

وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی با استفاده از پایدارکننده نرم یک

کیلان راست‌بین^۱، سعید وطن‌خواه^{۲*} و وحید ابراهیم‌زاده اردستانی^۳

۱. کارشناس ارشد ژئوفیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی، همدان، ایران

۲. استادیار، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

۳. استاد، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران

(دریافت: ۹۳/۱۲/۱۰، پذیرش نهایی: ۹۴/۷/۱۴)

چکیده

در این مقاله روشی برای وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی با استفاده از تابع منظم‌کننده نرم یک ارائه شده است. استفاده از این نوع پایدارکننده مسئله وارون را به سمت حصول جواب‌هایی متراکم و با مرزهای تیز سوق می‌دهد؛ بنابراین برای بازسازی ساختارهای زمین‌شناسی دارای مرزهای گسسته مناسب است. ارتباط نزدیک بین منظم‌کننده نرم یک با قید فشردگی برر سی شده است. برای محاسبه جوابی که تابع هدف نرم یک را کمینه کند، الگوریتم IRLS (Iteratively Reweighted Least Square) به کار می‌رود. در هر تکرار تابع وزن‌دهی پارامترهای مدل، با استفاده از مدل به‌دست‌آمده در تکرار قبل به‌نگام می‌شود. حل عددی مسئله وارون با استفاده از تجزیه مقادیر تکین تعمیم‌یافته انجام شده است. پارامتر تنظیم‌کننده تعادل بین دو عبارت تابع هدف با استفاده از روش UPRE (Unbiased Predictive Risk Estimator) محاسبه می‌شود. برای برر سی کارایی روش، داده مصنوعی تولید شده توسط یک دایک شیب‌دار استفاده شده است. مدل حاصل از وارون‌سازی، تفکیک‌پذیری نسبتاً زیادی دارد. مرزهای بازسازی‌شده، شیب و تباین چگالی آن نزدیک به مدل اصلی هستند. نتایج دلالت بر آن دارد که استفاده از منظم‌کننده نرم یک، به همراه سایر قیود مورد نیاز، می‌تواند روشی مؤثر برای شناسایی مرزهای توده زیر سطحی باشد. برای نشان‌دادن کارایی عملی این روش، داده گرانی برداشت شده بر روی سد گوند در جنوب غربی ایران برای مدل‌سازی استفاده شده است. نتایج وارون‌سازی این داده‌ها با نتایج حفاری‌های منطقه تطابق نسبتاً خوبی نشان می‌دهند.

واژه‌های کلیدی: پارامتر تنظیم، گرانی‌سنجی، منظم‌سازی، نرم یک، وارون‌سازی.

۱. مقدمه

گزینه‌های بسیاری وجود دارد که با توجه به ویژگی‌های ساختار زمین‌شناسی مورد جست‌وجو انتخاب می‌شوند. در بسیاری از پژوهش‌های ژئوفیزیکی نرم دو مشتقات پارامترهای مدل برای عبارت تنظیم استفاده شده است (لی و اولدنبرگ، ۱۹۹۸؛ بولانگر و چوتو، ۲۰۰۱). استفاده از چنین منظم‌کننده‌ای هر چند محاسبات را ساده می‌کند، اما مدل حاصل غالباً هموار است و مرز مشخصی با سنگ‌های دربرگیرنده‌اش ندارد (فارکوهارسن، ۲۰۰۸). در نواحی‌ای که تغییرات شدید بین ساختارهای زمین‌شناسی وجود نداشته باشد، چنین مدل‌هایی انطباق قابل قبولی با زمین‌شناسی دارند. در برخی حالت‌ها ممکن است تباین چگالی بین ساختارهای زیرسطحی شدید باشد؛ بنابراین مدل‌های صاف و هموار نمی‌توانند تصویری مناسب از چنین ساختاری ارائه دهند. برای غلبه

در بررسی‌های گرانی‌سنجی از وارون‌سازی داده‌ها به‌عنوان روشی مؤثر برای حصول اطلاعات کمی درباره چگالی و هندسه چشمه‌های زیرسطحی استفاده می‌شود. وارون گرانی‌سنجی از نوع مسائل بدو وضع (Ill-posed) است؛ بنابراین جواب باید به نحوی منظم شود. در منظم‌سازی (Regularization) تابع هدفی مرکب از دو عبارت عدم انطباق داده‌ها (Data Misfit) و عبارت پایدارکننده (Stabilizer) جایگزین مسئله بدو وضع اولیه می‌شود و جواب از کمینه کردن این تابع هدف به دست می‌آید. غالباً فرض بر آن است که نوفه موجود در داده‌های گرانی از توزیع گوسی (Gaussian) پیروی می‌کند؛ بنابراین برای عبارت عدم انطباق داده از نرم دو (L_2 -norm) خطای بین داده مشاهده‌ای و داده پیش‌بینی‌شده، استفاده می‌شود. در مورد عبارت تنظیم

بر این مشکل راهکارهای متفاوتی ارائه شده است؛ نخستین و پرکاربردترین شیوه در وارون‌سازی گرانی توسط لاست و کوییک (۱۹۸۳) با معرفی قید فشردگی (Compactness) مطرح شد. فشردگی به معنای جست‌وجوی مدلی با کمترین حجم (در حالت سه‌بعدی) یا کمترین مساحت (در حالت دوبعدی) است. چنین مدل‌هایی مرزهای تیز و گسسته با محیط پیرامونی خود دارند. پورتی‌گاین و زادائف (۱۹۹۹) بر مبنای قید فشردگی که آن‌ها نام MS (Minimum Support) به آن دادند، قید MGS (Minimum Gradient Support) را معرفی کردند. در MGS از مشتقات مدل در عبارت تنظیم استفاده می‌شود. برای هر دو قید MS و MGS عبارت تنظیم دارای نرم دو است؛ بنابراین کمینه کردن تابع هدف همانند کمینه کردن تابع تیخونف معمولی است. تنها تفاوت آن است که تابع وزن‌دهی پارامترهای مدل در عبارت تنظیم وارد می‌شود. این تابع وزن‌دهی به پارامترهای مدل وابسته است؛ در نتیجه تابع هدف کلی دیگر درجه دوم (Quadratic) نیست، بلکه شبه درجه دوم (Pseudo-quadratic) است (زادائف، ۲۰۰۲)؛ بنابراین نیاز است که مسئله وارون به صورت تکرار (Iterative) حل شود. در هر تکرار تابع وزن‌دهی با استفاده از مقادیر پارامترهای مدل به دست آمده در تکرار قبل، محاسبه و به کار برده می‌شود. راهکار دیگر برای بازسازی مدل‌های تُنک (Sparse) استفاده از نرم یک (L_1 -norm) برای عبارت تنظیم است. در جواب به دست آمده با استفاده از این نرم، تعداد پارامترهای مدل غیرصفر کمینه است. در این حالت نیز الگوریتم به صورت تکرار حل می‌شود و به استفاده از یک تابع وزن‌دهی پارامترهای مدل نیاز است. فارکوهارسن و اولدنبرگ (۱۹۹۸) نرم یک مشتق قائم پارامترهای مدل را در وارون‌سازی یک‌بعدی داده‌های الکترومغناطیس به کار بردند. لوک و همکاران (۲۰۰۳) از نرم یک مشتقات افقی و قائم پارامترهای مدل در وارون‌سازی داده‌های مقاومت ویژه استفاده کردند. فارکوهارسن (۲۰۰۸)،

علاوه بر مشتقات قائم و افقی، از مشتقات قطری در عبارت تنظیم نرم یک استفاده کرد. هدف او آن بود که به الگوریتم توانایی لازم را برای بازسازی ساختارهای شیب‌دار بدهد. در این مقاله از نرم یک برای عبارت تنظیم استفاده می‌شود (بدون وارد کردن مشتقات) و نشان داده می‌شود که ارتباط نزدیکی بین پایدارکننده نرم یک و قید MS وجود دارد.

