

### 3D Numerical Modeling of Subsurface Flow through Rock Drains and Evaluation of Analytical Solutions

ESHAGH ANSARI<sup>\*1</sup>, MOHSEN MASOUDIAN<sup>2</sup>, MOHAMMAD SEDGHI-ASL<sup>3</sup>

1. PhD Student of Water Engineering Department, Faculty of Agricultural Engineering, Agricultural and Natural resources University of Sari, Sari, Iran

2. Associate Professor of Water Engineering Department, Faculty of Agricultural Engineering, Agricultural and Natural resources University of Sari, Sari, Iran

3. Associate Professor of Soil Science Department, Faculty of Agriculture, Yasouj University, Yasouj, Iran

(Received: Nov. 4, 2018- Revised: Dec. 1, 2018- Accepted: Dec. 5, 2018)

#### ABSTRACT

In this paper, subsurface flow profiles through coarse porous media have been simulated using a 3-D numerical model with and without surface discharge and their results have been compared with experimental data as well as with analytical solutions. SEEP/3D model, which is based on the finite element method, was used to simulate subsurface flow. The experimental model was consisted of coarse porous media with 6.4 m in length, 0.8 m in width and 1 m in height. The experiments were performed for different boundary conditions with two bed slopes of 4 and 20.3 %. The simulated data of watertable profiles and seepage discharges were compared with those corresponding experimental data. In no recharge conditions with 4% slope, the numerical data were compared with both experimental and analytical data indicating that the numerical results underestimated the watertable profiles as compared to the experimental ones. The results was better for the 20.3%-slope. In surface recharge condition, the numerical results only compared with analytical solution of Bear (1972), and the results indicated underestimation as compared to the experimental data.

**KeyWords:** porous media, SEEP/3D, watertable, experimental model, analytical model.

---

\* Corresponding Author's Email: [Ansari.Eshagh@yahoo.com](mailto:Ansari.Eshagh@yahoo.com)

## مدل سازی سه بعدی جریان زیرسطحی و ارزیابی روش های تحلیلی جریان در زهکش های سنگ ریز

اسحاق انصاری<sup>۱\*</sup>، محسن مسعودیان<sup>۲</sup>، محمد صدقی اصل<sup>۳</sup>

۱. دانشجوی دکتری گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی زراعی، دانشگاه کشاورزی و منابع طبیعی ساری، ساری، ایران

۲. دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی زراعی، دانشگاه کشاورزی و منابع طبیعی ساری، ساری، ایران

۳. دانشیار گروه علوم خاک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۸/۱۳ - تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۹/۱۰ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۷/۹/۱۴)

### چکیده

در این مقاله نیمرخ های جریان های زیرسطحی در محیط های متخلخل درشت دانه در دو حالت تغذیه و بدون تغذیه با استفاده از یک مدل عددی سه بعدی شبیه سازی و سپس با داده های آزمایشگاهی و مدل های تحلیلی مورد مقایسه قرار گرفت. با استفاده از مدل عددی SEEP/3D که مبتنی بر روش اجزای محدود می باشد، شبیه سازی عددی جریان صورت گرفته است. مدل آزمایشگاهی شامل یک محیط متخلخل درشت دانه به طول ۶/۴ متر، عرض ۰/۸ متر و ارتفاع ۱ متر بوده که برای شرایط مرزی مختلف و دو شیب، ۴ و ۲۰/۳ درصد اجرا و نیمرخ های جریان اندازه گیری شدند. نتایج اندازه گیری شده با نتایج حاصل از مدل های عددی و تحلیلی مقایسه گردید. در حالت بدون تغذیه برای مقایسه مدل عددی از داده های مدل آزمایشگاهی و نتایج روش های تحلیلی استفاده گردید که در این حالت پروفیل خط فریاتیکی مدل عددی نسبت به آزمایشگاهی در حالت شیب ۴ درصد کمبرآورد و در شیب ۲۰/۳ درصد، نتایج عددی به مراتب بهتر مدل سازی شده است. برای مقایسه داده های مدل عددی در شرایط تغذیه تنها از مدل تحلیلی Bear (1972) استفاده گردید و نتایج حاصل از قیاس، کم برآوردی مدل عددی را نشان داده است.

