

# استخراج فرکانس‌های جزرومدی منطقه خلیج فارس و دریای عمان به روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات چند متغیره سری‌های زمانی مشاهدات ارتفاع‌سنجی ساحلی سطح دریا

علیرضا امیری سیمکویی<sup>۱\*</sup>، کمال پروازی<sup>۲</sup> و جمال عسگری<sup>۳</sup>

۱. دانشیار، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده مهندسی عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان، ایران

۲. کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان، ایران

۳. استادیار، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده مهندسی عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان، ایران

(دریافت: ۹۴/۱۰/۲۲، پذیرش نهایی: ۹۵/۱۱/۵)

## چکیده

داده‌های جزرومدی به‌طور وسیع برای کاربردهای گوناگون استفاده می‌شوند. ماهیت این داده‌ها را می‌توان در قالب فرکانس‌های تشکیل‌دهنده آن‌ها بیان کرد. در روش‌هایی که بر اساس مبانی تئوری (تئوری-مبنا) پایه‌گذاری شده‌اند، مشاهدات جزرومدی نقشی در یافتن این فرکانس‌ها نداشته‌اند. این روش‌ها عموماً با به‌کارگیری افریس‌های ماه، خورشید و سایر سیارات، پتانسیل جزرومد، مقداردهی شده و فرکانس‌های جزرومدی از طریق آنالیز مقادیر پتانسیل جزرومدی، به دست می‌آیند. این تحقیق، در ادامه تحقیق انجام‌گرفته توسط امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴) به استخراج فرکانس‌های جزرومد از طریق آنالیز مشاهدات جزرومد می‌پردازد. بدین منظور، با استفاده از روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات (LS-HE)، سری‌های زمانی مشاهدات جزرومد، بررسی و فرکانس‌های جزرومدی استخراج می‌گردند. در این تحقیق از داده‌های ۸ ایستگاه تاید-گیج در منطقه خلیج فارس و دریای عمان بین سال‌های ۱۹۹۹ تا ۲۰۱۰ استفاده شده است. ۴۱۴ فرکانس مؤثر در این ایستگاه‌ها به دست آمده است. از بین این فرکانس‌ها ۱۲۱ فرکانس با توجه به دقت پیش‌بینی معنادار بوده است. مقایسه‌ای بین دو لیست فرکانسی شامل ۵۰ و ۱۲۱ فرکانس اصلی حاصل از تحقیق امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴) برای تاید-گیج‌های کشور انگلستان، با فرکانس‌های استخراجی در این تحقیق (منطقه خلیج فارس و دریای عمان) انجام گرفته است. فرکانس‌های جدیدی که به ایستگاه‌های منطقه خلیج فارس و دریای عمان اختصاص دارد، استخراج شده است. در پایان جزرومد به مدت شش ماه برای تمام ایستگاه‌ها با استفاده از دو لیست از فرکانس‌های مهم استخراجی حاصل از دو تحقیق پیش‌بینی شده و نتایج با هم مقایسه گردیده است. اختلاف RMSE داده‌های پیش‌بینی شده در این مقایسه بین ۲ تا ۷ سانتی‌متر و دقت ارائه‌شده برای پیش‌بینی جزرومد با استفاده از فرکانس‌های به دست آمده در این تحقیق برای ایستگاه‌های تاید-گیج منطقه خلیج فارس و دریای عمان بین ۹ تا ۱۶ سانتی‌متر می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: آنالیز سری زمانی چندمتغیره، برآورد هارمونیک کمترین مربعات (LS-HE)، پیش‌بینی جزرومد، تاید-گیج‌های ساحلی، خلیج فارس و دریای عمان، فرکانس‌های جزرومد.

## ۱. مقدمه

و ماهیت داده‌های جزرومدی، ضروری است. از آنجایی که این داده‌ها از یک روند تناوبی پیروی می‌کنند و جزرومد پدیده‌ای دوره‌ای محسوب می‌شود، یکی از عوامل مهم در شناخت ساختار داده‌های جزرومدی، فرکانس‌های تشکیل‌دهنده این داده‌ها هستند.

داده‌های جزرومدی، داده‌هایی هستند که به‌طور وسیع برای کاربردهای مختلفی مانند هیدروگرافی و یا ناوبری مورد استفاده قرار می‌گیرند. آنالیز و پیش‌بینی این داده‌ها همواره مسئله‌ای مهم برای اهداف مختلف بوده است. به منظور تحقق یک آنالیز و پیش‌بینی قابل اعتماد، آگاهی از ساختار

گیج‌های کشورهای انگلستان توسط امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴) ارائه شده است. همچنین موسویان و مشهدی حسینعلی (۲۰۱۲) از آنالیز تک‌متغیره برای استخراج فرکانس‌های جزرومدی استفاده کردند که در آن حداکثر ۱۷ مؤلفه جزرومدی استخراج گردیده است.

اکنون ما روش آنالیز چندمتغیره را که در سال ۲۰۱۲ توسط امیری سیمکویی و همکاران توسعه داده شده است، برای سری‌های زمانی چندمتغیره به کار می‌بریم. بعد از کاربردهای موفقیت‌آمیز LS-HE و فرمولاسیون چندمتغیره برای سری‌های زمانی داده‌های GNSS ارائه شده است که در آن الگوهای پرودییک متفاوتی در سری‌های GNSS شناسایی شده‌اند، اکنون کاربرد دیگری از این روش در زمینه هیدروگرافی در منطقه خلیج فارس و دریای عمان ارائه می‌گردد که آنالیز سری‌های زمانی جزرومدی نامیده می‌شود (امیری سیمکویی و همکاران، ۲۰۰۷؛ امیری سیمکویی و همکاران، ۲۰۱۴؛ شریفی و سام‌خانیانی، ۲۰۱۳). سری‌های زمانی استفاده شده شامل ۸ ایستگاه تاید-گیج ساحلی در منطقه خلیج فارس و دریای عمان در طول سال‌های ۲۰۱۰-۱۹۹۹ با نرخ اندازه‌گیری ۳۰ دقیقه می‌باشد. علاوه بر روش‌های ذکر شده در بالا مانند فوریه، موجک و VAV (تمامی روش‌ها، روش‌های آنالیز تک‌متغیره هستند) در این تحقیق روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات، برای سری زمانی چندمتغیره مشاهدات جزرومدی به کار رفته است. حسن آنالیز چندمتغیره سری‌های زمانی در مقایسه با روش تک‌متغیره این است که توان فرکانس‌های مشترک در سری‌های زمانی تشدید شده و در نتیجه، استخراج فرکانس‌های جزرومدی با سهولت بیشتری امکان‌پذیر است. با استفاده از این روش می‌توان طیف توانی مشاهدات جزرومد را به دست آورد و فرکانس‌های تشکیل‌دهنده آن‌ها را شناسایی کرد. مزیت این روش به روش آنالیز طیفی فوریه در این است که به استفاده برای داده‌های هم‌فاصله یا فقط استخراج

تاکنون تلاش‌های متعددی در زمینه شناخت و استخراج فرکانس‌های جزرومدی صورت گرفته است که اکثر این تلاش‌ها، بر مبنای اصول تئوری بوده و عموماً استفاده‌ای از مشاهدات جزرومد صورت نمی‌گیرد. در حقیقت در این تحقیقات، پتانسیل جزرومد با استفاده از افریس ماه، خورشید و سایر سیارات، مقداردهی و سپس با به‌کارگیری روش‌های مختلفی پتانسیل حاصل آنالیز می‌شود و فرکانس‌های جزرومدی به دست می‌آیند (بولسفلد، ۱۹۸۵؛ کارت رایت و تیلر، ۱۹۷۱).

به منظور استخراج فرکانس‌های جزرومدی، تحقیقاتی در زمینه آنالیز مشاهدات ارتفاع سطح دریا با استفاده از روش‌های مختلف مانند تبدیل فوریه و موجک صورت گرفته است. فلینچم و جی (۲۰۰۰) و جی و کاکولکا (۲۰۰۳) سری‌های زمانی جزرومد را به صورت متغیر در نظر گرفته‌اند و روش تبدیل موجک پیوسته را ارائه کردند. این روش مکمل روش‌های آنالیز هارمونیک و فوریه جهت استخراج اطلاعات جزرومدی است. دوکارم و همکاران (۲۰۰۶) از روشی بر پایه برآورد بیشترین درست‌نمایی استفاده کرده‌اند. این روش AIC است که ساکاموتو و همکارانش (۱۹۸۶) برای پیدا کردن مؤلفه‌های غیر جزرومدی در باقیمانده‌های جزرومدی به دست آمده از تصحیح همه جزرومد‌های تخمین زده شده با استفاده از برنامه VAV ارائه کرده‌اند (وندیکو و همکاران، ۲۰۰۳؛ وندیکو و همکاران، ۲۰۰۵؛ پیتارولی و استیروس، ۲۰۱۲). کاپوانو و همکاران (۲۰۱۱) روش ICA را برای به دست آوردن اجزای جزرومدی مستقل و غیرخطی به کار بردند. در این تحقیق، سعی بر این است که با استفاده از یک روش مشاهده-مبنا، فرکانس‌های جزرومدی استخراج گردند. این روش، روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات است که توسط امیری سیمکویی ارائه گردیده است (امیری سیمکویی، ۲۰۰۷). کاربردی از این روش برای استخراج فرکانس‌های جزرومدی برای مشاهدات تاید-

به منظور کشف اشتباهات در یک مجموعه داده با استفاده از روش باردا، ابتدا باید یک سرشکنی کمترین مربعات روی مجموعه داده‌ها اعمال گردد. اگر معادله مدل مشاهدات خطی، به صورت رابطه (۱) باشد:

$$E(\underline{y})=A\underline{x}, D(\underline{y})=Q_y, \underline{y} = A\underline{x} + \underline{e} \quad (1)$$

که در آن  $E$  و  $D$  به ترتیب، عملگرهای امید ریاضی و پراکنش مشاهدات،  $A$  ماتریس طرح با ابعاد  $m \times n$ ،  $Q_y$  ماتریس کوریانس مشاهدات با ابعاد  $m \times m$ ،  $\underline{y}$  بردار  $m$  بعدی از مشاهدات،  $\underline{x}$  بردار  $n$  بعدی از مجهولات و  $\underline{e}$  بردار  $m$  بعدی از باقیمانده‌ها می‌باشند. برآورد کمترین مربعات مجهولات به صورت رابطه (۲) است:

$$\hat{\underline{x}} = (A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T Q_y^{-1} \underline{y} \quad (2)$$

که در آن،  $Q_y$ ، ماتریس کوریانس مشاهدات با بعد  $m \times m$  می‌باشد.

