Iranian Journal of Animal Science
Vol 47, No 4, Winter 2017 (609-619)
DOI: 10.22059/ijas.2017.203271.653432

علوم دامی ایران
دورۀ ۴۷، شمارۀ ۴، زمستان ۱۳۹۵ (ص ۶۱۹-۶۰۹)

مقایسه عملکرد برخی از توابع غیرخطی در توصیف منحنی رشد گوسفند نژاد زندی

خبات خیرآبادی*
باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد سنندج، دانشگاه آزاد اسلامی، سنندج، ایران
(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱/۲۳ - تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۹/۱۷)

چکیده

در این تحقیق برازش مدل‌های غیرخطی ون‌برتالانفی، گومپرتز، برودی و لجستیک در توصیف منحنی رشد گوسفندان نژاد زندی ایستگاه خُجیر بررسی شد. بدین منظور از ۱٤٥٦٩ رکورد وزن بدن (از تولد تا ٤٠٠ روزگی) که به‌صورت روزانه از ۳۵۸۱ رأس گوسفند در سال‌های ۱۳۷۰ تا ۱۳۹۲ گردآوری شده بودند، استفاده شد. هر مدل با استفاده از رویۀ حداقل مربعات غیرخطی (NLIN) نرم‌افزار آماری SAS به‌طور جداگانه روی همۀ مشاهده‌ها و نیز به تفکیک فاکتورهای محیطی مؤثر بر وزن بدن (مانند جنس، نوع تولد، فصل تولد، سال تولد و سن مادر در زمان زایش) برازش داده شد. نکوئی برازش هر یک از این مدل‌ها با استفاده از معیارهای ضریب تبیین تصحیح‌شده (R^2_{Adj})، معیار اطلاعات آکائیک (AIC)، انحراف معیار مانده‌ها (RMSE) و دوربین- واتسون (DW) تعیین شد. بر پایۀ معیارهای مختلف نکوئی برازش، همۀ مدل‌های موردبررسی در این پژوهش به‌خوبی توانایی برازش منحنی رشد گوسفندان زندی را دارند. به‌هرحال نتایج این بررسی نشان داد که مدل لجستیک با داشتن بالاترین دقت (R^2_{Adj}= 0.9702; AIC= 85886) و کم‌ترین خطا (RMSE= 4.61) بهتر از دیگر توابع ریاضی منحنی رشد گوسفند نژاد زندی را برازش کرده و به دنبال آن به ترتیب مدل‌های گومپرتز، ون‌برتالانفی و برودی قرار گرفتند. نتایج به‌دست‌آمده از این پژوهش نشان می‌دهد که از مدل لجستیک می‌توان در تنظیم برنامه‌های تغذیه‌ای، تعیین مشکلات مدیریتی و سن مناسب کشتار بره‌های ایستگاه اصلاح نژاد خُجیر کمک گرفت.

واژه‌های کلیدی: توابع ریاضی، رویۀ حداقل مربعات غیرخطی، شاخص‌های رشد.

Performance comparisons of some nonlinear functions in describing the growth curve of Zandi sheep breed

Khabat Kheirabadi*
Young Researchers and Elite Club, Sanandaj Branch, Islamic Azad University, Sanandaj, Iran
(Received: Apr. 11, 2016 - Accepted: Dec. 7, 2016)

ABSTRACT

In this research fitness of nonlinear models of Von Bertalanffy, Gompertz, Brody and Logistic to describe the growth curve of Zandi sheep breed of Khojir station was studied. In this order from 14569 body weight records (from birth to 400 days of age) which have been recorded as daily from 3581 heads during the years 1992 to 2014 were used. Each model was fitted separately to body weight records using whole data, and also for different environmental factors (i.e., sex, type of birth, season of birth, year of birth and age of dam) separately using the nonlinear least square (NLIN) procedure of SAS. Goodness of fit of each model was determined using adjusted multiple coefficient of determination (R^2_{Adj}), Akaike's information criterion (AIC), root mean square error (RMSE) and Durbin-Watson (DW). All used models in the current study fitted the growth data of Zandi sheep well based on different goodness of a fitting criteria. However, the results showed that Logistic growth model with the highest accuracy (R^2_{Adj}= 0.9702; AIC= 85886) and the lowest error (RMSE= 4.61) could describe growth curve better than the other growth models, and was followed by Gompertz, Von Bertalanffy and Brody growth models, respectively. The results of this research indicate that the Logistic model can be used to the regulate feeding programs, determination of management problems and optimum slaughtering age of lambs at the Khojir breeding situation.

Keywords: Growth parameters, mathematical functions, nonlinear least square procedure.

* Corresponding author E-mail: Kheirabadikh@gmail.com Tel: +98 918 247 4501

مقدمه

صفات مرتبط با رشد به دلیل جایگاه ویژه‌ای که از منظر اقتصادی دارند (Groeneveld *et al*., 1998)، همواره موردتوجه پرورش‌دهندگان و اصلاح‌گران دام بوده‌اند. صفت رشد که به‌عنوان میزان تغییرات وزن بدن در واحد زمان تعریف شده است (Bathaei & Leroy, 1996) یک تابع پیوسته (از جنینی تا بزرگسالی) در طول حیات است، لذا برای ارزیابی آن باید از میزان رشد استفاده شود (Arango & Van Vleck, 2002). ضرورت بررسی میزان رشد یا چگونگی تغییرات وزن بدن در مراحل مختلف زندگی حیوان به‌عنوان فراسنجه‌ای مهم در فرآیندهای اصلاحی مطرح شده است (Kucuk *et al*., 2009)، دلیل این امر را می‌توان به‌واسطهٔ ارتباط مستقیم این صفت با سطح تولید گوشت دانست (Mandal *et al*., 2008).

منحنی رشد که به توصیف نموداری تغییرات رشد در طول یک دورهٔ زمانی خاص اطلاق شده است (Keskin *et al*., 2010) می‌تواند به‌عنوان ابزار کمکی مناسبی برای بهبود مدیریت گله‌ها به‌ویژه از حیث تصمیم‌گیری برای حذف دام، ارزیابی وضعیت تغذیه و سلامت دام استفاده شود (Dudouet, 1982). از منحنی‌های یادشده می‌توان برای تعیین سن مناسب کشتار نیز استفاده کرد (Bahreini Behzadi *et al*., 2014; Ghavi Hossein-Zadeh, 2015). از جمله راه‌های ترسیم منحنی رشد استفاده از مدل‌های رشد است. مدل‌های رشد ابزار مدیریتی مناسبی برای درک چگونگی تأثیر محیط بر صفات مرتبط با رشد و کمک به بهبود راهبردهای پرورش به شمار می‌آیند (Loibel *et al*., 2010). فرض پایهٔ این مدل‌ها، امکان مدل کردن رابطه‌ای است که بین متغیر پاسخ و متغیرهای توضیحی وجود دارد (Kshirsagar & Smith, 1995). درواقع مدل‌های رشد توابع ریاضی هستند که برای ترسیم الگوی رشد وزن بدن یا اجزاء آن به کار می‌روند (Nikkhah *et al*., 2010). عموماً این توابع می‌توانند پدیدهٔ رشد را در قالب چند فراسنجه که تفسیر زیستی دارند خلاصه کرده و با متراکم کردن این اطلاعات محدود راهکار مناسبی برای جبران کاستی عدم امکان اندازه‌گیری پیوستهٔ وزن بدن به‌شمار آیند (Fitzhugh, 1976). به‌طورکلی فراسنجه‌های توصیف‌کنندهٔ منحنی رشد معیارهای مناسبی هستند که امکان تغییر روابط بین سن و وزن بدن را از طریق انتخاب فراهم می‌آورند (Kachman & Gianola, 1984). به‌عبارت‌دیگر یک منحنی رشد مطلوب را می‌توان با انتخاب مقادیر مناسب فراسنجه‌های توصیف‌کنندهٔ آن به‌دست آورد (Bathaei & Leroy, 1998).

