هر فعالیت برای اجرایی شدن به یک یا چند مهارت نیاز دارد که توسط نیروی انسانی در اختیار پروژه باید برآورده شوند. علاوه بر موارد اشاره شده، در این مقاله با استفاده از مفهوم یادگیری و فراموشی شرایطی را در نظر می‌گیریم که با انجام هر مهارت، کارایی فرد در آن مهارت به ازای هر واحد زمانی افزایش و در صورت اشتغال نداشتن در آن به هر دلیلی مانند مرخصی، تخصیص نیافتن و یا اشتغال در مهارت دیگر، کارایی وی کاهش خواهد یافت.

برای شرح مدل ریاضی، پروژه‌ای را در نظر بگیرید که از مجموعه‌ای از فعالیت‌ها $J = \{1, \dots, J\}$ تشکیل شده است و هر فعالیت به یک یا چند مهارت $k \in \{1, \dots, K\}$ نیاز دارد. تعداد کارمند مورد نیاز برای انجام هر یک از مهارت‌های فعالیت با y_{jk} نمایش داده می‌شود که بسته به حداقل کارایی مورد نیاز فعالیت در مهارت مربوطه، t_{jk} توسط زیرمجموعه‌ای از کارمندان $i \in \{1, \dots, I\}$ برآورده می‌شود. در این مدل، متغیر تصمیم x_{ijkt} برابر یک خواهد بود، اگر فرد i روی مهارت k فعالیت j در دوره زمانی t کار کند و در غیر این صورت برابر صفر خواهد بود. مقدار ψ_{jt} مقدار یک را خواهد گرفت، اگر فعالیت j در زمان t و یا قبل از آن شروع شده باشد و در غیر این صورت صفر خواهد بود. همچنین ψ'_{jt} برابر یک خواهد بود، اگر این فعالیت در زمان t هنوز تمام نشده باشد. متغیر باینری C_{ijk} نیز بیانگر تخصیص فرد i به مهارت k فعالیت j است. همچنین S_{ikt} مقدار کارایی فرد i در مهارت k در زمان t پروژه را نشان می‌دهد که بسته به تعداد دفعات انجام مهارت توسط فرد و با توجه به ضرایب یادگیری η_k و فراموشی β_k تعیین شده برای مهارت مقدار آن در بازه $[0, 1]$ تغییر پیدا می‌کند. ρ_{ik} نیز میزان کارایی فرد در مهارت مربوطه درست در زمان پایان پروژه است که مقدار آن از S_{ikt} به دست می‌آید. مدل ریاضی مسئله گسترش یافته MSPSP را به صورت روابط (۱) الی (۱۷) می‌توان بیان کرد:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T t \cdot x_{iJKt} - \sum_{k=1}^K \lambda_k \sum_{i=1}^I \rho_{ik} \quad (1)$$

s.t.

کرد. اگر چه تحقیق و و سان جزو مسائل تک‌مهارته طبق‌بندی می‌شود، اما آن‌ها اولین کسانی بودند که در سال ۲۰۰۶ بحث تأثیر یادگیری (بدون در نظر گرفتن فراموشی) را وارد ادبیات موضوع مسئله زمانبندی و تخصیص افراد کردند. اما گاتجاهار و همکاران در سال ۲۰۰۸ این بار مسئله‌ای را در نظر گرفتند که تأثیر یادگیری و فراموشی را همزمان روی مهارت افراد در مسئله MSPSP بررسی می‌کرد، ولی آن‌ها نیز مانند و و سان، با در نظر گرفتن بازه زمانی برای انجام فعالیت‌ها به ساده‌سازی مسئله پرداختند و علاوه بر آن، شرط پیوسته بودن فعالیت‌ها را نیز در مدل خود رعایت نکردند. به همین دلیل این دو مطالعه تفاوت‌های اصلی با مسئله مورد نظر این تحقیق دارند.

حاصل مسئله مطرح شده در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی است که با توجه به NP-hard بودن مسئله MSPSP و امکان نداشتن حل دقیق آن در ابعاد واقعی و در مدت زمان قابل قبول، راهی جز استفاده از الگوریتم‌ها فرابتکاری برای این دسته از مثال‌ها امکان‌پذیر نیست. بنابراین با استفاده از مقادیر حل دقیق مسئله برای مثال‌های با ابعاد کوچک در [۱۶، ۱۵]، الگوریتم فرابتکاری تکامل دیفرانسیلی (DE) را برای مسئله مطرح شده در این مقاله گسترش می‌دهیم.

