

## برآورد هزینه‌های وارانتی تولیدکننده و خریدار براساس نوعی سیاست جدید وارانتی PRW

مهدی نصراللهی<sup>۱</sup>، عزت‌الله اصغری‌زاده<sup>۲</sup>

**چکیده:** امروزه تعداد بسیار زیادی از محصولات با وارانتی‌های گوناگون فروخته می‌شوند که در این میان وارانتی‌های تسهیم هزینه و مدل‌سازی شکست‌ها در طول دوره وارانتی و هزینه‌های این سیاست، پیچیدگی‌های زیادی دارند. در این مقاله نوعی مدل جدید سیاست وارانتی PRW توسعه داده شده است که در آن، خرابی تعدادی از قطعات محصول مشمول وارانتی می‌شود و تعدادی از قطعات نیز تحت پوشش وارانتی قرار ندارند. به‌منظور ارائه این سیاست جدید، دو رویکرد جداگانه طراحی شد که در هر رویکرد چگونگی برآورد نرخ شکست محصول متفاوت است. مدل پیشنهادی به تولیدکننده کمک می‌کند تا در صورت به‌کارگیری سیاست پوشش‌ندادن برخی قطعات، برآورد دقیقی از هزینه‌های مورد انتظار داشته باشد و قیمت وارانتی را بر این اساس تعیین کند؛ در نتیجه خریدار نیز از کاهش هزینه‌های مورد انتظار وارانتی و به‌تبع آن کاهش قیمت وارانتی سود خواهد برد. در نهایت، مدل‌های برآورد هزینه‌های وارانتی محصول در طول دوره طراحی و با استفاده از مثال عددی اعتبارسنجی شده است.

واژه‌های کلیدی: سیاست‌های وارانتی، وارانتی، وارانتی تسهیم هزینه (PRW)، هزینه وارانتی.

۱. استادیار گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

۲. دانشیار گروه صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۸/۲۴

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۴/۱۲/۲۲

نویسنده مسئول مقاله: مهدی نصراللهی

E-mail: m.nasrollahi@soc.ikiu.ac.ir

## مقدمه

در بازارهای بسیار رقابتی امروز نوع وارانتهی که همراه با محصول ارائه می‌شود به عامل بسیار مهمی برای تولیدکننده و خریدار تبدیل شده است. وارانتهی تعهدی است که تولیدکنندگان (فروشنندگان) را ملزم می‌کند عیوب محصولات را طی دوره وارانتهی از طریق تعمیر یا تعویض برطرف کنند (یانگ، هی و هی، ۲۰۱۶). البته، وارانتهی محصول یکی از عوامل مؤثر در تصمیم‌گیری مشتریان برای خرید است. از دیدگاه خریداران، وارانتهی محافظ آنان در زمان استفاده از محصول است (یه و فانگ، ۲۰۱۴). مشتریان هنگام انتخاب از میان چند محصول که ویژگی‌های مشابه دارند، معمولاً محصولی را برمی‌گزینند که وارانتهی بهتری دارد (استامنکوویچ، پوپوویچ، اسپاسوژویچ و رادیوژویچ، ۲۰۱۱).

هدف وارانتهی این است که به مشتریان اطمینان دهد، محصول فروخته‌شده در طول دوره وارانتهی، تحت شرایط استفاده نرمال می‌تواند وظایفی که برای اجرایشان طراحی شده است را به درستی انجام دهد (کریم و سوزوکی، ۲۰۰۵). بنابراین، وارانتهی می‌تواند ریسک خرید مشتری را کاهش دهد و در عین حال به کاهش توقعات غیرمنطقی مشتریان کمک کند. به علاوه، وارانتهی نوعی ابزار بازاریابی مؤثر برای متمایز کردن محصول از سایر محصولات مشابه است و می‌تواند مشتری را به خرید محصول ترغیب کند.

ماهیت و میزان وارانتهی هزینه‌هایی را برای تولیدکننده به دنبال دارد و بر فروش، سهم بازار، هزینه‌ها و سود بسیاری از کسب‌وکارها اثر می‌گذارد. قرارداد وارانتهی به‌طور معمول شامل این مشخصات است (توماس و راو، ۱۹۹۹): الف) طول زمانی که طی آن عمل به قرارداد وارانتهی ضروری است (طول دوره وارانتهی)؛ ب) روش جبران شکست‌های محصول در طول دوره وارانتهی؛ و ج) شرایطی که طی آن توافق وارانتهی نقض می‌شود و تولیدکننده ملزم به ارائه خدمت نیست. پیشنهادهای متفاوت وارانتهی را سیاست وارانتهی می‌گویند که براساس هزینه وارانتهی و هزینه تعمیر به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند: تعویض رایگان، تسهیم هزینه و ترکیبی. به علاوه، براساس دوره زمانی وارانتهی نیز می‌توان دو سیاست دوره ثابت و دوره تجدیدپذیر را متمایز کرد (نصراللهی، اصغری‌زاده، جعفرنژاد و صنیعی منفرد، ۱۳۹۳).

در مجموع، هزینه‌های وارانتهی با توجه به تولیدکننده و نوع محصول، حدود ۲ تا ۱۰ درصد از قیمت فروش را به خود اختصاص می‌دهد (مورتی، ۲۰۰۷). با افزایش مدت وارانتهی، هزینه‌های مورد انتظار وارانتهی برای تولیدکننده افزایش می‌یابد. با وجود این، به دلیل رقابت بسیار پیچیده و زیاد در بازارها و همچنین تقاضای مشتریان، رقابت بین تولیدکنندگان برای ارائه وارانتهی‌های بهتر به منظور جذب مشتریان افزایش بیشتری یافته است. بنابراین، تولیدکنندگان به دنبال راهی هستند

تا علاوه بر ارائه وارانتی‌های جذاب، هزینه‌های مربوط به خرابی محصولات تحت پوشش وارانتی را حداقل کنند. به همین منظور مدل‌های گوناگونی برای برآورد هزینه‌های مورد انتظار توسعه یافته‌اند که هر یک فرض‌ها و ضعف‌هایی دارند.