محققان تاکنون با استفاده از مدل‌های مختلف رگرسیون خطی و غیرخطی (Lewis & Brotherstone, 2002) به مدل‌سازی پدیدهٔ رشد پرداخته‌اند. مدل‌های سیگموئیدی غیرخطی به دلیل داشتن شمار محدود فراسنجه نسبت به مدل‌های خطی قابل اعتمادترند (Vuori *et al*., 2006) و برازش بهتری از داده‌ها دارند (Lambe *et al*., 2006)، لذا در بیشتر موارد پیش‌بینی رشد دام‌های اهلی با استفاده از توابع رگرسیون غیرخطی سه (مانند برودی، ون برتالانفی، لجستیک و گومپرتز) یا چهار (مانند ریچاردز) فراسنجه‌ای انجام می‌شود (Waheed *et al*., 2011). با توجه به تفاوت گزارش‌های محققین مختلف یک تابع رشد نتایج متفاوتی را برحسب نژاد دام و جمعیت موردبررسی ارائه می‌دهد، لذا ضروری است تا مدل‌سازی رشد برای هر گله به‌طور جداگانه انجام گیرد (Bahreini Behzadi, 2015). علیرغم بررسی‌های انجام‌شده روی منحنی رشد برخی از نژادهای گوسفند ایرانی (Bahreini Behzadi *et al*., 2014; Ghavi Hossein-Zadeh, 2015; Rahimi Kakolaki *et al*., 2015; Saraee *et al*., 2013)، تاکنون در ارتباط با ارزیابی مدل‌های رشد در گوسفند نژاد زندی گزارش جامعی ارائه نشده است. لذا هدف این پژوهش مقایسهٔ برخی توابع غیرخطی در برازش منحنی رشد نژاد مذکور بوده است.

مواد و روش‌ها

به‌منظور ارزیابی فنوتیپی عملکرد رشد گوسفندان نژاد زندی از ۱۴۵۶۹ رکورد وزن روزانه (از تولد تا سن ۴۰۰ روزگی) ۳۵۸۱ رأس برهٔ نژاد مذکور استفاده شد. این داده‌ها بین سال‌های ۱۳۷۰ تا ۱۳۹۲ در ایستگاه پرورش و اصلاح نژاد گوسفند زندی جهاد کشاورزی

استان تهران گردآوری شده بود. این ایستگاه در منطقهٔ پارک جنگلی خُجیر و در جنوب جادهٔ هراز و در فاصله‌ای نه‌چندان دور از منطقهٔ حفاظت‌شدهٔ جاجرود قرار دارد. این منطقه از نظر مراتع به‌نسبت غنی بوده و کیفیت مراتع نیز مناسب است. در این ایستگاه گوسفندان در تمام طول سال در حال چرا بوده و تنها در مواقع بسیار سرد سال یا مواقع اُفت شدید کیفیت مراتع و نیز در فصل جفت‌گیری و اواخر دورهٔ آبستنی اقدام به تغذیهٔ تکمیلی آن‌ها می‌شود. انتخاب در این ایستگاه بر پایهٔ وزن از شیرگیری و برخی از ویژگی‌های ظاهری بدن آن‌ها انجام می‌شود. بره‌های ماده در سن ۱۸ ماهگی در معرض قوچ‌ها قرارگرفته و تا هنگام مردن یا نابارور شدن در گله باقی می‌مانند. قوچ‌ها به‌جز فصل جفت‌گیری در بقیهٔ سال جدا از میش‌ها نگهداری می‌شوند. عمل قوچ اندازی در اواخر مردادماه آغاز شده و به مدت ۳-۴ فصل جفت‌گیری از هر قوچ استفاده می‌شود. در فصل جفت‌گیری تنها ۱۰ الی ۱۵ میش به‌طور تصادفی با یک قوچ تلاقی داده می‌شوند. زایش در گله از اواخر دی‌ماه آغاز شده و به بره‌های تازه متولدشده شمارهٔ گوش اختصاصی داده می‌شود. اطلاعات زمان زایش شامل وزن و جنس بره، نوع تولد، شمارهٔ پدر و مادر ثبت شده و افزون بر آن در سنین ۳، ۶، ۱۲ و ۱۸ ماهگی بره‌ها توزین و رکورد آن‌ها ثبت می‌شود (Ghafouri-Kesbi & Eskandarinasab, 2008).

ویرایش و آماده‌سازی داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار آماری SAS (نسخه 9.1.3) صورت گرفت. برای تشخیص نقاط دورافتاده در داده‌ها، از معیار باقی‌مانده‌های حذف‌شده استاندارد (RSTUDENT) و برای تعیین نقاط مؤثر (مشاهده‌ای که کنار گذاشتن آن از تحلیل سبب تغییر شایان‌توجه در برازش مدل شود) از آمارهٔ فاصلهٔ کوک (Cook's Distance) استفاده شد که به ترتیب معادلهٔ آن‌ها در ادامه ارائه شده است.

$$r_i = \frac{e_i}{s_i\sqrt{(1-h_i)}} \quad (۱)$$

$$D_i = \frac{h_i}{p}\left[\frac{e_i}{s(1-h_i)}\right]^2 \quad (۲)$$

در معادلهٔ ۱، e_i باقی‌مانده، $s_{(i)}$ انحراف معیار برآوردشده در صورت نبودن iاُمین مشاهده و h_i عناصر قطری ماتریس تبدیل یا ماتریس هت را نشان می‌دهد. در معادلهٔ ۲، به‌جز p که معرف شمار فراسنجه‌های مدل است دیگر اجزاء شبیه معادلهٔ ۱ است. پیشنهاد شده است که باید به مشاهده‌های دارای باقی‌ماندهٔ حذف‌شده استاندارد بزرگ‌تر از قدر مطلق ۲ و یا دارای ارزش بزرگ‌تر از ۱ برای آمارهٔ کوک توجه شود (Kaps & Lamberson, 2004). پس از حذف نقاط مؤثر، تنها از حیوان‌هایی که دست‌کم سه رکورد (درست) داشتند استفاده شد.

در این پژوهش از چهار تابع رگرسیون غیرخطی سه فراسنجه‌ای شامل مدل‌های ون برتالانفی، گومپرتز، برودی و لجستیک برای برازش منحنی رشد نژاد یادشده استفاده شد. در جدول ۱ معادلهٔ مدل‌های رشد مورد استفاده در این تحقیق ارائه شده است. در همهٔ مدل‌های ارائه‌شده، y معرف وزن زنده در سن t روزگی، a فراسنجهٔ مرتبط با وزن مجانبی یا وزن بلوغ، b فراسنجهٔ مرتبط با نرخ رشد از تولد تا بلوغ یا نقطهٔ عطف منحنی و k فراسنجه‌ای است که نرخ بلوغ را توضیح می‌دهد، به‌طوری‌که بزرگ و کوچک بودن مقادیر k به ترتیب زودرس و دیررس بودن بلوغ حیوان را نشان می‌دهند (Brown *et al.*, 1976). در این توابع e معرف پایهٔ لگاریتم طبیعی است. با بررسی فراسنجه‌های این توابع می‌توان استنباط کرد که این توابع توجیه زیستی داشته و هر یک از این فراسنجه‌ها بخشی از منحنی رشد را به تصویر می‌کشد.

