

## بهبود تخمین تابع گرین تجربی بین جفت ایستگاهی با استفاده از تکنیک جداسازی مقدار تکینه

تقی شیرزاد\*

استادیار، گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دماوند، دماوند، ایران

(دریافت: ۹۵/۹/۶، پذیرش نهایی: ۹۶/۳/۲)

### چکیده

امروزه تداخل سنجی لرزه‌ای به‌عنوان روشی متداول برای تعیین تابع گرین تجربی بین دو گیرنده استفاده می‌شود، به‌طوری که یک ایستگاه به‌عنوان چشمه و ایستگاه دیگر به‌عنوان گیرنده به کار برده می‌شود. در این روش، توابع گرین با استفاده از همبسته‌سازی سیگنال‌های ثبت شده در دو ایستگاه و سپس برابری آن‌ها حاصل می‌شود. در مواردی توابع همبسته‌شده و به تبع آن تابع گرین بین ایستگاهی، به دلایلی نظیر عدم پوشش متقارن چشمه‌های لرزه‌ای و توزیع غیریکنواخت انرژی در محیط، به‌درستی / به‌طور صحیح تعیین نمی‌شود. در این موارد می‌توان از ماتریس توابع همبسته‌شده با مرتبه کمتر، با استفاده از روش جدایش مقدار تکینه، برای بهبود این ضعف ذاتی روش تداخل سنجی بهره جست. روش جداسازی مقدار تکینه، امکان جداسازی سیگنال‌های هم‌دوس با فازهای ایستا را از سیگنال‌های غیرهم‌دوس با فازهای غیرایستا فراهم می‌کند. در این مطالعه برای بررسی این امکان جداسازی در راستای بهبود تابع گرین بین ایستگاهی، از سه دسته داده مصنوعی استفاده شده است. این داده‌ها، شامل داده‌های ثبت‌شده حاصل از چشمه‌های داخل منطقه فرنل با انرژی یکسان، چشمه‌های خارج منطقه فرنل با انرژی یکسان و چشمه‌های داخل و خارج منطقه فرنل با انرژی متفاوت هستند. نتایج مطالعات این سه دسته از چشمه‌ها، امکان تعیین صحیح تابع گرین تجربی را برای محیط همگن و همسانگرد با چشمه‌هایی در داخل منطقه فرنل (حتی با انرژی کمتر از چشمه‌های خارج منطقه فرنل) تأیید می‌کند. همچنین نتیجه این مطالعه نشان می‌دهد که برای حالت‌هایی که صرفاً دارای چشمه‌هایی خارج از منطقه فرنل هستند، امکان بازسازی صحیح توابع گرین بین ایستگاهی غیرممکن است.

واژه‌های کلیدی: تداخل سنجی، جدایش مقدار تکینه، سری زمانی مصنوعی.

### ۱. مقدمه

ایستگاه دیگر به‌عنوان گیرنده امواج لرزه‌ای، به جهت مقایسه با روش کلاسیک چشمه-گیرنده، در نظر گرفته می‌شود (اشنايدر، ۲۰۰۴). استفاده از این روش در سایر مطالعات نظیر الکترومغناطیس (سلاب و وینار، ۲۰۰۷؛ سلاب و همکاران، ۲۰۰۷) و امواج سطحی (هالیدی و کورتیس، ۲۰۰۸) نیز به کار گرفته شده است. شرط اصلی در تعیین تابع گرین بین ایستگاهی در این روش نوین، عدم وابستگی آزمون‌های امواج نوبه لرزه‌ای ثبت شده به توزیع چشمه و انرژی امواج در هر دو ایستگاه است (وینار، ۲۰۰۴؛ استحلی و همکاران، ۲۰۰۶). به عبارتی قرارگیری فضایی چشمه‌ها و انرژی در اطراف جفت ایستگاه مورد مطالعه می‌بایست دارای توزیع یکنواخت باشد. عدم توزیع مناسب این پارامترها، منجر به تعیین تابع

امروزه روش تداخل سنجی (interferometry) امواج ثبت‌شده لرزه‌ای به عنوان ابزاری مفید در راستای تعیین توابع گرین در مطالعات مختلف زلزله‌شناسی با ابعاد (scale) متفاوت (شامل محلی، منطقه‌ای و جهانی) استفاده می‌شود. امواج نوبه لرزه‌ای ثبت شده در هر ایستگاه، می‌تواند شامل ترکیبی از امواج بشرساخت (Human made)، خردلرزه‌ها (microseisms)، مایکروترمورها (microtremors)، زمین‌لرزه‌ها (Earthquakes) و بازتاب‌های این زمین‌لرزه‌ها باشد (استحلی و همکاران، ۲۰۰۶). با انجام فرایند همبسته‌سازی امواج نوبه لرزه‌ای ثبت شده، در زمان‌های مشترک در دو ایستگاه، تابع گرین بین ایستگاهی تعیین می‌شود (شاپیرو و کامپیلو، ۲۰۰۴). در این رهیافت، یکی از ایستگاه‌ها به‌عنوان چشمه لرزه‌ای و

گرین ناصحیح می‌شود (اشنايدر، ۲۰۰۴). بدیهی است شرط توزیع متقارن چشمه‌ها و انرژی در طبیعت/واقعیت همواره برقرار نیست. به عبارتی در موارد نادری در طبیعت، توزیع چشمه‌ها و انرژی در اطراف جفت ایستگاه مورد مطالعه دارای تقارن کافی است. با توجه به عدم توزیع متقارن چشمه‌ها و انرژی در طبیعت، این سؤال اساسی مطرح می‌شود که «آیا امکان تعیین صحیح تابع گرین بین ایستگاهی وجود دارد؟» در این مطالعه، رهیافتی برای بهبود تابع گرین تعیین‌شده با استفاده از روش تداخل‌سنجی لرزه‌ای بررسی می‌شود.