یکی از نکات مهم در تمامی روش‌های منظم‌سازی، برآورد مناسب پارامتر تنظیم است. این پارامتر، تعادل بین دو عبارت تابع هدف را برقرار می‌کند. تاکنون روش‌های مختلفی برای تعیین پارامتر تنظیم در مسائل وارون میدان پتانسیل به کار رفته‌اند. این روش‌ها عبارتند از MDP (Morozov Discrepancy Principle)، LC، GCV (Generalized Cross Validation)، χ^2 Principle و UPRE (Unbiased Predictive Risk Estimator) (فارکوهارسن و اولدنبرگ، ۲۰۰۴؛ لی و اولدنبرگ، ۱۹۹۶؛ لی و اولدنبرگ، ۱۹۹۹؛ وطن‌خواه و همکاران، ۲۰۱۴a؛ وطن‌خواه و همکاران، ۲۰۱۴b). بررسی‌های قبلی در وارون‌سازی دوبعدی و سه‌بعدی گرانی‌سنجی دلالت بر آن دارد که روش UPRE توانایی خوبی در برآورد پارامتر تنظیم دارد؛ بنابراین در این مقاله استفاده می‌شود. باید توجه داشت که حل عددی مسئله وارون به ابعاد ماتریس کرنل وابسته است. برای ماتریس‌هایی با ابعاد کوچک تا متوسط می‌توان از تجزیه مقادیر تکین تعمیم‌یافته (Generalized Singular Value Decomposition) استفاده کرد. علاوه بر آن تابع UPRE نیز با استفاده از این ابزار سودمند به شکل ساده و کاربردی نوشته می‌شود. در این مقاله فرض بر آن است که تجزیه مقادیر تکین تعمیم‌یافته امکان‌پذیر است و از بررسی مسائل با ابعاد بزرگ صرف‌نظر می‌شود.

در بخش دوم در مورد مسئله وارون گرانی‌سنجی و انواع پایدارکننده‌های استفاده‌شده در حل آن توضیحاتی ارائه می‌گردد. سپس تابع هدف نرم یک و روش تبدیل آن به یک تابع هدف قابل مشتق‌گیری نشان داده شده

است. حل عددی مسئله وارون بر اساس تجزیه مقادیر تکیه‌ی تعمیم‌یافته و نیز روش تعیین پارامتر UPRE از دیگر مباحث مطرح‌شده در این بخش است. در بخش سوم نتایج کاربرد الگوریتم روی داده‌های مصنوعی ارائه می‌شود. نتایج کاربرد روش برای داده‌های میدانی برداشت‌شده در ناحیه سد گتوند در بخش چهارم نشان داده شده است. بخش پنجم نیز به نتیجه‌گیری اختصاص دارد.

۲. تئوری و روش

فرض کنید زمین مورد مطالعه توسط تعداد زیادی مکعب با ابعاد ثابت مدل شده است. چگالی مکعب‌ها به عنوان پارامترهای نامعلوم در بردار $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^n$ قرار دارد. همچنین داده‌های برداشت‌شده در بردار $\mathbf{d}^{obs} \in \mathbb{R}^m$ در نظر گرفته می‌شوند. مسئله وارون خطی گرانی به شکل رابطه (۱) است:

عبارت $\Phi(\mathbf{d}) = \|\mathbf{W}_d(\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}_{obs})\|_2^2$ انتخاب می‌شود (نرم p بردار $\mathbf{x}$ به صورت $\|\mathbf{x}\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p\right)^{1/p}$ تعریف می‌شود). در این عبارت $\mathbf{G}\mathbf{m}$ داده تولیدشده توسط جواب مسئله وارون است. ماتریس $\mathbf{W}_d$ ماتریس وزن‌دهی داده است که با فرض مستقل بودن نوفه در داده‌ها به صورت ماتریسی قطری شامل وارون انحراف معیارهای نوفه موجود در داده است، یعنی $\mathbf{W}_d = \text{diag}(1/\eta_1, \dots, 1/\eta_m)$ که η_i انحراف معیار نوفه در داده i ام است. در رابطه (۲) پارامتر α تعادل بین دو عبارت تابع هدف را برقرار می‌سازد و به نام پارامتر منظم‌سازی شناخته می‌شود. در باره نحوه تعیین این پارامتر در ادامه توضیح داده خواهد شد.

عبارت تنظیم $S(\mathbf{m})$ برای پایدارسازی جواب استفاده می‌شود. علاوه بر آن ویژگی‌های مورد انتظار برای مدل مورد جست‌وجو را می‌توان در این عبارت وارد کرد. یکی از پرکاربردترین پایدارکننده‌های مورد استفاده، تابع $S(\mathbf{m}) = \|\mathbf{D}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{apr})\|_2^2$ است. در این رابطه $\mathbf{m}_{apr}$ برداری شامل تباین چگالی‌های اولیه است که براساس اطلاعات زمین‌شناسی و حفاری موجود انتخاب می‌شوند. در صورتی که چنین اطلاعاتی در دسترس نباشد، $\mathbf{m}_{apr} = \mathbf{0}$ در نظر گرفته می‌شود. ماتریس $\mathbf{D}$ ماتریس منظم‌سازی است که انتخاب آن در انحراف جواب مسئله وارون به سوی دسته خاصی از جواب‌ها تأثیر مستقیمی دارد. یکی از انتخاب‌های پرکاربرد استفاده از شکل گسسته مشتقات اول و دوم است (لی و اولدنبرگ، ۱۹۹۸). در این حالت جواب حاصل از حل مسئله وارون به سوی جواب‌های اصطلاحاً هموار (Smooth) سوق داده می‌شود. در نواحی‌ای که تغییرات شدید بین ساختارهای زمین‌شناسی وجود ندارد، کاربرد این قید جواب‌هایی مفید حاصل می‌کند. برای بازسازی ساختارهایی با مرزهای تیز و گسسته، لاست و کوپیک (۱۹۸۳) و پورتینیاگوین و زادانف (۱۹۹۹) ماتریس $\mathbf{D} = \mathbf{W}_e = \text{diag}(1/((\mathbf{m} - \mathbf{m}_{apr})^2 + \varepsilon^2)^{1/2}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ را در عبارت تنظیم به کار بردند. این قید به نام فشردگی و

فرض کنید زمین مورد مطالعه توسط تعداد زیادی مکعب با ابعاد ثابت مدل شده است. چگالی مکعب‌ها به عنوان پارامترهای نامعلوم در بردار $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^n$ قرار دارد. همچنین داده‌های برداشت‌شده در بردار $\mathbf{d}^{obs} \in \mathbb{R}^m$ در نظر گرفته می‌شوند. مسئله وارون خطی گرانی به شکل رابطه (۱) است:

$$\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{d}^{obs} \quad (1)$$

در این رابطه ماتریس $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ عملگر پیشرو است که به عنوان کرنل نیز شناخته می‌شود (بولانگر و چوتو، ۲۰۰۱). در وارون‌سازی گرانی هدف آن است که با استفاده از $\mathbf{d}^{obs}$ و $\mathbf{G}$ معلوم، جوابی تقریبی برای $\mathbf{m}$ محاسبه شود. این جواب علاوه بر برآورد شرایط معادله ۱ همزمان باید از لحاظ زمین‌شناسی نیز پذیرفتنی باشد. مسئله وارون گرانی سنجی از نوع مسائل بدو ضلع و کم تعیین شده (Under-determined) است؛ بنابراین جواب می‌تواند غیر یکتا و ناپایدار باشد. روش مرسوم برای حل چنین مسائلی کمینه کردن تابع هدفی به شکل رابطه (۲) است (پورتینیاگوین و زادانف، ۱۹۹۹):

$$P^\alpha(\mathbf{m}) = \Phi(\mathbf{d}) + \alpha^2 S(\mathbf{m}) \quad (2)$$

عبارت $\Phi(\mathbf{d})$ در رابطه (۲) عدم انطباق داده نامیده می‌شود و در واقع کیفیت برازش داده مشاهده‌ای توسط جواب مسئله وارون را اندازه می‌گیرد. در غالب موارد فرض بر آن است که نوفه موجود در داده‌های گرانی از توزیع گوسی پیروی می‌کند؛ بنابراین،