نتایج آزمون معنی‌داری (با استفاده از رویهٔ GLM نرم‌افزار آماری SAS) نشان داد که متغیر پاسخ (وزن) افزون بر سن حیوان به‌طور معنی‌داری (P<۰/۰۰۱) تحت کنترل چندین متغیر ثابت (مانند جنس بره، نوع تولد، سال تولد، فصل تولد و سن مادر در زمان زایش) نیز قرار دارد. لذا در این تحقیق افزون بر برازش مدل‌های مختلف در برآورد شاخص‌های منحنی رشد همهٔ داده‌های موجود، فراسنجه‌های توصیف‌کنندهٔ منحنی رشد هریک از عامل‌های محیطی جنس بره (نر و ماده)، نوع تولد (تک‌قلو و دوقلو)، سال تولد (۷۰-۷۵، ۷۶-۸۱، ۸۲-۸۷ و ۸۸-۹۲)، فصل تولد (بهار و زمستان) و سن مادر در زمان زایش (۲ ساله، ۳

ساله، ۴ ساله، ۵ ساله و ۶ ≤ ساله) نیز برآورد شد. برازش مدل‌های غیرخطی با استفاده از رویهٔ حداقل مربعات غیرخطی (Nlin) و روش تکرار گاوس- نیوتن نرم‌افزار SAS انجام شد.

جدول ۱. توابع مدل‌های غیرخطی مورد استفاده در توصیف منحنی رشد گوسفند نژاد زندی

Table 1. Equations of used non-linear models to describe the growth curve of Zandi sheep breed

Formula†	Model
$y = a(1 - be^{(-kt)})^3$	Von Bertalanffy (Von Bertalanffy, 1957)
$y = ae^{(-b)\exp(-kt)}$	Gompertz (Larid, 1966)
$y = a(1 - be^{(-kt)})$	Brody (Brody, 1945)
$y = \frac{a}{(1 + be^{-kt})}$	Logistic (Nelder, 1961)

† y = وزن زندهٔ حیوان در سن t روزگی؛ a = وزن بلوغ؛ b = میزان رشد از تولد تا بلوغ؛ k = درصد بلوغ؛ e = عدد نپر

†y = Body weight at age t (day); a = Asymptotic mature weight; b = Integration constant; k = Maturity rate; e = Eluer's number.

به‌منظور برازش توابع مختلف، برای هر یک از فراسنجه‌های موجود مقادیر پیشین به‌گونه‌ای تعریف شدند که تابع موردنظر حتماً به نقطهٔ همگرایی برسد. نکوئی برازش این مدل‌ها با استفاده از معیارهای زیر انجام شد.

ضریب تبیین تصحیح‌شده (R^2_{Adj})

یک معیار سنجش مناسب برای نکوئی برازش، ضریب تبیین چندگانهٔ تصحیح‌شده است که به‌صورت $R^2_{Adj} = 1 - (\frac{n-1}{n-p-1}) \times (1 - R^2)$ تعریف می‌شود. در این رابطه n، p و R^2 به ترتیب معرف شمار مشاهده‌ها، شمار فراسنجه‌های مدل و ضریب تبیین چندگانهٔ تصحیح‌نشده است. مزیت R^2_{Adj} به R^2 این است که مدل‌هایی با شمار فراسنجهٔ یکسان با یکدیگر مقایسه شده و مقایسه‌ها با دقت بیشتری صورت می‌گیرد. رابطهٔ R^2 عبارت است از:

$$R^2 = 1 - (SSE/SST) \quad (۳$$

که SSE و SST به ترتیب مجموع مربعات باقی‌مانده و کل را نشان می‌دهند.

معیار اطلاعات آکائیک (AIC)

این معیار بر پایهٔ بیشینهٔ درستنمایی و توسط Akaike (Akaike, 1974) برای انتخاب بهترین مدل آماری پیشنهاد شده است. به‌منظور تصحیح شمار فراسنجهٔ مدل‌های مورد مقایسه، عامل $۲k$ در این معیار گنجانده شده است. به‌عبارت‌دیگر، این معیار تعادلی میان دقت مدل و پیچیدگی آن برقرار می‌کند. $AIC = 2k - 2\ln(L)$ که k شمار فراسنجه‌های آزاد مدل و L معرف بیشینه تابع درستنمایی است.

انحراف استاندارد مانده‌ها یا جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)

معیار مرسومی برای برازش بهترین مدل که در بین متخصصان علم آمار مطلوبیت ویژه‌ای دارد. رابطهٔ کلی این معیار به صورت زیر است:

$$RMSE = \frac{\sqrt{SS_{RES}}}{\sqrt{n-p}}$$

که SS_{RES} مجموع مربعات باقی‌مانده و n و p به ترتیب بیانگر شمار مشاهده‌ها و شمار فراسنجه‌های مدل است. در مورد این معیار مانند معیار AIC و مخالف با R^2_{Adj}، هرچه میزان آن برای یک مدل کمتر باشد حکایت از سازگاری بیشتر مدل دارد.

آمارهٔ دوربین- واتسون (DW)

میزان همبستگی میان مانده‌ها، که نخستین بار توسط دوربین- واتسون ارائه شد (Durbin, 1970)، با استفاده از رویهٔ Autoreg نرم‌افزار SAS برآورد شد.

$$DW = \frac{\sum_{t}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} \quad (۴$$

که به ترتیب e_t و e_{t-1} معرف میزان باقی‌مانده در زمان t و $t-1$ هستند. محدودهٔ آماره یادشده بین ۰ تا ۴

متغیر بوده و از آن برای هر دو حالت خودهمبستگی (مثبت یا منفی) استفاده می‌شود. ازآنجاکه $d=2(1-r)$ و r بیانگر خودهمبستگی است، $d=2$ معرف نبود خودهمبستگی است. چنانچه دو ماندهٔ متوالی نزدیک هم باشند آمارهٔ یادشده به سمت صفر تمایل دارد که نشان از وجود خودهمبستگی مثبت است، درحالی‌که با افزایش فاصلهٔ بین دو ماندهٔ متوالی ارزش آمارهٔ یادشده به سمت ۴ تمایل می‌یابد که نشان از وجود خودهمبستگی منفی بین مشاهده‌ها است.

نتایج و بحث

برآورد هریک از توابع ریاضی برای فراسنجه‌های توصیف‌کنندهٔ منحنی رشد همهٔ بره‌های نژاد زندی به همراه معیارهای مورد استفاده در سنجش نکوئی برازش این توابع در جدول ۲ ارائه شده است. مقایسهٔ مقادیر به‌دست‌آمده برای هر سه شاخص توصیف‌کنندهٔ منحنی رشد (a، b و k) گویای آن است که بین مدل‌های مختلف تفاوت معنی‌داری ($P\leq$۰/۰۰۱) وجود دارد، به‌طوری‌که برای شاخص وزن بلوغ (a) مدل لجستیک کم‌ترین برآورد (۰/۰۶±۳۴/۴ کیلوگرم) و مدل برودی بیشترین برآورد (۰/۱۳±۳۶/۹ کیلوگرم) را داشته اما در مورد شاخص نرخ رشد (b) کم‌ترین و بیشترین برآورد به ترتیب برای مدل‌های ون‌برتالانفی (۰/۰۰۳±۰/۵۳) و لجستیک (۰/۱۴۳±۷/۳۸) مشاهده شد. با استفاده از مدل‌های رشد مختلف برای نژاد آواسی (Topal *et al*., 2004)، شال (Ghavi Hossein-Zadeh, 2015) و Dwarf (Gbangboche *et al*., 2008)، دامنهٔ مقادیر به‌دست‌آمده برای شاخص a به ترتیب ۳۸/۹ (لجستیک) تا ۴۷ (برودی) کیلوگرم، ۳۶/۱۷ (لجستیک) تا ۴۴/۹۹ (ریچاردز) کیلوگرم و ۳۱ (لجستیک) تا ۶۲/۵ (ون‌برتالانفی) کیلوگرم اما برای شاخص b دامنهٔ این مقادیر به‌ترتیب ۰/۵۲ (ون‌برتالانفی) تا ۵/۰۹ (لجستیک)، ۰/۵۱ (ون‌برتالانفی) تا ۵/۶۱ (لجستیک) و ۰/۶۶ (ون‌برتالانفی) تا ۱۱/۱۲ (لجستیک) گزارش‌شده است که با نتایج این تحقیق به‌کلی همخوانی دارند.