از جدیدترین تحقیقاتی که از الگوریتم تکامل دیفرانسیلی برای حل دسته مسائل زمانبندی پروژه با منابع محدود استفاده کرده‌اند، می‌توان به تلاش‌های داماک و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۰۹ برای حل MRCPSPP اشاره کرد. نتایج تحقیقات آن‌ها، نشان‌دهنده کارایی DE برای حل مسئله استاندارد MRCPSPP در مقایسه با نتایج ثبت شده در کتابخانه زمانبندی پروژه [۱۸] است. کاظمی‌پور [۶] نیز در رساله دکترای خود نشان داده است که الگوریتم تکامل دیفرانسیلی در مقایسه با سه الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی ممنوع، شبیه‌سازی تبرید و جستجوی پراکنده از کارایی بیشتری در حل MSPSP و حالت سبد پروژه آن برخوردار است.

تعریف مسئله

از یک منظر، مسئله MSPSP را می‌توان ترکیبی از دو مسئله زمانبندی پروژه و تخصیص افراد در نظر گرفت که برای حل آن هر دو زیرمسئله را باید به طور همزمان در

درجه اهمیت مهارت‌ها (λ_k) است، زیرا برای بسیاری از سازمان‌های پروژه‌محور، یکی از نکات پر اهمیت، افزایش توانایی نیروی انسانی برای انجام پروژه‌های مشابه بعدی و همچنین بهبود کیفیت کار است. این دو هدف را در رابطه (۱) و به صورت یک عبارت با اضافه کردن مجموع کارایی افراد با ضریب منفی به رابطه حداقل کردن زمان محاسبه می‌شود. باید توجه داشت برای آنکه کل تابع هدف معنی‌دار باشد، مقدار λ_k باید طوری تعیین شود که متناسب با زمان باشد. برای تعیین زمان شروع هر فعالیت از روابط (۲) و (۳) و برای تعیین زمان پایان آن از (۴) و (۵) استفاده می‌شود. با دانستن زمان شروع و پایان فعالیت‌ها، می‌توان روابط پیش‌نیازی بین آن‌ها را با استفاده از رابطه (۶) لحاظ کرد [۱۴]. همچنین برای آنکه با شروع یک فعالیت، همه مهارت‌های آن به طور همزمان آغاز شوند و فعالیت منقطع نباشد، از روابط (۷) و (۸) استفاده می‌شود. روابط (۹) و (۱۰) سبب می‌شوند تا اگر فرد i به فعالیت j اختصاص پیدا کرد، به طور دقیق برابر مدت زمان فعالیت (d_j) مشغول انجام آن باشد و در این بازه زمانی به فعالیت دیگری تخصیص پیدا نکند. با استفاده از رابطه (۱۱) اطمینان حاصل می‌شود که اگر فردی برای انجام هیچ یک از مهارت‌های مورد نیاز، فعالیت اختصاص پیدا نکرد ($C_{ijk}=0$) متغیر x_{ijkt} مربوط به آن نمی‌تواند در هیچ زمانی مقدار یک بگیرد. تساوی (۱۲) سبب می‌شود تا به طور دقیق به تعداد مورد نیاز یک فعالیت در یک مهارت به آن نیروی انسانی تخصیص داده شود. با استفاده از (۱۳) می‌توان اطمینان حاصل کرد که هر فردی در هر زمانی حداکثر می‌تواند روی یک فعالیت و آن هم فقط روی یک مهارت کار کند. برای پیاده‌سازی تأثیر یادگیری و فراموشی بر کارایی افراد با توسعه منحنی یادگیری نمایی که توسط مازور و هستیه [۱۹] ارائه شده و گسترش آن با در نظر گرفتن تأثیر فراموشی، رابطه‌ای همانند (۱۴) به دست می‌آید که در آن کارایی مهارت S_{ikt} فرد k در زمان t کارایی اولیه فرد و η_k و β_k ضرایب یادگیری و فراموشی هستند.