یا MS (Minimum Support) معروف است. پارامتر بسیار کوچک $\varepsilon > 0$ برای آن استفاده می شود که پایداری را در حالت $\mathbf{m} \leftarrow \mathbf{m}_{apr}$ فراهم آورد. وطن خواه و همکاران (۲۰۱۴a) از حاصل ضرب سه ماتریس به شکل $D = W_e W_{depth} W_{hard}$ در عبارت تنظیم استفاده کردند. در این رابطه $W_{depth} = \text{diag}(1/(z_j)^{\beta})$ ماتریس وزن دهی عمقی (Depth Weighting) است که توسط لی و اولدنبرگ (۱۹۹۶) معرفی شد. استفاده از این تابع سبب می شود که کاهش حساسیت کرنل با عمق، خشی شده و تمامی مکعب ها در فرایند وارون سازی با وزن مناسبی شرکت داشته باشند. پارامتر z_j عمق متوسط سلول j ام و β وزن مناسب برای ماتریس وزن دهی عمقی را فراهم می کند. طبق بررسی های بولانگر و چوتو (۲۰۰۱) پارامتر β در بازه $[0.5, 1]$ می تواند انتخاب شود. ماتریس قطری W_{hard} ماتریس قیود سخت (Hard Constraint) است. معمولاً از این ماتریس زمانی استفاده می شود که چگالی برخی از بلوک ها بر اساس اطلاعات پیشین معلوم باشد. در این حالت چگالی های معلوم در بردار $\mathbf{m}_{apr}$ قرار می گیرند و ماتریس W_{hard} طوری انتخاب می شود که درایه قطری مربوط به آن مکعب ها، عددی بزرگ و بقیه عناصر روی قطر، یک در نظر گرفته می شوند. این سبب خواهد شد که در طول وارون سازی، چگالی برای بلوک های انتخابی ثابت بماند و وارون سازی به دنبال یافتن چگالی دیگر سلول ها باشد. مشخص است که قید MS به پارامترهای مدل وابسته است؛ بنابراین عبارت تنظیم در رابطه ۲ شامل تابعی غیرخطی (Non-linear) از پارامترهای مدل است؛ بنابراین، الگوریتم IRLS (Iteratively Reweighted Least Square) برای حل مسئله وارون به کار می رود. در هر تکرار ماتریس MS با استفاده از مقادیر پارامترهای مدل در تکرار قبل، محاسبه شده و به کار می رود. نکته مهم آن است که در این حالت کمینه کردن تابع هدف ۲ همانند کمینه کردن تابع تیخونف معمولی است؛ هر دو عبارت تابع هدف دارای نرم دو و بنابراین مشتق پذیر

هستند.

انتخاب دیگر برای عبارت تنظیم، استفاده از نرم یک پارامترهای مدل یا مشتقات آن هاست. در حالتی که نرم یک مشتقات پارامترهای مدل به کار رود، مسئله وارون به نام تغییرات کلی (Total Variation) شناخته می شود. برخلاف نرم دو، نرم یک مدل هایی را نتیجه می دهد که تعدادی از پارامترهای آن بسیار بزرگ و غالب عناصر دیگر کوچک هستند؛ بنابراین جواب هایی که با استفاده از پایدار کننده نرم یک به دست می آیند، اصطلاحاً تُنک بوده و برای مدل سازی ساختارهایی با مرزهای گسسته مناسب هستند (فارکوهارسن و اولدنبرگ، ۱۹۹۸). مشکلات استفاده از نرم یک اجرای عددی آن در مسئله کمینه سازی است، به علت آنکه مشتق برای حالت $m=0$ وجود ندارد؛ باید راهکارهایی برای کمینه سازی تابع هدف استفاده شوند که بر این مشکل غلبه کنند. در ادامه وارون سازی داده های گرانی سنجی بر اساس استفاده از منظم کننده نرم یک، معرفی و بررسی خواهد شد.

به منظور وارد کردن مدل اولیه، رابطه (۱) به شکل رابطه (۳) بازنویسی می شود:

$$\mathbf{Gm} - \mathbf{Gm}_{apr} = \mathbf{d}^{obs} - \mathbf{Gm}_{apr} \quad (3)$$

با در نظر گرفتن $\mathbf{r} = \mathbf{d}^{obs} - \mathbf{Gm}_{apr}$ و $\mathbf{y} = (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{apr})$ ، رابطه (۳) به شکل رابطه (۴) تبدیل خواهد شد:

$$\mathbf{Gy} = \mathbf{r} \quad (4)$$

اکنون برای تابع هدف رابطه (۲) می توان نوشت:

$$P^a(\mathbf{y}) = \|\mathbf{W}_a(\mathbf{Gy} - \mathbf{r})\|_2^2 + \alpha^2 \|\mathbf{y}\|_1 \quad (5)$$

در این رابطه از نرم یک عبارت تنظیم استفاده شده است. از کمینه کردن رابطه (۵) جواب $\mathbf{y}(\alpha)$ محاسبه می شود، سپس:

$$\mathbf{m}(\alpha) = \mathbf{m}_{apr} + \mathbf{y}(\alpha) \quad (6)$$

باید توجه داشت که کمینه کردن رابطه (۵) به علت آنکه مشتق آن در $y=0$ وجود ندارد، با مشکل روبه روست. برای غلبه بر این مشکل از تعریف نرم یک بردار $\mathbf{y}$ ،

$X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ وارون پذیر است. دو ماتریس $\tilde{Y} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ و $\tilde{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ به صورت رابطه (۱۳) است:

$$\tilde{Y} = [0_{m \times q} \quad Y], \quad Y = \text{diag}(\nu_{q+1}, \dots, \nu_n) \in \mathbb{R}^{m \times m} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= \text{diag}(1, \dots, 1, \mu_{q+1}, \dots, \mu_n) \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad \mu_i = 1, \text{ for } i = 1:q \\ 0 &< \nu_{q+1} \leq \dots \leq \nu_n < 1, \\ 1 &\geq \mu_{q+1} \geq \dots \geq \mu_n > 0, \\ \nu_i^2 + \mu_i^2 &= 1 \end{aligned}$$

در این روابط $q = n - m$ است؛ بنابراین مقادیر تکین تعمیم یافته و ترتیب آن ها به صورت رابطه (۱۴) است:

$$\gamma_i = \frac{\nu_i}{\mu_i}, \quad i = 1:n, \quad (14)$$

$$\gamma_1 = \dots = \gamma_q = 0 < \gamma_{q+1} \leq \dots \leq \gamma_n$$

مشاهده می شود که از بین مقادیر تکین تعمیم یافته، به تعداد q برابر صفر و به تعداد m غیر صفر است. با استفاده از تجزیه مقادیر تکین رابطه (۱۱) به شکل زیر نوشته می شود (وطن خواه و همکاران، ۲۰۱۴a):

$$y(\alpha) = \sum_{i=q+1}^n \frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 + \alpha^2} \frac{\mathbf{u}_{i-q}^T \tilde{\mathbf{r}}}{\nu_i} (\mathbf{X}^T)^{-1}_i \quad (15)$$

در این رابطه $\mathbf{u}_{i-q}$ و $(\mathbf{X})_i$ ستون های ماتریس های $\mathbf{U}$ و $\mathbf{X}$ هستند.