در روش باردا، آماره‌ای که برای کشف اشتباه در نظر گرفته می‌شود، بر اساس بردار باقیمانده‌هاست. در واقع باقیمانده‌ها نسبت به انحراف معیارشان مقایسه شده و آماره  $w$ -test را تشکیل می‌دهند (تیونینسن، ۲۰۰۰):

$$w_i = \frac{c_i^T Q_y^{-1} \hat{e}}{\sqrt{c_i^T Q_y^{-1} Q_e Q_y^{-1} c_i}} \quad (3)$$

که در آن،  $c_i$ ، یک بردار یکه ستونی است که تمام مؤلفه‌های آن به جز مؤلفه  $i$ ام که یک است، صفر هستند. ماتریس کوریانس بردار باقیمانده‌های برآورد شده  $Q_e$  نیز از طریق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q_e = Q_y - A(A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T = P_A^T Q_y \quad (4)$$

که در آن  $P_A^T = I - A(A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T Q_y^{-1}$  یک تصویرگر قائم است.

از طرفی اگر مشاهدات دارای تابع توزیع نرمال باشند، آنگاه باقیمانده‌ها نیز دارای توزیع نرمال هستند. به این ترتیب، در صورتی که مقیاس ماتریس کوفاکتور مشاهدات معلوم باشد، آماره موجود در رابطه ۳ دارای توزیع نرمال خواهد بود که در این صورت فرض صفر  $H_0$  و فرض

فرکانس‌های صحیح محدود نمی‌گردد. در نهایت، لیستی از فرکانس‌های جزرومدی مؤثر و مهم موجود در سری‌های زمانی جزرومدی ایستگاه‌های تاید-گیج ساحلی در منطقه خلیج فارس و دریای عمان ارائه می‌شود.

## ۲. کشف مشاهدات اشتباه در سری‌های زمانی

یکی از مراحل بسیار مهم به منظور آنالیز مناسب سری‌های زمانی، کشف اشتباهات است. وجود مشاهدات اشتباه در داده‌ها، منجر به بروز خطا در مدل، برآورد اریب پارامترها، پیش‌بینی نادرست و نتایج غلط خواهد شد. روش‌های متعددی برای مقابله با اشتباهات وجود دارد که بسته به نوع و کاربرد داده‌ها، می‌توان از آن‌ها استفاده کرد. بنابراین، آنالیز و کشف اشتباهات، مسئله‌ای نسبی است که به ویژگی‌های سیگنال و مدل‌های مورد استفاده برای کشف اشتباهات وابسته است. در اینجا از روش جستجوی باردا برای کشف مشاهدات اشتباه استفاده شده است.

ایده اولیه این روش، توسط باردا در سال ۱۹۶۸ ارائه گردید (باردا، ۱۹۶۸). این روش مبتنی بر سرشکنی کمترین مربعات بوده و مرحله به مرحله به کشف و شناسایی اشتباهات می‌پردازد. در واقع، در هر مرحله، مشاهده‌ای که بیشترین مقدار آماره را به خود اختصاص دهد، مورد آزمون کشف اشتباه قرار می‌گیرد. اگر این مشاهده، در آزمون آماری رد شود، به عنوان مشاهده اشتباه شناسایی و حذف می‌گردد و روند ارائه شده، برای کشف اشتباه بعدی تکرار می‌شود؛ اما اگر مشاهده مذکور، در آزمون آماری پذیرفته شود، آنگاه به عنوان اشتباه در نظر گرفته نمی‌شود و روند کشف اشتباه متوقف می‌گردد. در یک مدل تابعی خطی اجرای این روش را می‌توان در سه مرحله کشف، شناسایی و سازگاری بررسی کرد (تیونینسن، ۲۰۰۰). این سه مرحله می‌توانند تا زمانی که باقیمانده مشاهدات، تحت فرض صفر  $H_0$  پذیرفته شوند، ادامه یابند و روندی تکراری را برای کشف مشاهدات اشتباه ایجاد کنند.

بنابراین مدل تابعی به صورت رابطه زیر تغییر می کند:

$$E(\underline{y}) = Ax + A_k x_k \quad (۶)$$

با توجه به ادغام دو رابطه (۵) و (۶) در رابطه (۷) می توان دید:

$$A_k = \begin{bmatrix} \cos \omega_k t_1 & \sin \omega_k t_1 \\ \cos \omega_k t_2 & \sin \omega_k t_2 \\ \vdots & \vdots \\ \cos \omega_k t_m & \sin \omega_k t_m \end{bmatrix}, \quad x_k = \begin{bmatrix} a_k \\ b_k \end{bmatrix} \quad (۷)$$

که در آن ماتریس  $A$  شامل دو ستون ۱ و زمان  $t$  و بردار  $x$  شامل مجهولات سطح متوسط آب (MSL) و نرخ تغییرات سطح آب ( $S$ ) است که در معادله (۱۶) به صورت کامل ارائه شده است.

چون در این مدل علاوه بر  $a_k$  و  $b_k$  فرکانس  $\omega_k$  نیز مجهول است، بنابراین باید از روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات برای حل مسئله استفاده کرد (امیری سیمکویی و عسگری، ۲۰۱۲). برای این هدف فرض های صفر  $H_0$  و مخالف  $H_a$  به صورت رابطه (۸) تعریف می شوند (باردا ۱۹۶۸ و تیونیسن ۲۰۰۰):

$$\begin{aligned} H_0: E(\underline{y}) &= Ax \\ H_a: E(\underline{y}) &= Ax + A_k x_k \end{aligned} \quad (۸)$$

چون بررسی وجود سیگنال باید تحت فرض مقابل بررسی شود، ستون های ماتریس طرح در این فرض اضافه می شود. این ایده شبیه به ایده کشف مشاهدات اشتباه است که توسط باردا (۱۹۶۸) و تیونیسن (۲۰۰۰) ارائه شده است. طبق این روش فرض صفر بر این است که مشاهده عاری از اشتباه است در حالی که طبق فرض مقابل این مشاهده شامل اشتباه است. افزایش ستون های ماتریس طرح در فرض مقابل به علت وجود اشتباهات تحت این فرض است.

برای آنکه بتوانیم مدل ریاضی مناسبی را به مشاهدات نسبت دهیم، باید مشاهدات بررسی و برخی آزمون های آماری انجام گیرد. در واقع این روابط بیان کننده کافی نبودن فرض صفر برای اجرای پردازش هاست. این بدین معناست که تحت فرض صفر تأثیرات متناوب غایب هستند، در حالی

مخالف  $H_a$  برای این آزمون آماری، عبارتند از (تیونیسن و همکاران، ۲۰۰۵):

$$\begin{aligned} H_0: w &\sim N(0,1) \\ H_a: w &\sim N(\nabla w,1) \end{aligned}$$

که در آن،  $\nabla w$ ، پارامتر بیان کننده غیرمرکزی بودن تابع توزیع می باشد. در صورتی که مقیاس ماتریس کوفاکتور مشاهدات، معلوم نباشد، آماره مذکور دارای توزیع  $t$  استیودنت خواهد بود که در این صورت فرض صفر  $H_0$  و فرض مخالف  $H_a$  برای این آزمون آماری، عبارتند از (تیونیسن و همکاران، ۲۰۰۵):

$$\begin{aligned} H_0: w &\sim t(m-n-1,0) \\ H_a: w &\sim t(m-n-1,\nabla w) \end{aligned}$$

که در آن،  $\nabla w$  نیز پارامتر عدم مرکزیت تابع توزیع می باشد. پس از آنکه  $w_i$  به ازای تمام مشاهدات به دست آمد، فقط بزرگ ترین مقدار  $w_i$  مورد آزمون آماری قرار می گیرد. در اینجا منظور از مرکزیت بودن تابع توزیع این است که تابع توزیع به صورت توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار ۱ می باشد، در حالیکه غیرمرکزی بودن، بیان کننده تابع توزیع با میانگین غیر صفر است.

### ۳. مبانی برآورد هارمونیک کمترین مربعات

روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات (LS-HE) به منظور آنالیز طیفی و تشخیص فرکانس های موجود در سیگنال هایی با ماهیت پرریودیک استفاده می شوند (امیری سیمکویی و همکاران، ۲۰۰۷).

روش برآورد هارمونیک تک متغیره، به منظور معرفی الگوهای پرریودیک در مدل تابعی استفاده می شود. برای یک سری زمانی، ساده ترین رفتار پرریودیکی که می توان به منظور بهبود مدل تابعی، به آن اضافه نمود، عبارت است از (امیری سیمکویی و عسگری، ۲۰۱۲):

$$y(t) = a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t \quad (۵)$$

این رابطه در واقع یک موج سینوسی با یک فاز اولیه است که  $a_k$  و  $b_k$  دامنه و فاز سیگنال و  $\omega_k$  فرکانس است.

که تحت فرض مقابل حضور دارند؛ بنابراین دو فرض  $H_0$  و  $H_a$  در نظر گرفته می‌شود. به عنوان یک مثال دیگر ممکن است فرض کنیم (فرض صفر) که دیتاها خالی از اشتباه هستند. برای اینکه بینیم چنین فرضی معتبر است یا خیر، با فرضیه صفر مخالفت می‌کنیم و به بررسی فرضیه مقابل می‌پردازیم که متغیرها برای ما روشن تر شوند. در مدلی که فرض شده است تأثیرات خطا و اشتباه در آن غایب هستند ( $H_0$ )، تست  $H_0$  در مقابل  $H_a$  ما را آگاه می‌سازد که آیا متغیر بیانگر اضافی باید به محاسبات اضافه شود یا خیر.