محصولاتی در بازار وجود دارند که برخی از قطعات آنها تحت پوشش وارانتی قرار دارند و برخی دیگر وارانتی ندارند. بنابراین، وارانتی‌دهنده هنگام برآورد هزینه‌ها باید این دو گروه از قطعات را جداگانه بررسی کند. از آنجا که مدل پایه وارانتی تسهیم هزینه، توانایی تفکیک این دو گروه از قطعات را هنگام برآورد هزینه‌های وارانتی ندارد، در این مطالعه، نوعی مدل وارانتی تسهیم هزینه برای برآورد هزینه‌های وارانتی چنین محصولاتی توسعه داده می‌شود. بدین منظور ابتدا مروری کوتاه بر پیشینه تحقیق و مبانی وارانتی تسهیم هزینه انجام می‌شود، سپس روش پژوهش همراه با نمادها و پیش‌فرض‌های استفاده‌شده در مطالعه و نیز پایه‌های مدل مد نظر ارائه می‌شود. در نهایت، مدل ریاضی سیاست وارانتی PRW معرفی شده و در پایان نیز اعتبار مدل به‌وسیله مثال عددی ارزیابی خواهد شد.

### پیشینه پژوهش

مطالعه وارانتی مفاهیم گوناگون از علوم مختلف (مانند مهندسی، حسابداری، بازاریابی، حقوق، و...) را دربرمی‌گیرد و به دلیل تنوع آن، وارانتی محصول در کانون توجه محققان علوم مختلف قرار گرفته است (مورتی و جمال‌الدین، ۲۰۰۲). سیاست‌های متفاوت وارانتی، هزینه‌های متفاوتی را به دنبال دارد. ویژگی‌های مربوط به سیاست‌های وارانتی در تعیین هزینه‌های آن بسیار مهم است (لی و جیا، ۲۰۱۵). انواع بسیار متفاوتی از سیاست‌های وارانتی برای محصولات نو و کارکرده مطالعه و پیشنهاد شده‌اند. توسعه مدل‌های ریاضی برای سیاست‌های متفاوت وارانتی با در نظر گرفتن مفروضات متفاوت همچنان ادامه دارد. مرور جامع بر سیاست‌های گوناگون وارانتی و مدل‌های ریاضی آنها را می‌توان در چندین پژوهش مشاهده کرد (بلیشکی و مورتی، ۱۹۹۲؛ بلیشکی و مورتی، ۱۹۹۴؛ بلیشکی و مورتی، ۱۹۹۶).

منکه (۱۹۶۹) هزینه‌های وارانتی تسهیم هزینه را برای محصولات تعمیرنشده با در نظر گرفتن تابع توزیع شکست‌نمایی برآورد کرد. در مطالعه دیگری رویکردی برای ارزیابی سیاست‌های وارانتی و تعیین دوره بهینه وارانتی برای محصولات تعمیرنشده ارائه شد. نتایج این تحقیق نشان‌دهنده برابری سیاست‌های تسهیم هزینه و تعمیر رایگان از دیدگاه تولیدکننده است (توماس، ۱۹۸۳). در مطالعه‌ای دیگر، مدلی برای وارانتی PRW تجدیدپذیر ارائه شد که در آن نرخ شکست قطعات، هزینه نگهداری پیشگیرانه و هزینه تعویض، ثابت فرض شدند. این مدل