برای بازسازی تابع گرین بین جفت ایستگاه لازم است تا ایستگاه گیرنده با چشمه‌های سطحی احاطه گردند. برای بازسازی بهینه توابع گرین، این چشمه‌های دربرگیرنده جفت ایستگاه، شامل چشمه‌های تک‌قطبی (monopole) و دوقطبی (dipole) هستند. از آنجایی که وجود چشمه‌های دوقطبی به صورت مجزا در طبیعت به ندرت اتفاق می‌افتد، در این پژوهش تمرکز بر بازسازی زمان‌سیر است. بازسازی و برآورد بهینه زمان‌سیر نیازمند پوشش کامل چشمه‌ها (تک‌قطبی) است. وینار و فوکما (۲۰۰۶) نشان دادند که با توزیع فضایی متقارن/یکنواخت و کامل چشمه‌ها در اطراف جفت ایستگاه مورد مطالعه، تابع گرین بین ایستگاهی به صورت دقیق تعیین می‌گردد. آن‌ها توزیع فضایی متقارن/یکنواخت و کامل چشمه‌هایی اطراف جفت ایستگاه A-B همانند شکل ۱ را برای مطالعه در نظر گرفتند. آن‌ها همچنین برای این توزیع چشمه‌ها فرض‌هایی نظیر بر روی دایره قراردادن چشمه‌ها، محیط بدون میرایی و توزیع متقارن و یکنواخت چشمه‌ها را در نظر گرفتند. از طرفی، مطالعات تئوری اشنايدر (۲۰۰۴) نشان می‌دهد که وجود چشمه‌ها در امتداد خط واصل جفت ایستگاه و در ناحیه فرنل (Fresnel zone) نقش اصلی را در تعیین بازسازی تابع گرین دارند. این نتیجه با استفاده از تقریب انتگرال برای تمامی چشمه‌ها به روش فاز ایستا (stationary phase) حاصل شده است؛ بنابراین در یک توزیع متقارن/یکنواخت و کامل چشمه‌ها در محیط،

چشمه‌های ناحیه فرنل نقش اصلی را در بازسازی تابع گرین حقیقی بین جفت ایستگاه مورد بررسی دارند. زیرا توابع همبسته‌شده حاصل از این چشمه‌های ناحیه فرنل، دارای فاز ایستای جمع‌شونده و دارای نقش اصلی در بازسازی توابع گرین هستند. در این مطالعه به این دسته از چشمه‌ها، چشمه‌هایی با فاز ایستا می‌گوییم. از طرفی، با فرض در اختیار داشتن توزیع متقارن/یکنواخت و کامل چشمه‌ها در محیط، می‌توان چشمه‌هایی با فاز غیرایستا (non-stationary) را به صورتی تعریف کرد که دارای تغییر توزیع انرژی نسبت به توزیع انرژی ناشی از چشمه‌های داخل ناحیه فرنل باشند. این چشمه‌ها همواره در خارج از ناحیه فرنل قرار دارند. به عبارتی در این نوع از چشمه‌ها، توزیع فضایی انرژی چشمه‌های خارج ناحیه فرنل (چشمه‌هایی با فاز غیرایستا) بسیار بیشتر از چشمه‌های داخل ناحیه می‌گردد، به طوری که توزیع فضایی انرژی در طبیعت، پوشش نامتقارن و غیریکنواخت چشمه‌ها، همواره به آشکارشدن فازهای غیرایستا (ناشی از چشمه‌هایی با فاز غیرایستا) بر روی توابع همبسته‌شده حاصل می‌انجامد.

از آنجایی که بازسازی تابع گرین حقیقی به چگونگی توزیع فضایی چشمه‌های لرزه‌ای در اطراف جفت ایستگاه مورد نظر وابسته است، در این مطالعه، بازسازی تابع گرین برای جفت ایستگاه A-B، به روش تکنیک جداسازی مقدار تکنیک بررسی می‌گردد. برای این منظور، بازسازی تابع گرین با ترکیب‌های متفاوتی از توزیع چشمه‌های لرزه‌ای انجام می‌پذیرد. این ترکیب توزیع چشمه‌ها شامل سه ترکیب، چشمه‌هایی با دامنه/انرژی یکسان در داخل ناحیه فرنل، چشمه‌هایی با دامنه/انرژی یکسان در خارج ناحیه فرنل، چشمه‌هایی با دامنه/انرژی غیریکسان هم در داخل و هم در خارج ناحیه فرنل هستند.