از آنجا که یکی از اهداف، حداکثر کردن کارایی در زمان پایان پروژه است و از سویی دیگر زمان دقیق پایان پروژه مشخص نیست، پس باید با اضافه کردن رابطه (۱۵) شرایطی را فراهم کنیم تا بتوان کارایی افراد را به طور دقیق در زمان پایان پروژه به دست آورد. همچنین برای

$$\psi_{jt} \leq M \sum_{t'=1}^t \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K x_{ijkt'} \quad \forall j, \forall t \quad (2)$$

$$M\psi_{jt} \geq \sum_{t'=1}^t \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K x_{ijkt'} \quad \forall j, \forall t \quad (3)$$

$$\psi'_{jt} \leq M \sum_{t=t}^T \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K x_{ijkt'} \quad \forall j, \forall t \quad (4)$$

$$M\psi'_{jt} \geq \sum_{t=t}^T \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K x_{ijkt} \quad \forall j, \forall t \quad (5)$$

$$\psi_{j't} \leq 1 - \psi'_{jt} \quad , \quad \forall j, j': j \leq j', (j, j') \in E \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^I x_{ijkt} \geq y_{jk} - M(1 - \psi_{jt}) - M(1 - \psi'_{jt}) \quad \forall j, \forall k, \forall t \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^I x_{ijkt} \leq y_{jk} + M(1 - \psi_{jt}) + M(1 - \psi'_{jt}) \quad \forall j, \forall k, \forall t \quad (8)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{ijkt} \geq d_j - M(1 - C_{ijk}) \quad \forall i, \forall j, \forall k \quad (9)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{ijkt} \leq d_j + M(1 - C_{ijk}) \quad \forall i, \forall j, \forall k \quad (10)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{ijkt} - M(C_{ijk}) \leq 0 \quad \forall i, \forall j, \forall k \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^I C_{ijk} = y_{jk} \quad \forall j, \forall k \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijkt} \leq 1 \quad \forall i, \forall t \quad (13)$$

$$S_{ikt} = S_{ik0} + (1 - S_{ik0}) \times (1 - e^{-\left(\frac{1}{\eta_k} * t - \left(\frac{1}{\eta_k} + \frac{1}{\beta_k}\right) * (t - \sum_{j=1}^J \sum_{t'=1}^t x_{ijkt'})\right)}) \quad \forall i, k, t \quad (14)$$

$$S_{ikt} - (1 - x_{iJKt})M \leq \rho_{ik} \leq (1 - x_{iJKt})M + S_{ikt} \quad \forall i, \forall k, \forall t \quad (15)$$

$$S_{ikt} \geq z_{jk} - (1 - x_{ijkt})M \quad \forall i, \forall j, \forall k, \forall t \quad (16)$$

$$C_{ijk}, x_{ijkt}, \psi_{jt}, \psi'_{jt} \in \{0, 1\}, S_{ikt}, \rho_{ik} \in [0, 1], t = 0, 1, \dots, T \quad (17)$$

همچنین در این مدل، E مجموعه روابط پیش‌نیازی فعالیت‌ها، d_j مدت زمان فعالیت j و M یک عدد مثبت بزرگ است.

طبق تعریفی که از مسئله مورد بررسی شد، هدف، حداقل کردن زمان تمام پروژه ضمن حداکثر کردن کارایی افراد در مهارت‌های مختلف در پایان پروژه با توجه به

الگوریتم تکامل دیفرانسیلی توسعه یافته

الگوریتم تکامل دیفرانسیلی با کمک عملیاتی که توسط استورن و پرایس در سال ۱۹۹۷ [۲۰] معرفی شد، به مرحله اجرا درآمد. برای توسعه الگوریتم تکامل دیفرانسیلی در حل مسئله MSPSP، این روش را مطابق با نظریه استورن و پرایس طبق مراحل زیر اجرا می‌کنیم تا در بخش نتایج محاسباتی به بررسی کارایی آن بپردازیم.

۶ ایجاد جمعیت اولیه

در این تحقیق از طرح زمانبندی سری و لیست اولویت تصادفی مطابق ساختار اول و ماتریس تصادفی تخصیص افراد مطابق ساختار دوم برای ایجاد جواب های اولیه، C_i^g ، استفاده می‌شود. اندیس‌های g و i به ترتیب، نسل و جمعیتی را که بردار به آن‌ها تعلق دارد، نشان می‌دهند. به طوری که $i \in [0, N_p - 1]$ و در آن N_p نشان‌دهنده اندازه جمعیت است. مراحل اصلی الگوریتم DE را در چهار فاز جهش، جابه‌جایی و انتخاب می‌توان به صورت زیر بیان کرد که باید برای هر عضو جمعیت و به تعداد از پیش تعیین شده‌ای برای کل جمعیت تکرار شوند.