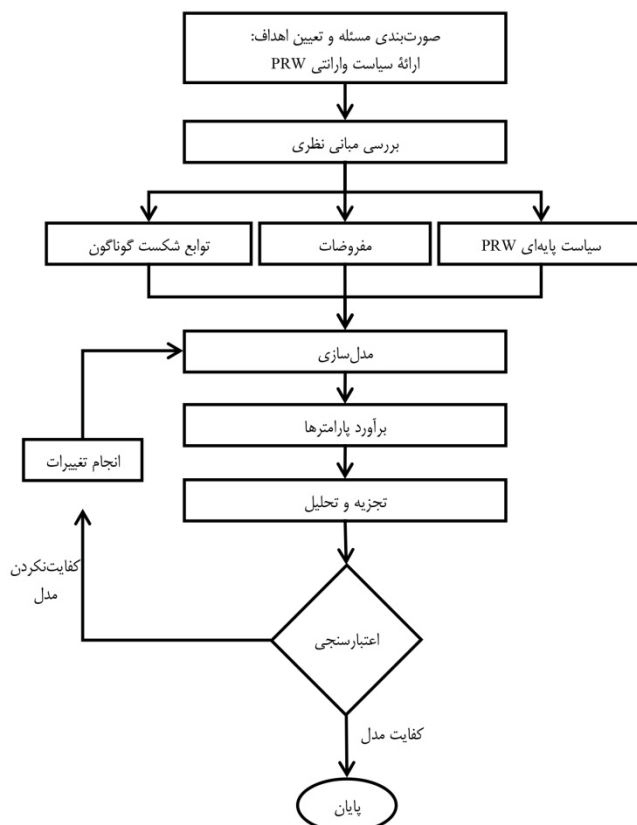
توانایی تعیین تعداد و دوره‌های بهینه نگهداری پیشگیرانه بعد از اتمام دوره وارانته را دارد (جین و ماهشواری، ۲۰۰۶). در سال ۲۰۰۷ مدلی برای تعیین دوره بهینه وارانته محصولات تعمیرنشده تحت سیاست ترکیبی تعویض رایگان و تسهیم هزینه (FRW/ PRW) ارائه شد (وو و لی، ۲۰۰۷). در این مطالعه با ارائه مثال‌های عددی و با در نظر گرفتن زمان شکست محصول و کاربرد توزیع‌نمایی و وایبول مشخص شد که سیاست ترکیبی FRW/ PRW تجدیدشونده نتایج بهتری در مقایسه با سیاست تجدیدشونده ساده به‌دنبال دارد. سعیدی مهرآباد، نورالسنا و شفییعی (۲۰۱۰) بر مسئله وارانته محصولات دست دوم تمرکز کردند و رویکرد آزمون غربالگری و عمر مجازی را برای بهبود قابلیت اطمینان محصولات دست دوم تحت سیاست‌های FRW و PRW پیشنهاد دادند. در مطالعه‌ای دیگر، نوعی مدل تصمیم‌گیری برای وارانته PRW با در نظر گرفتن استراتژی‌های تولید و قیمت‌گذاری ارائه شده است و با استفاده از الگوریتم ابتکاری، الگوی بهینه وارانته در موقعیتی که داده‌های تاریخی کافی وجود ندارد، پیشنهاد شده است (به و فانگ، ۲۰۱۴). پارک، ژانگ و پارک (۲۰۱۴) به توسعه مدلی برای تعیین دوره بهینه وارانته پرداختند که در آن، هزینه‌های تعمیر و تعویض به‌طور هم‌زمان از دیدگاه تولیدکننده مد نظر قرار گرفته است. بر این اساس مدل‌های مناسب وارانته برای حداقل‌سازی هزینه‌های تولیدکننده طراحی شده‌اند. در مطالعه دیگری نوعی مدل بهینه‌سازی برای تعیین طول دوره بهینه ارائه شده است تا میانگین هزینه کل سرویس را حداقل کند (شفییعی، چوکوا و یان، ۲۰۱۴).

بررسی مطالعات پیشین نشان می‌دهد احتمالاً تا کنون مطالعه‌ای در خصوص برآورد هزینه‌های وارانته برای محصولات که دارای دو دسته مجزا از قطعات مشمول وارانته و بدون وارانته هستند، صورت نگرفته است؛ بنابراین در مطالعه حاضر به‌دنبال توسعه چنین مدلی هستیم.

### روش‌شناسی پژوهش

براساس طبقه‌بندی واکر، روش پژوهش حاضر تحلیل ریاضی است (واکر، ۱۹۹۸). از سوی دیگر، این پژوهش از نظر هدف اکتشافی است و از نظر گردآوری داده‌ها توصیفی محسوب می‌شود؛ چرا که روابط میان متغیرها را وصف می‌کند (بابی، ۲۰۰۷). هدف از اجرای این پژوهش، یافتن شیوه‌ای برای برآورد هزینه‌های تولیدکننده و خریدار در موقعیتی است که قطعاتی از محصول تحت پوشش وارانته تسهیم هزینه است و برخی قطعات نیز تحت پوشش وارانته قرار ندارد. به‌منظور دستیابی به مدل مد نظر، از آنجا که پدیده مطالعه‌شده پیچیده و ناشناخته است، ابتدا فرایندهای گوناگون مدل‌سازی وارانته با مرور پیشینه شناسایی شد، سپس با توجه به مدل‌های بررسی‌شده و مفروضات مد نظر در پژوهش حاضر، مدلی به‌منظور دستیابی به هدف تحقیق ارائه

می‌شود. مدل پیشنهادی در قالب دو رویکرد جداگانه، مدل پایه‌ای سیاست تسهیم هزینه وارانتی را توسعه می‌دهد. شکل ۱ مراحل کلی این فرایند را نشان می‌دهد.



شکل ۱. فرایند اجرای پژوهش

- نمادهای زیر برای ارائه مدل‌ها به کار می‌روند:
- $W$ : طول دوره وارانتی؛
  - $x$ : زمان بروز شکست محصول؛
  - $N(W)$ : تعداد شکست‌ها در طول دوره وارانتی؛
  - $\lambda$ : مشخصه معکوس عمر توزیع وایبول؛
  - $\beta$ : پارامتر شکل توزیع وایبول؛
  - $q(x)$ : تابع تسهیم هزینه‌ها؛

$F(.)$ : تابع توزیع تجمعی شکست محصول؛

$f(.)$ : تابع چگالی شکست؛

$A(x)$ : تابع نرخ شکست (فرض می‌کنیم متغیر تصادفی  $T$  منفی نیست؛ در این صورت طول عمر قطعه (یا سیستم) با تابع چگالی  $f_t(x)$  و تابع توزیع تجمعی  $F_t(x)$  نشان داده می‌شود. بدین ترتیب تابع نرخ شکست  $A_t(x)$ ، گویای این احتمال است که قطعه یا سیستم تا زمان  $x$  خراب نشده و در بازه زمانی  $(x, x + dx)$  خراب شود)؛

$N_A(., W)$ : تعداد شکست قطعات تحت پوشش وارانته طی دوره وارانته؛

$N_B(., W)$ : تعداد شکست قطعات بدون پوشش وارانته طی دوره وارانته؛

$p$ : نسبت قطعات تحت پوشش وارانته؛

$q$ : نسبت قطعات بدون پوشش وارانته؛

$c_B$ : هزینه اصلاح (تعمیر) در هر بار خرابی محصول برای خریدار، چنانچه محصول وارانته نداشته باشد؛

$c_m$ : هزینه اصلاح (تعمیر) در هر بار خرابی برای تولیدکننده که هزینه واقعی اصلاح محصولات تحت پوشش وارانته است؛

$c_w$ : قیمت وارانته که تولیدکننده در زمان خرید محصول تعیین و پیشنهاد می‌کند.