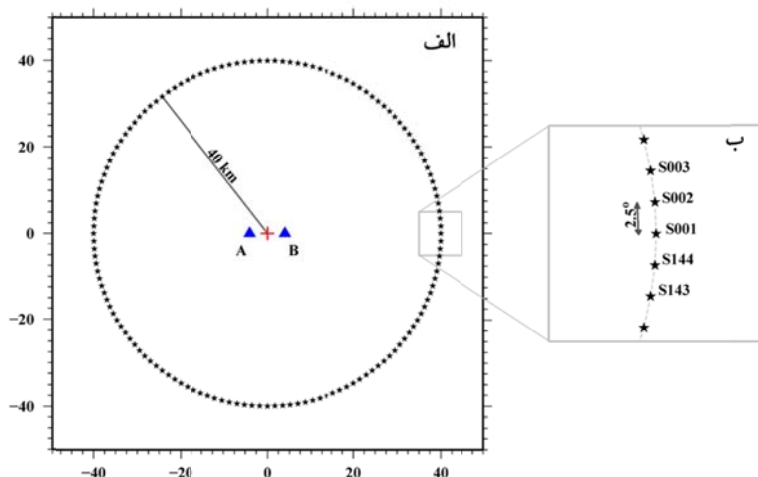
## ۲. داده‌ها و گستره مورد مطالعه

در این مطالعه از داده‌های مصنوعی برای دو جفت ایستگاه

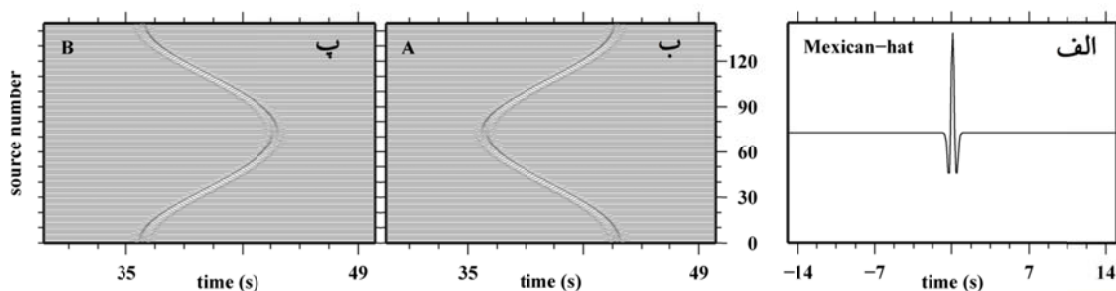
تابع چشمه (source function) برای تمامی چشمه‌ها، تابع کلاه‌مکزیک (Mexican hat) با فواصل نمونه‌برداری ۱۰ sps است. سرعت زمینه (background velocity) برای محاسبه زمان‌سیر از هر چشمه تا گیرنده برای منطقه مورد مطالعه ۱ km/s در نظر گرفته شده است. به عبارتی محیط مورد مطالعه، نیم‌فضایی (half-space) همسانگرد (isotropic) و بدون بازتابنده (reflector) است. همچنین محیط مورد مطالعه کاملاً الاستیک فرض شده است. طول هر نگاهش در هر دو ایستگاه برای تمامی چشمه‌ها ۶۰ ثانیه است.

شکل ۲-الف تابع چشمه کلاه‌مکزیک مورد استفاده در این پژوهش را نشان می‌دهد. همچنین امواج ثبت‌شده حاصل از این تابع چشمه برای ایستگاه A در شکل ۲-ب و برای ایستگاه B در شکل ۲-پ نشان داده شده است.

A با مختصات (4,0) و B با مختصات (-4,0) با فاصله بین ایستگاهی ۸ کیلومتر استفاده می‌شود (شکل ۱). چشمه‌های مورد استفاده برای تولید این داده‌های مصنوعی بر روی محیط دایره‌ای به شعاع ۴۰ کیلومتر از مرکز/میان جفت ایستگاه A-B (علامت +، شکل ۱) قرار دارند. در این شکل تعداد ۱۴۴ چشمه، با فواصل ۲/۵ درجه‌ای، بر روی محیط این دایره (پوشش آزیموتی ۳۶۰ درجه‌ای) پیرامون جفت ایستگاه مورد مطالعه مشخص شده است. مطابق شکل ۱، شماره‌گذاری چشمه‌ها، از شرق ناحیه مورد مطالعه و از امتداد خط واصل جفت ایستگاه A-B شروع می‌شود و به صورت پادساعتگرد ادامه می‌یابد. برای نظم بیشتر، اسامی چشمه‌ها با چهار کاراکتر مشخص می‌گردد (مثلاً چشمه S001 یا S002 که بیانگر اولین و دومین چشمه از مبدأ است).



شکل ۱. الف) تعداد ۱۴۴ چشمه (ستاره‌های سیاه) در فاصله ۴۰ کیلومتری از مرکز (+) جفت ایستگاه A و B (مثلث‌های آبی)؛ ایستگاه A در (-4,0) و ایستگاه B در مختصات (4,0) قرار دارند. ب) فواصل بین چشمه‌ها ۲/۵ درجه و با نام‌گذاری آن‌ها با چهار کاراکتر مشخص می‌شود.



شکل ۲. الف) تابع چشمه کلاه‌مکزیک؛ ب و پ) داده‌های ثبت‌شده به ترتیب در ایستگاه‌های A و B.

### ۳. تکنیک جداسازی مقدار تکینه

مطالعات شاپیرو و کامپیلو (۲۰۰۴) بیان می‌کند که ثبت همزمان نگاشت در هر دو گیرنده برای فرایند همبسته‌سازی الزامی است. بنابراین در این مطالعه تمامی داده‌های ثبت‌شده در هر دو ایستگاه A و B با چشمه یکسان، با یکدیگر همبسته می‌گردد. در این مطالعه سیگنال‌های دارای چشمه یکسان، طوری بریده (cut) می‌شود که بخش‌هایی از سیگنال‌های ثبت‌شده (در ایستگاه‌های A و B) با زمان‌های ثبت نگاشت کاملاً یکسان، در فرایند همبسته‌سازی شرکت کنند (مانند بن‌سن و همکاران، ۲۰۰۷)؛ بنابراین تمامی سیگنال‌های ثبت‌شده در دو ایستگاه A و B که دارای چشمه غیریکسان (حتی با زمان ثبت یکسان) هستند، در فرایند همبسته‌سازی استفاده نخواهند شد. با مرتب‌سازی توابع همبسته‌شده با توجه به شمارنده چشمه، می‌توان ماتریس همبسته‌شده (cross-correlogram, CC) را برای جفت ایستگاه A-B به دست آورد. این ماتریس همبسته‌شده، CC، دوبعدی و دارای ابعاد زمان (تعداد نمونه‌ها در سیگنال) و شمارنده چشمه است.