بیان شد که الگوریتم نیاز به تکرار دارد؛ بنابراین باید معیاری برای توقف این تکرارها تعیین شود. معیار اول آن است که شرط برازش داده، (بولانگر و چوتو، ۲۰۰۱). در صورتی که این شرط برآورده نشود، بیشینه تعداد تکرارها که توسط کاربر تعیین شده است، معیار توقف خواهد بود. نکته مهم دیگری که باید در وارون سازی گرانی رعایت شود، استفاده از کران بالا و پایین برای چگالی، $[m_{\min} \quad m_{\max}]$ ، است. استفاده از این کران ها موجب کاهش شدید عدم یکتایی مسئله و بهبود جواب های حاصل خواهد شد. از سوی دیگر این کران ها تأثیر مستقیمی در فشردگی مدل دارند؛ به طوری که اگر کران بزرگ تری از مقدار واقعی انتخاب شود، مدل حاصل فشردگی بیشتری در مقایسه با حالت واقعی دارد (پورتیگاوین و زادانف، ۱۹۹۹). بنابراین در استفاده از کران بالا و پایین باید تمامی

$$\|\mathbf{y}\|_1 = \sum_{i=1}^n |y_i| \quad \text{و رابطه (۷)}$$

$$|y_i| = \frac{|y_i|}{|y_i|} |y_i| = \frac{y_i^2}{\sqrt{y_i^2}} \approx \frac{y_i^2}{\sqrt{y_i^2 + \varepsilon^2}} \quad (7)$$

که در آن پارامتر ε یک مقدار مثبت بسیار کوچک است، می توان نوشت:

$$\|\mathbf{y}\|_1 \approx \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{\sqrt{y_i^2 + \varepsilon^2}} \quad (8)$$

فرض کنید $\mathbf{W}_{L1} = \text{diag}(1/(\mathbf{y}^2 + \varepsilon^2)^{1/4}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ؛ بنابراین، $\|\mathbf{y}\|_1 = \sum_{i=1}^n \mathbf{W}_{L1}^2 y_i^2 = \|\mathbf{W}_{L1} \mathbf{y}\|_2^2$ را به شکل رابطه (۹) بازنویسی کرد:

$$P^\alpha(\mathbf{y}) = \|\mathbf{W}_d(\mathbf{G} \mathbf{y} - \mathbf{r})\|_2^2 + \alpha^2 \|\mathbf{W}_{L1} \mathbf{y}\|_2^2 \quad (9)$$

بنابراین رابطه (۵) با معرفی ماتریس وزنی دهی $\mathbf{W}_{L1}$ به شکل مشتق پذیر ۹ تبدیل شد. به شباهت ماتریس های $\mathbf{W}_\varepsilon$ و $\mathbf{W}_{L1}$ توجه شود، تنها تفاوت در توان موجود در مخرج این ماتریس هاست. همانند استفاده از قید فشردگی در این حالت نیز باید از الگوریتم IRLS برای حل مسئله وارون استفاده کرد؛ با این تفاوت که برای این حالت ماتریس $\mathbf{W}_{L1}$ در هر تکرار بهنگام (Update) می شود. اکنون ماتریس $\mathbf{W}_{\text{depth}}$ در رابطه (۹) وارد می شود (لی و اولدنبرگ، ۱۹۹۸، ۱۹۹۶) بنابراین:

$$P^\alpha(\mathbf{y}) = \|\mathbf{W}_d(\mathbf{G} \mathbf{y} - \mathbf{r})\|_2^2 + \alpha^2 \|\mathbf{W}_{L1} \mathbf{W}_{\text{depth}} \mathbf{y}\|_2^2 \quad (10)$$

با مشتق گیری از رابطه (۱۰) و برابر صفر قراردادن آن، جواب مسئله وارون به شکل رابطه (۱۱) است:

$$\mathbf{y}(\alpha) = (\tilde{\mathbf{G}}^T \tilde{\mathbf{G}} + \alpha^2 \mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^T \tilde{\mathbf{r}} \quad (11)$$

در این رابطه $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{W}_d \mathbf{r}$ و $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{L1} \mathbf{W}_{\text{depth}}$ ، $\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{W}_d \mathbf{G}$ است. حل عددی رابطه (۱۱) با استفاده از تجزیه مقادیر تکین تعمیم یافته (GSVD) زوج ماتریس $[\tilde{\mathbf{G}}, \mathbf{W}]$ امکان پذیر است (وطن خواه و همکاران، ۲۰۱۴a).

برای زوج ماتریس $[\tilde{\mathbf{G}}, \mathbf{W}]$ تجزیه مقادیر تکین تعمیم یافته، تجزیه ای به شکل رابطه (۱۲) است:

$$\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{U} \tilde{\mathbf{Y}} \mathbf{X}^T, \quad \mathbf{W} = \mathbf{V} \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{X}^T \quad (12)$$

در این رابطه ماتریس های $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ و $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ متعامد هستند، $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}_m$ و $\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}_n$ و ماتریس

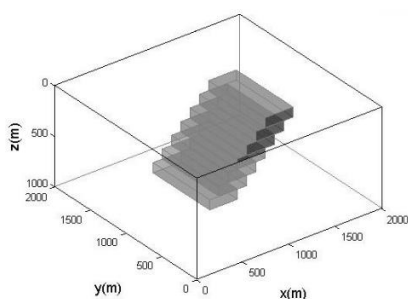
و مقداری محاسبات جبری قابل اندازه گیری است (ووگل، ۲۰۰۲). پارامتر تنظیم بهینه آن است که تابع $U(\alpha)$ را کمینه کند:

$$\arg \min_{\alpha} \left\{ \frac{1}{m} \|\mathbf{P}(\mathbf{y}(\alpha))\|_2^2 \right\} = \arg \min_{\alpha} \{U(\alpha)\} = \arg \min_{\alpha} \left\{ \|\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{y}(\alpha) - \tilde{\mathbf{r}}\|_2^2 + 2\text{trace}(\mathbf{H}(\alpha)) - m \right\} \quad (18)$$

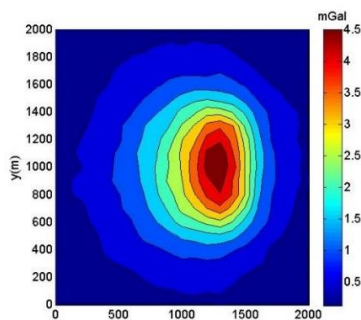
در این رابطه $\mathbf{H}(\alpha) = \tilde{\mathbf{G}}(\tilde{\mathbf{G}}^T \tilde{\mathbf{G}} + \alpha^2 \mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^T$ و عملگر trace به اثر ماتریس دلالت دارد. تابع $U(\alpha)$ با استفاده از تجزیه مقادیر تکین تعمیم یافته به شکل رابطه (۱۹) نوشته می شود:

$$U(\alpha) = \sum_{i=q+1}^n \left(\frac{1}{\gamma_i^2 \alpha^{-2} + 1} \right)^2 (\mathbf{u}_{i-q}^T \tilde{\mathbf{r}})^2 + 2 \left(\sum_{i=q+1}^n \frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 + \alpha^2} \right) - m \quad (19)$$

عملاً برای کمینه کردن تابع $U(\alpha)$ محدوده بین بزرگ ترین و کوچک ترین مقادیر تکین به تعداد زیادی α تقسیم می شود، پارامتری که به ازای آن تابع $U(\alpha)$ کمینه باشد، به عنوان پارامتر بهینه انتخاب خواهد شد.



