

کنترل موجودی کالاها و فسادپذیر در زنجیره تأمین حلقه بسته با در نظر گرفتن تقاضای تصادفی

سپیده ظهوری^۱، بهروز کریمی^{۲*}، رضا میهمی^۳

۱. کارشناس ارشد مهندسی صنایع دانشکده مهندسی صنایع و سیستم های مدیریت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲. استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۳. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا

(تاریخ دریافت: ۹۴/۱۲/۰۴، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده: ۹۵/۰۱/۱۶، تاریخ تصویب: ۹۵/۰۸/۲۲)

چکیده

محصولاتی از قبیل ICها، کامپیوترها و گوشی های تلفن همراه به دلیل رشد فناوری به سرعت از رده خارج می شوند. این محصولات از مدافته امکان است دوباره تولید شوند و به بازار بازگردند و به فروش برسند. تعیین سیاست موجودی بهینه برای چنین کالاهایی که در یک زنجیره تأمین حلقه بسته (زنجیره تأمینی که در آن مشتری نهایی می تواند محصول مصرف شده را دوباره از طریق جریان معکوس وارد زنجیره کند و عملیات تولید مجدد با بازیافت برای آن انجام گیرد) جریان دارند، یکی از مسئله های مهم در حوزه مدیریت زنجیره تأمین کالاهای فاسدشدنی به شمار می رود. در این پژوهش، سیستم موجودی زنجیره تأمین حلقه بسته با چند چرخه (سیکل) تولید و چند چرخه (سیکل) تولید مجدد و نیز تقاضای تصادفی مطالعه می شود. چرخه تولید برای تولید محصول در جریان مستقیم استفاده می شود، در حالی که چرخه تولید مجدد برای تولید محصولات مصرف شده که در جریان معکوس دوباره وارد سیستم می شوند و به بازتولید نیاز دارند، استفاده می شود. مسئله شامل یک زنجیره تأمین چهارسطحی؛ خرده فروش، تولیدکننده، جمع آوری کننده و تأمین کننده است و کمبود به صورت پس افت در آن لحاظ شده است. در مدل، تصمیم گیری از عناصر پایین دستی زنجیره تأمین (خرده فروش به سمت تأمین کننده) شروع می شود. این پژوهش در سه حالت زیر بسط داده شده است: ۱. یک چرخه تولید، یک چرخه تولید مجدد، ۲. یک چرخه تولید، چند چرخه تولید مجدد و ۳. چند چرخه تولید، یک چرخه تولید مجدد. برای تعیین جواب های بهینه، الگوریتمی ابتکاری توسعه داده شده و مثال عددی به منظور اثبات کارایی مدل و الگوریتم حل شده است.

واژه های کلیدی: تقاضای تصادفی، زنجیره تأمین حلقه بسته، کالای فسادپذیر، موجودی چند سطحی.

مقدمه

در چند دهه اخیر، با توجه به افزایش روزافزون رقابت صنعتی، تنوع کالاها و با افزایش انتظارات مشتریان، شرکت ها به این نتیجه رسیده اند که برای پیروزی در این رقابت نیاز دارند تا با شرکت هایی که با آنها همکاری می کنند اعم از تأمین کنندگان مواد یا خرده فروشان و مشتریان نهایی تعامل برقرار کنند. از این رو، رقابت از سطح بین شرکتی به زنجیره های تأمین، گسترش و بروز بیشتری پیدا کرده است.

همچنین، با گسترش سریع فناوری، کالاها به سرعت با ورود کالای جدید از مد می افتند و دیگر قابلیت خود را از

دست می دهند. از این رو، بهتر است برای جلوگیری از اتلاف سرمایه و نیز استفاده مجدد از این نوع کالاهای از مدافته، آن ها مجدد وارد چرخه تولید شوند و با انجام دادن عملیات تولید مجدد، روانه بازار شوند.

مرور ادبیات

یکی از مسائل درگیر در مدیریت زنجیره تأمین، تعیین سطح مناسب موجودی در هر رده است. تعیین کردن مقدار سفارش، انتخاب تأمین کننده ها و بهترین زمان برای قراردادن سفارش، بسیار مهم است. برای به دست آوردن سیاست بهینه موجودی که به طور همزمان میزان سفارش، زمان آن و تأمین کننده مورد نظر را تعیین می کند،

کالاهای فسادپذیر ارائه کردند و سیاست کنترل بهینه را برای آن توسعه دادند. چن و لوی [۱۲] یک مدل مرور دوره‌ای برای یک نوع محصول را بررسی کردند که در آن تصمیمات قیمت‌گذاری و تولید و موجودی همزمان لحاظ شده است و تقاضا در دوره‌های زمانی مختلف، مقداری تصادفی است که در دوره‌های مختلف مستقل از یکدیگرند و تابع توزیع آن‌ها براساس قیمت محصول است. ژانگ و همکاران [۱۳] نیز یک مدل موجودی و قیمت‌گذاری توأم را با استفاده از تابع تقاضای تصادفی توسعه دادند. میهمی و کریمی [۱۴] مدلی برای تعیین قیمت بهینه فروش و سیاست بازپس‌سازی برای کالاهای فسادپذیر ارائه دادند که در آن تابع تقاضا تصادفی و وابسته به قیمت و کمبود به صورت پاره‌ای پس‌افت در نظر گرفته شد.

بسیاری از محققان، مسائل موجودی برای کالاهای فسادپذیر را به‌طور گسترده بررسی کرده‌اند. تحقیق در این زمینه با پژوهش ویتین [۱۵] شروع شد که فسادپذیری کالاهای مد را در پایان دوره مشخص شده انبارش در نظر گرفت. قاره و اسپرادر [۱۶] خراب‌شدن موجودی به‌صورت نمایی را برای اولین بار توسعه دادند. آن‌ها مشاهده کردند محصولات مشخصی در طول زمان با یک نسبتی که از طریق تابع نمایی منفی نسبت به زمان تخمین زده می‌شوند، کوچک می‌شوند. این مشاهدات به مدل‌سازی کالاهای موجودی با فرایند خراب‌شدن از طریق معادلات دیفرانسیلی منجر شد.

$$\frac{dI_r(t)}{dt} + \theta I_r(t) = -d \quad (1)$$

که در آن، θ نرخ خرابی ثابت، $I(t)$ سطح موجودی در زمان t و $f(t)$ نرخ تقاضا در زمان t است.