ماتریس سمت چپ در شکل ۳، چگونگی چینش توابع همبستگی برای تهیه ماتریس همبسته‌شده، CC، را نشان می‌دهد. در این شکل ستون‌های ماتریس بر اساس شمارنده چشمه‌ها و هر سطر، دربردارنده سیگنال تابع همبستگی (هم در سوی، lag، مثبت و هم سوی منفی) است. عموماً، ماتریس همبسته‌شده، CC، حاصل از نوفه‌های لرزه‌ای محیطی ثبت‌شده در زمین واقعی، هم دربردارنده فازهای (انرژی) ایستا و هم فازهای غیرایستا است. به‌طوری‌که فازهای ایستا نقش سازنده و فازهای غیرایستا نقش غیرسازنده در بازسازی تابع گرین حقیقی دارند (پولیانیکوف و ویلس، ۲۰۱۱). فازهای ایستا در ماتریس همبسته‌شده، CC، ناشی از چشمه‌های منطقه فرنل، دارای ویژگی‌هایی نظیر خطی بودن، همدوسی و طول‌موج پایین هستند. این رفتار، مشابه با سیگنال‌هایی است که دارای توزیع انرژی در امتداد خطِ واصل جفت ایستگاه

مورد مطالعه (یا نزدیکی این امتداد) هستند (پولیانیکوف و ویلس، ۲۰۱۱). در مقابل فازهای غیرایستا در ماتریس همبسته‌شده، CC، ناشی از چشمه‌های خارج منطقه فرنل، دارای ویژگی‌هایی نظیر غیرخطی بودن، ناهمدوسی و طول‌موج بالا هستند (پولیانیکوف و ویلس، ۲۰۱۱). در این مطالعه، از این اختلاف برای جداسازی دو بخش فازهای ایستا و غیرایستا در ماتریس همبسته‌شده، CC، برای تعیین تابع گرین بین ایستگاهی حقیقی استفاده می‌شود. برای جدایش فازهای ایستا و غیرایستا از رهیافت جداسازی مقدار تکینه (Singular Value Decomposition, SVD) استفاده می‌شود (گلوب و وان‌لوان، ۱۹۹۶). رهیافت جداسازی مقدار تکینه روش متداولی است که در فرایند پردازش داده‌های لرزه‌ای برای افزایش نسبت سیگنال به نوفه (SNR) و فیلتر کردن داده‌های خطی استفاده می‌شود (الریج و همکاران، ۱۹۹۹).

مطابق با ماتریس‌های سمت راست در شکل ۳، ماتریس همبسته‌شده، CC، با استفاده از روش جداسازی مقدار تکینه به صورت  $CC=U \times W \times V^T$  (حاصل ضرب سه ماتریس U، W و  $V^T$ ) تجزیه می‌شود (منکه، ۱۹۸۹). به‌عبارتی ماتریس همبسته‌شده، CC، به ویژه‌بردارها (Eigen vector)، U و V و ویژه‌مقادیر (Eigen value)، W تجزیه شده است. مطالعات هانسن و همکاران (۲۰۰۶) ارتباط بین مقادیر تکینه (singular values) و فرکانس سیگنال در ماتریس همبسته‌شده، CC، را توضیح می‌دهد؛ به‌طوری‌که ویژه‌مقادیر بزرگ با فرکانس‌های پایین و ویژه‌مقادیر کوچک با فرکانس‌های بالا متناسب است. از طرفی این مطالعه نشان می‌دهد که ویژه‌مقادیر بزرگ با سیگنال‌های هم‌فازی (in-phase) مرتبط هستند که توزیع فضایی انرژی آن‌ها در امتداد خطِ واصل جفت ایستگاه مورد مطالعه است. همچنین انرژی سیگنال‌های تقریباً هم‌فاز در ماتریس همبسته‌شده، حاصل از چشمه‌های واقع در منطقه فرنل است؛ بنابراین با استفاده از تکنیک جداسازی مقدار تکینه و ارتباط بزرگ‌ترین مقادیر ویژه با سیگنال‌های هم‌فاز، می‌توان چشمه‌هایی با فاز ایستا را مطالعه کرد.

$$\begin{bmatrix} S144 \\ \text{sources} \\ S001 \end{bmatrix}_{t<0} = \begin{bmatrix} CC \\ \text{CC} \end{bmatrix}_{t=0} \begin{bmatrix} U \\ \text{U} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W \\ \text{W} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V^T \\ \text{V}^T \end{bmatrix}_{t>0}$$

شکل ۳. سمت چپ: ماتریس همبسته شده، CC، و سمت راست: تجزیه ماتریس همبسته شده به ویژه بردارها و ویژه مقادیر حاصل از روش جداسازی مقدار تکینه.

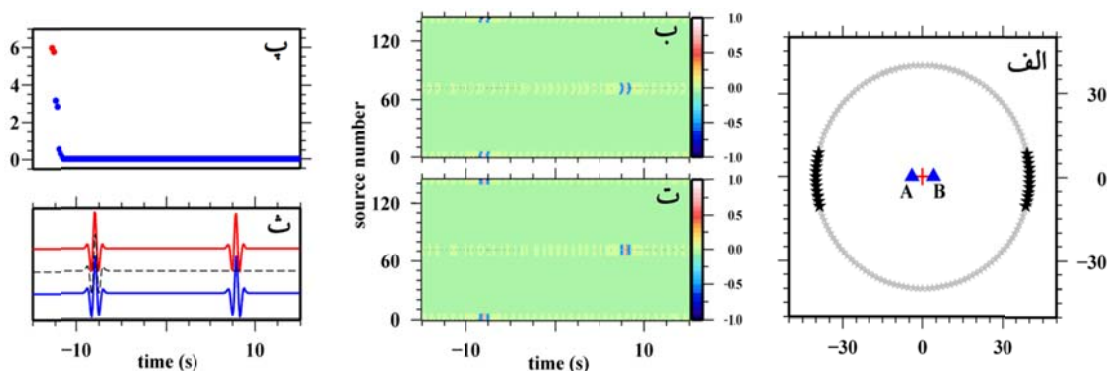
سیگنال تابع همبستگی محاسبه می شود. شکل ۴-ب-  
 ماتریس همبسته شده را برای دسته اول ترکیب چشمه ها  
 نشان می دهد. در این ماتریس سایر چشمه های غیرفعال با  
 سیگنال هایی با دامنه صفر لحاظ شده است. شکل ۴-پ-  
 ویژه مقادیر (ماتریس W) را برای ماتریس همبسته شده،  
 CC، به ترتیب از بزرگ ترین ویژه مقدار تا کوچک ترین  
 مقدار نشان می دهد. از آنجا که ماتریس همبسته شده با  
 مرتبه کمتر، (lower rank CC)، را می توان با استفاده از  
 رابطه  $CC = U_p \times W_p \times V_p^T$  محاسبه کرد - اندیس P مرتبه  
 ماتریس ها است - بنابراین با استفاده از دو بیشینه  
 ویژه مقادیر،  $W(1,1)$  و  $W(2,2)$  (دوایر قرمز در شکل ۴-  
 پ)، ماتریس همبسته شده با مرتبه ۲،  $CC_2$ ، را می توان  
 بازسازی کرد. شکل ۴-ت- ماتریس همبسته شده با مرتبه  
 ۲،  $CC_2$ ، را نشان می دهد. ترکیب رنگی شکل های ۴-ب و  
 ۴-ت بیانگر دامنه سیگنال هاست. نهایتاً برانباشت ماتریس  
 همبسته شده، CC، و ماتریس همبسته شده با مرتبه کمتر،  
 $CC_2$ ، در راستای شمارنده چشمه، توابع گرین بین جفت  
 ایستگاه A-B حاصل می شود که به ترتیب با رنگ های آبی  
 و قرمز در شکل ۴-ث نشان داده شده است. در این شکل  
 تابع گرین حقیقی برای جفت ایستگاه A-B با خط چین  
 سیاه نشان داده شده است.