هدف اصلی برای حل مسئله یافتن فرکانس‌هایی است که بتواند رابطه زیر را ماکزیمم کند. در واقع هدف یافتن فرکانس‌هایی است که بتوان به ازای این فرکانس‌ها ماکزیمم مقدار طیف توانی را به دست آورد. آنگاه بر اساس این طیف توانی ماکزیمم، می‌توان تجزیه و تحلیل مربوط به استخراج فرکانس مؤلفه‌های مهم جزرومدی را صورت داد. هدف یافتن فرکانس  $\omega_k$  توسط حل مسئله کمترین سازی (رابطه ۹) است:

هدف اصلی برای حل مسئله یافتن فرکانس‌هایی است که بتواند رابطه زیر را ماکزیمم کند. در واقع هدف یافتن فرکانس‌هایی است که بتوان به ازای این فرکانس‌ها ماکزیمم مقدار طیف توانی را به دست آورد. آنگاه بر اساس این طیف توانی ماکزیمم، می‌توان تجزیه و تحلیل مربوط به استخراج فرکانس مؤلفه‌های مهم جزرومدی را صورت داد. هدف یافتن فرکانس  $\omega_k$  توسط حل مسئله کمترین سازی (رابطه ۹) است:

هدف اصلی برای حل مسئله یافتن فرکانس‌هایی است که بتواند رابطه زیر را ماکزیمم کند. در واقع هدف یافتن فرکانس‌هایی است که بتوان به ازای این فرکانس‌ها ماکزیمم مقدار طیف توانی را به دست آورد. آنگاه بر اساس این طیف توانی ماکزیمم، می‌توان تجزیه و تحلیل مربوط به استخراج فرکانس مؤلفه‌های مهم جزرومدی را صورت داد. هدف یافتن فرکانس  $\omega_k$  توسط حل مسئله کمترین سازی (رابطه ۹) است:

$$\omega_k = \operatorname{argmax}_{\omega_j} P(\omega_j) \quad (9)$$

یا بصورت

$$\omega_k = \operatorname{argmin} \| P_{[\bar{A} \bar{A}_j]}^{\perp} y \|_{Q_y^{-1}}^2 = \operatorname{argmin} \| \hat{e}_a \|_{Q_y^{-1}}^2$$

و

$$\omega_k = \| P_{\bar{A}_j}^{\perp} y \|_{Q_y^{-1}}^2, \quad \bar{A}_j = P_A^{\perp} A_j$$

که در آن،

$$P_{\bar{A}_j} = \bar{A}_j (\bar{A}_j^T Q_y^{-1} \bar{A}_j)^{-1} \bar{A}_j^T Q_y^{-1}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \omega_k &= \operatorname{argmax} \hat{e}_0^T Q_y^{-1} A_j (A_j^T Q_y^{-1} P_A^{\perp} A_j)^{-1} A_j^T Q_y^{-1} \hat{e}_0 \\ &= \operatorname{argmax} P(\omega_j) \end{aligned}$$

بنابراین طیف توانی از رابطه (۱۰) به دست می‌آید:

$$P(\omega_j) = \hat{e}_0^T Q_y^{-1} A_j (A_j^T Q_y^{-1} P_A^{\perp} A_j)^{-1} A_j^T Q_y^{-1} \hat{e}_0 \quad (10)$$

که در آن  $\hat{e}_0 = P_A^{\perp} y$  بردار باقیمانده‌هاست و داریم:

$$P_A^{\perp} = I - A(A^T Q^{-1} A)^{-1} A^T Q^{-1}$$

در روابط بالا  $\bar{A} = [A \ A_1 \ \dots \ A_{k-1}]$  و

جهت یافتن ماتریس  $A_k$  در رابطه ۱۰ به ازای  $\omega_j$  های مختلف ماتریس‌های  $A_j$  مختلفی آزمایش می‌شوند تا مقدار  $P(\omega_j)$  ماکزیمم، یافت شود. این  $\omega_j$  برابر  $\omega_k$  می‌شود و با استفاده از فرکانس  $\omega_k$  پیدا شده، ماتریس  $A_k$  ساخته می‌شود. ماتریس  $A_j$  و  $A_k$ ، همان ساختار ماتریس موجود در رابطه ۷ را دارند. ماتریس  $A_j$  که مقدار بیشینه  $P(\omega_j)$ ، به ازای آن به دست می‌آید، به عنوان ماتریس  $A_k$  انتخاب می‌شود.

به دست آوردن  $P(\omega_j)$  با استفاده از روش‌های متعددی امکان‌پذیر است. یکی از این روش‌ها، استفاده از روابط تحلیلی برای یافتن ماتریس  $A_j$  است که مقدار بیشینه  $P(\omega_j)$  به ازای آن به دست می‌آید. اما این روش به علت وجود مقادیر بیشینه محلی بسیار طاقت‌فرسا و پیچیده است.

بنابراین از روش‌های عددی برای حل مسئله استفاده می‌گردد. به این منظور یک رابطه گسسته بین  $\omega_j$  و  $P(\omega_j)$  برقرار می‌گردد و می‌توان نمودار مقادیر طیفی  $P(\omega_j)$  را بر حسب مقادیر گسسته  $\omega_j$  به دست آورد و از این طریق  $\omega_j$  ای که بیشینه مقدار طیفی  $P(\omega_j)$  را داراست، به عنوان فرکانس مد نظر انتخاب می‌شود.

انتخاب  $\omega_j$  های مختلف از طریق رابطه (۱۲) صورت می‌گیرد (امیری سیمکویی و همکاران، ۲۰۰۷):

$$T_{j+1} = T_j(1 + \alpha T_j / T), \quad \alpha = 0.1, \quad j = 1, 2, \dots \quad (12)$$

$$\omega_j = 2\pi / T_j$$

که در آن،  $T_1$ ، پررود نایکویست و  $T$ ، طول کل سری زمانی

$$E(\text{vec}(\underline{Y}))=(I_r \otimes A) \text{vec}(X)+(I_r \otimes A_k) \text{vec}(X_k), \quad (15)$$

$$D(\text{vec}(\underline{Y}))=\Sigma \otimes Q$$

که در آن  $\text{vec}$  و  $\otimes$  به ترتیب، عملگر وک و ضرب کرونکر،  $\underline{Y}=[y_1 \ y_2 \ \dots \ y_r]$  ماتریس با بعد  $m \times r$ ،  $X_k = [x_{1k} \ x_{2k} \ \dots \ x_{rk}]$  و  $X=[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_r]$  ماتریس‌های شامل بردار مجهولات، به ترتیب بعد  $n \times r$  و  $2 \times r$  دارند.

اجزای ماتریس  $\Sigma$  با بعد  $r \times r$  و مجهولات متعلق به ماتریس  $Q$  با بعد  $m \times m$ ، از طریق یک آنالیز چندمتغیره قابل حصول هستند. با یک نگاه کوتاه به رابطه ۱۵، می‌توان دریافت که عبارت  $I_r \otimes A_k$  نشان‌دهنده وجود یک فرکانس مشترک در همه سری‌های زمانی است که باید با استفاده از برآورد هارمونیک چندمتغیره یافت شود. رابطه طیف توانی در حالت چندمتغیره، به صورت رابطه (۱۶) قابل بازنویسی است (امیری سیمکویی و عسگری، ۲۰۱۲):

$$P(\omega_j)=\text{tr}(\hat{E}^T Q^{-1} A_j (A_j^T Q^{-1} P_A^+ A_j)^{-1} A_j^T Q^{-1} \hat{E} \Sigma^{-1}) \quad (16)$$

با  $\hat{E}=P_A^+ \underline{Y}$ ، به عنوان باقیمانده‌های کمترین مربعات  $r$  سری زمانی و  $P_A^+=I-A(A^T Q^{-1} A)^{-1} A^T Q^{-1}$  به عنوان تصویرگر قائم مدل تک‌متغیره به کار می‌رود. رابطه (۱۶)، همه سری‌های زمانی را به‌طور همزمان در نظر گرفته و از طریق ماتریس‌های  $\Sigma$  و  $Q$  به ترتیب، کراس‌کروالیشن و وابستگی زمانی را به حساب می‌آورد. مقدار ماتریس  $\Sigma$ ، از طریق رابطه (۱۷)، قابل برآورد است:

$$\hat{\Sigma}=\frac{\hat{E}^T Q^{-1} \hat{E}}{m-n} \quad (17)$$

آماره آزمون برای سنجش اهمیت فرکانس یافت‌شده، از طریق رابطه (۱۸) قابل حصول است:

$$\underline{T}_2=\text{tr}(\hat{E}^T Q^{-1} A_k (A_k^T Q^{-1} P_A^+ A_k)^{-1} A_k^T Q^{-1} \hat{E} \Sigma^{-1}) \quad (18)$$

که تحت فرض صفر  $H_0$ ، دارای تابع توزیع  $\chi^2$  دو با درجه آزادی  $2r$  می‌باشد؛ یعنی  $\underline{T}_2 \sim \chi^2(2r, 0)$ . درجه آزادی  $2r$  از این واقعیت به دست می‌آید که ماتریس  $I_r \otimes A_k$  تحت فرض مقابل در واقع شامل  $2r$  ستون است (تیونیسن، ۲۰۰۰).

است. مقدار  $T_1$  در رابطه (۱۲)، معادل با ۱ ساعت در نظر گرفته شده است. در نظر گرفتن مقدار ۰/۱ برای آلفا به این دلیل است که اولاً این ضریب باید به گونه‌ای انتخاب شود که الگوریتم بتواند تمام فرکانس‌های مختلف را استخراج کند. ثانیاً این ضریب باید به گونه‌ای باشد که حجم محاسبات طولانی نشود. پس برای رسیدن به دو هدف بالا مقدار مناسبی که برای این ضریب در نظر گرفته شد، مقدار ۰/۱ است.

پس از یافتن  $\omega_j$  و نیز مقدار ماکزیمم  $P(\omega_j)$  لازم است فرکانس‌های انتخاب‌شده با فرض‌های آماری مورد آزمون قرار بگیرند. آماره مورد استفاده برای این آزمون به شکل رابطه (۱۳) است (تیونیسن و همکاران، ۲۰۰۵).

$$\underline{T}_2=\hat{E}_0^T Q_y^{-1} A_k (A_k^T Q_y^{-1} P_A^+ A_k)^{-1} A_k^T Q_y^{-1} \hat{E}_0 \quad (13)$$

شکل این آماره به ماتریس کواریانس  $Q_y$  بستگی دارد. اگر ماتریس کواریانس معلوم باشد آنگاه آماره  $\underline{T}_2$  تحت فرض  $H_0$  دارای تابع توزیع  $\chi^2$  دو با دو درجه آزادی می‌باشد یعنی  $\underline{T}_2 \sim \chi^2(2, 0)$  می‌باشد.