۷ جهش

مشابه الگوریتم ژنتیک، الگوریتم تکامل دیفرانسیلی نیز از دو والد C_1^g و C_2^g و $C_1^g - C_2^g$ دو جواب غیر همسان هستند که به طور تصادفی انتخاب شده‌اند) برای ایجاد فرزند M_i^g استفاده می‌کند. بدین منظور از بردار $rand_{j,i}^g$ که درایه‌های آن یک عدد تصادفی در بازه $[0, 1]$ هستند، استفاده می‌شود. r نیز اندیس هر یک از عناصر موجود در بردار جواب است. رابطه (۱۸) نشان می‌دهد که چگونه سه جواب مختلف با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا بردار جهش یافته‌ی M_i^g ایجاد شود. در این رابطه عامل A یک عدد مثبت از قبل انتخاب شده است که نرخ تکامل جمعیت را تحت کنترل دارد:

$$M_{j,i}^g = C_{j,i}^g + A \times rand_{j,i}^g (C_{j,1}^g - C_{j,2}^g) \quad (18)$$

آنکه افراد تخصیص یافته به مهارت یک فعالیت، حداقل کارایی مورد نیاز آن فعالیت در زمان تخصیص را داشته باشند، از رابطه (۱۶) استفاده می‌شود. در نهایت (۱۷) نیز نوع متغیرها و مقادیر ممکن برای آن‌ها را نمایش می‌دهد. مجموعه روابط (۱) الی (۱۷) یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیر خطی را برای مسئله ایجاد می‌کنند.

حل مسئله

دانستن این موضوع که حل همزمان زمانبندی پروژه و تخصیص نیروی انسانی یک مسئله NP-hard است، باعث می‌شود تا جز مسائل با ابعاد کوچک از حل بهینه مثال‌های با ابعاد واقعی صرف نظر کنیم. از این رو، در این بخش ضمن توسعه الگوریتم فراابتکاری تکامل دیفرانسیلی برای حل مسئله MSPSP مورد بحث در این مقاله، به بررسی کارایی آن در مقایسه با نتایج حاصل از حل دقیق به دست آمده برای مثال‌های در ابعاد کوچک که آن‌ها را در [۱۶، ۱۵] می‌توان جستجو کرد و همچنین مثال‌های تصادفی تولید شده در ابعاد بزرگ می‌پردازیم.

در MSPSP برای یافتن جواب بهینه باید دو مسئله زمانبندی و تخصیص افراد را به طور همزمان در نظر گرفت. بدین منظور در این تحقیق برای نمایش جواب در الگوریتم‌های فرا ابتکاری از دو ساختار استفاده می‌شود. ساختار اول، مطابق جدول (۱)، شامل یک بردار است که اندازه آن برابر تعداد فعالیت‌های پروژه و عناصر نظیر هر فعالیت بیانگر اولویت انجام آن‌ها در طرح زمانبندی سری رو به جلو هستند. مطابق جدول (۲) ساختار دوم متشکل از یک ماتریس سه‌بعدی است که بعد اول آن مربوط به فعالیت‌های مسئله، بعد دوم برابر تعداد کارمندان و بعد سوم برای مهارت‌های مورد نیاز انجام فعالیت‌ها است. عناصر این ماتریس نیز بیانگر اولویت فرد مربوطه برای انجام مهارت مورد نیاز فعالیت متناظر با آن عنصر است. لازم به ذکر است که مقادیر عناصر این دو ساختار در DE به طور تصادفی تولید می‌شوند.

جدول ۱: نحوه نمایش اولویت انجام فعالیت‌ها

فعالیت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
اولویت	۵	۴	۱۰	۱	۸	۶	۹	۳	۲	۷

جدول ۲: نحوه نمایش اولویت تخصیص نیروی انسانی برای انجام مهارت‌های مورد نیاز هر فعالیت

فعالیت	مهارت اول				مهارت دوم			
	کارمند ۱	کارمند ۲	کارمند ۳	کارمند ۴	کارمند ۱	کارمند ۲	کارمند ۳	کارمند ۴
۱	۲	۴	۱	۳	۱	۴	۳	۲
۲	۴	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۴
۳	۴	۳	۱	۲	۱	۴	۲	۳
۴	۱	۲	۳	۴	۴	۱	۲	۳
۵	۱	۲	۴	۳	۲	۳	۱	۴
۶	۱	۴	۲	۳	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۳	۲	۴	۴	۲	۳	۱
۸	۲	۳	۴	۱	۳	۴	۲	۱
۹	۴	۳	۲	۱	۳	۱	۴	۲
۱۰	۲	۴	۳	۱	۴	۲	۳	۱