آیانگ و همکاران [۱۷] یک مدل موجودی برای کالاهای فسادپذیر با امکان تأخیر در پرداخت ارائه کردند. یانگ و همکاران [۱۸] یک مدل موجودی برای کالاهای فسادپذیر با تقاضای وابسته به قیمت را توسعه دادند. میهمی و نخعی [۱۹] یک مدل موجودی و قیمت‌گذاری توأم را برای کالاهای فسادپذیر با تقاضای وابسته به قیمت و زمان و در نظر گرفتن کمبود پیشنهاد دادند.

وی و همکاران [۲۰] سیاست بازپس‌سازی بهینه را برای زنجیره تأمین کالای سبب فسادشدنی شامل یک

هزینه‌های معمول سفارش‌دهی، هزینه‌های خرید و هزینه‌های نگهداری باید در نظر گرفته شوند [۱].

بسیاری از شرکت‌ها، تمرکز خود را بر معکوس زنجیره تأمین به‌منظور برآورده کردن قوانین/نگرانی‌های محیط‌زیستی و مسئولیت اجتماعی قرار دادند. تولیدکنندگان اغلب می‌کوشند تا محصولات استفاده‌شده خود را از طریق تولید مجدد، بازیافت کنند. تولید مجدد محصولات از قبیل تبدیل کالاهای استفاده‌شده به محصولات قابل‌رقابت در بازار مانند نوکردن، تعمیر و به‌روزرسانی مزایای شایان توجهی دارد [۲]. اسپرادی [۳] اولین نویسنده‌ای بود که یک مدل قطعی با نرخ تولید آنی برای تولید و تولید مجدد پیشنهاد داد. چانگ و همکاران [۴] یک مدل حلقه بسته با یک چرخه تولید و یک چرخه تولید مجدد را توسعه دادند. جابر و سعدانی [۵] یک سیستم موجودی تولید و تولید مجدد را تحت شرایط فروش از دست‌رفته توسعه دادند. ویدادانا و ویی [۶] یک مدل کمی تولید اقتصادی را برای کالاهای فسادپذیر با راه‌اندازی تولید دوگانه و دوباره‌کاری و سپس با در نظر گرفتن مدل موجودی خریدار-فروشنده با سفارش تحویل قطعی و در دسترس نبودن تصادفی ماشین و فروش از دست‌رفته توسعه دادند.

چانگ و همکاران [۴] یک سیستم موجودی زنجیره تأمین حلقه بسته را تحلیل می‌کنند. به‌علاوه، جریان رو به جلوی سنتی، مدل کالاهای استفاده‌شده برگشتی به یک تجهیز نگهداری را که در آنجا نگهداری می‌شوند، تولید مجدد می‌شوند و سپس به خرده‌فروش حمل می‌شوند تا به فروش برسند، بررسی می‌کنند. سیاست بهینه پیشنهادشده برای یک سیستم موجودی دو رده‌ای با تولید مجدد، از طریق یکپارچه کردن وابستگی تأمین‌کننده، تولیدکننده خرده‌فروش و عامل سوم جمع‌آوری (جمع‌آوری‌کننده) توسعه داده شده است. یانگ و همکاران [۲] یک مدل زنجیره تأمین حلقه بسته با چهار سطح را برای کالاهای فسادپذیر توسعه دادند.

آلیو و بوکاس [۷]، پاکالا و آچاری [۸] و شاه [۹] مدل‌های موجودی را برای کالاهای فسادپذیر با تقاضای تصادفی توسعه دادند. آگون و همکاران [۱۰] و بنخروف و همکاران [۱۱] مدل‌های موجودی با پرش تصادفی را برای

گیتا و اوتیکومار [۲۷] مسئله تعیین اندازه سفارش برای کالاهای فاسدشدنی غیرآنی را در حالی در نظر گرفتند که تقاضا وابسته به قیمت و تبلیغات بود. میهمی و همکاران [۲۸] سیاست بهینه کنترل موجودی برای کالاهای فاسدشدنی را با در نظر گرفتن سیاست دوره اعتباری و تقاضا و نرخ فاسدشدن احتمالی بررسی کردند.

بای و همکاران [۲۹] مسئله هماهنگی در زنجیره تأمین کالاهای فاسدشدنی را با در نظر گرفتن تقاضای وابسته به چندین فاکتور تحلیل کردند. در این پژوهش از قراردادهای برای ایجاد هماهنگی در سیستم استفاده شد. سپس اثبات شد که سود زنجیره تأمین در حالتی که هماهنگی وجود داشته باشد و زنجیره به صورت متمرکز مدیریت شود، حداقل $1/3$ بیشتر از حالت غیرمتمرکز است. پریان و اوتیکومار (۲۰۱۶) یک مدل موجودی را بر پایه مدل EOQ برای کالاهای فاسدشدنی با در نظر گرفتن نرخ فاسدشدن احتمالی و هزینه متغیر راه اندازی برای زنجیره تأمین خریدار - فروشنده توسعه دادند.

سارکار و وو [۳۰] مسئله تعیین سیاست موجودی بهینه در زنجیره تأمین کالاهای فاسدشدنی با یک تولیدکننده و چندین خریدار را مطالعه کردند. در این تحقیق، همه اعضای زنجیره تأمین برای حداقل کردن هزینه کل سیستم با هم همکاری می کنند. همچنین، هزینه ای برای انبار مواد خام اولیه در سیستم موجودی تولیدکننده لحاظ شده است. چن و سارکار [۳۱] یک مدل یکپارچه تولید-موجودی را برای زنجیره تأمین شامل یک تولیدکننده و چندین خرده فروش توسعه دادند. در این مطالعه، کالاهای فاسدشدنی در نظر گرفته شد و همچنین سیاست تحویل به مشتری براساس رویکرد JIT در مدل لحاظ شد.

الجازر و همکاران [۳۲] مسئله سیاست تأخیر در پرداختها را برای یک مسئله زنجیره تأمین سه سطحی در نظر گرفتند. چن و همکاران [۳۳] مسئله تعیین سیاست بازپرسازی را برای محصولات کشاورزی در یک زنجیره تأمین چندسطحی بررسی کردند. در این پژوهش، تقاضا به صورت احتمالی فرض شد و از رویکرد سیستم دینامیک برای مدل سازی و حل مسئله بهره گرفته شد. نوآوری شایان توجه این تحقیق در استفاده از رویکرد شبیه سازی

تأمین کننده و یک خریدار در نظر گرفتند. در این تحقیق از سیاست موجودی VMI استفاده شد. در پژوهش یادشده، یک تحلیل هزینه-فایده برای محصولات الکترونیکی سبز انجام گرفته است و نتایج آن نشان می دهد قیمت فروش، نرخ فاسدشدن، هزینه نگهداری، نرخ بازگشت محصول و کیفیت تولید اثری چشمگیر بر مدل دارند.