طراحی مدل‌های ریاضی، به در نظر گرفتن مفروضاتی برای محدود کردن دامنه مدل بررسی شده و امکان پذیر کردن حل آن نیاز دارد (اصغری زاده، ۱۳۷۹). مدل‌های وارانته نیز عمدتاً بر اساس ساده‌سازی و قبول فرضیه‌ها شکل می‌گیرند؛ مانند:

- شکست محصولات، مستقل از یکدیگر رخ می‌دهند؛
- شکست محصولات تابعی از عمر آنهاست؛
- زمان لازم برای انجام عملیات اصلاح در مقایسه با میانگین زمان بین شکست‌ها ناچیز است و نادیده گرفته می‌شود؛
- شکست هر محصول به بروز ادعای وارانته منجر می‌شود و تمام ادعاها نیز صحیح‌اند؛
- تمام محصولات خراب‌شده با محصولات نو تعویض می‌شوند؛
- شکست‌ها در طول دوره وارانته در سطح سیستم (محصول) مدل‌سازی می‌شوند.

### وارانته تسهیم هزینه

تحت این سیاست وارانته، چنانچه محصولی پیش از اتمام دوره وارانته بشکند، تولیدکننده باید محصول را با دریافت بخشی از هزینه تعمیر/ تعویض کند. سهم مشتری از هزینه اصلاح تابعی خطی یا غیرخطی از عمر محصول است (بلیشکی، رزایول و مورتی، ۲۰۱۱).

در کل سیاست PRW را می‌توان با تابع تسهیم  $q(x)$  بیان کرد که این تابع، سهم تولیدکننده در هزینه‌ها را به‌عنوان تابعی از زمان انجام خدمت  $(x)$  نشان می‌دهد. پرکاربردترین تابع در سیاست PRW تابع خطی<sup>۱</sup> به شرح زیر است:

$$q_1(x) = \begin{cases} (1 - x/W)c_m & 0 \leq x < W \\ 0 & x \geq W \end{cases} \quad \text{رابطه ۱}$$

مهم‌ترین دلیل کاربرد این سیاست، تأثیر مثبت آن بر کاهش هزینه‌های وارانتهی است (مورتی و بلیشکی، ۲۰۰۵).

**هزینه مورد انتظار تولیدکننده:** کل هزینه مورد انتظار تولیدکننده به‌ازای هر واحد محصول، تابعی از هزینه تولید و هزینه اصلاح است. بلیشکی و مورتی (۱۹۹۴) رابطه‌های محاسبه هزینه مورد انتظار را توسعه دادند. از آنجا که برای تولیدکننده، هزینه تولید محصولات در هر فرایند تولید یکسان و ثابت است، در مدل‌هایی که در ادامه می‌آیند تنها هزینه‌های وارانتهی در نظر گرفته می‌شود. هزینه واقعی تولیدکننده به‌ازای هر واحد محصول فروخته‌شده تحت سیاست PRW برابر است با:

$$C_m = q(X_1) \quad \text{رابطه ۲}$$

بدین ترتیب، هزینه مورد انتظار وی بابت وارانتهی به‌ازای هر واحد محصول را می‌توان از رابطه ۳ به‌دست آورد.

$$E[C_m(W; q)] = c_m[F(W) - \mu_W/W] \quad \text{رابطه ۳}$$

به‌طوری که  $\mu_W = \int_0^W x dF(x)$  است (مورتی و بلیشکی، ۱۹۹۲؛ بلیشکی و مورتی، ۲۰۰۰).

**هزینه مورد انتظار مشتری:** هزینه واقعی خریدار به‌ازای یک واحد محصول خریداری‌شده تحت PRW برابر است با (بلیشکی و مورتی، ۱۹۹۴):

$$C_b(W) = \begin{cases} C_W + c_m \left( \frac{X_1}{W} \right), & 0 \leq x < W \\ C_W + c_b, & x \geq W \end{cases} \quad \text{رابطه ۴}$$

1. Straight linear and proportional linear pro-ration

بدین ترتیب، هزینه مورد انتظار خریدار به ازای هر واحد مطابق رابطه ۵ خواهد بود.

$$E[C_b(W)] = C_w + c_m \left[ \frac{\mu W}{W} + 1 - F(W) \right] \quad \text{رابطه ۵}$$

### ارائه مدل: قطعات مشمول وارانتی PRW

در مدل پیشنهادی، اجزای محصول به دو گروه تقسیم می‌شوند. شکست‌های اجزای گروه یک تحت پوشش وارانتی PRW قرار دارند و اجزای گروه دوم تحت پوشش وارانتی نیستند؛ بنابراین هزینه‌های مورد انتظار وارانتی تولیدکننده و خریدار تحت تأثیر قطعات موجود در این دو گروه و نرخ شکست قطعات هر یک از گروه‌هاست. فرض کنیم  $N_A(\cdot, W)$  و  $N_B(\cdot, W)$  نشان‌دهنده تعداد شکست‌های این دو گروه طی دوره وارانتی باشد. شکست‌های اجزا (قطعات) در طول دوره وارانتی را می‌توان با رویکردهای مختلف مدل‌سازی کرد. در ادامه دو رویکرد در سیاست جدید ارائه می‌شود.