اما اگر ماتریس کواریانس دارای واریانس مجهول  $\sigma^2$  و به شکل  $Q_y=\sigma^2 Q$  باشد، آنگاه آماره به صورت رابطه (۱۴) تغییر خواهد کرد (تیونیسن و همکاران، ۲۰۰۵).

$$\underline{T}_2=\frac{\hat{E}_0^T Q^{-1} A_k (A_k^T Q^{-1} P_A^+ A_k)^{-1} A_k^T Q^{-1} \hat{E}_0}{2\hat{\sigma}_a^2} \quad (14)$$

در این رابطه  $\hat{\sigma}_a^2$ ، تحت فرض  $H_a$  محاسبه می‌شود. این آماره نیز تحت فرض  $H_0$  دارای توزیع فیشر خواهد بود؛ یعنی  $\underline{T}_2 \sim F(2, m-n-2)$  خواهد بود.

اگر در یک مدل خطی به جای یک سری زمانی،  $r$  سری زمانی با ماتریس طرح  $A$  و ماتریس کواریانس  $Q_y$  یکسان وجود داشته باشند، آنگاه مدل خطی مذکور به حالت چندمتغیره تعمیم می‌یابد. برای یک مدل خطی چندمتغیره، رابطه (۶) به رابطه (۱۵) تعمیم می‌یابد (امیری سیمکویی، ۲۰۰۷):

بنابراین دستگاه معادلات (۲۰) را می‌توان به فرم ساده‌شده، طبق رابطه (۲۱) نوشت.

$$Y = AX \quad (21)$$

در معادله (۲۱)،  $Y$  بردار مشاهدات (ارتفاع لحظه‌ای سطح آب)،  $A$  ماتریس ضرایب و  $x$  بردار مجهولات شامل  $a_j$ ،  $b_j$  و همچنین مجهول  $MSL$  و  $S$  است. با توجه به روش کمترین مربعات، مجهولات از رابطه (۲۲) به دست می‌آیند.

$$\hat{X} = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (22)$$

بعد از به دست آوردن مجهولات با استفاده از مدل بالا اکنون می‌توان دامنه مؤلفه‌های جزرومدی را بر اساس رابطه (۲۳) محاسبه کرد.

$$A_j = \sqrt{a_j^2 + b_j^2} \quad (23)$$

#### ۴. نتایج عددی

در این تحقیق از داده‌های ۸ ایستگاه تاید-گیج مستقر در منطقه خلیج فارس و دریای عمان استفاده شده است. این داده‌ها در بازه زمانی ۱۹۹۹ تا ۲۰۱۰ انتخاب شده‌اند و دارای نرخ برداشت ۳۰ دقیقه هستند. موقعیت این ایستگاه‌ها در شکل ۱ نشان داده شده و نام و مختصات آن‌ها در جدول ۱ ارائه شده است.

#### ۴.۱. آنالیز طیفی داده‌های جزرومدی

در ابتدا، آنالیز چندمتغیره و آنالیز تک‌متغیره، از طریق بررسی طیف توانی داده‌های جزرومدی در هر دو حالت، با یکدیگر مقایسه می‌گردند.

سپس، با استفاده از آنالیز چندمتغیره به استخراج فرکانس‌های جزرومدی پرداخته می‌شود. داده‌های مورد استفاده در این تحقیق، سری‌های زمانی هم‌فاصله از داده‌های جزرومدی هستند. این سری‌ها از ۸ ایستگاه تاید-گیج در بازه زمانی یادشده به دست آمده‌اند. بدین صورت، ۸ سری زمانی با در نظر گرفتن تعداد گپ‌های موجود، آنالیز شده است. از آنجایی که در مدل خطی چندمتغیره،

برای افزایش قدرت شناسایی سیگنال‌ها، ما فرمولاسیون برآورد هارمونیک برای یک مدل خطی یک‌متغیره و چندمتغیره را بررسی می‌کنیم. در واقع هدف، شناسایی سیگنال‌ها با حالات مشترک است که فرض می‌شود در سری‌های زمانی مختلف حضور دارند. در نهایت از فرکانس به دست آمده برای مؤلفه‌های جزرومدی در بالا استفاده کرده و دامنه مؤلفه‌های جزرومدی را محاسبه می‌کنیم.

برای مدل کردن مشاهدات سطح دریا مؤلفه‌هایی که در نظر گرفته می‌شود، عبارتند از: ۱. مؤلفه‌های قسمت خطی مدل شامل مؤلفه سطح متوسط دریا ( $MSL$ ) و نرخ تغییرات سطح آب ( $S$ ); ۲. مؤلفه‌های مربوط به قسمت غیرخطی مدل شامل ضرایب  $a_j$  و  $b_j$  مدلی که در این حالت برای پردازش داده‌ها از آن استفاده می‌شود عبارت است از:

$$SSH(\varphi, \lambda, t) = MSL(\varphi, \lambda, t_0) + S(\varphi, \lambda) \times \quad (19)$$

$$(t - t_0) + \sum_{j=1}^k [a_j(\varphi, \lambda) \cos(\omega_j t) + b_j(\varphi, \lambda) \sin(\omega_j t)]$$

اگر معادله (۱۹) برای تمام مشاهدات یک نقطه در تمام زمان‌های  $t_1, t_2, \dots, t_n$  نوشته شود، دستگاه معادلات مشاهدات (رابطه ۲۰) تشکیل می‌شود.

$$\begin{bmatrix} SSH(t_1) \\ SSH(t_2) \\ \vdots \\ SSH(t_{n-1}) \\ SSH(t_n) \end{bmatrix} = \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & t_1 & \cos \omega_1 t_1 & \sin \omega_1 t_1 & \dots & \cos \omega_k t_1 & \sin \omega_k t_1 \\ 1 & t_2 & \cos \omega_1 t_2 & \sin \omega_1 t_2 & \dots & \cos \omega_k t_2 & \sin \omega_k t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_{n-1} & \cos \omega_1 t_{n-1} & \sin \omega_1 t_{n-1} & \dots & \cos \omega_k t_{n-1} & \sin \omega_k t_{n-1} \\ 1 & t_n & \cos \omega_1 t_n & \sin \omega_1 t_n & \dots & \cos \omega_k t_n & \sin \omega_k t_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} MSL \\ S \\ a_1 \\ b_1 \\ \vdots \\ a_k \\ b_k \end{bmatrix}$$

دستگاه معادلات (۲۰) شامل  $n$  معادله و  $2k+2$  مجهول است و در آن  $SSH(t_n)$  ارتفاع آب در لحظه  $t_n$ ،  $MSL$  مقدار متوسط سری زمانی (ارتفاع آب)،  $k, \dots, 3, 2, 1 = j$  تعداد مؤلفه‌های جزرومدی استفاده شده و  $n=1, 2, 3, \dots$  تعداد دفعات نمونه برداری می‌باشد (پروازی و همکاران، ۲۰۱۵).

از روابط (۱۰) و (۱۶)، مقادیر گسسته  $\omega$ ، با استفاده از رابطه ۱۲ محاسبه گردید. در این قسمت با توجه به اینکه به محاسبه طیف توانی نیاز می‌باشد، مقدار  $T_1$  در رابطه (۱۲)، معادل با ۱ ساعت در نظر گرفته شده است. اکنون، به محاسبه طیف توانی سری‌های زمانی پرداخته می‌شود.

ماتریس‌های طرح A مربوط به سری‌های زمانی مختلف باید یکسان باشند، مکان گپ در سری‌های مختلف نیز، باید یکسان باشد. به عبارت دیگر اگر در مدل چندمتغیره، در یکی از سری‌های زمانی، گپی وجود داشته باشد، باید در سایر سری‌ها نیز همان گپ را اعمال کرد. پیش از محاسبه طیف توانی سری‌های زمانی با استفاده



شکل ۱. موقعیت ایستگاه‌های تایید-گیج واقع در منطقه خلیج فارس و دریای عمان

جدول ۱. نام و مختصات ایستگاه‌های تایید-گیج واقع در خلیج فارس و دریای عمان

نام ایستگاه	بازه زمانی (سال)	عرض جغرافیایی	طول جغرافیایی
خرمشهر	۱۹۹۹ تا ۲۰۰۳	۳۰° ۲۵'	۴۸° ۱۲'
بندر امام حسن	۱۹۹۹ تا ۲۰۰۹	۲۹° ۵۰'	۵۰° ۱۵'
جزیره خارک	۱۹۹۹ تا ۲۰۰۳	۲۹° ۱۶'	۵۰° ۲۰'
بندر بوشهر	۱۹۹۹ تا ۲۰۱۰	۲۸° ۵۹'	۵۰° ۵۰'
کنگان	۱۹۹۹ تا ۲۰۰۳	۲۷° ۵۰'	۵۲° ۰۳'
بندرعباس	۱۹۹۹ تا ۲۰۰۵	۲۷° ۰۸'	۵۶° ۲۸'
جاسک	۱۹۹۹ تا ۲۰۰۵	۲۷° ۰۶'	۵۶° ۰۴'
چابهار	۱۹۹۹ تا ۲۰۰۵	۲۵° ۳۹'	۵۷° ۴۶'

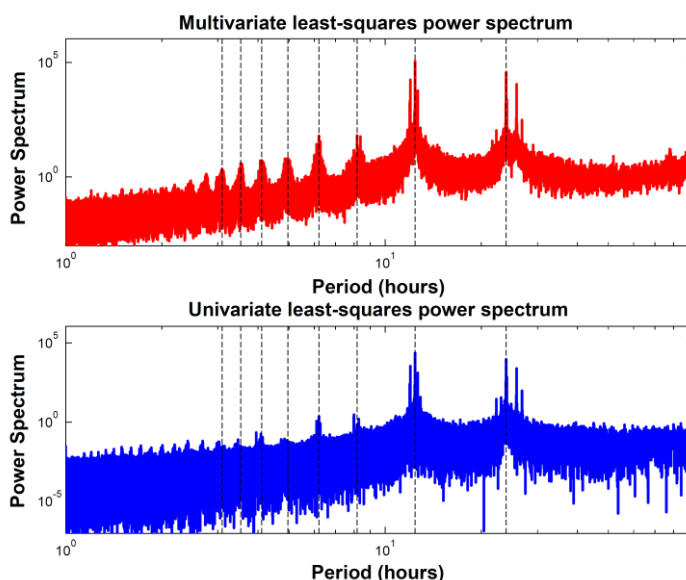


یک بزرگ‌نمایی از سیگنال نیم‌روزانه و روزانه از شکل ۲ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌های ۳ و ۴ ملاحظه می‌گردد، توان طیفی فرکانس‌ها در حالت چندمتغیره بسیار بیشتر از حالت تک‌متغیره است و شناسایی این فرکانس‌ها با سهولت بیشتری انجام می‌گیرد.