جدول ۲. فراسنجه‌های (± خطای استاندارد) برآوردشده از برازش توابع غیرخطی روی رکوردهای روزانهٔ وزن بدن بره‌های نژاد زندی و معیارهای استفاده‌شده در سنجش نکوئی آن‌ها

Table 2. Parameters estimated (± standard error) from fitting nonlinear functions on the daily body weight records of Zandi breed lambs and statistics used in comparing goodness of them

Models	Parameter †			Statistics ‡			
	a	*b*	*k*	R^2_{adj}	DW	AIC	RMSE
Logistic	$34.4^{d} \pm 0.06$	$7.38^{a} \pm 0.143$	$0.0267^{a} \pm 0.0002$	0.9702	1.15	85885.9	4.61
Von Bertalanffy	$35.6^{b} \pm 0.09$	$0.53^{d} \pm 0.003$	$0.0138^{c} \pm 0.0001$	0.9689	1.25	86512.7	4.71
Brody	$36.9^{a} \pm 0.13$	$0.90^{c} \pm 0.002$	$0.0091^{d} \pm 0.0001$	0.9676	1.32	87129.4	4.81
Gompertz	$35.2^{c} \pm 0.08$	$2.24^{b} \pm 0.019$	$0.0167^{b} \pm 0.0001$	0.9695	1.22	86263.1	4.67

† حروف غیرمشترک، بیانگر تفاوت معنی‌دار بین فراسنجه‌ها در سطح ۵ درصد است.

‡ R^2_{adj} = ضریب تبیین تصحیح‌شده، DW = دوربین- واتسون، AIC = معیار داده‌های آکائیک، RMSE = انحراف استاندارد مانده‌ها.

† Values with different superscript letters differ significantly at $P<0.05$.

‡ R^2_{adj}= Adjusted coefficient of determination, DW= Durbin-Watson, AIC= Akaike's information criterion, RMSE= Root mean square error.

گرچه از حیث معیارهای آماری مختلف تفاوت چندانی بین مدل‌های مورد استفاده وجود نداشته و همهٔ آن‌ها به‌خوبی توانایی برازش منحنی رشد این داده‌ها را داشتند (R^2_{Adj}>۰/۹۶)، اما مدل لجستیک نشان داد که با بالاترین دقت (R^2_{Adj}= 0.9702; AIC= 85886) و کمترین خطا (RMSE= 4.61) بر دیگر مدل‌های رشد برتری داشته و توابع گومپرتز (R^2_{Adj}= 0.9695; AIC= 86263; RMSE= 4.67)، ون‌برتالانفی (R^2_{Adj}= 0.9689; AIC= 86513; RMSE= 4.71) و برودی (R^2_{Adj}= 0.9676; AIC= 87129; RMSE= 4.81) به ترتیب در رده‌های بعدی قرار می‌گیرند. موافق با نتایج پژوهش‌های پیشین مشاهده شد که رابطهٔ مستقیمی بین معیارهای R^2_{Adj}، AIC و RMSE وجود دارد، به‌طوری‌که توابع با ضریب تبیین تصحیح‌شدهٔ بالاتر معیار اطلاعات آکائیک بالاتر و انحراف استاندارد ماندهٔ پایین‌تری دارند (Ghavi Hossein-Zadeh, 2015).

جدول ۳. شمار مشاهده‌ها (درون کمانک)، میانگین حداقل مربعات (± خطای استاندارد) هریک از توابع ریاضی برای عامل‌های محیطی مؤثر بر وزن بدن بره‌های نژاد زندی و معیارهای مورد استفاده در سنجش نکوئی آن‌ها

Table 3. Number of observations (in parentheses), Least-square means (± standard error) of each of the mathematical functions for the efficient environmental factors on the body weights of Zandi breed lambs and statistics used in comparing goodness of them