جابه‌جایی^۸

با ساخته شدن بردار جهش M_i^g ، آن را با جواب C_i^g ترکیب کرده و سپس عملیات جابه‌جایی توسط روش تکامل دیفرانسیلی روی آن‌ها انجام می‌گیرد. در نتیجه آن بردار آزمایشی $T_{j,i}^g$ با اعمال فرآیند رابطه (۱۹) حاصل می‌شود:

$$T_{j,i}^g = \begin{cases} M_{j,i}^g & \text{if } (r_{j,i}^g \leq Cr \text{ or } j = j_r) \\ C_{j,i}^g & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

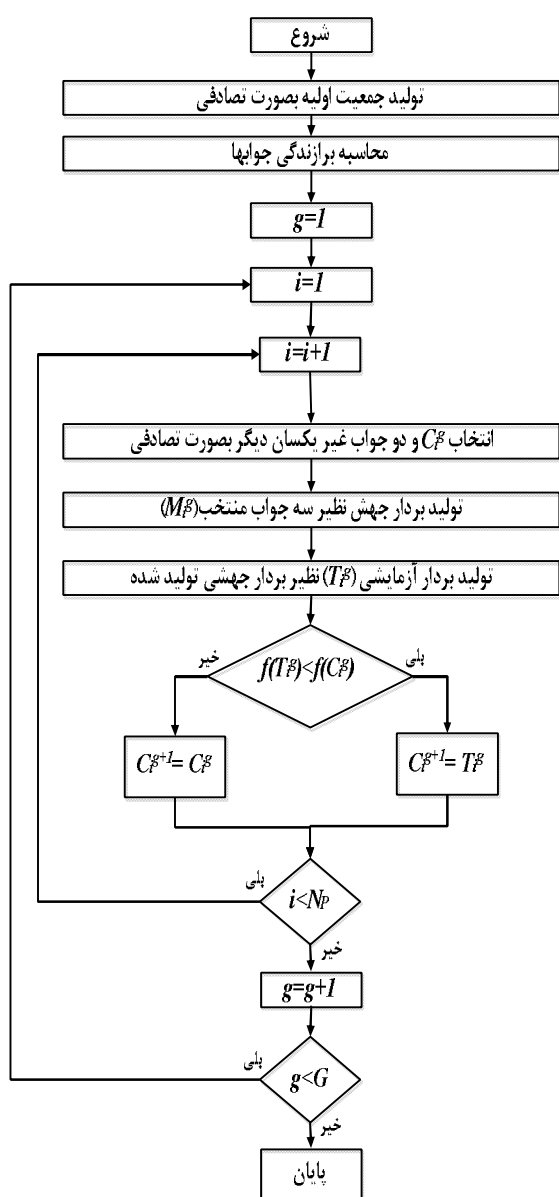
برای تعیین عناصر موجود در $T_{j,i}^g$ ، چنانچه عدد تصادفی $r_{j,i}^g$ کوچک‌تر یا مساوی با مقدار عامل جابه‌جایی M_i^g باشد، مقدار عنصر متناظر از بردار جهشی M_i^g به ارث برده می‌شود، در غیر این صورت عامل بالا از جواب فعلی (C_i^g) کپی خواهد شد.

انتخاب

در گام انتخاب، مطابق رابطه (۲۰) بردار آزمایشی T_i^g بر مبنای مقدار تابع هدف با C_i^g مقایسه می‌شود. هر یک از این دو جواب که برازندگی بهتری داشته باشد، به عنوان جواب جدید C_i^{g+1} به جمعیت نسل بعد انتقال می‌یابد و دیگری حذف می‌شود [۱۷]:

$$C_i^{g+1} = \begin{cases} T_i^g & \text{if } f(T_i^g) \leq f(C_i^g) \\ C_i^g & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

برای استفاده از این الگوریتم توسعه‌یافته در حل مسئله MSPSP هر دو ساختار اولویت انجام فعالیت‌ها و ماتریس تخصیص اولویت افراد باید طی مراحل بالا و به طور همزمان برای یافتن یک جواب شگونی جدید محاسبه شوند. در شکل (۱) مراحل الگوریتم فراابتکاری DE نمایش داده شده است.