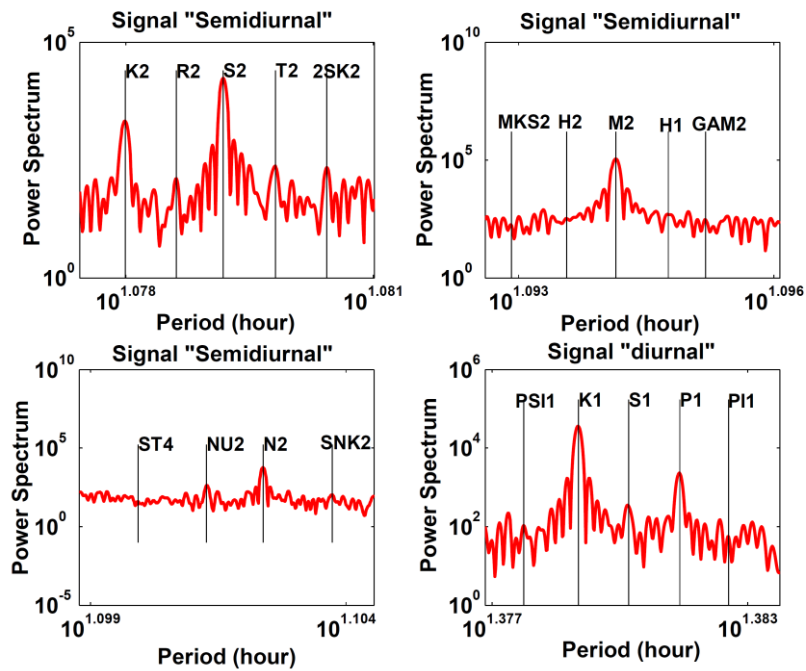
در ادامه، فرکانس‌های مربوط به ۴۱۴ پیک که در طیف چندمتغیره دارای توان بیشتری در مقایسه با بقیه پیک‌ها بودند، استخراج شده‌اند. این فرکانس‌ها، شامل فرکانس‌های پرپود بلند و فرکانس‌هایی در بازه روزانه تا یک‌چهارم روزانه می‌باشند. در جدول ۲ و ۳، دو لیست از فرکانس‌های مهم استخراجی، حاصل از آنالیز طیفی چندمتغیره داده‌های جزرومدی ایستگاه‌های تاید-گیج ساحلی در منطقه خلیج فارس و دریای عمان ارائه شده‌اند. در این جدول‌ها بین دو سری فرکانس استخراجی (لیستی شامل ۵۰ و ۱۲۱ فرکانس اصلی) حاصل از تحقیق امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴) برای تاید-گیج‌های کشور انگلستان با فرکانس‌های استخراجی در این تحقیق (برای منطقه خلیج فارس و دریای عمان) مقایسه شده است.

این طیف، یک بار با استفاده از رابطه (۱۶) برای ۸ سری زمانی به عنوان سری زمانی چندمتغیره و یک بار با استفاده از رابطه (۱۰) برای یکی از ۸ سری زمانی به عنوان سری زمانی تک‌متغیره محاسبه شده است. به این صورت که طیف توانی در دو حالت بررسی شد؛ حالت اول با استفاده از آنالیز هارمونیک چندمتغیره، به این صورت که همزمان مشاهدات مربوط به چند ایستگاه (۸ ایستگاه همزمان با هم) مورد پردازش قرار گرفت و حالت دوم با استفاده از آنالیز هارمونیک تک‌متغیره، به این صورت که برای مشاهدات سری زمانی مربوط به هر ایستگاه به صورت مجزا بررسی شده است.

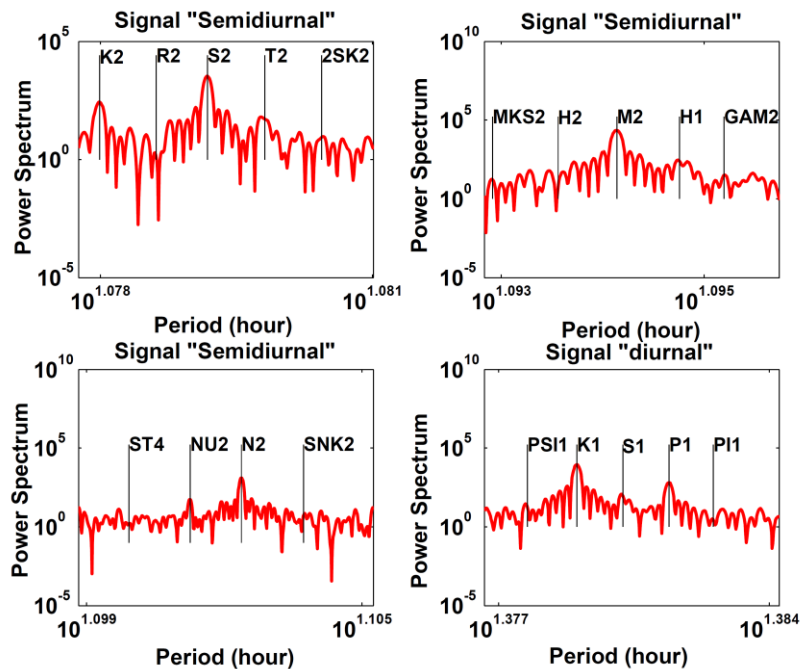
نتایج مربوطه در شکل ۲ نشان داده شده است. طیف‌های محاسبه‌شده در این شکل، در حالت کلی شبیه به یکدیگرند. تفاوت اصلی بین آن‌ها، توان فرکانس‌های بررسی شده است. در حقیقت، در آنالیز چندمتغیره، فرکانس‌های موجود در پدیده جزرومد که بین سری‌های زمانی مشترک هستند، با توان بالاتری ظاهر شده و به راحتی قابل کشف می‌باشند. برای مقایسه بهتر میان این دو طیف،



شکل ۲. طیف توانی چندمتغیره کمترین مربعات اخذ شده از ۸ ایستگاه تاید-گیج در منطقه خلیج فارس و دریای عمان با نرخ برداشت ۳۰ دقیقه (شکل بالا)؛ طیف توانی تک‌متغیره کمترین مربعات اخذ شده از ایستگاه تاید-گیج چابهار در منطقه خلیج فارس با نرخ برداشت ۳۰ دقیقه (شکل پایین)؛ خط چین، نشان‌دهنده محدوده پرپود سیگنال روزانه و هارمونیک‌های بالاتر آن است.



شکل ۳. سیگنال‌های نیم‌روزانه (شکل الف)، شکل ب)، شکل پ) و روزانه (شکل ت)) در طیف توانی چندمتغیره کمترین مربعات اخذ شده از ۸ ایستگاه تاید-گیج در منطقه خلیج فارس و دریای عمان



شکل ۴. سیگنال‌های نیم‌روزانه (شکل بالا-راست)، شکل بالا-چپ)، شکل پایین-راست)) و روزانه (شکل پایین-چپ)) در طیف توانی تک‌متغیره کمترین مربعات اخذ شده از ایستگاه تاید-گیج چابهار در منطقه خلیج فارس

جدول ۲. فرکانس‌های جزرومدی (غیرمشترک با فرکانس‌هایی با بیشترین تأثیر، در لیست ۵۰ فرکانسی تحقیق امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴))

استخراج‌شده از آنالیز طیفی چندمتغیره جزرومدی ایستگاه‌های تاید-گیج ساحلی در منطقه خلیج فارس و دریای عمان

شماره	فرکانس (دور/ساعت)	دامنه (متر)	شماره	فرکانس (دور/ساعت)	دامنه (متر)	شماره	فرکانس (دور/ساعت)	دامنه (متر)
۱	۰/۰۴۱۷۵۵۳	۰/۳۹۲	۹	۰/۰۸۳۳۷۵۴	۰/۱۹۳	۱۷	۰/۰۷۹۰۲۴۸	۰/۱۵۰
۲	۰/۰۴۱۸۰۶۷	۰/۳۹۱	۱۰	۰/۰۸۳۳۵۸۳	۰/۱۹۳	۱۸	۰/۰۰۰۷۲۷۲	۰/۱۲۶
۳	۰/۰۴۱۹۳۸۷	۰/۳۸۰	۱۱	۰/۰۸۳۳۰۸۶	۰/۱۹۱	۱۹	۰/۰۰۰۹۲۵۷	۰/۰۷۱
۴	۰/۰۴۱۰۵۰۸	۰/۲۴۵	۱۲	۰/۰۸۳۲۹۱۵	۰/۱۹۰	۲۰	۰/۰۳۶۱۴۴۹	۰/۰۳۵
۵	۰/۰۳۸۷۰۴۱	۰/۲۰۳	۱۳	۰/۰۸۳۵۹۳۱	۰/۱۹۰	۲۱	۰/۰۳۴۳۹۳۱	۰/۰۳۴
۶	۰/۰۳۸۶۴۵۹	۰/۲۰۳	۱۴	۰/۰۸۳۶۳۰۹	۰/۱۸۸	۲۲	۰/۰۱۹۲۷۶۳	۰/۰۱۴
۷	۰/۰۸۳۴۴۲۳	۰/۱۹۴	۱۵	۰/۰۸۳۰۹۲۶	۰/۱۷۳	۲۳	۰/۲۴۳۰۴۴۸	۰/۰۰۳
۸	۰/۰۸۳۵۳۶۶	۰/۱۹۳	۱۶	۰/۰۷۸۹۷۳۴	۰/۱۶۶	۲۴	۰/۲۰۱۰۶۳۱	۰/۰۰۵

جدول ۳. فرکانس‌های جزرومدی (غیرمشترک با فرکانس‌هایی با بیشترین تأثیر، در لیست ۱۲۱ فرکانسی تحقیق امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴)) استخراج

شده از آنالیز طیفی چندمتغیره داده‌های جزرومدی ایستگاه‌های تاید-گیج ساحلی در منطقه خلیج فارس و دریای عمان