(الف)



(ب)

شکل ۱. (الف) دایک شیب دار دارای تباين چگالي 1 gr/cm^3 با محیط دربرگیرنده اش و (ب) داده تولید شده توسط مدل و آمیخته به نوفه

اطلاعات زمین شناسی و حفاری موجود را به کار گرفت تا به مدلی پذیرفتنی دست یافت. در این مقاله از روشی ساده برای اجرای کران های چگالی استفاده شده است. در هر تکرار پس از محاسبه جواب، مقادیر چگالی های به دست آمده بررسی می شوند. اگر برخی از این چگالی ها خارج از کران ها باشند، مقدار آن چگالی ها برابر با نزدیک ترین کران در نظر گرفته می شود. مراحل وارون سازی در جدول ۱ خلاصه شده است.

تعیین پارامتر تنظیم α یکی از مراحل حساس در وارون سازی است. هر روشی که برای تعیین این پارامتر به کار رود باید خطای بین جواب $\mathbf{y}(\alpha)$ و جواب دقیق $\mathbf{y}_{\text{exact}}$ را کمینه کند (هانس، ۲۰۱۰). تاکنون روش های بسیاری مانند χ^2 Principle، GCV، LC، MDP و UPRE برای محاسبه پارامتر تنظیم در وارون گرانی سنجی به کار رفته اند. تمامی این روش ها براساس سرعت اجرا، دقت در برآورد پارامتر تنظیم و عملکرد برای سطوح نوفه ای مختلف در وارون سازی گرانی با استفاده از قید MS مطالعه و بررسی شده اند (وطن خواه و همکاران، ۱۳۹۳).

در این مقاله هدف بررسی روش های تعیین پارامتر نیست، بلکه نیاز است که از روشی مناسب برای محاسبه α استفاده شود؛ بنابراین روش UPRE که توسط ووگل (۲۰۰۲) معرفی شد، به کار برده می رود. این روش توانایی خوبی در برآورد پارامتر تنظیم بهینه، حتی برای سطوح نوفه ای بالا دارد. به علت آنکه $\mathbf{y}_{\text{exact}}$ معلوم نیست، در روش UPRE از یک نشانگر خطای جایگزین به نام خطای پیش بینی (Predictive Error) استفاده می شود:

$$\mathbf{P}(\mathbf{y}(\alpha)) = \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{y}(\alpha) - \tilde{\mathbf{r}}_{\text{exact}} \quad (16)$$

خطای پیش بینی نیازمند دانستن $\tilde{\mathbf{r}}_{\text{exact}}$ است؛ بنابراین مستقیم قابل محاسبه نیست، اما باقی مانده قابل اندازه گیری است:

$$\mathbf{R}(\mathbf{y}(\alpha)) = \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{y}(\alpha) - \tilde{\mathbf{r}} \quad (17)$$

بنابراین تخمینی از میانگین مربع نرم خطای پیش بینی، با استفاده از میانگین مربع نرم باقی مانده $\left\| \frac{1}{m} \mathbf{P}(\mathbf{y}(\alpha)) \right\|_2^2$

جدول ۱. مراحل وارون‌سازی

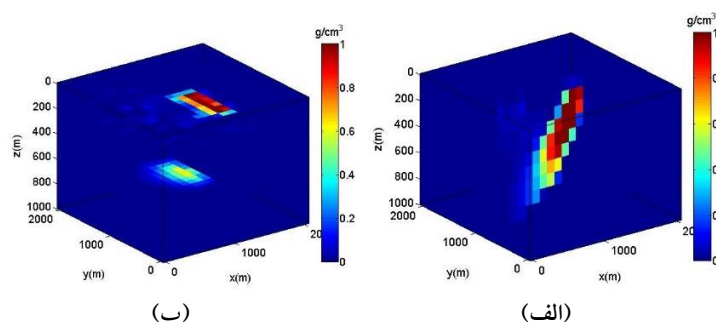
ورودی‌ها: $\mathbf{d}^{obs}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{m}_{prior}$, $\mathbf{W}_d$, $\beta = 0.8$, $\varepsilon^2 = 1 \times 10^{-9}$, $\mathbf{m}_{min}$, $\mathbf{m}_{max}$
مرحله ۱. محاسبه $\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{W}_d \mathbf{G}$, $\mathbf{W}_{depth}$
مرحله ۲. قراردادن $\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}_{depth}$, $\mathbf{W}_{L1}^{(1)} = \mathbf{I}_n$, $\mathbf{m}^{(0)} = \mathbf{m}_{prior}$
مرحله ۳. قراردادن $k=1$, محاسبه $\tilde{\mathbf{r}}^{(1)} = \mathbf{W}_d (\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{G} \mathbf{m}^{(0)})$
مرحله ۴. محاسبه تجزیه مقادیر تکین تعمیم‌یافته: $\mathbf{W}^{(k)} = \mathbf{V} \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{X}^T$, $\tilde{\mathbf{G}}^{(k)} = \mathbf{U} \tilde{\mathbf{Y}} \mathbf{X}^T$
مرحله ۵. محاسبه پارامتر تنظیم $\alpha^{(k)}$
مرحله ۶. محاسبه $\mathbf{y}^{(k)} = \sum_{i=q+1}^n \frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 + (\alpha^{(k)})^2} \frac{\mathbf{u}_{i-q}^T \tilde{\mathbf{r}}^{(k)}}{\nu_i} (\mathbf{X}^T)_i^{-1} (\mathbf{X}^T)^{-1}$
مرحله ۷. محاسبه $\mathbf{m}^{(k)} = \mathbf{m}^{(k-1)} + \mathbf{y}^{(k)}$
مرحله ۸. اعمال کران‌های چگالی، به‌طوری که $\mathbf{m}_{min} \leq \mathbf{m}^{(k)} \leq \mathbf{m}_{max}$
مرحله ۹. محاسبه $\mathbf{W}^{(k+1)} = \mathbf{W}_{L1}^{(k+1)} \mathbf{W}_{depth}$, $\mathbf{W}_{L1}^{(k+1)} = \text{diag}(\frac{1}{((\mathbf{m}^{(k)} - \mathbf{m}^{(k-1)})^2 + \varepsilon^2)^{1/4}})$, $\tilde{\mathbf{r}}^{(k+1)} = \mathbf{W}_d (\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{G} \mathbf{m}^{(k)})$
مرحله ۱۰. قراردادن $k = k + 1$
مرحله ۱۱. معیار توقف بررسی شود؛ در صورت برآورده شدن فرایند، متوقف شود و در غیر این صورت برو به مرحله ۴
خروجی: $\mathbf{m}^{(k)}$

۳. مدل مصنوعی

برای بررسی الگوریتم پیشنهادی مدلی به صورت دایک شیب‌دار طراحی شده است (شکل ۱-الف). تباین چگالی دایک نسبت به محیط پیرامونی اش 1 gr/cm^3 است. مدل از عمق 100 m شروع می‌شود و تا 800 m ادامه دارد. داده حاصل از این مدل، $\mathbf{d}^{exact}$ ، در $441=21 \times 21$ ایستگاه در سطح تولید می‌شود. فواصل ایستگاه‌ها در جهات $\mathbf{x}$ و $\mathbf{y}$ برابر 100 m است. نوفه گوسی با انحراف معیار $(0.02(d^{exact})_i + 0.001\|\mathbf{d}^{exact}\|_2)$ به هر داده اضافه شده است. در این رابطه ضرایب 0.2 و 0.01 سطح نوفه را مشخص می‌کنند. این نوع تولید نوفه از کامل‌ترین انواع تولید نوفه گوسی است؛ به آن علت که انحراف معیار از دو قسمت تشکیل یافته است. برای بررسی اثر سطوح مختلف نوفه در وارون گرانی‌سنجی به وطن‌خواه و همکاران (۱۳۹۳) مراجعه شود. شکل ۱-ب داده تولیدشده توسط این مدل و

آمیخته به نوفه را نشان می‌دهد.