Environmental factors	Models and parameters†													
	Logistic							Von Bertalanffy						
	a	*b*	*k*	R^2_{adj}	DW	AIC	RMSE	*a*	*b*	*k*	R^2_{adj}	DW	AIC	RMSE
Sex of lambs	***	ns	***					***	ns	***				
Male (6385)	36.8 (±0.10)	7.34 (± 0.198)	0.0256 (± 0.0003)	0.9722	1.25	37834.3	4.68	38.6 (± 0.15)	0.53 (± 0.004)	0.0129 (± 0.0002)	0.9714	1.35	38014.5	4.74
Female (8184)	32.6 (± 0.08)	7.34 (± 0.184)	0.0273 (± 0.0003)	0.9735	1.16	46629.2	4.17	33.6 (± 0.10)	0.53 (±0.004)	0.0144 (± 0.0002)	0.9719	1.26	47095.9	4.30
Type of birth	***	*	ns					***	**	**				
Single (12055)	34.7 (± 0.07)	7.23 (± 0.152)	0.0268 (± 0.0003)	0.9709	1.17	71111.5	4.62	35.9 (± 0.10)	0.53 (± 0.003)	0.0140 (± 0.0001)	0.9696	1.27	71643.3	4.72
Twin (2514)	32.8 (± 0.15)	8.19 (± 0.383)	0.0263 (± 0.0006)	0.9712	1.16	14395.5	4.23	34.4 (± 0.22)	0.55 (± 0.008)	0.0131 (± 0.0002)	0.9698	1.27	14513.9	4.33
Season of birth	***	*	***					***	*	***				
Spring(1148)	31.4 (± 0.20)	6.26 (± 0.405)	0.0327 (± 0.0009)	0.9703	1.02	6641.1	4.34	32.1 (± 0.24)	0.50 (± 0.010)	0.0179 (± 0.0005)	0.9707	1.01	6623.5	4.31
Winter (13421)	34.6 (± 0.07)	7.65 (± 0.157)	0.0266 (± 0.0002)	0.9708	1.14	78984.5	4.59	35.9 (± 0.09)	0.53 (± 0.003)	0.0136 (± 0.0001)	0.9692	1.25	79712.9	4.71
Age of dam (year)	***	ns	ns					***	ns	ns				
2 (3321)	33.7^{b} (± 0.14)	7.58 (± 0.312)	0.0265 (±0.0005)	0.9695	1.18	19494.9	4.55	35.0^{b} (± 0.19)	0.54 (± 0.007)	0.0137 (± 0.0002)	0.9683	1.28	19624.7	4.64
3 (3119)	34.5^{a} (± 0.14)	7.32 (± 0.305)	0.0264 (± 0.0005)	0.9708	1.15	18378.0	4.60	35.8^{ab} (± 0.19)	0.53 (± 0.007)	0.0137 (± 0.0003)	0.9694	1.26	18515.7	4.70
4 (2472)	34.5^{a} (± 0.15)	7.23 (± 0.351)	0.0272 (± 0.0006)	0.9699	1.11	14707.0	4.73	35.6^{ab} (± 0.21)	0.52 (± 0.008)	0.0144 (±0.0003)	0.9686	1.19	14810.0	4.83
5 (2314)	34.7^{a} (± 0.16)	7.48 (± 0.358)	0.0268 (± 0.0006)	0.9707	1.15	13611.3	4.57	36.1^{a} (± 0.23)	0.53 (± 0.008)	0.0137 (± 0.0003)	0.9693	1.23	13715.1	4.67
≥ 6 (3343)	34.6^{a} (± 0.13)	7.30 (± 0.289)	0.0266 (± 0.0005)	0.9711	1.19	19646.8	4.56	35.8^{ab} (± 0.18)	0.53 (± 0.007)	0.0138 (± 0.0002)	0.9697	1.29	19807.7	4.67
Lambing year	***	ns	***					***	ns	***				
1992-1997 (2597)	32.8^{b} (± 0.17)	7.21 (± 0.308)	0.0249^{b} (± 0.0005)	0.9664	1.16	15128.4	4.44	34.2^{c} (± 0.23)	0.53 (± 0.007)	0.0129^{c} (± 0.0003)	0.9651	1.28	15229.8	4.53
1998-2003 (4204)	32.0^{c} (± 0.11)	7.25 (± 0.303)	0.0299^{a} (± 0.0005)	0.9685	1.20	24895.3	4.67	32.7^{d} (± 0.13)	0.52 (± 0.006)	0.0164^{a} (± 0.0003)	0.9676	1.25	25004.4	4.73
2004-2009 (5461)	36.5^{a} (± 0.11)	7.44 (± 0.199)	0.0244^{b} (± 0.0003)	0.9747	1.24	31601.0	4.36	38.5^{a} (± 0.16)	0.54 (± 0.005)	0.0121^{c} (± 0.0002)	0.9735	1.32	31844.1	4.46
2010-2014 (2307)	36.3^{a} (± 0.11)	7.93 (± 0.304)	0.0294^{a} (± 0.0005)	0.9851	1.25	12299.1	3.47	37.3^{b} (± 0.16)	0.53 (± 0.006)	0.0153^{b} (± 0.0002)	0.9827	1.53	12644.0	3.74
Environmental factors	Brody							Gompertz						
	a	*b*	*k*	R^2_{adj}	DW	AIC	RMSE	*a*	*b*	*k*	R^2_{adj}	DW	AIC	RMSE
Sex of lambs	***	*	***					***	ns	***				
Male (6385)	40.5 (± 0.22)	0.91 (± 0.003)	0.0082 (± 0.0001)	0.9702	1.42	38265.6	4.84	37.9 (± 0.13)	2.26 (± 0.028)	0.0157 (± 0.0002)	0.9718	1.31	37924.5	4.71
Female (8184)	34.6 (± 0.14)	0.90 (± 0.003)	0.0098 (± 0.0001)	0.9705	1.33	47503.4	4.40	33.3 (± 0.09)	2.23 (± 0.025)	0.0173 (± 0.0002)	0.9725	1.23	46922.6	4.25
Type of birth	*	**	***					***	**	*				
Single (12055)	37.1 (± 0.13)	0.90 (± 0.002)	0.0094 (± 0.0001)	0.9683	1.34	72147.6	4.82	35.5 (± 0.09)	2.22 (± 0.021)	0.0168 (± 0.0002)	0.9701	1.24	71436.6	4.68
Twin (2514)	36.2 (± 0.33)	0.92 (± 0.005)	0.0082 (± 0.0002)	0.9682	1.35	14647.7	4.45	33.9 (± 0.19)	2.38 (± 0.050)	0.0161 (± 0.0003)	0.9704	1.23	14461.7	4.28
Season of birth	***	ns	***					***	**	***				
Spring(1148)	32.8 (± 0.30)	0.89 (± 0.008)	0.0128 (± 0.0005)	0.9705	1.02	6631.4	4.32	31.9 (± 0.22)	2.06 (± 0.060)	0.0211 (± 0.0006)	0.9707	1.00	6624.3	4.31
Winter (13421)	37.3 (± 0.13)	0.90 (± 0.002)	0.0089 (± 0.0001)	0.9677	1.33	80354.9	4.83	35.5 (± 0.08)	2.27 (± 0.021)	0.0165 (± 0.0001)	0.9698	1.22	79441.3	4.67
Dam age (year)	**	ns	ns					**	ns	ns				
2 (3321)	36.4^{b} (± 0.27)	0.91 (± 0.005)	0.0090 (± 0.0002)	0.9669	1.36	19764.2	4.73	34.6^{b} (± 0.17)	2.28 (± 0.042)	0.0165 (± 0.0003)	0.9688	1.24	19569.9	4.60
3 (3119)	37.1^{ab} (±0.27)	0.90 (± 0.005)	0.0091 (± 0.0002)	0.9681	1.33	18647.9	4.80	35.3^{a} (± 0.17)	2.23 (± 0.042)	0.0165 (± 0.0003)	0.9699	1.22	18461.8	4.66
4 (2472)	36.7^{ab} (±0.28)	0.90 (± 0.006)	0.0097 (± 0.0003)	0.9674	1.25	14905.3	4.92	35.2^{a} (± 0.19)	2.21 (± 0.048)	0.0172 (± 0.0003)	0.9691	1.16	14770.6	4.79
5 (2314)	37.5^{a} (± 0.33)	0.90 (± 0.005)	0.0090 (± 0.0002)	0.9679	1.30	13818.1	4.78	35.6^{a} (± 0.20)	2.25 (± 0.048)	0.0166 (± 0.0003)	0.9699	1.20	13673.6	4.63
≥ 6 (3343)	37.2^{ab} (±0.26)	0.90 (± 0.005)	0.0091 (± 0.0002)	0.9682	1.35	19959.9	4.78	35.4^{a} (± 0.16)	2.23 (± 0.040)	0.0166 (± 0.0003)	0.9702	1.25	19745.2	4.63
Year of birth	***	ns	***					***	ns	***				
1992-1997 (2597)	35.6^{c} (± 0.33)	0.90 (± 0.005)	0.0084^{c} (± 0.0002)	0.9635	1.38	15341.2	4.63	33.7^{c} (± 0.21)	2.23 (± 0.044)	0.0156^{b} (± 0.0003)	0.9656	1.24	15186.2	4.49
1998-2003 (4204)	33.3^{d} (± 0.17)	0.89 (± 0.005)	0.0116^{a} (± 0.0002)	0.9670	1.28	25088.6	4.78	32.4^{d} (± 0.12)	2.16 (± 0.039)	0.0192^{a} (± 0.0003)	0.9679	1.24	24967.2	4.71
2004-2009 (5461)	41.0^{a} (± 0.26)	0.91 (± 0.003)	0.0074^{d} (± 0.0001)	0.9720	1.40	32150.4	4.59	37.7^{a} (± 0.14)	2.30 (± 0.029)	0.0149^{b} (± 0.0002)	0.9741	1.29	31730.5	4.42
2010-2014 (2307)	38.3^{b} (± 0.23)	0.90 (±0.004)	0.0104^{b} (± 0.0002)	0.9808	1.67	12883.8	3.94	36.9^{b} (± 0.14)	2.28 (± 0.039)	0.0183^{a} (± 0.0003)	0.9835	1.45	12530.5	3.65

† حروف غیرمشترک، بیانگر تفاوت معنی‌دار بین فراسنجه‌ها در سطوح ۰/۰۵ (*)، ۰/۰۱ (**) یا ۰/۰۰۱ (***)، و ns بیانگر نبود تفاوت معنی‌دار است.

† ***P< 0.001; **P< 0.01; *P< 0.05; ns: non-significant (P>0.05).