سازور و همکاران [۲۱] یک مدل دوسطحی برنامه ریزی احتمالی را برای تعیین سیاست بازپرسازی در یک زنجیره تأمین دوسطحی حلقه بسته پیشنهاد کردند. در این پژوهش، تقاضا به صورت احتمالی و براساس سناریوهای مختلفی توسعه داده شده است. همچنین، مسئله آثار محیطی و تعیین بهترین وسیله حمل و نقل در نظر گرفته شده است. مدل مسئله برای یک نمونه واقعی از صنعت دارو در کشور فرانسه حل شده است. موسوی و همکاران [۲۲] تعیین سیاست موجودی برای یک زنجیره تأمین سه سطحی را در حالتی بررسی کردند که سیاست تأخیر در پرداختها و مسئله نرخ بهره تنزیلی در مسئله وجود داشته باشند. نتایج این مطالعه نشان داد هماهنگی بین تصمیمات مالی و موجودی موجب کاهش شایان توجه هزینه های سیستم می شود. کاپور [۲۳] مسئله کنترل موجودی کالاهای فاسدشدنی غیرآنی را در حالتی در نظر گرفت که تقاضا وابسته به قیمت و زمان بود.

تات و همکاران [۲۴] مسئله کنترل موجودی کالاهای فاسدشدنی غیرآنی را با سیاست مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI) در نظر گرفتند. چاکرابورتی و همکاران [۲۵] سیاست کنترل موجودی برای یک زنجیره تأمین دوسطحی چندمحصولی کالاهای فاسدشدنی را مد نظر قرار دادند. در این پژوهش، نرخ فاسدشدن ثابت اما تابع تقاضا وابسته به سطح موجودی در نظر گرفته شد. همچنین، در مسئله سیاست دوره اعتباری و هزینه حمل و نقل لحاظ شد. برای مدل سازی مسئله از رویکرد فازی استفاده شد. قیامی و ویلیامز [۲۶] یک زنجیره دوسطحی شامل یک تولیدکننده و چندین خریدار را برای کالاهای فاسدشدنی در نظر گرفتند. نوآوری اصلی این پژوهش نسبت به کارهای پیشین، در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت تولید برای تولیدکننده است.

فرمول‌سازی مسئله

با توجه به مبحث قبل، در مدل پیش رو یک زنجیره تأمین حلقه بسته با چهار سطح تأمین‌کننده، تولیدکننده، خرده-فروش و جمع‌آوری‌کننده در نظر گرفته شده است. تقاضا به صورت تصادفی در مدل لحاظ شده است و کمبود به صورت پس‌افت مجاز است.

مفروضات مسئله

۱. تقاضای محصول تصادفی و نرخ بازگشت محصول ثابت و کمتر از میانگین تقاضاست.
۲. یک تأمین‌کننده، یک تولیدکننده، یک خرده‌فروش و یک جمع‌آوری‌کننده در سیستم موجودی چندسطحی زنجیره تأمین حلقه بسته در نظر گرفته شده است.
۳. چند چرخه تولید و چند چرخه تولید مجدد در نظر گرفته شده است.
۴. محصولات تولید مجدد شده کاملاً قابل رقابت با محصولات تولید شده هستند.

پارامترهای مدل

خرده‌فروش

D	نرخ ثابت تقاضا
ε	یک متغیر غیرمنفی و پیوسته تصادفی است با $E(\varepsilon) = \mu$ (تابع توزیع متغیر تصادفی ε ، معین و مستقل از زمان است)
$D + \varepsilon$	تابع تقاضا
A_r	هربار هزینه سفارش‌دهی
F_r	درصد هزینه نگهداری سالانه به ازای هر واحد پول
P_e	قیمت خرده‌فروش برای مصرف‌کننده نهایی
P_r	قیمت عمده‌فروشی برای خرده‌فروش
T_r	چرخه زمانی سفارش‌دهی
t_0	زمانی که سطح موجودی به صفر می‌رسد
TC_r	هزینه کل سالانه (کل سود)

تولیدکننده

هزینه راه‌اندازی هر بار تولید (تولید مجدد) $A_M (A_R)$

سیستم دینامیک و مقایسه آن با رویکردهای ریاضی و تحقیق در عملیاتی بود. نتایج پژوهش یادشده نشان داد استفاده از رویکرد پیشنهادی به کاهش ۱۶/۲۷ درصدی در هزینه کل زنجیره تأمین منجر می‌شود.

همان‌گونه که گفته شد، در سال‌های اخیر به دلیل پیشرفت فناوری، بازارهای رقابتی شدید و مشتریان سخت‌گیر، کالاها اغلب طول عمری کوتاه دارند؛ به بیان دیگر، در حالت کلی فاسدشدنی هستند. با توجه به اینکه این‌گونه اقلام به‌طور گسترده در جوامع استفاده می‌شوند، مطالعه در زمینه این کالاها و تعیین سیاست بهینه موجودی که موجب کاهش هزینه‌ها و افزایش سوددهی زنجیره شود اهمیت زیادی دارد. همچنین، در پژوهش‌های اندکی زنجیره تأمین رو به جلو و برگشتی به‌طور همزمان بررسی شده است. در این پژوهش، تلاش می‌شود کنترل موجودی کالاهای فسادپذیر در یک زنجیره تأمین حلقه بسته چهارسطحی صورت گیرد که در آن علاوه بر خرده-فروش و تولیدکننده، تأمین‌کننده و جمع‌آوری‌کننده نیز در نظر گرفته شده است.

در شرایط واقعی، هیچ‌گاه تقاضا به صورت قطعی اتفاق نمی‌افتد و همواره نوساناتی در تقاضاهای رسیده به سیستم وجود دارد. از این‌رو، در تحقیق حاضر سعی شده است با شبیه‌سازی واقعیت و نزدیک‌تر شدن به آن، تقاضا در مدل به صورت تصادفی در نظر گرفته شود.

سیستم موجودی به این صورت است که ابتدا مواد اولیه از تأمین‌کننده به تولیدکننده منتقل می‌شود. سپس تولیدکننده، کالای نهایی را به خرده‌فروش تحویل می‌دهد و در نهایت کالا به دست مشتری می‌رسد. در جریان برگشتی، کالاهای مرجوعی، توسط جمع‌آوری‌کننده انباشته می‌شود و مجدداً به تولیدکننده ارسال می‌شود تا در چرخه تولید مجدد قرار بگیرد. در سیستم بیان‌شده، فاسدشدن در همه سطح‌های زنجیره تأمین رخ می‌دهد.