واژه های کلیدی: محیط متخلخل، مدل SEEP/3D، نیمرخ جریان، مدل آزمایشگاهی و مدل تحلیلی

### مقدمه

حرکت آب در لایه های زیرزمینی و بالا آمدن سطح آب در نقاط مختلف خاک یکی از مسائل بسیار مهم در زمینه های مختلف مهندسی، سدسازی و غیره محسوب می شود. در خصوص جریان های زیرسطحی و بررسی نیمرخ سطح آب تحقیقاتی صورت گرفته است که تقریباً تمام این تحقیقات با در نظر گرفتن محیط های ریزدانه با نفوذپذیری پایین یا به اصطلاح محیط های دارسی بوده است. همان طور که می دانیم بسیاری از جریان های عبوری از مصالح درشت دانه دارای نفوذپذیری بالا و شرایط غیرداری بوده که برآورد پروفیل سطح آب نیاز به دقت بیشتری دارد، زیرا تخمین نامناسب نیمرخ سطح آب می تواند خسارات جبران ناپذیری به بار آورد.

Jager (1956) به ارایه ی روابط تحلیلی بر اساس فرضیات

دوپوئی - فرشهایمیر برای جریان ماندگار در آبخوان باز برای حالت بدون تغذیه سطحی پرداخت. Chapman (1957) بیان کرد که رابطه ارائه شده توسط دوپوئی - فرشهایمیر ارتفاع

صحيح سطح آب زیرزمینی رو به دست نمی دهد. وی عقیده داشت در فرضیات دوپوئی - فرشهایمیر جریان تماماً افقی فرض شده و از مؤلفه عمودی سرعت و در نتیجه از وجود سطح تراوش در دیواره ی نهر پایین دست صرف نظر شده است. Childs (1971) به بررسی زهکشی آب زیرزمینی مستقر بر سطح شیب دار در دو حالت حضور و عدم حضور تغذیه سطحی به کمک روش های تقریبی و انتگرال های عددی با الهام گرفتن از تقریب دوپوئی - فرشهایمیر در شرایط جریان ماندگار همت گماشته است. وی در تحقیق خود به ارائه روابطی تقریبی برای جریان آب زیرزمینی پرداخته و به کمک رسم نمودارهایی سعی در بیان راه حل ها داشته است. Bear (1972) به ارائه روابط تحلیلی دوپوئی مربوط به جریان آب های زیرزمینی در دو حالت حضور و عدم حضور تغذیه سطحی پرداخت. این روابط نشان می دهد که تقریب دوپوئی از جمله قوی ترین ابزارها برای پرداختن به جریان های آزاد می باشد. Chapman (1980) با مدل کردن جریان آب زیرزمینی بر روی بسترهای شیب دار و با الهام از تقریب دوپوئی - فرشهایمیر و بسط روابط به دست آمده توسط Childs (1971) به ارائه مدل تقریبی سه بعدی و یک رابطه جدید پرداخته است. Bordier and Zimmer (2000) به طور

\* نویسنده مسئول: Ansari.Eshagh@yahoo.com

برای شرایط جریان با حضور تغذیه، داده آزمایشگاهی موجود نبود و مدل‌سازی جریان صورت گرفت و با نتایج کار Bear (1972) مقایسه گردید. در انتها نقاط قوت و ضعف هر روش مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

## مواد و روش‌ها

### مدل عددی

برای تحلیل نیمرخ جریان از بدنه محیط متخلخل درشت‌دانه مطابق با شرایط پیش‌بینی شده برای مدل آزمایشگاهی از نرم‌افزار SEEP/3D استفاده شده است. برای مدل‌سازی جریان درون محیط متخلخل درشت‌دانه توسط این برنامه باید نقاط مختلف و شکل هندسی تمام اجزای آن و نیز تراز آب بالادست و پایین‌دست به صورت مختصات کارترین، به برنامه معرفی شوند. همچنین باید ضریب هدایت هیدرولیکی (K) محیط متخلخل به برنامه معرفی گردد.

وضعیت هندسی محیط متخلخل به طور کامل به برنامه معرفی شده و اجزای محیط با دقت مناسب المان‌بندی گردیدند. جریان درون یک خاک‌ریز، سد و یا مصالح درشت‌دانه را می‌توان ماندگار فرض کرد و بر اساس قوانین ریاضی و محاسبات عددی، معادله لاپلاس سه‌بعدی را با فرم زیر حل نمود.