#### ۴. انواع چشمه های مورد مطالعه

در این پژوهش سه گروه از ترکیب چشمه ها واقع بر  
 محیط دایره به شعاع ۴۰ کیلومتر بررسی خواهد شد. این  
 سه گروه شامل چشمه های داخل منطقه فرنل با انرژی  
 یکسان، چشمه های خارج منطقه فرنل با انرژی یکسان و  
 چشمه هایی در داخل و خارج منطقه فرنل با انرژی متفاوت  
 است.

#### ۴-۱. چشمه های داخل منطقه فرنل

دسته اول چشمه ها در این مطالعه، شامل چشمه هایی  
 نزدیک به خط واصل جفت ایستگاه A-B، چشمه هایی با  
 فاز ایستا در منطقه فرنل است. برای این دسته (شکل ۴-  
 الف)، که شامل ۲۴ چشمه است، تعداد ۴۸ تابع  
 همبسته شده برای جفت ایستگاه مورد نظر محاسبه  
 می گردد؛ اما با توجه به آنکه برای یک چشمه مشخص  
 (به عنوان مثال چشمه شماره S002) تابع همبستگی دو  
 مرتبه محاسبه می شود، به طوری که  $A \odot B$  و  $B \odot A$  ©  
 بیانگر عملگر همبسته سازی) دارای سیگنال های تابع  
 همبستگی مشابه/تکراری هستند، از این سیگنال های  
 همبسته شده مشابه/تکراری در ادامه روند مطالعات صرف  
 نظر می کنیم؛ بنابراین برای دسته اول از چشمه ها، تعداد ۲۴

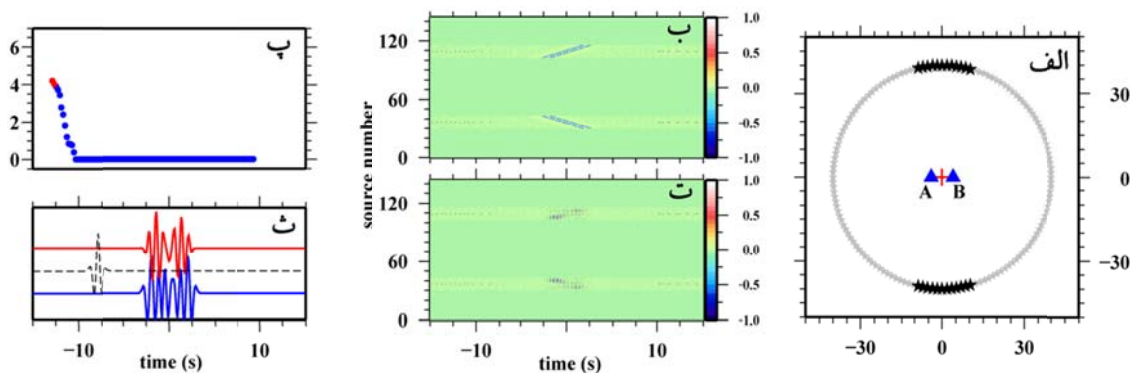


شکل ۴. الف: ستاره‌های سیاه و خاکستری به ترتیب نشان‌دهنده چشمه‌های فعال و غیرفعال با فاز ایستا هستند. ب: ماتریس همبسته مربوط به توابع همبسته شده حاصل از ثبت داده‌های چشمه‌هایی با موقعیت الف. پ: دوایر آبی ویژه‌مقادیر حاصل از تجزیه ماتریس همبستگی، CC، همچنین دوایر قرمز، دو بیشینه ویژه‌مقادیر برای محاسبه ماتریس همبسته شده با مرتبه کمتر، CC<sub>2</sub>. ت: ماتریس همبسته شده با مرتبه کمتر. ث: سیگنال‌های برانباشت ماتریس‌های ب و ت به ترتیب با خطوط آبی و قرمز و خط چین سیاه تابع گرین بین جفت ایستگاه A و B است.

#### ۲-۴. چشمه‌های خارج منطقه فرنل

A-B (عبوری از میانه A-B) بر روی کمانی از دایره به شعاع ۴۰ کیلومتر قرار گرفته‌اند. برای این دسته از چشمه‌ها (ستاره‌های سیاه در شکل ۵-الف) که شامل ۲۴ چشمه خارج منطقه فرنل هستند، تعداد ۴۸ تابع همبسته شده برای جفت ایستگاه A-B محاسبه می‌شود.