در ادامه، ابتدا مسئله مدل‌سازی می‌شود و سپس الگوریتمی برای به دست آوردن جواب‌های بهینه مدل توسعه می‌یابد. در نهایت، مثالی عددی برای اثبات کارایی مدل و الگوریتم بیان شده، ارائه می‌شود.

TC_c	هزینه کل سالانه	$A_{Mw} (A_{Rw})$	هزینه سفارش دهی برای انبار مواد اولیه (کالای استفاده شده)
تأمین کننده			
A_S	هزینه ثابت برای هر بار سفارش	M	هزینه ثابت برای پردازش سفارش خریدار در هر اندازه
F_S	درصد هزینه نگهداری مواد به ازای هر واحد پول در سال	$F_M (F_{Mw} / F_{Rw})$	درصد هزینه نگهداری سالیانه به ازای هر واحد پول برای کالای نهایی (مواد اولیه / کالای استفاده شده)
P_S	هزینه خرید هر واحد	$P_M (P_R)$	هزینه خرید هر واحد برای تأمین کننده (جمع آوری کننده)
l	تعداد تحویل ها در بازه T_{M1} به تولیدکننده (متغیر تصمیم)	$T_{R1} (T_{R2})$	دوره تولید مجدد (عدم تولید) در هر چرخه تولید مجدد
A_{Sm}	هزینه ثابت برای پردازش سفارش تولیدکننده	$T_{M1} (T_{M2})$	دوره تولید (عدم تولید) در هر چرخه تولید
TC_S	هزینه کل در واحد زمان	$m_r (m_p)$	نرخ تولید (تولید مجدد) جایی که $(m_r > \bar{d}) m_p > \bar{d}$
سایر پارامترها			
θ	نرخ فسادپذیری برای هر کالای نهایی	$m (n)$	تعداد تحویل ها در هر چرخه تولید (تولید مجدد) برای خرده فروش (متغیر تصمیم)
θ_1	نرخ فسادپذیری برای هر ماده اولیه و کالای استفاده شده	$P (R)$	تعداد چرخه های تولید (تولید مجدد) در چرخه مدل
مدل مسئله			
حال با توجه به رابطه ۱ و با در نظر گرفتن تقاضای تصادفی به جای نرخ ثابت از رابطه زیر استفاده شده است:			
$\frac{dI_r(t)}{dt} + \theta I_r(t) = -(D + \varepsilon) \quad 0 \leq t \leq t_0 \quad (2)$			
و در بازه ای که کمبود وجود دارد، سطح موجودی از رابطه ۳ محاسبه می شود:			
$\frac{dI_r(t)}{dt} = -(D + \varepsilon) \quad t_0 \leq t \leq T_r \quad (3)$			
سطح موجودی تولیدکننده در بازه تولیدی به صورت معادله ۴ و در بازه تولید مجدد به صورت معادله ۵ است:			
$\frac{dI_{R1}(t)}{dt} + \theta I_{R1}(t) = m_r - (D + \varepsilon) \quad 0 \leq t \leq T_{R1} \quad (4)$			
$\frac{dI_{R2}(t)}{dt} + \theta I_{R2}(t) = -(D + \varepsilon) \quad 0 \leq t \leq T_{R2} \quad (5)$			
با توجه به شرایط مرزی زیر:			
$I_{R1}(t) = \alpha, \quad t = 0; \quad I_{R2}(t) = \alpha, \quad t =$			
$I_{R1}(T_{R1}) = I_{R2}(0) \text{ و } T_{R2}$			
بر اساس اسپینگل [۳۴]، معادله های دیفرانسیل ۲ تا ۴ به صورت زیر محاسبه می شود:			
u	نرخ بازگشت سالانه	$TC_{Mw} (TC_{Rw})$	هزینه کل تولید (تولید مجدد) سالیانه
A_c	هزینه راه اندازی برای هر بار اجرا برای جمع آوری کننده	TC_m	هزینه کل سالانه
F_c	درصد هزینه نگهداری سالانه به ازای هر واحد پول	N	تعداد تحویل ها به خرده فروش در این چرخه مدل، در حالی که N متغیر صحیح است $N = Rn + Pm$
P_c	هزینه هر واحد بازگشتی	$TC_{Mw} (TC_{Rw})$	هزینه کل تولید (تولید مجدد) سالیانه
k	تعداد تحویل ها در بازه T_{r1} به تولیدکننده (متغیر تصمیم)	TC_m	هزینه کل سالانه
A_{cm}	هزینه ثابت پردازش سفارش تولیدکننده در هر اندازه		
جمع آوری کننده			
u	نرخ بازگشت سالانه		
A_c	هزینه راه اندازی برای هر بار اجرا برای جمع آوری کننده		
F_c	درصد هزینه نگهداری سالانه به ازای هر واحد پول		
P_c	هزینه هر واحد بازگشتی		
k	تعداد تحویل ها در بازه T_{r1} به تولیدکننده (متغیر تصمیم)		
A_{cm}	هزینه ثابت پردازش سفارش تولیدکننده در هر اندازه		

هزینه کل خرده‌فروش

کل هزینه خرده‌فروش (TC_r) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E(TC_r) = \frac{A_r}{T_r} + (F_r + \theta) p_r \bar{I}_r(t) + \frac{P_r(I_r(0) + S)}{T_r} \quad (17)$$

در رابطه ۱۷، هزینه‌ها به ترتیب شامل هزینه سفارش‌دهی، نگهداری، فسادپذیری و هزینه خرید محصولات است. میانگین سطح موجودی تولیدکننده (\bar{I}_m) از رابطه ۱۸ به دست می‌آید.

$$E(\bar{I}_m) = \frac{1}{(m+n)T_r} \left(R \left[\int_0^{T_{R1}} I_{R1}(t) dt + \int_0^{T_{R2}} I_{R2}(t) dt \right] + P \left[\int_0^{T_{M1}} I_{M1}(t) dt + \int_0^{T_{M2}} I_{M2}(t) dt \right] \right) - \bar{I}_r \approx \frac{1}{(m+n)T_r} \left(\frac{R}{2} ((m_r - (D+\mu)T_{R1}^2 + (D+\mu)T_{R2}^2 + \frac{(D+\mu)^2 T_r (2+\theta T_r)(T_{R1}+T_{R2})}{m_r}) + \frac{P}{2} ((m_p - (D+\mu)T_{M1}^2 + (D+\mu)T_{M2}^2 + \frac{(D+\mu)^2 T_r (2+\theta T_r)(T_{M1}+T_{M2})}{m_p})) - \bar{I}_r \right) \quad (18)$$