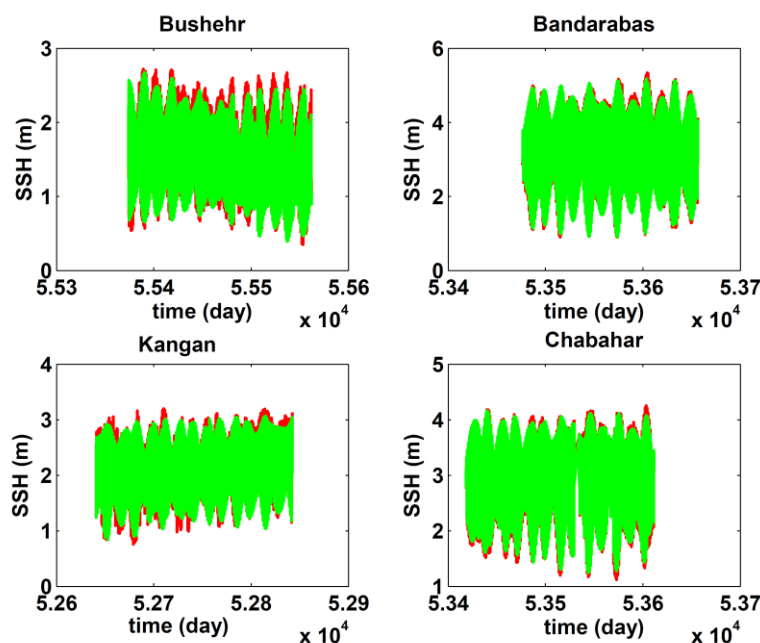
شماره	فرکانس (دور/ساعت)	دامنه (متر)	شماره	فرکانس (دور/ساعت)	دامنه (متر)	شماره	فرکانس (دور/ساعت)	دامنه (متر)
۱	۰/۰۸۰۵۳۶۸	۰/۵۳۶	۲۵	۰/۰۸۳۲۷۲۶	۰/۱۸۹	۴۹	۰/۰۷۹۲۳۹۱	۰/۰۸۲
۲	۰/۰۸۰۴۸۵۳	۰/۵۳۴	۲۶	۰/۰۸۳۶۳۰۹	۰/۱۸۸	۵۰	۰/۰۷۷۷۳۰۶	۰/۰۷۲
۳	۰/۰۸۰۰۱۷۴	۰/۴۰۵	۲۷	۰/۰۷۸۹۰۸۳	۰/۱۸۳	۵۱	۰/۰۷۹۲۷۳۴	۰/۰۷۲
۴	۰/۰۴۱۷۵۵۳	۰/۳۹۲	۲۸	۰/۰۸۳۱۷۴۹	۰/۱۸۱	۵۲	۰/۰۸۲۰۷۴۴	۰/۰۷۲
۵	۰/۰۴۱۸۰۶۷	۰/۳۹۱	۲۹	۰/۰۸۳۰۹۲۶	۰/۱۷۳	۵۳	۰/۰۰۰۹۲۵۷	۰/۰۷۱
۶	۰/۰۴۱۹۰۴۵	۰/۳۸۴	۳۰	۰/۰۷۸۹۷۳۴	۰/۱۶۶	۵۴	۰/۰۷۶۶۶۲۷	۰/۰۶۲
۷	۰/۰۴۱۹۳۸۷	۰/۳۸۰	۳۱	۰/۰۸۳۰۱۷۲	۰/۱۶۵	۵۵	۰/۰۷۵۹۹۷۶	۰/۰۶۱
۸	۰/۰۷۹۹۴۳۶	۰/۳۶۸	۳۲	۰/۰۸۲۹۹۶۶	۰/۱۶۲	۵۶	۰/۰۷۶۱۰۳۹	۰/۰۵۲
۹	۰/۰۴۱۴۶۲۲	۰/۳۶۳	۳۳	۰/۰۸۲۹۴۱۸	۰/۱۵۶	۵۷	۰/۰۸۱۹۷۵۰	۰/۰۵۵
۱۰	۰/۰۷۹۸۷۱۷	۰/۳۳۰	۳۴	۰/۰۷۹۰۲۴۸	۰/۱۵۰	۵۸	۰/۰۸۱۸۹۲۷	۰/۰۳۶
۱۱	۰/۰۷۹۷۷۳۹	۰/۲۷۴	۳۵	۰/۰۷۹۵۵۶۲	۰/۱۴۶	۵۹	۰/۰۸۱۸۵۶۷	۰/۰۳۴
۱۲	۰/۰۷۹۷۴۶۵	۰/۲۵۸	۳۶	۰/۰۷۷۲۱۱۲	۰/۱۳۲	۶۰	۰/۰۳۴۳۹۳۱	۰/۰۳۴
۱۳	۰/۰۷۹۶۹۳۴	۰/۲۲۷	۳۷	۰/۰۷۷۰۹۸۱	۰/۱۲۷	۶۱	۰/۰۷۶۴۲۲۷	۰/۰۲۴
۱۴	۰/۰۷۸۵۵۸۶	۰/۲۱۷	۳۸	۰/۰۷۷۳۷۵۸	۰/۱۲۷	۶۲	۰/۰۹۵۶۹۱۶	۰/۰۲۱
۱۵	۰/۰۷۸۷۵۴۰	۰/۲۱۱	۳۹	۰/۰۰۰۷۲۷۲	۰/۱۲۶	۶۳	۰/۱۰۰۰۱۸۵	۰/۰۱۸
۱۶	۰/۰۳۸۶۴۵۹	۰/۲۰۳	۴۰	۰/۰۸۲۴۶۶۹	۰/۱۱۹	۶۴	۰/۰۹۳۵۱۴۵	۰/۰۱۷
۱۷	۰/۰۳۸۷۰۴۱	۰/۲۰۳	۴۱	۰/۰۷۹۴۹۲۸	۰/۱۱۲	۶۵	۰/۰۹۸۳۳۱۳	۰/۰۱۶
۱۸	۰/۰۸۳۴۴۲۳	۰/۱۹۴	۴۲	۰/۰۷۹۱۶۲۰	۰/۱۰۷	۶۶	۰/۰۱۹۲۷۶۳	۰/۰۱۴
۱۹	۰/۰۸۳۳۵۸۳	۰/۱۹۳	۴۳	۰/۰۷۹۴۵۳۱	۰/۰۹۲	۶۷	۰/۱۰۲۶۳۰۷	۰/۰۱۴
۲۰	۰/۰۸۳۳۷۵۴	۰/۱۹۳	۴۴	۰/۰۸۲۱۶۶۹	۰/۰۸۹	۶۸	۰/۱۲۰۵۵۱۴	۰/۰۱۳
۲۱	۰/۰۸۳۵۳۶۶	۰/۱۹۳	۴۵	۰/۰۷۷۶۵۶۹	۰/۰۸۶	۶۹	۰/۱۲۳۳۷۴۴	۰/۰۱۱
۲۲	۰/۰۸۳۳۰۸۶	۰/۱۹۱	۴۶	۰/۰۷۷۹۳۱۲	۰/۰۸۴	۷۰	۰/۲۰۴۱۱۳۴	۰/۰۰۴
۲۳	۰/۰۸۳۵۹۳۱	۰/۱۹۰	۴۷	۰/۰۸۴۲۵۱۴	۰/۰۸۳	۷۱	۰/۲۳۹۷۹۴۷	۰/۰۰۴
۲۴	۰/۰۸۳۲۹۱۵	۰/۱۹۰	۴۸	۰/۰۸۳۲۷۲۶	۰/۱۸۹			

سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴) و ۴. ۱۲۱ فرکانس مؤثر استخراجی از داده‌های ایستگاه‌های تایید-گیج در منطقه خلیج فارس و دریای عمان حاصل از این تحقیق، با هم مقایسه و نتایج ارائه شده است.

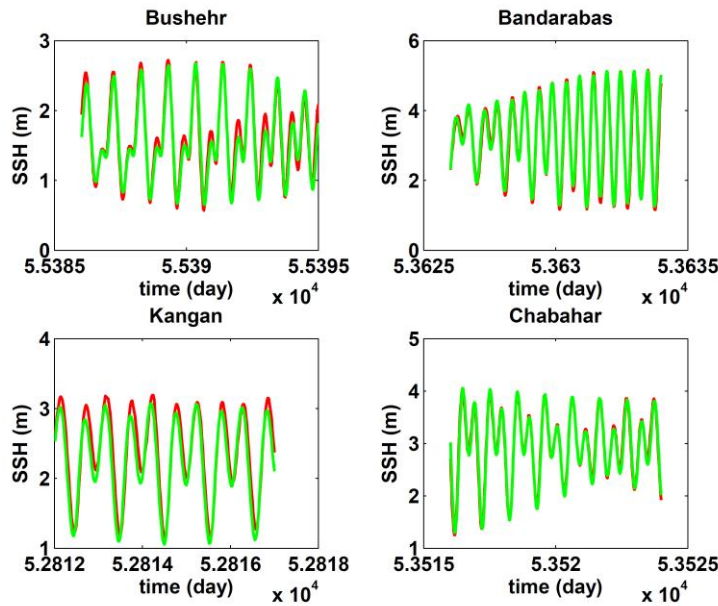
با توجه به دقت مطلوب به دست آمده برای پیش‌بینی جزرومد در هر ایستگاه مقایسه‌ای بین داده‌های پیش‌بینی شده و داده‌های معلوم به مدت شش ماه انجام گرفته است که در شکل ۵ یک نمونه از این مقایسه در چهار ایستگاه بندرعباس، بوشهر، چابهار و کنگان ارائه شده است. در شکل ۵ نمودار قرمز رنگ مربوط به داده‌های معلوم و نمودار سبز رنگ مربوط به داده‌های پیش‌بینی شده هستند. برای مقایسه بهتر داده‌های پیش‌بینی شده با داده‌های معلوم، یک بزرگ‌نمایی از شکل ۵، در شکل ۶ ارائه شده است. در ادامه نتایج مربوط به چندین مقایسه از دسته فرکانس‌های مختلف، برای پیش‌بینی جزرومد در چهار ایستگاه برای شش ماه به طور مجزا ارائه شده است. دسته فرکانس‌های مورد استفاده عبارتند از: دسته اول: CTE

در نهایت فرکانس‌های جدیدی که در ایستگاه‌های تایید-گیج منطقه خلیج فارس و دریای عمان استخراج شده‌اند و در لیست فرکانس‌های ارائه شده در تحقیق امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴) موجود نبودند، ارائه شده است.