#### رویکرد اول

در این رویکرد شکست‌ها با نوعی فرایند نقطه‌ای و تابع نرخ  $\Lambda(x)$  مدل‌سازی می‌شوند؛ هر چند در هر نقطه (مرتبط با یک شکست) مشخص می‌شود که شکست قطعه تحت پوشش وارانتی قرار دارد یا خیر. این نشانه با متغیر تصادفی صفر و یک ( $Y$ ) مشخص می‌شود که در آن  $Y = 1$  به معنای پوشش وارانتی و  $Y = 0$  نیز به معنای عدم پوشش وارانتی روی قطعه است و  $P\{Y = 0\} = (1 - p) = q$  و  $P\{Y = 1\} = p$ .

در این مورد، تعداد مورد انتظار شکست‌های اجزای محصول فروخته شده که تحت پوشش وارانتی PRW هستند، طی دوره وارانتی با رابطه ۶ محاسبه می‌شود.

$$E[N_A(0, W)] = p \left[ \int_0^W \Lambda(x) dx \right] \quad \text{رابطه ۶}$$

به‌طور مشابه تعداد مورد انتظار شکست‌ها برای اجزایی که تحت پوشش وارانتی نیستند، در این سیاست از رابطه ۷ به‌دست می‌آید.

$$E[N_B(0, W)] = q \left[ \int_0^W \Lambda(x) dx \right] \quad \text{رابطه ۷}$$

برای زامین شکست قطعه  $TAM$  در هر محصول می‌توان  $Y_{ij}$  را به شرح زیر تعریف کرد:



$$Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{for } i \in A \\ 0 & \text{for } i \in B \end{cases} \quad \text{رابطه ۸}$$

فرض کنیم  $M_j$  و  $B_j$  به ترتیب هزینه‌های تولیدکننده و خریدار را به‌ازای  $j$  امین شکست تحت وارانتهی نشان دهند؛ از آنجا که هزینه‌ها تسهیم می‌شوند، برای شکست  $j$  ام خواهیم داشت:

$$M_j = Y_j C_j \left(1 - \frac{x_j}{W}\right) \quad \text{رابطه ۹}$$

$$B_j = (1 - Y_j) C_j + Y_j C_j \left(\frac{x_j}{W}\right) \quad \text{رابطه ۱۰}$$

در نتیجه، کل هزینه تولیدکننده در طول وارانتهی  $(C_M(W))$  از رابطه ۱۱ به‌دست می‌آید.

$$C_M(W) = \sum_{j=1}^{N(W)} M_j \quad \text{رابطه ۱۱}$$

که  $M_j$  از رابطه ۹ به‌دست می‌آید. به‌طور مشابه کل هزینه خریدار در طول دوره وارانتهی  $(C_B(W))$  نیز از رابطه ۱۲ به‌دست می‌آید.

$$C_B(W) = \sum_{j=1}^{N(W)} B_j \quad \text{رابطه ۱۲}$$

فرض کنیم  $p$  معرف احتمال شکست یک قطعه به‌دلیل شکست اجزای گروه  $A$  است. تعداد مورد انتظار شکست‌های تحت پوشش وارانتهی با رابطه ۶ و اجزای بدون وارانتهی با رابطه ۷ نشان داده می‌شود؛ بنابراین هزینه مورد انتظار وارانتهی برای تولیدکننده به‌کمک رابطه ۱۳ محاسبه خواهد شد.

$$E[C_m(0, W)] = c_m \left(1 - \frac{x}{W}\right) p \left[ \int_0^W \lambda \beta (\lambda x)^{(\beta-1)} dx \right] \quad \text{رابطه ۱۳}$$

و هزینه مورد انتظار خریدار برای دوره وارانتهی  $E[C_b(0, W)]$  نیز از طریق رابطه ۱۴ به‌دست می‌آید.

$$E[C_b(0, W)] = c_m \left(\frac{x}{W}\right) p \left[ \int_0^W \lambda \beta (\lambda x)^{(\beta-1)} dx \right] + c_b q \left[ \int_0^W \lambda \beta (\lambda x)^{(\beta-1)} dx \right] \quad \text{رابطه ۱۴}$$

### رویکرد دوم

در این رویکرد شکست اجزای گروه اول که تحت پوشش وارانته هستند با تابع نرخ  $\Lambda_A(x)$  و شکست اجزای گروه دوم نیز با تابع نرخ  $\Lambda_B(x)$  مدل سازی می شوند. این دو، تابع افزایشی از زمان  $(x)$  هستند. بنابراین؛ توزیع  $N_A(W)$  و  $N_B(W)$  براساس فرایند غیر ثابت<sup>۱</sup> پواسان و با توابع نرخ  $\Lambda_A(x)$  و  $\Lambda_B(x)$  خواهد بود. تعداد مورد انتظار شکستها در طول دوره وارانته محصول را می توان براساس رابطه های ۱۵ و ۱۶ بیان کرد.

$$E[N_A(0, W)] = \int_0^W \Lambda_A(x) dx \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$E[N_B(0, W)] = \int_0^W \Lambda_B(x) dx \quad \text{رابطه ۱۶}$$

در نتیجه، هزینه وارانته مورد انتظار تولیدکننده از رابطه ۱۷ به دست می آید.

$$E[C_m(0, W)] = c_m(1 - x/W)p \left[ \int_0^W \lambda_A \beta_A (\lambda_A x)^{(\beta_A - 1)} dx \right] \quad \text{رابطه ۱۷}$$

به طور مشابه، هزینه مورد انتظار خریدار برای دوره وارانته نیز به کمک رابطه ۱۸ محاسبه می شود:

$$E[C_b(0, W)] = c_m(x/W)p \left[ \int_0^W \lambda_A \beta_A (\lambda_A x)^{(\beta_A - 1)} dx \right] + c_b q \left[ \int_0^W \lambda_B \beta_B (\lambda_B x)^{(\beta_B - 1)} dx \right] \quad \text{رابطه ۱۸}$$

چنانچه  $\Lambda_A(x) = p\Lambda(x)$  و  $\Lambda_B(x) = q\Lambda(x)$  باشد، هر دو رویکرد نتایج مشابهی خواهند داشت.