هزینه کل تولیدکننده

کل هزینه تولیدکننده (TC_m) برابر رابطه ۱۹ است. در رابطه ۱۹، قسمت اول هزینه سفارش‌دهی کالاهای استفاده‌شده، هزینه نگهداری و هزینه فسادپذیری و هزینه خرید آن‌هاست. قسمت دوم هزینه سفارش‌دهی، هزینه نگهداری و هزینه فسادپذیری و هزینه خرید مواد اولیه است. قسمت سوم هزینه نگهداری و هزینه فسادپذیری کالاهای نهایی است. متوسط موجودی جمع‌آوری‌کننده در معادله ۱۹ نشان داده می‌شود:

$$\bar{I}_c \approx \frac{-kRm_r I_R^2 (1 + \frac{1}{3} \theta I_R)}{2T} + \frac{u}{2T} (T_{R2} + mPT_r)(2I_R + T_{R2} + mPT_r) + \frac{R(m_r - u)T_{R1}^2 + (R-1)uT_{R2}^2}{2T} + \frac{uI_R(2 - \theta I_R)(RT_R - T_{R2})}{2T} + \frac{R(R-1)T_R}{4T} [(m_1 - u)T_{R1}(2 + \theta T_{R1}) - uT_{R2}(2 - \theta T_{R2})] \quad (19)$$

هزینه کل جمع‌آوری‌کننده

کل هزینه جمع‌آوری‌کننده در هر واحد زمان برابر با رابطه ۲۰ است.

$$TC_c = P_c(F_c + \theta) \bar{I}_c + \frac{A_c + RkA_{cm}}{T} + uP_c \quad (20)$$

اولین قسمت در رابطه ۲۰، هزینه نگهداری و هزینه

$$I_r(t) = \frac{(D+\varepsilon)}{\theta} [\exp(\theta(t_0 - t)) - 1] \quad 0 \leq t \leq t_0 \quad (6)$$

$$I_{R1}(t) = \frac{m_r - (D+\varepsilon)}{\theta} (1 - \exp(-\theta t)) + \alpha \quad 0 \leq t \leq T_{R1} \quad (7)$$

$$I_{R2}(t) = \frac{(D+\varepsilon)}{\theta} (\exp(\theta T_{R2} - t) - 1) + \alpha \quad 0 \leq t \leq T_{R2} \quad (8)$$

که کل موجودی محصول در $t = 0$ برابر α است و از رابطه ۹ به دست می‌آید:

$$\alpha = \frac{(D+\varepsilon)^2 T_r (2 + \theta T_r)}{2m_r} \quad (9)$$

و در بازه کمبود، میزان کمبود به صورت رابطه ۱۰ است:

$$s(t) = -I(t) = (D+\varepsilon)(t - t_0) \quad t_0 \leq t \leq T_r \quad (10)$$

با استفاده از میسرا [۳۵]، T_M, T_{M1}, T_R, T_{R1} به صورت روابط زیر خواهند بود:

$$T_{R1} \approx \frac{(D+\varepsilon)T_{R2}(2 + \theta T_{R2})}{2(m_r - (D+\varepsilon))} \quad (11)$$

و براساس $T_R = T_{R1} + T_{R2}$ داریم:

$$T_R \approx \frac{T_{R2}(2m_r + (D+\varepsilon)\theta T_{R2})}{2(m_r - (D+\varepsilon))} \quad (12)$$

و به‌طور مشابه

$$T_{M1} \approx \frac{(D+\varepsilon)T_{M2}(2 + \theta T_{M2})}{2(m_p - (D+\varepsilon))} \quad (13)$$

$$T_M \approx \frac{T_{M2}(2m_p + (D+\varepsilon)\theta T_{M2})}{2(m_p - (D+\varepsilon))} \quad (14)$$

مقدار سفارش تحویل‌داده‌شده به خرده‌فروش در $t = 0$ برابر $I_r(0)$ است.

$$E(I_r(0)) = \frac{(D+\mu)}{\theta} (e^{\theta t_r} - 1) \approx \frac{(D+\mu)}{\theta} (\theta T_r + \frac{1}{2} \theta^2 T_r^2) = \frac{(D+\mu)T_r(2 + \theta T_r)}{2} \quad (15)$$

میانگین سطح موجودی خرده‌فروش (\bar{I}_r) برابر است:

$$E(\bar{I}_r) = \frac{1}{T_r} \int_0^{t_0} I_r(t) dt = \frac{(D+\mu)}{T_r \theta^2} [-1 - \theta t_0 + \exp(\theta t_0)] \approx \frac{(D+\mu)}{T_r} (\frac{1}{2} t_0^2 + \frac{1}{6} t_0^3) \quad (16)$$

۱. ابتدا از تابع هزینه خرده‌فروش نسبت به T_r مشتق گرفته و عبارت حاصل برابر صفر قرار داده می‌شود و مقدار T_r از آن به دست می‌آید. مقدار T_r در رابطه ۲۳ جای گذاری می‌شود.

۲. مقدار $P = 1$ و سپس از قسمت هزینه‌های راه‌اندازی و نگهداری تولیدکننده (قسمت آخر معادله ۲۳) نسبت به سه متغیر m , n , R به صورت مستقل مشتق گرفته و عبارات حاصل برابر صفر قرار داده می‌شود. نتیجه یک دستگاه ۳ معادله و ۳ مجهول است که از حل آن، مقادیر سه متغیر بیان شده به دست می‌آید. مقادیر حاصل به بالا یا پایین گرد می‌شود.

۳. از قسمت هزینه‌های کالاهای استفاده شده تابع هزینه تولیدکننده (قسمت دوم معادله ۲۳) نسبت به متغیر k مشتق گرفته می‌شود. عبارت حاصل مساوی صفر قرار داده می‌شود و از حل آن مقدار k به دست می‌آید. این مقدار به بالا یا پایین گرد می‌شود.

۴. از قسمت هزینه‌های مواد اولیه تابع هزینه تولیدکننده (قسمت اول معادله ۲۳) نسبت به متغیر l مشتق گرفته می‌شود. عبارت حاصل برابر صفر و از حل آن l به دست می‌آید. مقدار حاصل به بالا یا پایین گرد می‌شود.