دسته دوم از چشمه‌ها، شامل چشمه‌هایی عمود بر خطوطاصل جفت ایستگاه A-B (با زاویه ۹۰ درجه‌ای نسبت به این امتداد)، چشمه‌هایی با فاز غیرایستا در خارج منطقه فرنل هستند. این چشمه‌های دارای فاز غیر ایستا، به صورت متقارن با خط عمود بر امتداد



شکل ۵. الف: ستاره‌های سیاه و خاکستری به ترتیب نشان‌دهنده چشمه‌های فعال و غیرفعال با فاز غیرایستا هستند. ب: ماتریس همبسته مربوط به توابع همبسته شده حاصل از ثبت داده‌های چشمه‌هایی با موقعیت الف. پ: دوایر آبی ویژه‌مقادیر حاصل از تجزیه ماتریس همبستگی، CC، و دوایر قرمز، دو بیشینه ویژه‌مقادیر برای محاسبه ماتریس همبسته شده با مرتبه کمتر، CC<sub>2</sub> هستند. ت: ماتریس همبسته شده با مرتبه کمتر. ث: سیگنال برانباشت حاصل از ماتریس ب و ت به ترتیب با خطوط آبی و قرمز و خط چین سیاه تابع گرین بین جفت ایستگاه A و B است.

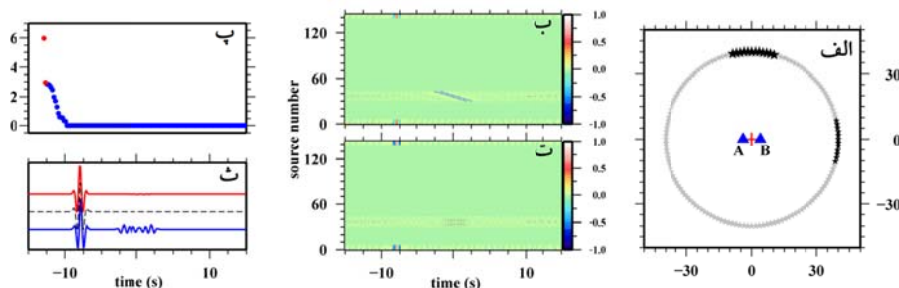
دارای انرژی دو برابری در مقایسه با ۱۲ چشمه داخلی منطقه فرنل هستند. از این رو چشمه‌های با فاز غیرایستا با ستاره‌های بزرگ‌تر در مقایسه با چشمه‌های (ستاره‌های) با فاز ایستا در شکل ۶-الف نشان داده شده است. برای این دسته از چشمه‌ها، تعداد توابع همبسته با چشمه مشترک/یکسان، ۴۸ تابع همبسته است. با توجه به تشابه سیگنال‌های حاصل از  $A \odot B$  و  $B \odot A$ ، تعداد توابع همبسته برای این دسته از چشمه‌ها به ۲۴ تابع همبسته شده، کاهش می‌یابد. ماتریس همبسته شده برای این دسته از چشمه‌ها در شکل ۶-ب نشان داده شده است. با استفاده از روش جداسازی مقدار تکینه، ویژه مقادیر برای این ماتریس محاسبه و در شکل ۶-پ (به ترتیب از بزرگ‌ترین به کوچک‌ترین ویژه مقدار) ترسیم شده است. با استفاده از دو بیشینه ویژه مقادیر،  $W(1,1)$  و  $W(2,2)$  (دوایر قرمز در شکل ۶-پ) و ویژه توابع مرتبط، می‌توان ماتریس همبسته شده مرتبه ۲،  $CC_2$ ، را مانند شکل ۶-ت محاسبه و ترسیم کرد.

تابع گرین حقیقی، تابع گرین حاصل از برانباشت ماتریس همبسته شده،  $CC$ ، و تابع گرین حاصل از برانباشت ماتریس همبسته شده با مرتبه ۲،  $CC_2$ ، به ترتیب با خط چین سیاه و خطوط آبی و قرمز در شکل ۶-ث نشان داده شده است. ترکیب رنگ‌ها در شکل ۶-ب و ۶-ت بیانگر دامنه‌های سیگنال‌ها در ماتریس همبسته شده و ماتریس همبسته شده با مرتبه کمتر هستند.

شکل ۵-ب ماتریس همبسته شده،  $CC$ ، را برای دسته دوم ترکیب چشمه‌ها (چشمه‌هایی با فاز غیرایستا) نشان می‌دهد. در این ماتریس سایر چشمه‌های غیرفعال (ستاره‌های خاکستری در شکل ۵-الف) با سیگنال‌هایی با دامنه صفر در نظر گرفته شده است. با اجرای فرایند تجزیه مقدار تکینه، ویژه مقادیر (ماتریس  $W$ ) و ویژه توابع (ماتریس‌های  $U$  و  $V$ ) برای این ماتریس همبسته شده،  $CC$ ، حاصل می‌شود. شکل ۵-پ ویژه مقادیر (ماتریس  $W$ ) را برای ماتریس همبسته شده،  $CC$ ، نشان می‌دهد. ماتریس همبسته شده با مرتبه ۲،  $CC_2$ ، با استفاده از دو بیشینه ویژه مقادیر، شامل  $W(1,1)$  و  $W(2,2)$  (دوایر قرمز در شکل ۵-پ)، بازسازی می‌گردد. شکل ۵-ت این تابع همبسته با مرتبه ۲،  $CC_2$ ، را نشان می‌دهد. رنگ‌ها در شکل‌های ۵-ب و ۵-ت، معرف دامنه سیگنال‌ها هستند. تابع گرین حقیقی، تابع گرین حاصل از برانباشت ماتریس همبسته شده،  $CC$ ، و تابع گرین حاصل از برانباشت ماتریس همبسته شده با مرتبه ۲،  $CC_2$ ، به ترتیب با خط چین سیاه و خطوط آبی و قرمز در شکل ۵-ث نشان داده شده است.