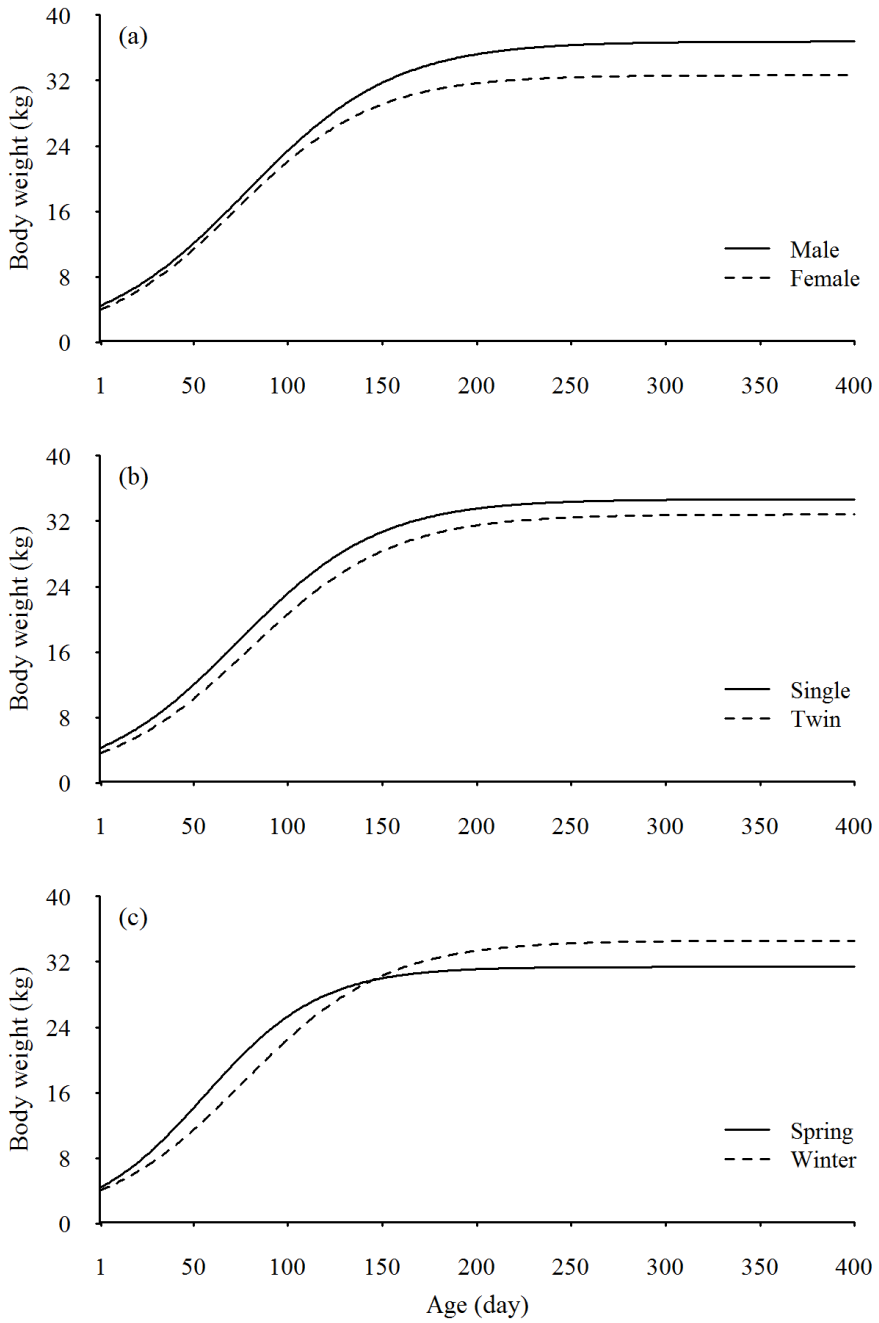
در مورد همهٔ مدل‌های رشد گرچه آمارهٔ دوربین-واتسون به‌طور مستقل از دیگر معیارهای سنجش نکوئی مدل عمل کرده، اما به‌طور واحد خبر از وجود خودهمبستگی منفی جزئی بین مانده‌های این تحقیق دارند که به نسبت کم‌تر از مقادیر گزارش‌شده برای داده‌های نژاد شال بود (Ghavi Hossein-Zadeh, 2015). برآورد به نسبت کم مدل لجستیک (به‌عنوان شایسته‌ترین مدل این پژوهش) از شاخص وزن بلوغ گوسفند زندی، ممکن است بیانگر نرخ رشد بالاتر این نژاد و به‌عبارت‌دیگر نیاز به زمان کمتر برای رسیدن به بلوغ آن‌ها در مقایسه با نژادهای سنگین‌وزن ایرانی باشد (Bahreini Behzadi *et al*., 2014; Ghavi Hossein-Zadeh, 2015).

تفاوت گزارش‌های پیشین ازنقطه‌نظر شناسایی مدل برتر، ضرورت مدل‌سازی رشد به‌طور جداگانه برای هر گله را آشکار می‌سازد. به‌طور مثال در برخی بررسی‌ها مدل لجستیک (Tekel *et al*., 2005)، و در برخی دیگر برودی (Bahreini Behzadi *et al*., 2014; Gbangboche *et al*., 2008)، ون‌برتالانفی (Topal *et al*., 2004) و یا گومپرتز (Canaza-Cayo *et al*., 2015; Topal *et al*., 2004) به‌عنوان مدل شایسته گزارش شده است.

برآورد هریک از توابع ریاضی برای فراسنجه‌های منحنی رشد برخی عامل‌های محیطی مؤثر روی وزن بدن (مانند جنس بره، نوع تولد، سال تولد، فصل تولد و سن مادر در زمان زایش)، به همراه معیارهای تعیین نکوئی برازش آن‌ها، در جدول ۳ ارائه شده است. بالا بودن دامنهٔ ضریب تبیین توابع مختلف (از ۰/۹۷ تا ۰/۹۹ برای لجستیک، ۰/۹۷ تا ۰/۹۸ برای گومپرتز و ون‌برتالانفی و از ۰/۹۶ تا ۰/۹۸ برای برودی)، بیانگر شایستگی همهٔ مدل‌ها در برازش منحنی رشد عامل‌های محیطی مختلف و برآورد مناسب شاخص‌های آن‌هاست. صرف‌نظر از برتری جزئی مدل لجستیک ازنظر ضریب تبیین تصحیح‌شده، مدل یادشده از حیث معیارهای AIC (۶۶۴۱ تا ۷۸۹۸۵) و RMSE (۳/۴۷ تا ۴/۷۳) نیز بر دیگر مدل‌های رشد برتری دارد، لذا در مورد همهٔ عامل‌های محیطی بررسی‌شده به‌عنوان مدل برتر شناسایی و در این پژوهش دیگر مقایسه‌ها برحسب این تابع انجام خواهد شد. دامنهٔ برآورد تابع لجستیک از فراسنجه‌های *a*، *b* و *k* برای عامل‌های محیطی مختلف به ترتیب ۳۱/۴ تا ۳۶/۸ (کیلوگرم)، ۶/۲۶ تا ۸/۱۹ و ۰/۰۲۴ تا ۰/۰۳۳ (کیلوگرم رشد به ازای کیلوگرم وزن زنده) بود (جدول۳) که در محدودهٔ گزارش‌های پیشین قرار دارد (Abegaz *et al*., 2010; Canaza-Cayo *et al*., 2015; Gbangboche *et al*., 2008).

موافق با نتایج گزارش‌شده برای گوسفند Dwarf آفریقا (Gbangboche *et al*., 2008)، تفاوت پیش‌بینی ویژگی‌های رشد برای کلاسه‌های مختلف جنس (شکل ۱*a*) و نوع تولد (شکل ۱*b*) در بدو تولد کمینه و در امتداد سن به‌تدریج افزایش می‌یابد. به‌عبارت‌دیگر بره‌های نر در مقایسه با بره‌های ماده و بره‌های تک‌قلو در مقایسه با بره‌های دوقلو ظرفیت رشد بیشتری در ادامهٔ حیات دارند. در منابع علمی، دلیل بالاتر بودن وزن نرها نسبت به وزن ماده‌ها را به وجود تفاوت‌های هورمونی و فیزیولوژیکی بین دو جنس مختلف نسبت داده‌اند (Naesholm & Danell, 1996). محدودیت میش‌ها در تقویت هم‌زمان چند جنین از یک‌سو و از سوی دیگر تأمین ناکافی شیر بره‌های تازه متولدشده، عملکرد پائین دوقلوها را می‌تواند توضیح دهد (Gbangboche *et al*., 2008). گرچه تنها حدود ۸ درصد بره‌های نژاد زندی در فصل بهار متولد می‌شوند (جدول ۳)، اما موافق با نتایج بررسی‌های پیشین (Canaza-Cayo *et al*., 2015; Gbangboche *et al*., 2008) مشاهده شد که برای هر سه شاخص توصیف‌کنندهٔ منحنی رشد تفاوت معنی‌داری بین فصل‌های مختلف وجود دارد ($P\leq$۰/۰۵). بر پایهٔ منحنی رشد فصل زایش (شکل ۱*c*)، برای متولدین فصل بهار نسبت به زمستان از تولد تا سن ۱۵۰ روزگی عملکردی بهتر اما پس‌ازآن نتیجهٔ عکس مورد انتظار است. به‌طورکلی تفاوت شرایط محیطی، کمیت و کیفیت علوفه و مواد متراکم در فصل‌های مختلف می‌تواند توجیه‌کنندهٔ این تغییرات باشد (Canaza-Cayo *et al*., 2015; Gbangboche *et al*., 2008). به‌طوری‌که میش‌های زمستان‌زا که برخلاف میش‌های بهاره‌زا در شرایط محیطی نامساعد و با جیره‌های نامطلوب تغذیه می‌شوند