فسادپذیری جمع‌آوری کننده است. قسمت دوم هزینه راه‌اندازی است. قسمت سوم هزینه جمع‌آوری است. میانگین سطح موجودی تأمین کننده (\bar{I}_s) برابر است با:

$$\bar{I}_s = P \left[\int_0^{T_{M1}} I_s(t) dt \right] / T - \bar{I}_{Mw} \approx \frac{Pm(T_{M1}^2 - l_{M1}^2(1 + \frac{1}{3}\theta_{l_{M1}}))}{2T} \quad (21)$$

هزینه کل تأمین کننده

کل هزینه تأمین کننده در واحد زمان برابر است با:

$$TC_s = P_s(F_s + \theta_1)\bar{I}_s + \frac{P(A_c + lA_{sm})}{T} + \frac{PP_s m_p T_{M1}(2 + \theta_{l_{M1}})}{2T} \quad (22)$$

در رابطه ۲۲، قسمت اول هزینه نگهداری و هزینه فسادپذیری تأمین کننده است؛ قسمت دوم، هزینه راه‌اندازی و قسمت سوم، هزینه خرید است.

الگوریتم حل

در این مدل، اجزای زنجیره تأمین مستقل از یکدیگر تصمیم‌گیری می‌کنند؛ بنابراین، تولیدکننده و خرده‌فروش هر کدام به صورت مجزا مقادیر بهینه خود را براساس الگوریتم محاسبه می‌کنند.

$$E(TC_m(P, R, l, k, N)) = \left[\frac{RkA_{Rw}}{T} + \frac{P_R(F_{Rw} + \theta_1)kRm_r l_R^2(1 + \frac{1}{3}\theta_{l_R})}{2T} + \frac{RkP_R m_r l_R(2 + \theta_{l_R})}{2T} \right] + \left[\frac{PlA_{Mw}}{T} + \frac{P_M(F_{Mw} + \theta_1)Plm_p l_M^2(1 + \frac{1}{3}\theta_{l_M})}{2T} + \frac{m_p PP_M l_M l(2 + \theta_{l_M})}{2T} \right] + \left\{ \frac{PA_M + RA_R + (nR + mP)M}{(nR + mP)T_r} + \left[\frac{(F_M + \theta)(P_R Rn + P_M Pm)}{(nR + mP)} \right] \bar{I}_m \right\} \quad (23)$$

۵. با بررسی شرایط زیر، جواب بهینه محلی مسئله به دست می‌آید:

$$TC(P^*, R^*, k^*, l^*, N^* - 1) \geq TC(P^*, R^*, k^*, l^*, N^*) \leq TC(P^*, R^*, k^*, l^*, N^* + 1) \quad (24)$$

$$TC(P^*, R^*, k - 1, l^*, N^*) \geq TC(P^*, R^*, k^*, l^*, N^*) \leq TC(P^*, R^*, k^* + 1, l^*, N^*) \quad (25)$$

$$TC(P^*, R^*, k^*, l - 1, N^*) \geq TC(P^*, R^*, k^*, l^*, N^*) \leq TC(P^*, R^*, k^*, l^* + 1, N^*) \quad (26)$$

$$TC(P^*, R^* - 1, k^*, l^*, N^*) \geq TC(P^*, R^*, k^*, l^*, N^*) \leq TC(P^*, R^* + 1, k^*, l^*, N^*) \quad (27)$$

فاسدشدنی از موضوعات مهمی است که محققان در سال‌های اخیر به آن توجه کرده‌اند.

در این پژوهش، مدلی برای تعیین سیاست موجودی در زنجیره تأمین کالاهای فاسدشدنی شامل تأمین‌کننده، تولیدکننده، جمع‌آوری‌کننده و خرده‌فروش توسعه داده شد. تقاضا در مدل به صورت خطی و احتمالی در نظر گرفته شد. بعد از مدل‌سازی مسئله برای اعضای مختلف زنجیره تأمین، الگوریتمی ابتکاری برای به‌دست‌آوردن جواب‌های بهینه توسعه داده شد. برای اثبات کارایی مدل و الگوریتم ارائه‌شده، مثالی عددی حل شده است.

نتایج مدل نشان می‌دهد در نظر نگرفتن هزینه فاسدشدن در سیستم، موجب خطاهای شایان توجه در برنامه‌ریزی موجودی زنجیره تأمین می‌شود. همچنین، اغلب زنجیره‌های تأمین کالاهای مرجوعی دارند و در نتیجه زنجیره تأمین آن‌ها باید به صورت حلقه بسته باشد و محاسبات مربوط به بهینه‌سازی سیاست‌های موجودی باید با در نظر گرفتن این مسئله انجام گیرد.

پژوهش حاضر از چندین جنبه قابل توسعه است. در این تحقیق، تابع تقاضا به صورت خطی در نظر گرفته شد. می‌توان آن را به صورت نمایی یا خطی وابسته به قیمت و زمان در نظر گرفت. همچنین، در پژوهش می‌توان سیاست‌های مختلف مانند پرداخت‌های معوقه، ارزش زمانی پول یا تبلیغات را لحاظ کرد. در نهایت، استفاده از مدل توسعه‌یافته برای یک نمونه موردی زمینه مناسبی برای تحقیقات آتی است.

۶. مقدار $R = 1$ و مراحل ۲ تا ۵ دوباره انجام می‌گیرد و جواب بهینه محلی مسئله با بررسی رابطه ۲۴ تا ۲۶ و معادله ۲۸ به دست می‌آید:

$$(28)$$

$$TC(P^* - 1, R^*, k^*, l^*, N^*) \leq TC(P^*, R^*, k^*, l^*, N^*) \geq TC(P^* + 1, R^*, k^*, l^*, N^*)$$

۷. حال با توجه به جواب‌های حاصل از دو گام ۵ و ۶، پاسخ با هزینه کمتر به عنوان مقدار بهینه به دست می‌آید.