### یافته های پژوهش و اعتبارسنجی مدل

پارامترهای شکست برآورد شده عبارتند از: پارامتر شکل  $\beta = 1$  و مشخصه معکوس عمر  $\lambda = 0.325$ . بنابراین، میانگین زمان تا نخستین شکست برابر  $\mu = 1$  سال است. هزینه انجام هر

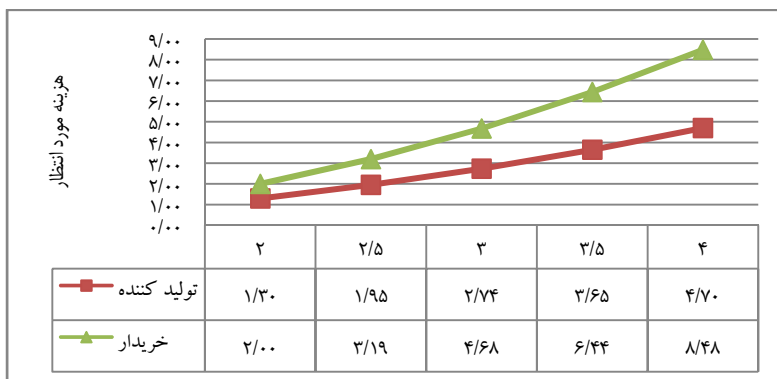
برآورد هزینه‌های وارانتی تولیدکننده و خریدار براساس نوعی ... ۱۰۷

تعمیر نیز برابر ۱۰۰ و  $C_m = 20$  و  $C_b = 30$  و نیز  $p = 0/6$  و  $q = 0/4$  است. شبیه‌سازی رایانه‌ای به ایجاد جدول ۱ منجر می‌شود که در آن هزینه‌های متفاوت وارانتی تولیدکننده در رویکرد اول به‌ازای دوره‌های متفاوت وارانتی نشان داده شده است.

جدول ۱. هزینه مورد انتظار وارانتی تولیدکننده و خریدار به‌ازای دوره‌های متفاوت وارانتی رویکرد اول

W	۲	۲/۵	۳	۳/۵	۴
$E[C_m(\cdot, W)]$	۱/۳۰	۱/۹۵	۲/۷۴	۳/۶۵	۴/۷۰
$E[C_b(\cdot, W)]$	۲/۰۰	۳/۱۹	۴/۶۸	۶/۴۴	۸/۴۸

هزینه‌های وارانتی مورد انتظار تولیدکننده و خریدار (جدول ۱) در شکل ۲ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۲ مشخص است، هزینه‌های تولیدکننده و خریدار با افزایش دوره وارانتی افزایش می‌یابند. نسبت قطعات دارای وارانتی و هزینه مورد انتظار اصلاح، تأثیر مستقیمی بر هزینه‌های کل تولیدکننده و خریدار دارند. هرچه نسبت قطعات دارای وارانتی بیشتر شود، سهم تولیدکننده در اصلاح محصولات معیوب افزایش می‌یابد و هزینه کمتری به خریدار تحمیل می‌شود.



شکل ۲. هزینه مورد انتظار وارانتی تولیدکننده و خریدار به‌ازای دوره‌های متفاوت وارانتی رویکرد اول

حال فرض کنیم در گروه اول  $\beta_A = 1/91$  و در گروه دوم نیز مقادیر پارامتر شکست  $\lambda_B = 0/241$  به‌ازای هر سال و  $\beta_B = 2/31$  باشد. با استفاده از مقادیر به‌کاررفته در مدل رویکرد اول، جدول‌های ۲ و ۳ به‌ترتیب هزینه وارانتی برای تولیدکننده و خریدار را نشان خواهند داد.

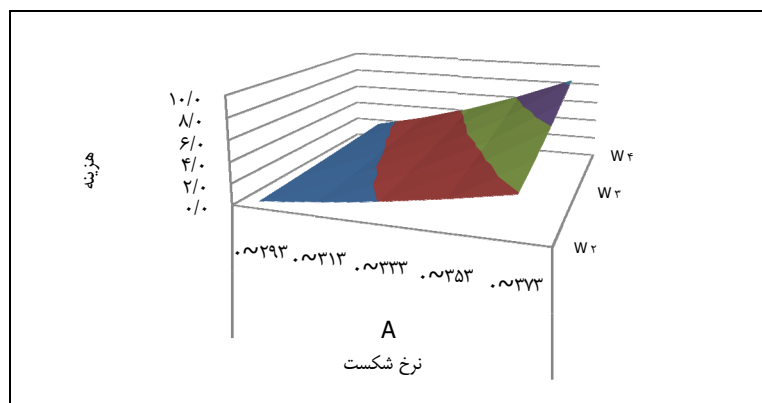
جدول ۲. هزینه مورد انتظار وارانته برای تولیدکننده در رویکرد دوم

W						
۴	۳/۵	۳	۲/۵	۲		
۱/۵۰	۱/۲۶	۱/۰۵	-/۸۷	۰/۷۱	۰/۳۹۳	$\lambda_A$
۲/۷۳	۲/۳۰	۱/۹۲	۱/۵۸	۱/۲۹	۰/۳۱۳	
۴/۲۷	۳/۶۰	۳/۰۱	۲/۴۹	۲/۰۳	۰/۳۳۳	
۶/۱۲	۵/۱۷	۴/۳۲	۳/۵۸	۲/۹۲	۰/۳۵۳	
۸/۲۶	۶/۹۸	۵/۸۵	۴/۸۴	۳/۹۶	۰/۳۷۳	