برای وارون‌سازی سطح زیرین به $441=21 \times 21$ مکعب با ابعاد 100 m تقسیم می‌شود. تکرارها با $\mathbf{m}^{(0)} = \mathbf{0}$ شروع می‌شوند. ضریب ε^2 برابر 10^{-9} و کران‌های چگالی $\left[\mathbf{m}_{min} = 0 - \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}, \mathbf{m}_{max} = 1 - \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \right]$ انتخاب شده‌اند. در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل معمولاً در تکرار اول پارامتر تنظیم برابر مقدار بزرگی انتخاب می‌شود که سبب بهبود نتایج است (فارکوهارسن و اولدنبرگ، ۲۰۰۴)؛ بنابراین در تکرار اول نیازی به استفاده از روش‌های تعیین پارامتر تنظیم نیست و در تکرارهای بعدی این روش‌ها استفاده می‌شوند. در این مقاله برای تکرار اول مقدار پارامتر تنظیم با استفاده از $\alpha^{(1)} = (n/m)^2 (\max(\gamma_i) / \text{mean}(\gamma_i))$ (وطن‌خواه و همکاران، ۲۰۱۵) و برنامه بعد از ۹ تکرار متوقف می‌شود. نتایج وارون‌سازی در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲. نتایج وارون‌سازی؛ (الف) سطح مقطع در $Y=1000$ m و (ب) سطح مقطع در $Z=150$ m و $Z=650$ m

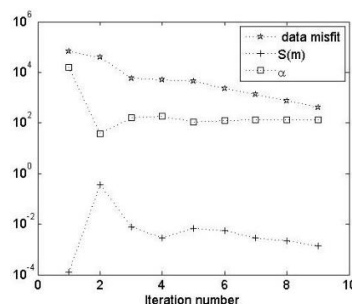
ژئوفیزیک انجام پذیرفته است. به علت وجود حفره‌های زیرسطحی در این ناحیه، کاربرد پایدارکننده نرم یک مناسب است.

۱.۴. زمین‌شناسی منطقه

ناحیه مورد مطالعه در جنوب غربی ایران و در مجاورت محل ساخت سد گتوند روی رودخانه کارون قرار دارد. رسوبات سازند گچساران ساختار زمین‌شناسی غالب در منطقه است. این سازند عمدتاً از مارل (Marl)، ژپس (Gypsum)، انیدریت (Anhydrite) و هالیت (Halite) تشکیل شده است. شکل ۵ نقشه زمین‌شناسی منطقه را نشان می‌دهد. حفره‌های زیرسطحی موجود در برخی از نقاط این سازند توسط فروچال‌هایی (sinkholes) در سطح نمود پیدا کرده‌اند. یکی از بزرگ‌ترین این فروچال‌ها در جنوب شرقی ناحیه قرار دارد و به نام بوستانی (Boostani) شناخته می‌شود. گودال‌های کوچک دیگری نیز در ناحیه وجود دارند. تمامی این فروچال‌ها به علت انحلال رسوبات نمکی سازند گچساران پدیدار شده‌اند. احتمال آنکه فروچال بوستانی و حفره‌های نزدیک آن به طرف غرب و شمال، به سمت رودخانه کارون، با حفره‌های دیگری در ارتباط باشند، مسئله اصلی و مورد مطالعه است. اگر چنین ارتباطی وجود داشته باشد، مقدار زیادی از آبی که باید در پشت سد ذخیره شود، هدر می‌رود و کمبود جدی آب اتفاق خواهد افتاد.

۲.۴. پردازش و آماده‌سازی داده‌ها

تعداد ۱۶۰۰ ایستگاه گرانی سنجی در ناحیه برداشت شده



شکل ۳. عدم انطباق داده، عبارت تنظیم و پارامتر منظم‌سازی در تکرارهای متوالی برای مدل بازسازی‌شده شکل ۲ (محور عمود دارای مقیاس لگاریتمی)

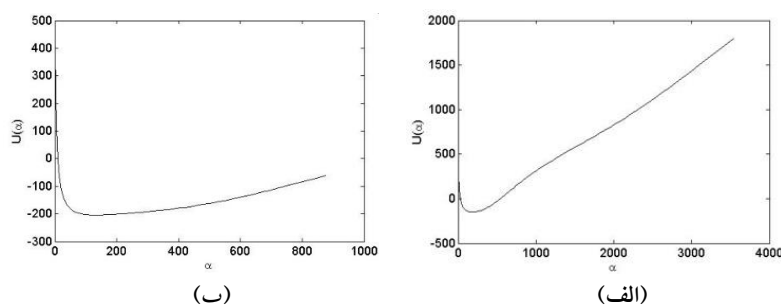
شیب و مرزهای دایک به خوبی بازسازی شده‌اند. همچنین تباین چگالی‌های به‌دست آمده نزدیک به مدل اصلی هستند. نتایج به‌روشنی قابلیت زیاد این الگوریتم را در بازسازی مرزهای گسسته نشان می‌دهد. در عمق تفکیک پذیری کاهش یافته، اما پذیرفتنی است. عبارت عدم انطباق داده، عبارت تنظیم و پارامتر α برای تکرارهای متوالی در شکل ۳ نشان داده شده‌اند. پارامتر تنظیم در تکرارهای آخر به سمت مقدار ثابتی همگرا می‌شود، $\alpha^{(9)} = 131.2$. تابع $U(\alpha)$ برای تکرارهای چهارم و نهم در شکل ۴ دیده می‌شود. همان‌طور که دیده می‌شود، $U(\alpha)$ در ابتدا شروع به کاهش می‌کند و سپس افزایش می‌یابد؛ بنابراین مشخص است که این تابع یک کمینه واضح دارد. پارامتر تنظیم مربوط به این کمینه به عنوان پارامتر بهینه، انتخاب و در وارون‌سازی استفاده می‌شود.

۴. داده‌های واقعی

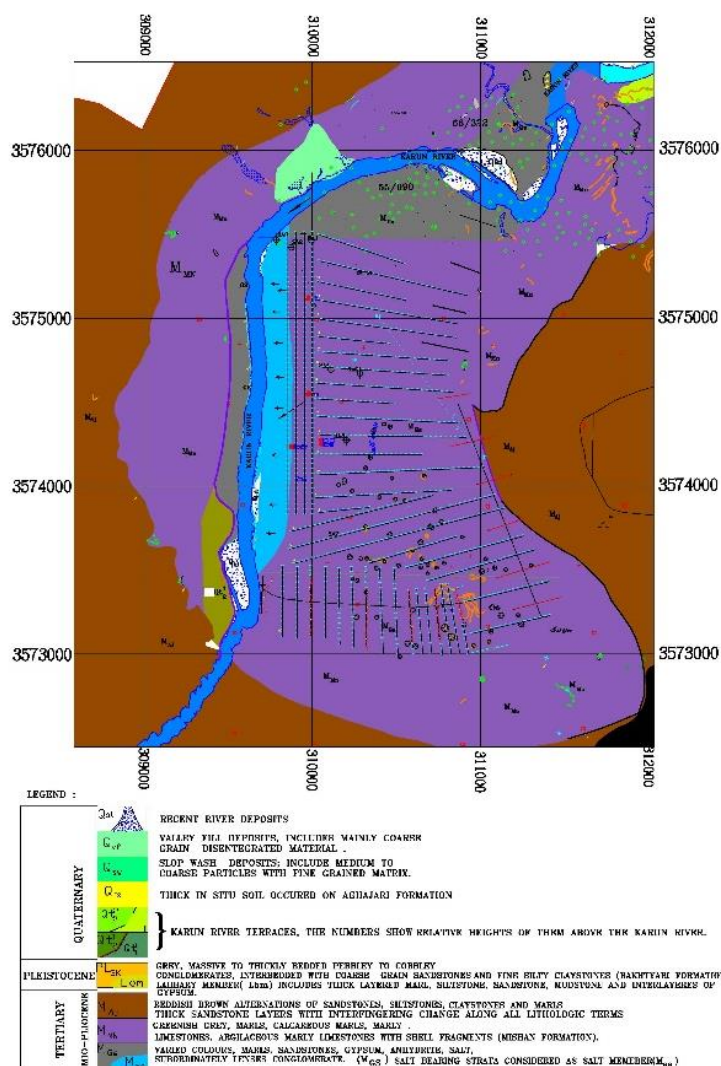
داده‌های گرانی برداشت شده روی ناحیه سد گتوند برای وارون‌سازی استفاده می‌شوند. عملیات برداشت، پردازش و تفسیر این داده‌ها توسط بخش گرانی سنجی مؤسسه