مثال عددی

برای روشن شدن روش حل و بررسی نتایج یک مثال عددی آورده شده است. به این منظور، از مثال عددی که در پژوهش یانگ (۲۰۱۱) به کار رفته است، با اندکی تغییرات، استفاده می‌شود. توابع و پارامترها به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} D &= 1800, \varepsilon = N(200, 30), A_r = 100, F_r = 0.3, P_c = 175, \\ P_r &= 150, A_M = 750, A_R = 500, \\ A_{Mw} &= 350, A_{Rw} = 350, M = 350, \\ F_M &= 0.3, F_{Mw} = 0.2, F_{Rw} = 0.2, P_M = 115, \\ P_R &= 110, m_p = 5000, m_r = 4000, u = 1500, \\ A_c &= 250, F_c = 0.1, P_c = 70, A_{cm} = 150, A_s = 200, \\ F_s &= 0.3, P_s = 90, A_{sm} = 150, \theta = 0.08, \theta_1 = 0.05, \varepsilon = U(70, 2) \end{aligned}$$

با استفاده از نرم‌افزار Mathematica 9.0.1، مقدار بهینه محاسبه شده است که مقادیر در جدول‌های ۱، ۲ و ۳ مشاهده می‌شود. با توجه به پاسخ‌های به دست آمده از هریک از حالات یک چرخه تولید، یک چرخه تولید مجدد؛ چند چرخه تولید، یک چرخه تولید مجدد و یک چرخه تولید و چند چرخه تولید مجدد و مقایسه آن‌ها، مقدار بهینه با مقادیر زیر به دست آمده است.

$$\begin{aligned} P &= 1, R = 1, k = 1, l = 1, N = 5, n = 3.75, \\ m &= 1.25 \end{aligned}$$

نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی

سخت‌گیر شدن مشتریان موجب شده است امروزه در زنجیره تأمین کالاهای مختلف بخشی از محصولات، کالاهای مرجوعی شوند. مدیریت کالاهای مرجوعی، یکی از چالش‌های مهم در مدیریت موجودی در زنجیره تأمین به حساب می‌آید. این چالش به‌ویژه زمانی که کالا فاسدشدنی باشد، اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. به همین دلیل، تعیین سیاست موجودی در زنجیره تأمین حلقه بسته کالاهای

جدول ۱. مقادیر بهینه در حالت یک چرخه تولید و یک یا چند چرخه تولید مجدد

P=1	حالت مدل	P	R	k	l	N	n	m	TC(T _p)
	یک چرخه تولید-چند چرخه تولید مجدد	۱	۳	۱	۱	۱۷	۶/۳۷۵	۴/۲۵	۶۶۷۷۴۷
یک چرخه تولید-چند چرخه تولید مجدد	۱	۲	۱	۱	۱۸	۳/۷۵	۴/۵	۶۳۰۴۰۷	
یک چرخه تولید-چند چرخه تولید مجدد	۱	۴	۱	۱	۱۸	۳/۳۷۵	۴/۵	۶۳۹۲۰۲	
یک چرخه تولید-چند چرخه تولید مجدد	۱	۳	۱	۱	۱۶	۴	۴	۶۲۳۸۳۵	
یک چرخه تولید-چند چرخه تولید مجدد	۱	۳	۱	۱	۱۷	۴/۲۵	۴/۲۵	۶۳۰۴۷۵	
یک چرخه تولید-چند چرخه تولید مجدد	۱	۲	۱	۱	۱۷	۶/۳۷۵	۴/۲۵	۶۲۸۸۴۳	
یک چرخه تولید-چند چرخه تولید مجدد	۱	۴	۲	۱	۱۷	۳/۱۸۸	۴/۲۵	۶۳۲۲۴۳	
یک چرخه تولید-چند چرخه تولید مجدد	۱	۳	۲	۱	۱۶	۴	۴	۶۲۴۸۵۵	
یک چرخه تولید-چند چرخه تولید مجدد	۱	۳	۱	۲	۱۶	۴	۴	۶۲۶۳۱۵	

جدول ۲. مقادیر بهینه در حالت یک چرخه تولید مجدد و یک چرخه تولید

R=1	حالت مدل	P	R	k	L	N	n	m	TC(T _p)
	یک چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۱	۱	۱	۱	۶	۴/۵	۱/۵	۵۷۷۹۸۶
یک چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۱	۱	۱	۱	۵	۳/۷۵	۱/۲۵	۵۷۷۷۵۸	
یک چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۱	۱	۱	۱	۷	۵/۲۵	۱/۷۵	۵۷۹۳۸۵	
یک چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۱	۱	۱	۱	۸	۶	۲	۵۸۱۶۶۷	
یک چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۱	۱	۱	۱	۹	۶/۷۵	۲/۲۵	۵۸۴۶۷۱	
دو چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۲	۱	۱	۱	۸	۶	۱	۵۸۷۴۰۰	
یک چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۱	۱	۲	۱	۶	۴/۵	۱/۵	۵۸۰۴۲۰	
یک چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۱	۱	۱	۲	۶	۴/۵	۱/۵	۶۲۰۲۲۶	

جدول ۳. مقادیر بهینه در حالت یک چرخه تولید مجدد و چند چرخه تولید

R=1	حالت مدل	P	R	k	l	N	n	m	TC(T _p)
	چند چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۲	۱	۱	۱	۸	۶	۱	۵۸۷۴۰۰
چند چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۳	۱	۱	۱	۷	۳/۲۵	۱/۲۵	۶۳۴۵۰۰	
چند چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۴	۱	۱	۱	۶	۲	۱	۶۵۲۵۵۷	
چند چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۳	۱	۱	۱	۷	۲/۵	۱/۵	۶۴۶۷۸۹	
چند چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۲	۱	۱	۱	۵	۲/۵	۱/۲۵	۵۹۸۷۶۵	
چند چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۲	۱	۱	۱	۶	۳	۱/۵	۶۰۴۵۳۷	
چند چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۲	۱	۲	۱	۷	۳/۵	۱/۷۵	۶۲۳۷۸۹	
چند چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	۲	۱	۱	۲	۶	۳/۵	۱/۷۵	۶۲۰۲۲۶	