جدول ۳. هزینه مورد انتظار وارانته برای خریدار در رویکرد دوم

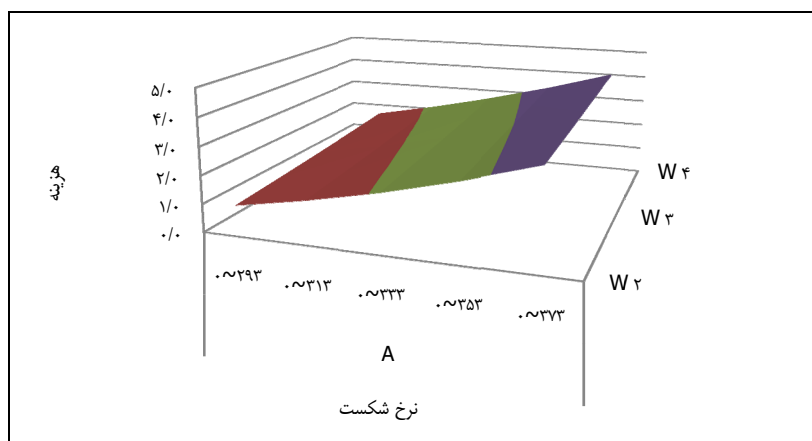
۴	۳/۵	۳	۲/۵	۲		
۱/۵۹	۱/۴۵	۱/۳۲	۱/۲۰	۱/۰۹	۰/۳۹۳	$\lambda$
۲/۰۹	۱/۹۴	۱/۷۹	۱/۶۶	۱/۵۴	۰/۳۱۳	
۲/۶۵	۲/۴۹	۲/۳۵	۲/۲۱	۲/۰۸	۰/۳۳۳	
۳/۲۸	۳/۱۸	۲/۹۸	۲/۸۵	۲/۷۲	۰/۳۵۳	
۴/۰۰	۳/۸۶	۳/۷۲	۳/۵۹	۳/۴۶	۰/۳۷۳	

شکل ۳ که بر مبنای جدول ۲ ترسیم شده است، کل هزینه مورد انتظار تولیدکننده را در رویکرد دوم نشان می‌دهد. مشخص است که با افزایش دوره وارانته و نرخ شکست قطعات، میزان هزینه‌ها نیز افزایش می‌یابند.



شکل ۳. هزینه مورد انتظار وارانته برای تولیدکننده به ازای دوره‌های متفاوت وارانته در رویکرد دوم

شکل ۴ نیز بر مبنای جدول ۳ ترسیم شده است و کل هزینه مورد انتظار خریدار را در رویکرد دوم سیاست دوم نشان می‌دهد.



شکل ۴. هزینه مورد انتظار وارانتهی برای خریدار به‌زای دوره‌های متفاوت وارانتهی در رویکرد دوم

همچنین، در این شکل‌ها مشخص است که تحت نرخ‌های شکست فرض شده و دوره‌های متفاوت وارانتهی، هزینه‌های خریدار با سرعت کمتری نسبت به تولیدکننده افزایش می‌یابد. این هزینه‌ها تحت تأثیر نسبت قطعات وارانتهی شده و بدون وارانتهی نیز قرار دارند. هرچه نسبت قطعات وارانتهی شده بیشتر باشد، سهم تولیدکننده از کل هزینه‌ها افزایش می‌یابد. بنابراین، در صورت ثابت ماندن هزینه‌های اصلاح، هزینه‌های تولیدکننده و خریدار تحت تأثیر نسبت قطعات وارانتهی شده، طول دوره وارانتهی و پارامترهای شکست قرار می‌گیرد.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله نوعی سیاست جدید وارانتهی PRW یک‌بعدی با دوره ثابت پیشنهاد شده است که در مقایسه با مدل عمومی موجود، چند نوآوری و بهبود اساسی دارد. از آنجا که وارانتهی‌دهندگان هنگام ارائه وارانتهی، معمولاً برخی قطعات محصول را به دلایل مختلف تحت پوشش وارانتهی قرار نمی‌دهند، جداسازی قطعات تحت پوشش وارانتهی و بدون وارانتهی از یکدیگر هنگام برآورد هزینه‌های مورد انتظار، بسیار منطقی به نظر می‌رسد. بنابراین، مدل ارائه شده در این مطالعه با دو رویکرد متفاوت، قطعات محصول را به دو گروه دارای وارانتهی و بدون وارانتهی تقسیم می‌کند که برای بسیاری از محصولات بادوام مصرفی کاربرد دارد و بدین ترتیب هزینه‌های مورد انتظار

تولیدکننده و خریدار را می‌سنجد. به علاوه، در این مدل امکان تعریف پارامترهای شکست یا حتی توابع نرخ شکست‌های گوناگون برای قطعات دارای وارانتی و بدون وارانتی وجود دارد که موجب واقعی‌تر شدن خروجی‌های مدل می‌شود.

امروزه بسیاری از محصولات با وارانتی PRW عرضه می‌شوند که در آنها بخشی از خرابی‌ها مطابق مفاد وارانتی، مشمول وارانتی نمی‌شوند. به‌طور مثال، تأمین هزینه خرابی باتری لپ‌تاپ به‌عده مشتری است و قطعاتی مانند مادربرد و نمایشگر مشمول وارانتی می‌شوند. ترک و شکستگی یا رنگ‌پریدگی در بدنه لوازم خانگی و صوتی و تصویری نیز مثالی از شکست‌های بدون وارانتی است؛ در حالیکه خرابی کمپرسور، مادربرد و قطعات الکترونیکی عمدتاً تحت پوشش وارانتی قرار می‌گیرد. بنابراین، تولیدکنندگان / فروشندگان چنین محصولاتی، هنگام تصمیم‌گیری در خصوص وارانتی محصول، می‌توانند از مدل پیشنهادی استفاده کنند.