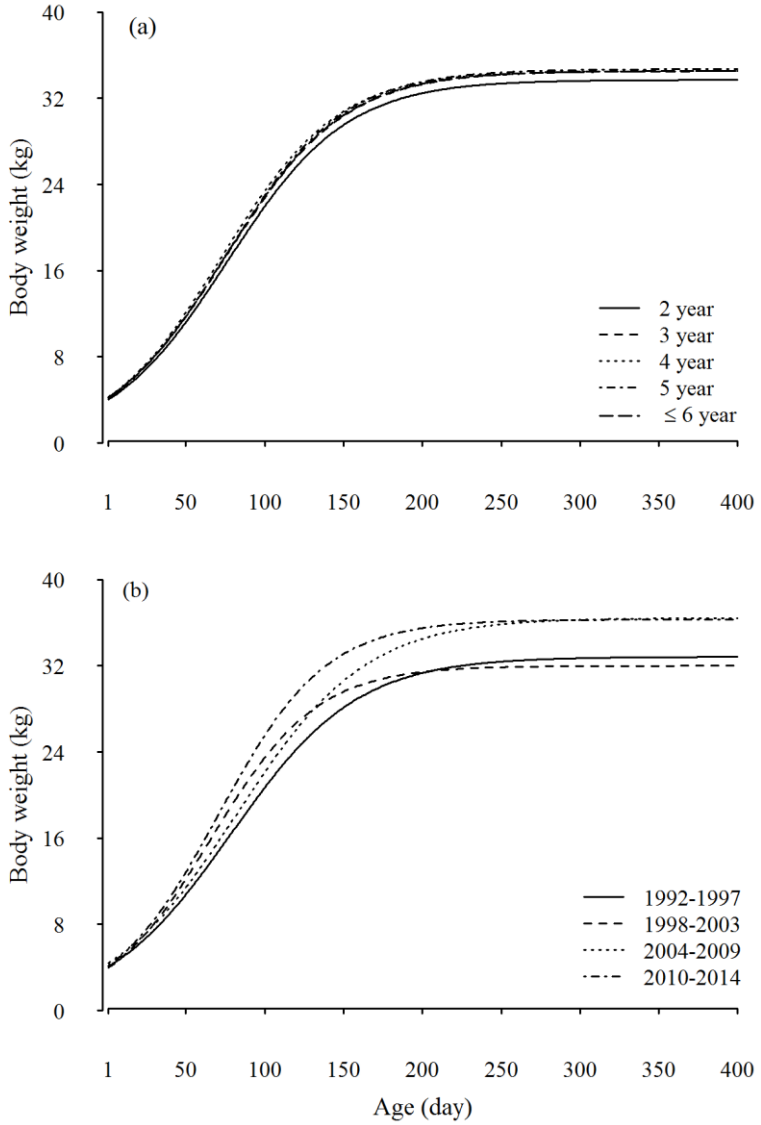
قادر به تأمین منابع غذایی جنین در دوران بارداری و نیز تأمین شیر کافی برای برهای شیرخوار خود نخواهند بود، بنابراین پائین بودن عملکرد برهای آن‌ها در نیمهٔ اول زندگی نسبت به برهای مادران بهاره‌زا دور از انتظار نخواهد بود. اما با بزرگ‌تر شدن این برها و افزایش تأثیرپذیری آن‌ها از شرایط محیطی (در نتیجه کاهش اثرات مادری) در عمل متولدان فصل بهار مجبور به راهپیمایی‌های طولانی برای استفاده از منابع غذایی به نسبت نامرغوب فصل تابستان خواهند بود، درحالی‌که متولدان فصل زمستان از منابع غذایی بهینه و غنی فصل بهار تغذیه شده و سهم کم‌تری از خوراک مصرفی را برای راهپیمایی و یا رقابت بر سر منابع غذایی هزینه می‌کنند که سبب برتری عملکرد آن‌ها در این برهه از زمان خواهد شد.



شکل ۱. برازش مدل لجستیک در توصیف منحنی رشد برهای نژاد زندی به تفکیک جنس (*a*)، نوع (*b*) و فصل (*c*) تولد

Figure 1. Fitting Logistic model to the sex of lamb (a), type of birth (b) and season of birth (c) describe growth curve in Zandi lamb based on

در مورد عامل محیطی سن مادر در هنگام زایش، برخلاف نتایج گزارش‌شده برای میش‌های Dwarf آفریقا (Gbangboche *et al*., 2008)، مشاهده شد که به‌جز مادران دوساله، منحنی رشد بره‌های دیگر کلاسه‌های متغیر یادشده یکسان است (شکل ۲*a*). وجود رقابت غذایی مادران جوان (برای تکمیل بلوغ جسمی) با جنین در دوران بارداری و پس از تولد در میزان شیر تولیدی و نیز بیان ناقص رفتارهای مادری (مانند محافظت از بره‌ها و پیوند با آن‌ها) می‌تواند سبک‌تر بودن وزن بره‌های آن‌ها را تفسیر کند (Gbangboche *et al*., 2008; London & Weniger, 1995). در مورد تأثیر محیطی سال تولد نیز می‌توان تفاوت منحنی رشد بره‌های کلاسه‌های مختلف (شکل ۲*b*) را به تغییر شرایط آب و هوایی (مانند تفاوت بارش‌های جوی)، تغییرات به وجود آمده در سال‌های اجرای برنامه‌های اصلاحی، مدیریت پرورش و چگونگی تغذیهٔ مادران پیش از جفت‌گیری نسبت داد (Rahimi Kakolaki *et al*., 2015; Saraee *et al*., 2013). صرف‌نظر از تغییرات احتمالی شرایط محیطی، مقایسهٔ منحنی رشد کلاسه‌های مختلف عامل محیطی سال تولد نویدبخش موفقیت نسبی برنامه‌های اصلاحی اجراشده در بهبود عملکرد صفت وزن بره‌های نژاد زندی است.



شکل ۲. برازش مدل لجستیک در توصیف منحنی رشد بره‌های نژاد زندی به تفکیک سن مادر در زمان زایش (*a*) و سال تولد (*b*)

Figure 2. Fitting Logistic model to describe lamb growth in Zandi sheep based on age of dam (a), and year of birth (b)

نتیجه‌گیری کلی

فراسنجه‌های توصیف‌کنندهٔ منحنی رشد همهٔ بره‌های نژاد زندی به همراه برخی از عامل‌های محیطی مؤثر بر صفت وزن زندهٔ آن‌ها (مانند جنس، نوع تولد، فصل تولد، سال تولد و سن مادر در زمان زایش) با استفاده از چندین تابع غیرخطی برآورد شد. گرچه امکان توصیف کلی شاخصه‌های رشد تنها بر مبنای مشاهده‌های فنوتیپی مقدور نیست، اما بر پایهٔ نتایج این تحقیق تابع آماری لجستیک نسبت به دیگر توابع ریاضی (گمپرتز، ون‌برتالانفی و برودی) می‌تواند به‌طور شایسته‌تری منحنی رشد داده‌های نژاد یادشده را توصیف و برای پیش‌بینی میزان رشد آن‌ها در هر بازه از زمان استفاده شود. با توجه به نتایج این پژوهش، استفاده از مدل رشد لجستیک در تنظیم برخی برنامه‌های مدیریتی (مانند تنظیم برنامه‌های تغذیه‌ای، تعیین بازهٔ زمانی پروار و سن مناسب کشتار) بره‌های ایستگاه اصلاح نژاد خُجیر پیشنهاد می‌شود.