در ادامه برای بررسی کارایی لیست فرکانس‌های ارائه شده جزرومد برای یک بازه زمانی پیش‌بینی می‌گردد. نتایج مربوط به پیش‌بینی جزرومد در هر یک از این ۸ ایستگاه برای شش ماه مجزا در جدول‌های ۴ و ۵ ارائه شده است. در این جدول‌ها، RMSE و سیگما مربوط به بردار باقیمانده داده‌های پیش‌بینی شده در ۴ حالت استفاده از فرکانس‌های مختلف شامل: ۱. لیستی از ۵۰ فرکانس مؤثر ارائه شده توسط امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴) به دست آمده از داده‌های کشور انگلستان، ۲. ۵۰ فرکانس مؤثر استخراجی از داده‌های ایستگاه‌های تایید-گیج در منطقه خلیج فارس و دریای عمان حاصل از این تحقیق، ۳. لیستی متشکل از ۱۲۱ فرکانس مؤثر ارائه شده توسط امیری



شکل ۵. مقایسه بین داده‌های معلوم و داده‌های پیش‌بینی شده در چهار ایستگاه بندرعباس (شکل بالا-راست)، بوشهر (شکل بالا-چپ)، چابهار (شکل پایین-راست) و کنگان (شکل پایین-چپ) در بازه زمانی شش ماه (نمودار قرمز رنگ: داده‌های معلوم، نمودار سبز رنگ: داده‌های پیش‌بینی شده).



شکل ۶. مقایسه بین داده‌های معلوم و داده‌های پیش‌بینی شده توسط مدل تابعی در چهار ایستگاه بندرعباس (شکل بالا- راست)، بوشهر (شکل بالا- چپ)، چابهار (شکل پایین- راست) و کنگان (شکل پایین- چپ) در بازه زمانی یک هفته (نمودار قرمز رنگ: داده‌های معلوم، نمودار سبز رنگ: داده‌های پیش‌بینی شده)

جدول ۴. سیگما و RMSE بردار باقیمانده‌ها در هر ایستگاه برای شش ماه پیش‌بینی به ازای لیست ۵۰ تایی از فرکانس‌های جزرومدی (ستون سوم و ششم به ترتیب نتایج مربوط به استفاده از لیست ۵۰ فرکانس مهم استخراجی از تحقیق امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴)، ستون دوم و پنجم نتایج مربوط به ۵۰ فرکانس مهم استخراجی در این تحقیق و ستون چهارم و هفتم در هر مورد، اختلاف بین دو دسته نتایج را نشان می‌دهد).

Difference	RMSE (m)	RMSE (m)	Difference	Sigma (m)	Sigma (m)	نام ایستگاه
۰/۰۳۲	۰/۱۷۳	۰/۱۴۱	۰/۰۱۱	۰/۰۳۳	۰/۰۲۲	خرمشهر
۰/۰۲۷	۰/۱۹۶	۰/۱۶۸	۰/۰۱۳	۰/۰۵۳	۰/۰۴۰	بندر امام حسن
۰/۰۵۳	۰/۱۶۶	۰/۱۱۴	۰/۰۱۶	۰/۰۳۰	۰/۰۱۴	جزیره خارک
۰/۰۲۸	۰/۱۵۸	۰/۱۳۰	۰/۰۰۸	۰/۰۲۵	۰/۰۱۷	بندر بوشهر
۰/۰۵۹	۰/۱۸۹	۰/۱۳۰	۰/۰۲۰	۰/۰۳۶	۰/۰۱۶	کنگان
۰/۰۲۳	۰/۱۳۹	۰/۱۱۶	۰/۰۰۷	۰/۰۲۲	۰/۰۱۵	بندرعباس
۰/۰۳۲	۰/۱۳۳	۰/۱۰۱	۰/۰۰۸	۰/۰۲۰	۰/۰۱۱	جاسک
۰/۰۱۹	۰/۱۳۱	۰/۱۱۱	۰/۰۰۵	۰/۰۱۷	۰/۰۱۳	چابهار

بازه یک‌چهارم تا یک‌نهم روزانه. با در اختیار داشتن مشاهدات واقعی در بازه زمانی مورد نظر در هر یک از ایستگاه‌ها، بردار اختلاف مشاهدات واقعی و پیش‌بینی شده جزرومد یا همان بردار باقیمانده‌ها محاسبه گردید. سپس، میانگین انحراف معیار بردار باقیمانده‌های شش ماه مذکور در هر یک از ایستگاه‌ها تعیین گردید که مقادیر آنها تا دقت میلی‌متر در جدول زیر ارائه شده است.

(لیستی از ۵۰۵ فرکانس جزرومدی که با نام CTE شناخته می‌شوند (کارت‌رایت و تیلور (۱۹۷۱))، دسته دوم: فرکانس‌های استخراج شده از سری زمانی چندمتغیره در بازه پریرود بلند تا یک‌سوم روزانه، دسته سوم: CTE + فرکانس‌های استخراج شده از سری زمانی چندمتغیره در بازه یک‌چهارم تا یک‌ششم روزانه، دسته چهارم: CTE + فرکانس‌های استخراج شده از سری زمانی چندمتغیره در

جدول ۵. سیگما و RMSE بردار باقیمانده‌ها در هر ایستگاه برای شش ماه پیش‌بینی به ازای لیست ۱۲۱ تایی از فرکانس‌های جزرومدی (ستون سوم و ششم به ترتیب نتایج مربوط به استفاده از لیست ۱۲۱ فرکانس مهم استخراجی از تحقیق امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴)، ستون دوم و پنجم نتایج مربوط به ۱۲۱ فرکانس مهم استخراجی در این تحقیق و ستون چهارم و هفتم در هر مورد، اختلاف بین دو دسته نتایج را نشان می‌دهد).

نام ایستگاه	Sigma (m)	Sigma (m)	Difference	RMSE (m)	RMSE (m)	Difference
خرمشهر	۰/۰۲۶	۰/۰۳۹	۰/۰۱۳	۰/۱۷۲	۰/۱۳۹	۰/۰۳۲
بندر امام حسن	۰/۰۵۸	۰/۱۲۸	۰/۰۷۰	۰/۱۹۴	۰/۱۳۱	۰/۰۶۳
جزیره خارک	۰/۰۱۲	۰/۰۳۱	۰/۰۲۰	۰/۱۵۸	۰/۱۰۳	۰/۰۵۴
بندر بوشهر	۰/۰۱۶	۰/۰۲۵	۰/۰۰۹	۰/۱۵۷	۰/۱۲۶	۰/۰۳۱
کنگان	۰/۰۱۶	۰/۰۳۶	۰/۰۲۰	۰/۱۸۶	۰/۱۲۵	۰/۰۶۲
بندرعباس	۰/۰۱۷	۰/۰۲۳	۰/۰۰۶	۰/۱۲۹	۰/۱۱۲	۰/۰۱۷
جاسک	۰/۰۱۲	۰/۰۲۰	۰/۰۰۸	۰/۱۲۳	۰/۰۹۳	۰/۰۲۹
چابهار	۰/۰۱۴	۰/۰۱۹	۰/۰۰۵	۰/۱۳۴	۰/۱۱۱	۰/۰۲۳

جدول ۶. RMSE بردار باقیمانده‌ها در چهار ایستگاه کنگان، جاسک، خارک و خرمشهر در بازه زمانی شش ماه پیش‌بینی، به ازای لیست‌های مختلفی از فرکانس‌های جزرومدی.

RMSE(cm)				لیست فرکانس
ایستگاه کنگان	ایستگاه جاسک	ایستگاه خارک	ایستگاه خرمشهر	
۱۷/۳	۱۳/۸	۱۲/۸	۱۹/۷	CTE
۲۱/۷	۱۶/۴	۱۵/۲	۲۵/۳	فرکانس‌های استخراج‌شده از سری زمانی چندمتغیره در بازه پریود بلند تا یک‌سوم روزانه
۱۲/۹	۱۰/۱	۱۰/۷	۱۴/۹	CTE + فرکانس‌های استخراج‌شده از سری زمانی چندمتغیره در بازه یک‌چهارم تا یک‌ششم روزانه
۱۲/۶	۹/۴	۱۰/۳	۱۴/۱	CTE + فرکانس‌های استخراج‌شده از سری زمانی چندمتغیره در بازه یک‌چهارم تا یک‌نهم روزانه

فرکانس‌های موجود در مجموعه CTE، تعداد زیادی از فرکانس‌های مورد نیاز برای مدل‌سازی جزرومد را در بر می‌گیرد و ثانیاً این فرکانس‌ها برخلاف فرکانس‌های مشاهده-مبنا، کاملاً مستقل از مشاهدات و صرفاً بر اساس اصول تئوری هستند.

### ۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، هدف اصلی کشف فرکانس‌های جزرومد و

به منظور مقایسه فرکانس‌های مشاهده-مبنا و تئوری-مبنا، به بررسی انحراف‌معیار بردار باقیمانده‌های مربوط به فرکانس‌های دسته اول و چهارم می‌پردازیم. در واقع، علت نحوه انتخاب فرکانس‌های دسته دوم این بود که فرکانس‌های CTE در بازه پریود بلند تا یک‌سوم روزانه قرار دارند. تفاوت میان پیش‌بینی جزرومد حاصل از فرکانس‌های تئوری-مبنا و پیش‌بینی جزرومد حاصل از فرکانس‌های مشاهده-مبنا به این دلیل است که اولاً

مهم و مؤثر در پیش‌بینی جزرومد استخراج شد و مقایسه‌ای بین دو سری فرکانس استخراجی (لیستی شامل ۵۰ و ۱۲۱ فرکانس اصلی) حاصل از تحقیق امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴) برای تایید-گیج‌های کشور انگلستان، با فرکانس‌های استخراجی در این تحقیق (برای منطقه خلیج فارس و دریای عمان) انجام گرفت. فرکانس‌های جدیدی که به ایستگاه‌های تایید-گیج منطقه خلیج فارس و دریای عمان اختصاص دارد، ارائه شده است.

سپس با استفاده از دو لیست از فرکانس‌های مهم استخراجی به پیش‌بینی جزرومد برای بازه زمانی شش ماه پرداخته شده است. مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از فرکانس‌های ارائه‌شده در تحقیق امیری سیمکویی و همکاران (۲۰۱۴) و فرکانس‌های استخراجی در این تحقیق در منطقه خلیج فارس و دریای عمان انجام گرفته است. این نتیجه حاصل شد که استفاده از فرکانس‌های استخراجی از خود ایستگاه‌های خلیج فارس و دریای عمان باعث افزایش دقت پیش‌بینی جزرومد می‌شود.

در نهایت، اهمیت فرکانس‌های مختلف در پیش‌بینی جزرومد بررسی شد. تمامی کارهای قبلی در زمینه ارائه فرکانس‌های جزرومدی، لیست‌های فرکانسی، حداکثر تا فرکانس‌های یک‌ششم روزانه را به عنوان فرکانس‌های مهم ارائه می‌کنند. در صورت افزودن فرکانس‌های موجود در بازه یک‌چهارم تا یک‌ششم به فرکانس‌های CTE، دقت پیش‌بینی تا حد زیادی بهبود می‌یافت که گواه بر اهمیت این فرکانس‌هاست.