برای تحقیقات آتی در این حوزه می‌توان شکست‌های محصول را به شیوه‌های گوناگون مدل‌سازی کرد یا شیوه‌های متفاوت تسهیم هزینه، مانند تسهیم غیرخطی را در مدل‌سازی به‌کار برد. مدل‌سازی سیاست‌های وارانتی دوبعدی یا وارانتی تجدیدپذیر نیز می‌تواند به توسعه مدل پیشنهادی منجر شود. بهینه‌سازی طول دوره وارانتی یا نرخ شکست محصول براساس مدل پیشنهادی نیز می‌تواند موضوعی برای مطالعه پژوهشگران باشد.

## References

- Asgharizadeh, E. (2000). Introduction to Warranty policies and models: newly born in engineering and production management. *Quarterly Journal of management knowledge*, 51(1): 61-87. (in Persian)
- Babbie, E.R. (2007). *The Practice of Social Research*. 10<sup>th</sup> edition, Wadsworth, Thomson Learning Inc.
- Blischke, W. R. & Murthy, D. N. P. (1992). Product warranty management-I: A taxonomy for warranty policies. *European Journal of Operational Research*, 62(2): 127-148.
- Blischke, W. R. & Murthy, D. N. P. (1996). *Product warranty handbook*. New York: Marcel Dekker.
- Blischke, W.R. & Murthy, D.N.P. (1994). *Warranty cost analysis*. New York: Marcel Dekker, Inc.
- Blischke, W.R. & Murthy, D.N.P. (2000). *Reliability modeling, Prediction and Optimization*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

- Blischke, W.R., Rezaul, M.K. & Murthy, D.N.P. (2011). *Warranty data collection and analysis*. London: Springer Verlag.
- Jain, M. & Maheshwari, S. (2006). Discounted costs for repairable units under hybrid warranty. *Applied Mathematics and Computation*, 173(2): 887–901.
- Karim, M.R. & Suzuki, K. (2005). Analysis of warranty claim data: a literature review. *International Journal of Quality and Reliability Management*; 22 (7): 667–686.
- Lee, X. & Jia, Y. (2015). Optimal Warranty Policy Considering Two dimensional Imperfect Preventive Maintenance for Repairable Product. *Indonesian Journal of Electrical Engineering*, 13 (2): 215-222.
- Menke, W.W. (1969). Determination of warranty reserves. *Management Science*, 15 (10): 542–549.
- Murthy, D.N.P. (2007). Product reliability and warranty: an overview and future research. *Produção*, 17 (3): 426-434.
- Murthy, D. N. P. & Djamaludin, I. (2002). New product warranty: A literature review. *International Journal of Production Economics*, 79(3): 231–260.
- Murthy, D.N.P. & Blischke, W.R. (1992). Product warranty and management III: A review of mathematical models. *European Journal of Operational Research*, 62(1): 1-34.
- Murthy, D.N.P. & Blischke, W.R. (2005). *Warranty management and Product manufacture*. USA: Springer Series in reliability engineering.
- Nasrollahi, M., Asgharizadeh, E., Jafarnezhad, A. & Saniee Monfared, M.A. (2014). Development of a new Pro-rata warranty policy for estimating costs. *Quarterly Journal of Industrial management*, 6 (1): 127-140. (in Persian)
- Park, M., Jung, K.M. & Park, D.H. (2014). Optimal warranty policies considering repair service and replacement service under the manufacturer's perspective. *Annals of Operations Research*, 244(1):1-16.
- Popovic, V., Stamenkovic, D. & Rakicevic, B. (2012). Choosing the Right Warranty Policy – from the Customer's to the Manufacturer's Point of View. *International Journal of Applied Physics and Mathematics*, 2 (5): 333-335.
- Saidi-Mehrabad, M., Noorossana, R. & Shafiee, M. (2010). Modeling and analysis of effective ways for improving the reliability of secondhand products sold with warranty. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 46 (1-4): 253–265.

- Shafiee. M., Chukova. S. & Yun, W. (2014). Optimal burn-in and warranty for a product with post-warranty failure penalty. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 70 (1): 297-307.
- Stamenković, D., Popović, V., Spasojević-Brkić, V. & Radivojević, J. (2011). Combination free replacement and pro-rata warranty policy optimization model. *Journal of Applied Engineering Science*, 9 (4): 457-464.
- Thomas, M.U. (1983). Optimum warranty policies for non-repairable items. *IEEE transactions on reliability*, 32 (3): 282–288.
- Thomas, M.U. & Rao, S.S. (1999). Warranty economic decision models: A summary and some suggested directions for future research. *Operations research*, 47 (6): 807-820.
- Wacker, J.G. (1998). A definition of theory: research guidelines for different theory-building research methods in operations management. *Journal of Operations Management*, 16(4): 361–385.
- Wu, S. & Li, H. (2007). Warranty cost analysis for products with a dormant state. *European Journal of Operational Research*, 182 (3): 1285-1293.
- Yeh, C.W. & Fang, C.C. (2014). Optimal pro-rata warranty decision with consideration of the marketing strategy under insufficient historical reliability data, *International Journal of Advanced Manufacturing and Technology*, 71(9):1757–1772.
- Yang, D., He, Z. & He, S. (2016). Warranty claims forecasting based on a general imperfect repair model considering usage rate. *Reliability Engineering & System Safety*, 145: 147-154.