باقیمانده مشخص است (شکل ۶). آنومالی ۵ بر روی فروچال بوستانی قرار دارد. برای کاربرد الگوریتم ناحیه شامل آنومالی های ۲، ۳ و ۴ انتخاب می شود. داده گرانی برای این ناحیه به شبکه ای منظم با فواصل ۳۰m، شامل $۳۲ \times ۲۰ = ۶۴۰$ داده تبدیل می شود.

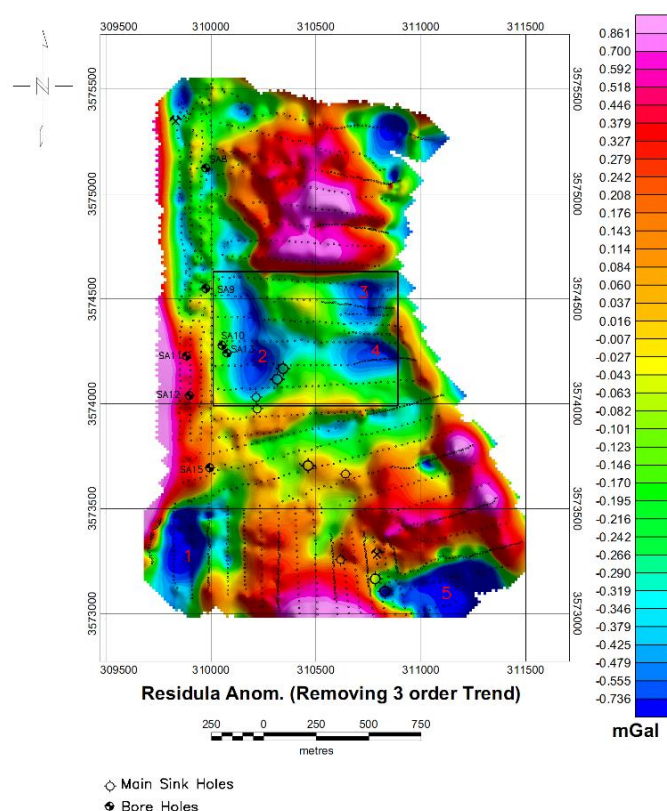
است. فاصله بین ایستگاه ها در طول پروفیل ها برابر ۱۰ m و فاصله بین پروفیل ها بین ۳۰m تا ۵۰m است. این ایستگاه ها روی نقشه شکل ۵ نشان داده شده اند. تصحیحات و پردازش های مورد نظر روی داده ها انجام پذیرفته و بی هنجاری باقیمانده گرانی به دست آمده است (اردستانی، ۲۰۱۳). حضور ۶ آنومالی منفی در نقشه بی هنجاری



شکل ۴. منحنی $U(\alpha)$ ؛ (الف) تکرار چهارم و (ب) تکرار نهم



شکل ۵. نقشه زمین شناسی ناحیه مورد مطالعه



شکل ۶. نقشه آنومالی باقیمانده؛ مستطیل مشکی ناحیه منتخب برای وارون سازی را نشان می دهد.

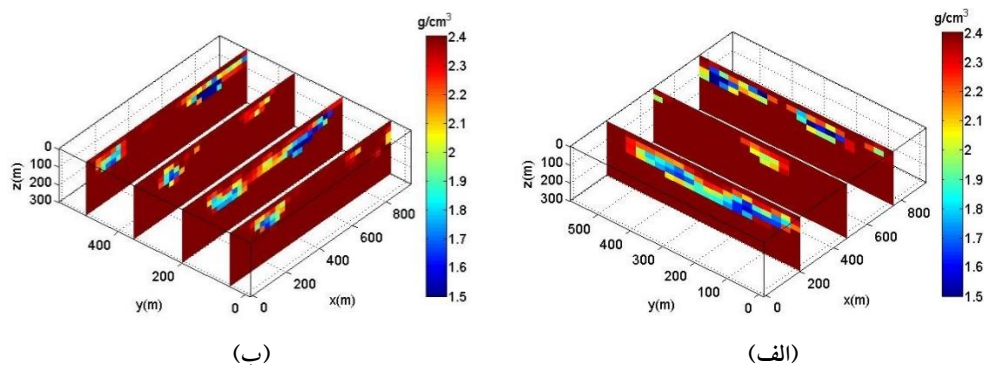
۳.۴. وارون سازی داده ها

می شوند. شکل ۷ نتایج وارون سازی داده های این ناحیه را نشان می دهد. عمق به دست آمده برای آنومالی های ۲، ۳ و ۴ در جدول ۲ جمع آوری شده است. در شکل ۶ وجود دو گمانه در مجاورت آنومالی ۲ مشخص است. نتایج این حفاری ها نیز در جدول آورده شده اند (اردستانی، ۲۰۱۳). نتایج حاصل از مدل سازی با نتایج حفاری تطابق خوبی دارند. عدم انطباق داده، عبارت تنظیم و پارامتر α برای تکرارهای متوالی در شکل ۸ دیده می شود. همچنین تابع $U(\alpha)$ برای تکرارهای پنجم و سیزدهم در شکل ۹ آورده شده است.

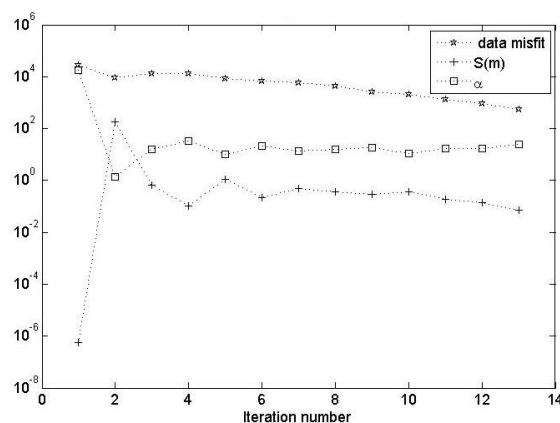
در وارون سازی داده های این ناحیه برای اجتناب از انحراف در لبه ها، دو مکعب از هر طرف به مدل طراحی شده اضافه شده است. بنابراین سطح زیرین با $10 \times 24 \times 36$ مکعب با ابعاد ۳۰ m مدل می شود. برای خطای در داده، فرض می شود که هر داده دارای خطای گوسی است که انحراف معیار آن برابر $(0.02(d^{obs})_i + 0.005\|d^{obs}\|_2)$ است. با توجه به آنکه در این ناحیه حفره های نمکی متداخل مورد انتظار است؛ بنابراین چگالی زمینه برابر 2.4 gr/cm^3 و کران های چگالی $[m_{\min} = 1.5 \text{ gr/cm}^3 \ m_{\max} = 2.4 \text{ gr/cm}^3]$ انتخاب