شکل ۱: مراحل الگوریتم تکامل دیفرانسیلی

نتایج محاسباتی

پارامترهای موجود در یک الگوریتم فراابتکاری بر عملکرد آن تأثیر مستقیم می‌گذارند. انتخاب مقادیر درست برای این پارامترها باعث گسترش جستجو و جلوگیری از همگرایی زودرس می‌شود. در این میان، هر یک از این پارامترها، مقادیر مختلفی می‌توانند به خود بگیرند. سطوح ممکن برای مقادیر این پارامترها را گاهی می‌توان مطابق با استفاده از ادبیات موضوع و یا ویژگی‌های مسئله تعیین کرد. الگوریتم تکامل دیفرانسیلی مورد استفاده در این مقاله نیز دارای چهار پارامتر اندازه جمعیت N_p ، عامل مقیاس A ، عامل جابه‌جایی برای بردار اولویت فعالیت‌ها Cr_a و عامل جابه‌جایی برای ماتریس اولویت تخصیص کارمندان Cr_s است. برای تعیین کارایی الگوریتم تکامل دیفرانسیلی در حل مسئله MSPSP توصیف شده در این مقاله، ابتدا مقادیر این پارامترها با استفاده از روش تاگوچی (آرایه L_{25}) به صورت $N_p=100$, $A=0.9$, $Cr_a=0.3$, $Cr_s=0.2$ تعیین شد. سپس با به دست آوردن نتایج الگوریتم DE در حل هشت مثال در ابعاد کوچک که مقادیر حاصل از حل دقیق آن‌ها با استفاده از نرم‌افزار CPLEX در [۱۶،۱۵] موجود است، کارایی آن‌ها مطابق جدول (۳) مورد ارزیابی قرار گرفت. لازم به ذکر است که الگوریتم با استفاده از نرم‌افزار MATLAB(R2009a) در

یک کامپیوتر شخصی با ۴ گیگابایت رم و ۲،۱۳ گیگاهرتز سی پی یو کد شده است.

همان طور که در جدول (۳) مشاهده می‌شود، الگوریتم تکامل دیفرانسیلی، هم از نظر کیفیت جواب‌ها و هم از نظر زمان محاسباتی کارایی مناسبی دارد. اما از آنجا که امکان حل دقیق این مسئله در ابعاد بزرگ وجود ندارد، در نتیجه برای مقایسه و تعیین کارایی الگوریتم بالا از ۳۰ مثال که به طور تصادفی ایجاد شده‌اند، استفاده شد.

در تولید این مثال‌ها برای رعایت پیچیدگی‌ها و پوشش مطلوب فضای مسئله و نبود تولید مثال‌های با ویژگی‌های یکسان، از نرم‌افزار ProGen [۱۸] برای تولید شبکه پروژه‌ها استفاده شده است.

همچنین در انتخاب بازه هر پارامتر از جنبه تعداد فعالیت‌ها، مهارت‌ها، کارکنان و... سعی شده است تا بر اساس ادبیات موضوع [۱۳،۶،۴] حداکثر بازه ممکن در نظر گرفته شود. از هر دسته تعداد فعالیت ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۵۰، ۷۰ و ۹۰ تایی پنج مثال تولید و هر مثال برای سه مرتبه الگوریتم تکامل دیفرانسیلی اجرا شد (در مجموع ۹۰ اجرا). مقدار تابع هدف یافت شده توسط الگوریتم به همراه میانگین زمان محاسباتی برای هر مثال در جدول (۴) نمایش داده شده است.

جدول ۳: بررسی کارایی DE در مثال‌های کوچک

مثال	(مهارت، کارمند، فعالیت)	CPLEX		DE	
		انحراف زمان (s)	انحراف زمان (h)	انحراف زمان (s)	انحراف زمان (h)
۱	(۱۲،۴،۳)	۱.۵	۰٪	۲۹	۰٪
۲	(۱۴،۴،۳)	۵	۰٪	۴۲	۰٪
۳	(۱۸،۴،۳)	>۱۰	۰٪	۸۳	۰٪
۴	(۲۰،۴،۳)	>۱۳	۰٪	۴۴	۰٪
۵	(۱۲،۶،۴)	>۱۰	۰٪	۵۲	۳٪
۶	(۱۴،۶،۴)	>۱۵	۰٪	۳۴	۵٪
۷	(۱۸،۶،۴)	>۲۸	۰٪	۹۵	۱٪
۸	(۲۰،۶،۴)	>۳۰	۰٪	۱۳۰	۱٪