#### مراجع

- Amiri-Simkooei, A. R., 2007, Least-squares variance component estimation: theory and GPS applications. Ph.D. thesis, Mathematical Geodesy and Positioning, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, Netherlands.
- Amiri-Simkooei, A. R. and Asgari, J., 2012, Harmonic analysis of total electron contents

تعیین مدل مناسب برای پیش‌بینی جزرومد است. به منظور کشف فرکانس‌های جزرومد، از یک روش مشاهده-مبنای یعنی، روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات بهره‌گیری شد. از آنجایی که این روش برای آنالیز طیفی سری‌های زمانی چندمتغیره و تک‌متغیره قابل استفاده می‌باشد، در این تحقیق، آنالیز طیفی سری‌های زمانی چندمتغیره استفاده شده است. در ابتدا مقایسه‌ای بین آنالیز چندمتغیره و حالت تک‌متغیره آن صورت گرفت. در این مقایسه با استفاده از روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات، طیف توانی یک سری زمانی جزرومدی چندمتغیره شامل مشاهدات ۸ ایستگاه تایید-گیج و طیف توانی یک سری زمانی تک‌متغیره مربوط به یک ایستگاه تایید-گیج محاسبه گردید.

این دو طیف، در حالت کلی شبیه به یکدیگر بودند و تفاوت اصلی بین آن‌ها، توان فرکانس‌های بررسی‌شده بود. به این معنا که در حالت چندمتغیره، فرکانس‌های مشترک بررسی‌شده، با توان بسیار بیشتری در مقایسه با حالت تک‌متغیره پدیدار گشته و به راحتی قابل کشف هستند.

با بررسی طیف توانی سری زمانی چندمتغیره با استفاده از روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات، حضور طیف وسیعی از فرکانس‌ها در ساختار داده‌های جزرومدی نشان داده شده است. طیف توانی سری زمانی چندمتغیره جزرومد را می‌توان به اجزای مختلف جزرومدی با فرکانس‌های مرکزی معادل با هارمونیک‌های سیگنال روزانه  $n/24h$  تقسیم کرد که در آن،  $n=1,2,\dots,12$  است. علاوه بر فرکانس‌های روزانه و هارمونیک‌های بالاتر آن، تعدادی پیک در اطراف آن‌ها نیز دیده می‌شود. همچنین این طیف، نشان‌دهنده حضور فرکانس‌های مربوط به پریود بلند در ساختار داده‌های جزرومدی بود. به این ترتیب فرکانس‌های مربوط به ۴۱۴ عدد از پیک‌هایی که در طیف چندمتغیره دارای توان بیشتری از بقیه پیک‌ها بودند و همچنین دو لیست ۵۰ و ۱۲۱ فرکانسی، شامل فرکانس‌های

- time series: methodology and results, *GPS Solut.*, 16(1):77-88
- Amiri-Simkooei, A. R., Tiberius, CCJM. and Teunissen, PJG., 2007, Assessment of noise in GPS coordinate time series: methodology and results, *J Geophys Res* 112, B07413. doi: 10.1029/2006JB004913
- Amiri-Simkooei, A. R., Zaminpardaz, S. and Sharifi, M. A., 2014, Extracting tidal frequencies using multivariate harmonic analysis of sea level height time series, *J Geod* (2014) 88, 975-988, doi: 10.1007/s00190-014-0737-5
- Baarda, W., 1968, A testing procedure for use in geodetic networks, *Publ* 2(5), Netherlands Geodetic Commission, Delf.
- Bülfesfeld, F. J., 1985, Ein Beitrag zur harmonischen Darstellung des gezeitenerzeugenden Potentials, Reihe C, Heft 314, Deutsche Geodätische Kommission, München.
- Capuano, P., De Lauro, E., De Martino, S. and Falanga, M., 2011, Waterlevel oscillations in the Adriatic Sea as coherent selfoscillations inferred by independent component analysis, *Progr Oceanogr*, 91, 447-460.
- Cartwright, D. E. and Tayler, R. J., 1971, New computation of the tide generating potential, *Geophys, J. R. Astron. Soc.*, 23, 45-74.
- Ducarme, B., Venedikov, A. P., de Mesquita, A. R., Costa, D. S., Blitzkow, D., Vieira, R. and Freitas, SRC., 2006, New analysis of a 50 years tide guage record at Cananéia (SP-Brazil) with the VAV tidal analysis program, *Dynamic Planet*, Cairns, Australia, 22-26 August, 2005. Springer, IAG Symposia, 130, 453-460.
- Flinchem, E. P. and Jay, D. A., 2000, An introduction to wavelet transform tidal analysis methods, *Estuar. Coast. Shelf Sci.*, 51, 177-200.
- Jay, D. A. and Kukulka, J., 2003, Revising the paradigm of tidal analysis the uses of nonstationary, *Ocean Dyn.*, 53, 110-125.
- Sakamoto, Y., Ishiguro, M. and Kitagawa, G., 1986, Akaike information criterion statistics, D, Reidel Publishing Company, Tokyo 290 pp.
- Mousavian, R. and Mashhadi-Hossainali, M., 2012, Detection of main tidal frequencies using least squares harmonic estimation meth-od, *J. Geod. Sci.*, 2(3), 224-233.
- Parvazi, K, Asgari, J, Amirisimkooei, A. R. and Tajfirooz, B., 2015, Determination of difference between datum and reference ellipsoid by using of analysis of altimetry data of Topex/Poseidon, Jason-1 and observations of coastal tide gauges, Volume 5, Number 1.
- Pytharouli, S. and Stiros, S., 2012, Analysis of short and discontinuous tidal data: a case study from the Aegean Sea, *Surv Rev.*, doi: 10.1179/1752270611Y.0000000035
- Sakamoto, Y., Ishiguro M. and Kitagawa, G., 1986, Akaike information criterion statistics, D. Reidel Publishing Company, Tokyo 290 pp.
- Sharifi, M. A. and Sam Khaniani, A., 2013, Least-squares harmonic estimation of the tropopause parameters using GPS radio occultation measurements, *Meteorol Atmos. Phys.*, 120(1-2), 73-82.
- Teunissen, PJG, 2000, Testing theory: an introduction, Delft University Press, Website: <http://www.vssd.nl>. Series on Mathematical Geodesy and Positioning
- Teunissen, PJG. and Simons D. G., Tiberius CCJM, 2005, Probability and observation theory, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University, Delft University of Technology, (lecture notes AE2-E01).
- Venedikov, AP., Arnoso, J., Vieira, R., 2003, VAV: a program for tidal data processing, *Comput Geosci* 29:487502
- Venedikov, A. P., Arnoso, J. and Vieira, R., 2005, New version of the program VAV for tidal data processing, *Comput. Geosci*, 31, 667-669.



## Extracting tidal frequencies of the Persian Gulf and Oman Sea using multivariate least square harmonic estimation of sea level coastal height observations time series

Amiri-Simkooei, A.<sup>1\*</sup>, Parvazi, K.<sup>2</sup> and Asgari, J.<sup>3</sup>

1. Associate Professor, Department of Geomatics Engineering, Faculty of Civil Engineering and Transportation, University of Isfahan, Iran

2. M.Sc. Graduated, Department of Geomatics Engineering, Faculty of Civil Engineering and Transportation, University of Isfahan, Iran

3. Assistant Professor, Department of Geomatics Engineering, Faculty of Civil Engineering and Transportation, University of Isfahan, Iran

(Received: 12 Jan 2016, Accepted: 24 Jan 2017)

### Summary

Tidal observations have been widely used for a variety of applications. Realistic functional and stochastic models of tidal observation are then required. The functional model is complete if one knows the tide characteristics such as tidal frequencies (M2 and S2 for instance). The stochastic model is complete if we know noise characteristics of tidal observations. There is always a prediction error between the predicted values and the observed tide heights. This can be investigated when taking the noise characteristics of tidal time series observations. Functional model identification is however the subject of discussion in the present contribution. Tidal data are frequently used for different applications such as safe navigation. Real tidal gauge data can be expressed by their tidal constituents (frequencies) and a noise structure. Using tidal frequencies and tidal observations one can employ the functional model to predict tide. Therefore identifying tidal frequencies is an important issue for tidal analysis. So far, most of the available methods to determine tidal frequencies have been based on theory, and sea level height observations have not seriously been used to extract tidal frequencies. The theory-based methods usually apply the ephemeris of Moon, Sun and other planets to extract tidal frequencies without the use of tidal observations. Following-up the study by Amiri-Simkooei et al. (2014), we further focus on extracting tidal frequencies using tidal observations. For this purpose, we apply the least squares harmonic estimation (LS-HE) to the multivariate tidal time series. As a generalization of the Fourier spectral analysis, LS-HE is neither limited to evenly spaced data nor to integer frequencies. We may also note that the main tidal constituents may change from one area to another area. In this contribution, we use the data sets of eight coastal tide gauge stations in the Persian Gulf and Oman Sea between 1999 and 2010 with a sampling rate of 30 min using a multivariate analysis. In multivariate analysis, the frequencies contributed in tide structure are more obvious than in the univariate analysis. Such signals can thus simply be detected in the multivariate analysis. Using the above-mentioned data, 414 main tidal constituents have been extracted. Our extracted lists of frequencies (of the Persian Gulf and Oman Sea) are compared with the two lists of frequencies consisting of 50 and 121 frequencies by the study of Amiri-Simkooei et al. (2014), which was applied to UK tide gauge stations. In the present contribution, new frequencies that belong to the tide gauge stations of the Persian Gulf and Oman Sea have been identified. Finally, a six-month prediction is performed for all stations using the two lists of main frequencies obtained in the two studies. The prediction results of the two studies are then compared using the estimated root mean squared error (RMSE). The RMSE difference of our predicted data show a reduction ranging from 2 cm to 7 cm compared to that predicted using the frequency lists of Amiri-Simkooei et al. (2014). The estimated RMSE of tide prediction using the frequencies obtained in this study ranges from 9 to 16 cm.

**Keywords:** Least square harmonic estimation (LS-HE), Tidal frequencies, Multivariate tidal time series analysis, Coastal tide gauge, Tide prediction, Persian Gulf and Oman Sea.