### ۳-۴. چشمه‌هایی در داخل و خارج منطقه فرنل با انرژی متفاوت

شکل ۶-الف، دسته سوم از چشمه‌ها شامل ۲۴ چشمه، بر روی محیط دایره‌ای به شعاع ۴۰ کیلومتر را نشان می‌دهد. برای این دسته از چشمه‌ها، ۱۲ چشمه خارج منطقه فرنل



شکل ۶. الف: ستاره‌های سیاه و خاکستری به ترتیب نشان‌دهنده چشمه‌های فعال و غیرفعال هستند. چشمه‌های با فاز غیرایستا دارای انرژی دوبرابری در مقایسه با چشمه‌های با فاز ایستا هستند. ب: ماتریس همبسته مربوط به توابع همبسته شده حاصل از ثبت داده‌های چشمه‌هایی با موقعیت الف. پ: دوایر آبی ویژه مقادیر حاصل از تجزیه ماتریس همبستگی،  $CC$ ، همچنین دوایر قرمز، دو بیشینه ویژه مقادیر برای محاسبه ماتریس همبسته شده با مرتبه کمتر،  $CC_2$ . ت: ماتریس همبسته شده با مرتبه کمتر. ث: سیگنال برانباشت حاصل از ماتریس ب و ت به ترتیب با خطوط آبی و قرمز و خط چین سیاه تابع گرین بین جفت ایستگاه A و B است.

## ۵. بحث و نتیجه‌گیری

فرنل) محاسبه و بعد از فرایند برانباشت در راستای شمارنده چشمه، تابع گرین بین ایستگاهی بازسازی شد؛ بنابراین با استفاده از داده‌های مصنوعی نشان داده شد که روش تجزیه مقدار تکینه، انرژی‌های چشمه‌هایی با فاز ایستا را برای بازسازی تابع گرین حقیقی حفظ می‌کند. همچنین این روش انرژی‌های ناشی از چشمه‌هایی با فاز غیرایستا را کاهش می‌دهد. با توجه به آنکه چشمه‌ها و توزیع انرژی در شکل‌های ۴ و ۶ در منطقه فرنل قرار دارند، تابع گرین بازسازی شده تقریباً مشابه با تابع گرین واقعی بین جفت ایستگاه A-B است. همچنین، این مطالعه نشان داد که در صورتی که چشمه‌ها و توزیع انرژی تماماً خارج از منطقه فرنل باشند (مانند شکل ۵)، امکان بازسازی تابع گرین واقعی وجود ندارد. به طوری که سیگنال حاصل از برانباشت ماتریس همبسته شده مرتبه ۲ دارای فاز صفر (zero lag) است.

## تشکر و قدردانی

نویسنده از دیدگاه‌ها و پیشنهادات ارزنده دکتر ظاهر حسین شمالی (مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، تهران، ایران) کمال تشکر را دارد. تمامی شکل‌ها با استفاده از برنامه GMT version 4.2.1 (Wessel and Smith 1998; [www.soest.hawaii.edu/gmt](http://www.soest.hawaii.edu/gmt)) ترسیم شده است.

## مراجع

- Bensen, G. D., Ritzwoller, M. H., Barmin, M. P., Levshin, A. L., Lin, F., Moschetti, M. P., Shapiro, N. M. and Yang, Y., 2007, Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broad-band surface wave dispersion measurements. *Geophys. J. Int.*, 169, 1239–1260.
- Cho, K. H., Herrmann, R. B., Ammon, C. J. and Lee, K., 2007, Imaging the upper crust of the Korean Peninsula by surface-wave tomography, *Bull. seism. Soc. Am.*, 97, 198–207.
- Golub, G. and van Loan, C., 1996, *Matrix Computations*, The Johns Hopkins Univ. Press, Baltimore, MD.
- Halliday, D. and A. Curtis, 2008, Seismic interferometry, surface waves and source distribution, *Geophysical Journal International*, 175, 1067–1087, doi: 10.1111/gji.2008.175.issue-3.
- Hansen, P. C., Kilmer, M. E. and Kjeldsen, R., 2006, Exploiting residual information in the parameter choice for discrete ill-posed problems, *BIT*, 46, 41–59.
- Menke M., 1989, *Geophysical data analysis discrete inverse theory*. Academic Press.
- Poliannikov, O. V. and Willis, M. E., 2011, Interferometric correlogram space analysis, *Geophysics*, 76(1), SA9–SA17.
- Schuster, T. G., Yu, J., Sheng, J. and Rickett, J., 2004, Interferometric/daylight seismic imaging, *Geophys. J. Int.*, 157, 838–852.
- Shapiro, N. M. and Campillo, M., 2004, Emergence of broadband Rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise, *Geophys. Res. Lett.*, 31, L07614,

برای تعیین صحیح توابع گرین با استفاده از روش تداخل‌سنجی، نیازمند پوشش/تقارن کامل چشمه و توزیع انرژی یکنواخت پیرامون جفت ایستگاه مورد نظر هستیم. عدم پوشش کامل (۳۶۰ درجه‌ای) در مطالعات نوین، نظیر استفاده از روش‌های پنجره‌ای کردن در مطالعاتی نظیر استفاده از نوفه‌های لرزه‌ای محیطی ثبت شده (چو و همکاران، ۲۰۰۷)، می‌تواند به تعیین ناصحیح توابع گرین منجر شود. در این مطالعه، چگونگی استفاده از تقریب ماتریس همبسته شده با مرتبه کمتر، به عنوان رهیافتی برای بهبود تابع گرین تجربی بین ایستگاهی، بررسی شده است. برای جبران عدم پوشش متقارن و کامل چشمه‌ها و توزیع انرژی آن‌ها در این مطالعه، با استفاده از رهیافت جداسازی مقدار تکینه پیش از فرایند برانباشت (برای روش برانباشت خطی مراجعه شود به بن‌سن و همکاران، ۲۰۰۷) روشی برای جبران عدم پوشش متقارن/کامل چشمه و توزیع انرژی آن‌ها ارائه شده است. بر مبنای رهیافت جداسازی مقدار تکینه (ویژه توابع و ویژه مقادیر تابع همبسته شده) می‌توان فازهای ایستای ناشی از چشمه‌های واقع در منطقه فرنل را تفکیک کرد. این فازهای ایستا، در بازسازی تابع گرین بین ایستگاهی نقش کلیدی دارند. در این مطالعه با استفاده از دو بیشینه مقدار ویژه، ماتریس همبسته شده مرتبه ۲ (سیگنال‌هایی با فاز ایستا مرتبط با چشمه‌های منطقه