جدول ۲. عمق های به دست آمده با استفاده از مدل سازی و حفاری

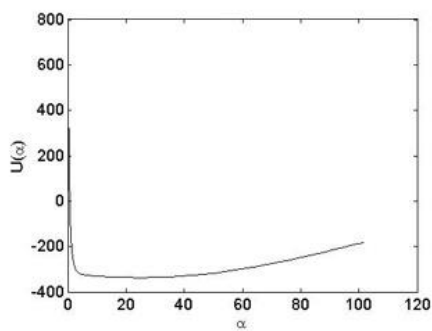
آنومالی	مدل سازی		حفاری	
	کمینه (متر)	بیشینه (متر)	کمینه (متر)	بیشینه (متر)
۲	۹۰-۶۰	۱۵۰	۱۵۰-۱۱۵	۱۶۰-۱۵۰
۳	۳۰	۱۲۰-۹۰	-	-
۴	۳۰	۹۰	-	-



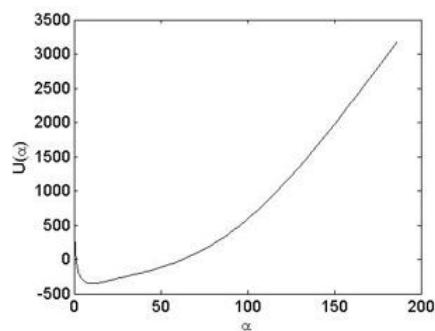
شکل ۷. نتایج وارون‌سازی برای ناحیه انتخاب‌شده شکل ۶: (الف) سطح مقطع در $X=200, 475, 750$ m و (ب) سطح مقطع در $y=50, 200, 350, 500$ m



شکل ۸. عدم انطباق داده، عبارت تنظیم و پارامتر منظم‌سازی در تکرارهای متوالی برای مدل بازسازی‌شده شکل ۷ (محور عمود دارای مقیاس لگاریتمی)



(ب)



(الف)

شکل ۹. منحنی $U(\alpha)$: (الف) تکرار پنجم و (ب) تکرار سیزدهم.

۵. نتیجه‌گیری

صورت تکرار حل شود. در هر تکرار تابع وزن‌دهی با استفاده از مقادیر پارامترهای مدل در تکرار قبل محاسبه می‌شود. با این شیوه کمینه کردن تابع هدف کلی همانند تابع تیخونف معمولی و با مشتق‌گیری انجام گرفت. مدلی که از کمینه کردن چنین تابع هدفی حاصل شود، دارای این قابلیت است که ساختارهایی با مرزهای تیز و گسسته را بازسازی کند. مدل سازی داده‌های مصنوعی

در این مقاله وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی با استفاده از پایدارکننده نرم یک معرفی شد. عبارت تنظیم نرم یک با استفاده از روابطی به صورت نرم دو حاصل ضرب پارامترهای مدل در یک تابع وزن‌دهی تبدیل می‌شود. این تابع وزن‌دهی به پارامترهای مدل وابسته بوده و بنابراین نیاز است که مسئله وارون به

برای وارون سازی داده های برداشت شده در ناحیه سد گتوند به کار رفت. نتایج مدل سازی برای بی هنجاری شماره ۲، گسترش عمقی بین ۹۰-۶۰ تا ۱۵۰ متر را نشان داد که با نتایج حفاری تطابق نسبتاً خوبی دارد. همچنین برای بی هنجاری های ۲ و ۳ گسترش عمقی از ۳۰ تا ۹۰ متر حاصل شد. نتایج نشان داد که در این منطقه احتمال آنکه حفره های زیرسطحی در ارتباط با یکدیگر باشند، وجود دارد. کدهای استفاده شده در این مقاله با نرم افزار متلب نوشته شده و نزد نویسنده رابط موجود است.

مراجع

وطن خواه، س.، ۱۳۹۳، استفاده از اطلاعات اولیه برای تخمین پارامتر منظم سازی تیخونف و کاربرد آن در وارون سازی خطی داده های گرانی، رساله دکتری، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، تهران، ایران.

- Ardestani, V. E., 2013, Detecting, delineating and modeling the connected solution cavities in a dam site via microgravity data, *Acta Geod. Geophys.*, 48, 123-138.
- Boulanger, O. and Chouteau, M., 2001, Constraint in 3D gravity inversion, *Geophysical Prospecting*, 49, 265-280.
- Farquharson, C. G., 2008, Constructing piecewise-constant models in multidimensional minimum-structure inversion, *Geophysics*, 73(1), K1-K9.
- Farquharson, C. G. and Oldenburg, D. W., 1998, Nonlinear inversion using general measure of data misfit and model structure, *Geophys. J. Int.*, 134, 265-277.
- Farquharson, C. G. and Oldenburg, D. W., 2004, A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in non-linear inverse problems, *Geophys. J. Int.*, 156, 411-425.
- Hansen, P. C., 2010, Discrete inverse problems: insight and algorithms, *SIAM fundamentals of algorithms*, Philadelphia.
- Last, B. J. and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion, *Geophysics*, 48, 713-721.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1996, 3D inversion of magnetic data, *Geophysics*, 61, 394-408.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1998, 3D inversion of gravity data, *Geophysics*, 63, 109-119.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1999, 3D Inversion of DC resistivity data using an L-curve criterion, 69th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys. Expanded Abstracts, 251-254.

این توانایی را نشان داد؛ شیب و مرزهای دایک باز سازی شده به مدل اصلی نزدیک بود. نشان داده شد که پایدارکننده نرم یک و قید فشردگی از لحاظ نوع اجرا و نتایج شباهت زیادی دارند. هر دو از توابع وزنی استفاده می کنند و بنابراین مسئله وارون باید به صورت تکرار حل شود. در این مقاله پارامتر تنظیم با استفاده از روش UPRE و برای هر تکرار به دست آمد. این روش نشان داد که توانایی خوبی برای تخمین پارامتر تنظیم در وارون گرانی دارد. کمینه آن به خوبی مشخص است و پارامتر برای تکرارهای آخر به سمت عدد ثابتی همگرا می شود. با استفاده از تجزیه مقادیر تکین تعمیم یافته، روابط کاربردی برای جواب عددی مسئله وارون و همچنین روش تعیین پارامتر تنظیم ارائه شد که کاربرد روش را برای خواننده ساده می کند. در پایان الگوریتم

- Loke, M., Acworth, I. and Dahlin, T., 2003, A comparison of smooth and blocky inversion methods in 2D electrical imaging survey, *Explor. Geophys.*, 34, 182-187.
- Portniaguine, O. and Zhdanov, M. S. 1999, Focusing geophysical inversion images, *Geophysics*, 64, 874-887.
- Vatankhah, S., Ardestani, V. E. and Renaut, R. A., 2014a, Automatic estimation of the regularization parameter in 2-D focusing gravity inversion: application of the method to the Safo manganese mine in northwest of Iran, *Journal of Geophysics and Engineering*, 11, 045001.
- Vatankhah, S., Renaut, R. A. and Ardestani, V. E., 2014b, Regularization parameter estimation for underdetermined problems by the χ^2 principle with application to 2D focusing gravity inversion, *Inverse Problems*, 30, 085002.
- Vatankhah, S., Ardestani, V. E. and Renaut, R. A., 2015, Application of the χ^2 principle and unbiased predictive risk estimator for determining the regularization parameter in 3-D focusing gravity inversion, *Geophys. J. Int.*, 200, 265-277.
- Vogel, C. R., 2002, Computational methods for inverse problems, *SIAM frontiers in applied mathematics*, SIAM, Philadelphia, U.S.A.
- Zhdanov, M. S., 2002, Geophysical inverse theory and regularization problems, Elsevier, Amsterdam.