REFERENCES

1. Abegaz, S., Van Wyk J.B. & Olivier, J.J. (2010). Estimation of genetic and phenotypic parameters of growth curve and their relationship with early growth and productivity in Horro sheep. *Archic Tierzucht*, 53, 85-94.
2. Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. IEEE Trans. *Automatic Control*, 19, 716-723.
3. Arango, J. & Van Vleck, L.D. (2002). Size of beef cows: early ideas, new developments. *Genetics and Molecular Research*, 1, 51-63.
4. Bahreini Behzadi, M.R. (2015). Comparison of different growth models and artificial neural network to fit the growth curve of Lori-Bakhtiari sheep. *Journal of Ruminant Research*, 3, 125-148. (in Farsi)
5. Bahreini Behzadi, M.R., Aslaminejad, A., Sharifi, A. & Simianer, H. (2014). Comparison of mathematical models for describing the growth of Baluchi sheep. *Journal of Agricultural Science and Technology*, 14, 57-68.
6. Bathaei, S. & Leroy, P. (1996). Growth and mature weight of Mehraban Iranian fat-tailed sheep. *Small Ruminant Research*, 22, 155-162.
7. Bathaei, S. & Leroy, P. (1998). Genetic and phenotypic aspects of the growth curve characteristics in Mehraban Iranian fat-tailed sheep. *Small Ruminant Research*, 29, 261-269.
8. Brody, S. (1945). Bioenergetics and growth. *Reinhold Publishing, New York*.
9. Brown, J., Fitzhugh, H. & Cartwright, T. (1976). A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle. *Journal of Animal Science*, 42, 810-818.
10. Canaza-Cayoa, A.W., Huancab, T., Gutiérrezc, G.P. & Beltrán P.A. (2015). Modelling of growth curves and estimation of genetic parameters for growth curve parameters in Peruvian young llamas (*Lama glama*). *Small Ruminant Research*, 130, 81-89.
11. Dudouet, E. (1982). Theoretical lactation curve of the goat and its applications. *Le Point Veterinak*, 14, 53-61.
12. Durbin, J. (1970). Testing for serial correlation in least-squares regression when some of the regressors are lagged dependent variables. Econometrica: *Journal of the Econometric Society*, 410-421.
13. Fitzhugh, H. (1976). Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *Journal of Animal Science*, 42, 1036-1051.
14. Gbangboche, A., Glele-Kakai, R., Salifou, S., Albuquerque, L. & Leroy, P. (2008). Comparison of non-linear growth models to describe the growth curve in West African Dwarf sheep. *Animal*, 2, 1003-1012.
15. Ghafouri-Kesbi, F. & Eskandarinasab, M. P. (2008). An evaluation of maternal influences on growth traits: the Zandi sheep breed of Iran as an example. *Journal of Animal and Feed Science*, 17, 519-529.
16. Ghavi Hossein-Zadeh, N. (2015). Modeling the growth curve of Iranian Shall sheep using non-linear growth models. *Small Ruminant Research*, 130, 60-66.
17. Groeneveld, E., Mostert, B. E. & Rust, T. (1998). The covariance structure of growth traits in the Afrikaner beef population. *Live Stock Production Science*, 55, 99-107.
18. Kachman, S. D. & Gianola, G. (1984). A Bayesian estimator of variance and covariance components in nonlinear growth models. *Journal of Animal Science*, 59, 176.
19. Kaps, M. & Lamberson, W. R. (2004). Biostatistics for Animal Science. Wallingford CABI Publ. (pages 172-177).
20. Keskin, I., Dag, B., Sariyel, V. & Gokmen, M. (2010). Estimation of growth curve parameters in Konya Merino sheep. *South African Journal of Animal Science*, 39, 163-168.

21. Kshirsagar, A.M. & Smith, W.B. (1995). Growth Curves. *Marcel Dekker, New York*, 1–57.
22. Kucuk, M., Eyduran, E., Bolacali, M. & Ozdemir, T. (2009). Determination of the best growth curve for body weights of (Angora X Coloured Nohair Goat) cross-breed F1 and colored mohair goat kids. *Indian Veterinary Journal*, 86, 46-49.
23. Laird, A.K. (1966). Postnatal growth of birds and mammals. *Growth*, 30, 349-363.
24. Lambe, N.R., Navajas, E.A., Simm, G. & Bunger, L. (2006). A genetic investigation of various growth models to describe growth of lambs of two contrasting breeds. *Journal of Animal Science*, 84, 2642-2654.
25. Lewis, R.M. & Brotherstone, S. (2002). A genetic evaluation of growth in sheep using random regression techniques. *Animal Science*, 74, 63-70.
26. Loibel, S., Andrade, M.G., do Val, J.B. & Freitas, A.R.d. (2010). Richards's growth model and viability indicators for populations subject to interventions. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 82, 1107-1126.
27. Mandal, A., Roy, R. & Rout, P.K. (2008). Direct and maternal effects for body measurements at birth and weaning in Muzaffarnagari sheep of India. *Small Ruminant Research*, 75,123127.
28. Naesholm, A. & Danell, O. (1996). Genetic relationships of lamb weight, maternal ability, and mature ewe weight in Swedish finewool sheep. *Journal of Animal Science-Menasha then Albany then Champaign Illinois*, 74, 329-339.
29. Nelder, J. (1961). The fitting of a generalization of the logistic curve. *Biometrics*, 17, 89-110.
30. Nikkhah, M., MotaghiTalab, M. & Zavareh, M. (2010). Hyperbolastic vs. Classic Model to Estimate Male Broiler Chicken Growth. *Iranian Journal of Animal Science*, 40, 71-78. (in Farsi)
31. Oberstone, J. (1990). Management science: Instructor's manual with solutions of text exercises to accompany: concepts, insights, and applications. *West Publishing Company*.
32. Rahimi Kakolaki, M., Farhangfar, H., Montazer Torbati, M. B. & Eghbal, E. (2015). Description of growth curve in Iranian sheep breeds using Gompertz nonlinear function. *Journal of Livestock Research*, 4, 22-38. (in Farsi)
33. Richards, F. (1959). A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, 10, 290-300.
34. Saraee, H., Farhangfar, H. & Naeemipour, H. (2013). Phenotypic Changes of Maximum Daily Growth Trait in Baluchi Lambs. *Iranian Journal of Animal Science Research*, 50, 69-76. (in Farsi)
35. SAS Institute Inc. (2003). SAS 9.1.3 Help and documentation, Cary, NC, USA: *SAS Institute Inc*.
36. Teket, N., Sireli, H. D., Elicin, M. & Elicin, A. (2005). Comparison of growth curve models on Awassi lambs. *Indian Veterinary Journal*, 82, 179-182.
37. Topal, M., Ozdemir, M., Aksakal, V., Yildiz, N. & Dogru, U. (2004). Determination of the best nonlinear function in order to estimate growth in Morkaraman and Awassi lambs. *Small Ruminant Research*, 55, 229-232.
38. Von Bertalanffy, L. (1957). Quantitative laws in metabolism and growth. *Quarterly Review of Biology*, 32, 217-231.
39. Vuori, K., Stranden, I., Sevon-Aimonen, M. L. & Mantysaari, E. A. (2006). Estimation of non-linear growth models by linearization: a simulation study using a Gompertz function. *Genetics Selection and Evolution*, 38, 343-358.
40. Waheed, A., Sajjad Khan, M., Ali, S. & Sarwar, M. (2011). Estimation of growth curve parameters in Beetal goats. *Archiv Tierzucht*, 54, 287-296.