مراجع

1. Guo, C. and Li, X. (2014). "A multi-echelon inventory system with supplier selection and order allocation under stochastic demand", *Int. J. Production Economics*, Vol. 151, PP. 37- 47.
2. Yang, P. C., Wee, H. M., Chung, S. L., Ho, P. C. (2010). "Sequential and global optimization for a closed-loop deteriorating inventory supply chain", *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 52, No. 1-2, PP. 161- 176.
3. Schrady, D. A. (1967). "Adeterministic inventory model for repairable items", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 14, No. 3, PP. 391- 398.
4. Chung, S. L., Wee, H. M. and Yang, P. C. (2008). "Optimal policy for a closed-loop supply chain inventory system with remanufacturing", *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 48, No. 5- 6, PP. 867- 881.
5. Jaber, M. Y. and Saadany, A. M. A. E. (2009). "The production, remanufacture and waste disposal model with lost sales", *International Journal of Production Economics*, Vol. 120, No. 1, PP. 115- 124.
6. Widyadana, G. A. and Wee, H. M. (2012). "An economic production quantity model for deteriorating items with multiple production setups and rework", *International Journal of Production Economics*, Vol. 138, No. 1, PP. 62– 67.
7. Aliyu, M. D. S. and Boukas, E. K. (1998). "Discrete-time inventory models with deteriorating items", *International Journal of Systems science*, Vol. 29, No. 9, PP. 1007- 1014.
8. Pakkala, T. P. M. and Achary, K. K. (1991). "A two warehouse probabilistic order level inventory model for deteriorating items", *Journal of Operational Research Society*, Vol. 42, No. 12, PP. 1117- 1122.
9. Shah, N. H. (1998). "A discrete-time probabilistic inventory model for deteriorating items under a known price increase", *International Journal of Systems Science*, Vol. 29, No. 8, PP. 823- 827.
10. Aggoun, L., Benkherouf, L. and Tadj, L. (2000). "Stochastic Jump inventory model with deteriorating items", *Stochastic Analysis and Applications*, Vol. 18, No. 1, PP. 1- 10.
11. Benkherouf, L., Aggoun, L. and Tadj, L. (1999). "On the optimal EOQ for a stochastic jump inventory model with deteriorating items", *Journal of Statistical Research*, Vol. 33, No. 1, PP. 1- 8.
12. Chen X., and Simchi Levi, D. (2004). "Coordinating inventory control and pricing strategies with random demand and fixed ordering cost the finite horizon case", *Operations Research*, Vol. 52, No. 6, PP. 887– 896.
13. Zhang J. L., Chen J. and Lee C. Y. (2008). "Joint optimization on pricing, promotion and inventory control with stochastic demand", *Int J Prod Econ*. Vol. 116, No. 2, PP. 190– 198.
14. Maihami, R. and Karimi, B. (2014). "Optimizing the pricing and replenishment policy for non-instantaneous deteriorating items with stochastic demand and promotional efforts", *Computers & Operations Research*, Vol. 51, PP. 302– 312.
15. Whitin, T. M. (1957). *Theory of inventory management*, Princeton University Press, Princeton, NJ.
16. Ghare, P. N. and Schrader, G. F. (1963). "A model for exponentially decaying inventories", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 15, PP. 238- 243.
17. Ouyang, L. Y., Wu, K. S. and Yang, C. T. (2006). "A study on an inventory model for non- instantaneous deteriorating items with permissible delay inpayments", *Comput Ind Eng*, Vol. 51, No. 4, PP. 637– 651.
18. Yang, C., Te, Quyang, L. Y. and Wu, H. H. (2009). "Retailers optimal pricing and ordering policies for Non-instantaneous deteriorating items with price-dependent demand and partial backlogging", *Math Prob Eng*, Vol. 2009.
19. Maihami, R. and Nakhai, I. (2012). "Joint pricing and inventory control for non- instantaneous deteriorating items with partial backlogging and time and price dependent demand", *Int J Prod Econ*, Vol. 136, No. 1, PP. 116– 122.
20. Wee, H. M., Lee, M. C., Yu, J. C. P. and Edward Wang, C. (2011). "Optimal replenishment policy for a deteriorating green product: Life cycle costing analysis", *International Journal of Production Economics*, Vol. 133, No. 2, PP. 603- 611.
21. Sazvar, Z., Mirzapour Al-e-hashem, S. M. J., Baboli, A. and Akbari Jokar, M. R. (2014). "A bi-objective stochastic programming model for a centralized green supply chain with deteriorating products", *International Journal of Production Economics*, Vol. 150, No. 0, PP. 140- 154.
22. Moussawi-Haidar, L., Dbouk, W., Jaber, M. Y. and Osman, I. H. (2014). "Coordinating a three-level supply chain with delay in payments and a discounted interest rate", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 69, PP. 29- 42.
23. Kapoor, S. (2014). "An inventory model for non-instantaneous deteriorating products with price and time dependent demand", *Mathematical Theory and Modeling*, Vol. 4, No. 10, PP. 160– 168.
24. Tat, R., Taleizadeh, A. A. and Esmacili, M. (2015). "Developing economic order quantity model for non-

- instantaneous deteriorating items in vendor-managed inventory (VMI) system", *International Journal of Systems Science*, Vol. 46, No. 7, PP. 1257- 1268.
25. Chakraborty, D., Jana, D. K. and Roy, T. K. (2015). "Multi-item integrated supply chain model for deteriorating items with stock dependent demand under fuzzy random and bifuzzy environments", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 88, PP. 166- 180.
 26. Ghiami, Y. and Williams, T. (2015). "A two-echelon production-inventory model for deteriorating items with multiple buyers", *International Journal of Production Economics*, Vol. 159, PP. 233- 240.
 27. Geetha, K. and Udayakumar, R. (2016). "Optimal lot sizing policy for non-instantaneous deteriorating items with price and advertisement dependent demand under partial backlogging", *International Journal of Applied and Computational Mathematics*, Vol. 2, No. 2, PP. 171- 193.
 28. Maihami, R., Karimi, B. and Fatemi Ghomi, S. M. T. (2016). "Effect of two-echelon trade credit on pricing-inventory policy of non-instantaneous deteriorating products with probabilistic demand and deterioration functions", *Annals of Operations Research*, Vol. 239, No. 2, PP. 1- 37.
 29. Bai, Q., Xu, X., Xu, J. and Wang, D. (2016). "Coordinating a supply chain for deteriorating items with multi-factor-dependent demand over a finite planning horizon", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 40, No. 21-22, PP. 9342–9361.
 30. Priyan, S. and Uthayakumar, R. (2016). "Economic design of an inventory system involving probabilistic deterioration and variable setup cost through mathematical approach", *International Journal of Mathematics in Operational Research*, Vol. 8, No. 3, PP. 312- 341.
 31. Sarker, B. R. and Wu, B. (2016). "Optimal models for a single-producer multi-buyer integrated system of deteriorating items with raw materials storage costs", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 82, No. 1, PP. 49- 63.
 32. Aljazzar, S. M., Jaber, M. Y. and Moussawi-Haidar, L. (2016) "Coordination of a three-level supply chain (supplier–manufacturer–retailer) with permissible delay in payments", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 3, No. 3, PP. 176-188.
 33. Chen, Z. and Sarker, B. R. (2017). "Integrated production-inventory and pricing decisions for a single-manufacturer multi-retailer system of deteriorating items under JIT delivery policy", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 89, No. 5-8, PP. 2099–2117 .
 34. Spiegel, M. R. (1960). "Applied Differential Equations, Prentice-Hall", *Englewood Cliffs, NJ*.
 35. Misra, R. B. (1975). "Optimal production lot size model for a system with deteriorating inventory", *International Journal of Production Research*, Vol. 13, No. 5, PP. 495- 505.
-