- doi:10.1029/2004GL019491.
- Slob, E. and Wapenaar, K., 2007, Electromagnetic Green's functions retrieval by cross-correlation and cross-convolution in media with losses. *Geophysical Research Letters*, 34, L05307, doi: 10.1029/2006GL029097.
- Slob, E., Draganov, D. and Wapenaar, K., 2007, Interferometric electromagnetic Green's functions representations using propagation invariants, *Geophysical Journal International*, 169, 60–80, doi: 10.1111/gji.2007.169.issue-1.
- Snieder, R., 2004, Extracting the Green's function from the correlation of coda waves: A derivation based on stationary phase. *Physical Review E*, 69, 046610, doi: 10.1103/PhysRevE.69.046610.
- Stehly, L., Campillo, M. and Shapiro, N., 2006, A study of seismic noise from its long-range correlation properties, *J. geophys. Res.*, 111, 10306, doi:10.1029/2005JB004237.
- Ulrych, T. J., Sacchi, M. D. and Graul, J. M., 1999, Signal and noise separation: art and science, *Geophysics*, 64(5), 1648–1656.
- Wapenaar, K., 2004, Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation. *Physical Review Letters*, 93, 254301, doi: 10.1103/PhysRevLett.93.254301.
- Wapenaar, K. and Fokkema, J., 2006, Green's function representations for seismic interferometry, *Geophysics*, 71, no. 4, SI33–SI46, doi:10.1190/1.2213955.
- Wapenaar, K., van der Neut, J. and Ruigrok, E., 2008, Passive seismic interferometry by multidimensional deconvolution. *Geophysics*, 73 (6), A51–A56.
- Wessel, P. and Smith, W. H. F., 1998, New, improved version of the Generic Mapping Tools released, *EOS. Trans. Am. Geophys. Union*, 79, 579.

## Improving estimation of inter-station empirical Green's function using SVD technique

Shirzad, T.\*

*Assistant Professor, Department of Physics, Islamic Azad university Damavand branch, Damavand, Iran*

*(Received: 26 Nov 2016, Accepted: 23 May 2017)*

### Summary

Various studies have shown that the cross-correlation (Wapenaar, 2004), cross-convolution (Slob and Wapenaar, 2007) and de-convolution (Wapenaar et al., 2008) can provide empirical Green's functions (EGFs) between receiver pairs. These approaches, which are attributed to seismic interferometry, assume that one of the receiver acts as a source, whereas the other one is instated as a virtual receiver. The resulted EGFs allowed many studies to be applied in different regions even though (including) areas with low seismicity.

The main assumption of interferometry approach is based on completely diffuse signals which are generated by a closed surface of sources (Schuster et al. 2004). In other word, the distribution of sources and theirs energy in a medium are usually uniform. This condition ensured that inter-station EGF is extracted accurately. In general, the sources (left and right of the receivers) located on or near lines which is passed through both receivers are in the stationary region, and the sources above and below are in non-stationary regions. Also, Snieder (2004) indicated that the Fresnel zone of receivers surrounded all the sources which are located in stationary region. In this study, we referred to these sources as stationary sources. Consequently, all sources outside the Fresnel zone were referred to as non-stationary sources. It is generally accepted that the stationary sources play a major role/contribution to retrieve the inter-station EGF. Stationary sources and their energies are characterized by coherency and small wavenumber. In contrast, non-stationary sources and their energies are characterized by incoherency, larger wavenumber. We used this difference in order to separate stationary and nonstationary sources.

In the Earth, distribution of noise sources and theirs energy are strongly non-uniform, which contravenes the theoretical interferometry requirements (Stehly et al. 2006). In other words, cross correlations from non-stationary sources in stacking procedure do not cancel completely if the source coverage is incomplete. Consequently, incomplete source coverage leads to retrieve unreliable inter-station EGF.

In this study, we used 144 sources on circle environment ( $r=40$  km) surrounded by two receivers which are located/installed in  $\mathbf{A}(-4, 0)$  and  $\mathbf{B}(4, 0)$  as shown in Figure 1. Moreover, synthetic time series were generated using Mexican-hat source time function (see left panel of Figure 2). All recorded waveform signals of these sources in station  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{B}$  are shown in middle and right panel of Figure 2, respectively. After the preprocessing procedure and cross-correlation performances, we constructed a cross-correlogram matrix, which is called  $CC$ , using a collection of cross-correlation function signals (see left panel of Figure 3). The dimensions of this matrix include time (number of point in signal data set,  $npts$ ) and source counter/numerator. In brief, inter-station EGF is retrieved using stacking the cross-correlogram matrix signals along the source counter dimension. We followed the analysis and preprocessing of the cross-correlogram before stacking outlined in Poliannikov and Willis (2011). Thus, we decompose cross-correlogram matrix using singular value decomposition (SVD) technique to separate the stationary and non-stationary energies. This idea illustrates/explains that the cross-correlogram matrix could be calculated by its eigenvalues and eigenvectors. Poliannikov and Willis (2011) indicated that the large eigenvalues (singular values) are associated with events which is located in Fresnel zone. Afterward, we constructed lower-rank approximations of the cross-correlogram matrix using two larger eigenvalues, which is called  $CC_2$ , and then stack  $CC_2$  along the source counter dimension to retrieve inter-station EGF (see Figures 4, 5 and 6).

**Keywords:** Synthetic time series, Interferometry, Singular Value Decomposition.

\*Corresponding author:

taghishirzad@gmail.com