جدول ۴: بررسی کارایی الگوریتم تکامل دیفرانسیلی در مثال‌های بزرگ

مثال	تابع هدف	زمان اجرا (S)	مثال	تابع هدف	زمان اجرا (S)
۱۰ _۱	۲۰,۱۲	۲۵	۵۰ _۱	۱۵۴,۶۶	۲۷۵
۱۰ _۲	۱۹,۶۲	۱۰۶	۵۰ _۲	۸۶,۱۶	۹۴۰
۱۰ _۳	۲۸,۰۳	۹۰	۵۰ _۳	۱۳۲,۴۳	۱۲۷۷
۱۰ _۴	۱۳,۸۱	۱۱۸	۵۰ _۴	۱۰۱,۲۶	۷۸۴
۱۰ _۵	۳۲,۱۴	۱۰۶	۵۰ _۵	۱۲۶,۸۵	۱۱۲۹
۲۰ _۱	۴۱,۵۲	۲۷۸	۷۰ _۱	۱۷۹,۶۳	۲۰۹۱
۲۰ _۲	۵۸,۷۳	۱۳۸	۷۰ _۲	۲۱۶,۰۹	۱۱۷۸
۲۰ _۳	۵۱,۸۰	۲۷۲	۷۰ _۳	۱۸۲,۱۴	۱۴۳۳
۲۰ _۴	۳۵,۰۲	۲۴۴	۷۰ _۴	۲۲۳,۲۵	۱۵۳۹
۲۰ _۵	۶۶,۷۴	۲۵۵	۷۰ _۵	۱۵۶,۲۲	۵۰۲
۳۰ _۱	۶۴,۱۶	۳۲۰	۹۰ _۱	۲۷۵,۶۴	۱۰۷۵
۳۰ _۲	۶۹,۲۵	۵۴۲	۹۰ _۲	۲۸۶,۱۱	۱۳۴۷
۳۰ _۳	۶۸,۸۴	۲۰۷	۹۰ _۳	۲۴۹,۲۸	۱۶۴۱
۳۰ _۴	۵۸,۴۵	۶۴۷	۹۰ _۴	۲۱۳,۴۸	۱۸۷۲
۳۰ _۵	۶۸,۵۹	۶۱۲	۹۰ _۵	۲۵۱,۲۶	۱۳۵۱

نتیجه‌گیری

هدف از این تحقیق، ارائه رویکردی برای حل همزمان دو مسئله زمانبندی پروژه و تخصیص نیروی انسانی به فعالیت‌ها با توجه به روابط پیشنیازی و محدودیت منابع با مهارت‌های چندگانه بود. در این مقاله، با هدف حداکثرسازی کارایی اعضای پروژه، ضمن کاهش مدت زمان پروژه مدل توسعه یافته‌ای از این مسئله با در نظر گرفتن تأثیرات یادگیری و فراموشی مطرح شد که حاصل آن یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عددصحیح مختلط غیرخطی بود. برای حل این مدل، در ابعاد واقعی نیز یک الگوریتم تکامل دیفرانسیلی توسعه داده شد. بررسی نتایج، نشان‌دهنده کارایی الگوریتم DE در حل MSPSP با ابعاد گوناگون است.

بر اساس مطالعات انجام شده، تا کنون هیچ تحقیقی اقدام به لحاظ منابع تجدیدناپذیر در مسئله MSPSP نکرده است. این موضوع خود می‌تواند به عنوان یک فرض عملیاتی برای هر چه نزدیک‌تر کردن مسئله به شرایط واقعی در نظر گرفته شود. پیشنهاد نگارندگان مبتنی بر شرایطی است که در آن میزان مصرف منابع تجدیدناپذیر در هر مهارت ارتباط معکوسی با کارایی فرد انجام دهنده آن دارد. به عبارت دیگر هر چه کارایی فرد بالاتر (با تجربه‌تر) باشد، میزان مصرف منابع کمتر و هر چه کارایی وی کمتر باشد، میزان مصرف وی از منابع تجدیدناپذیر بیشتر خواهد بود. از دیگر پیشنهادهایی که برای گسترش مسئله MSPSP می‌توان در نظر گرفت، یافتن حد بالا و پایین برای تعیین مناسب‌تر کارایی الگوریتم‌های فراابتکاری و همچنین حل دقیق مسئله در ابعاد بزرگ‌تر است.

مراجع

- Hartmann, S. and Briskorn, D. (2010). "A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem." *European Journal of operational research*, Vol. 207, No. 1, PP. 1-14.
- Blazewicz, J., Lenstra, J.K. and Kan, A. H. G. (1983). "Scheduling subject to resource constraints : classification and complexity." *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 5, No. 1, PP. 11-24.
- Demeulemeester, E.L. and Herroelen, W. (2002). *Project scheduling: a research handbook*. Kluwer Academic Pub.

- 4- Bellenguez, O. and Néron, E. (2005). "Lower bounds for the multi-skill project scheduling problem with hierarchical levels of skills." *Practice and Theory of Automated Timetabling V*, PP. 229-243.
- 5- Bellenguez-Morineau, O. (2008). "Methods to solve multi-skill project scheduling problem." *4OR: A Quarterly Journal of Operations Research*, Vol. 6, No. 1, PP. 85-88.
- 6- Kazemipoor, H. (2012). *Solving a new mathematical programming model for a multi-skill project portfolio scheduling problem by a scatter search method*. PhD thesis, Department of industrial engineering, Islamic Azad University.
- 7- Kazemipoor, H., Tavakkoli-Moghaddam, R., Shahnazari-Shahrezaei, P. and Azaron, A. (2013). "A differential evolution algorithm to solve multi-skilled project portfolio scheduling problems." *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 64, No. 5-8, PP. 1099-1111.
- 8- Néron, E., Baptiste, P. and Gupta, J.N.D. (2001). "Solving hybrid flow shop problem using energetic reasoning and global operations." *Omega*, Vol. 29, No. 6, PP. 501-511.
- 9- Bellenguez-Morineau and O. and Néron, E. (2007). "A branch-and-bound method for solving multi-skill project scheduling problem." *RAIRO-Operations Research*, Vol. 41, No. 2, PP. 155-170.
- 10- Kazemipoor, H., Tavakkoli-Moghaddam, R. and Shahnazari-Shahrezaei, P. (2002). "Solving a mixed-integer linear programming model for a multi-skilled project scheduling problem by simulated annealing." *Management Science Letters*, Vol. 2, No.2. PP. 681-688.
- 11- Kadrou, Y. and Najid, N.M. (2006). "Tabu Search Algorithm for the MRCPSp with Multi-Skilled Labor." *Proc., Computational Engineering in system application, IMACS Multi conference*, PP.1302-1309.
- 12- Alfares, H.K. and Bailey, J.E. (1997). "Integrated project task and manpower scheduling." *IIE transactions* 29, PP.711-717.
- 13- Wu, M.C. and Sun, S.H. (2006). "A project scheduling and staff assignment model considering learning effect." *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. Vol. 28, No. 11, PP. 1190-1195.
- 14- Gutjahr, W.J., Katzensteiner, S., Reiter, P., Stummer, C. and Denk, M. (2008). "Competence-driven project portfolio selection, scheduling and staff assignment." *Central European Journal of Operations Research*, Vol. 16, No. 3. PP. 281-306.
- 15- Mehmanchi, E. and Shadrokh, S. (2013). "Solving a New Mixed Integer Non-Linear Programming Model of the Multi-Skilled Project Scheduling Problem Considering Learning and Forgetting Effect on the Employee Efficiency." *Proc., IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, Bangkok, Thailand.
- 16- Mehmanchi, E. (2013). *Exact and Metaheuristic Solutions of the Multi-Skilled Project Scheduling Problem Considering Learning and Forgetting Effects on the Performance of Project Members*. M.Sc. thesis, Department of industrial engineering, Sharif University of technology.
- 17- Damak, N., Jarboui, B., Siarry, P. and Loukil, T. (2009). "Differential evolution for solving multi-mode resource-constrained project scheduling problems." *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No. 9, PP. 2653-2659.
- 18- Kolisch, R. and Sprecher, A. (1997). 'PSPLIB - A project scheduling problem library: OR Software - ORSEP Operations Research Software Exchange Program." *European Journal of operational research*, Vol. 96, No. 1, PP. 205-216.

- 19- Mazur, J.E. and Hastie, R. (1978). "Learning as Accumulation: A Reexamination of the Learning Curve." *Psychological Bulletin*, Vol. 85, No. 6. PP. 1256-1274.
- 20- Storn, R. and Price, K. (1997). "Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces." *Journal of global optimization*, Vol. 11, No. 4, PP. 341-359.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1-Resource-Constrained Project Scheduling Problem
 - 2-NP-hard
 - 3-Multi-mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem
 - 4-Multi-Skilled Project Scheduling Problem
 - 5-Differential Evolution
 - 6-Initial Population
 - 7-Mutation
 - 8-Crossover
-