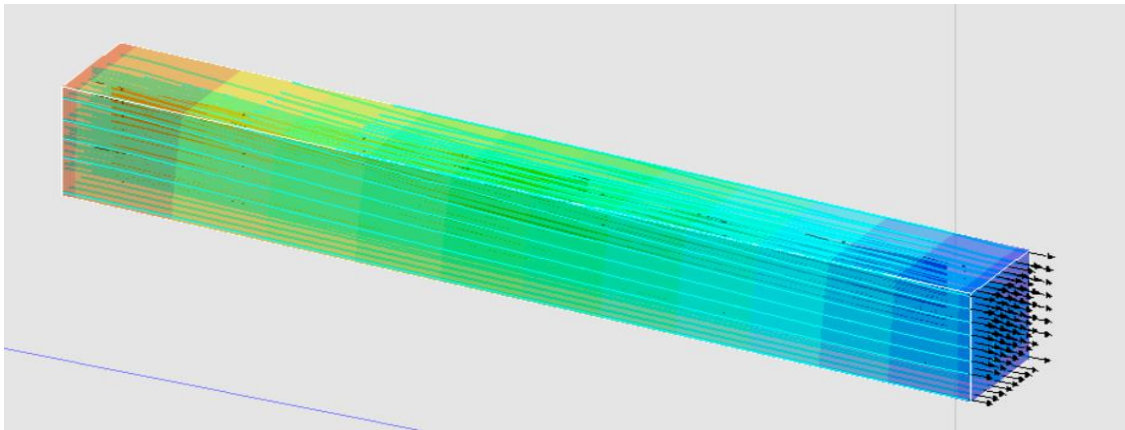
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{رابطه ۱})$$

که در آن  $\phi$  بار آبی و  $x, y$  و  $z$  مختصات نقاط می‌باشند. با مشخص نمودن شرایط مرزی و فرض مقادیری برای  $\phi$ ، معادله لاپلاس حل می‌گردد. در این مقاله شرایط مرزی بالادست و پایین‌دست برای کلیه مدل‌های عددی مطابق مدل آزمایشگاهی تعریف شده و به ازای آن‌ها خط فریاتیکی به وسیله نرم‌افزار شبیه‌سازی گردید.

برای مدل‌سازی جریان ابتدا بهینه‌سازی مدل عددی با افزایش تعداد المان‌ها انجام و در نهایت با تعداد ۲۷۰۰ المان بهینه‌سازی انجام گردید. به این صورت که افزایش تعداد المان‌ها، دیگر تأثیری بر تحلیل مسئله وارد نمی‌کرد. سایر پارامترها و ابعاد عیناً همانند خصوصیات مدل آزمایشگاهی لحاظ شدند. قطر متوسط مصالح مورد استفاده در محیط متخلخل ۷/۸ سانتی‌متر، تخلخل مصالح (n) به طریق روش مستقیم آزمایشگاهی ۴۴ درصد و هدایت هیدرولیکی ۰/۳۹ متر بر ثانیه تعیین شد. نهایتاً مدل عددی برای دو شیب ۴ و ۲۰/۳ درصد در دو حالت تغذیه و بدون تغذیه تحت اثر شرایط مرزی مختلف بررسی شده است. شکل (۱) تصویری از مدل‌سازی انجام شده برای شیب ۴ درصد تحت اثر شرایط مرزی را نشان می‌دهد.

آزمایشی به بررسی دو قانون فرشه‌ایمر و ایزباش برای معادله حرکت جریان در مواد درشت‌دانه شنی و محصولات ژئوسنتیک پرداخت. در واقع هدف از تحقیق آن‌ها مقایسه‌ی پیش‌بینی رفتار داری و غیرداری و همچنین پیش‌بینی عملکرد زهکشی مصالح مختلف درشت‌دانه بود. (Castro-Orgaz et al. (2012) با ارزیابی راه‌حل دوبعدی که بر پایه تکنیک پیکارد به کار می‌رود معادله دیفرانسیل مرتبه دومی برای حل مسئله‌ی تغذیه سطحی به دست آوردند. ایشان بر پایه این راه حل، مدل تحلیلی اصلاح شده دوپوئی - فرشه‌ایمر را با راه حل دوبعدی مسئله مقایسه کردند. (Castro - Orgaz et al. (2013) به ارائه رابطه‌ای برای حالت بدون تغذیه سطحی به وسیله‌ی معادلات دوپوئی - فاور، به دست آمده از معادلات لاپلاس، در مختصات منحنی‌الخط (که با به توان بردن بعضی از ترم‌های آن به دست آمده است) پرداختند. ایشان با استفاده از این معادلات بیان کردند که معادلات دوپوئی - فرشه‌ایمر فرم خاصی از روابط عمومی با محدودیت فراتر از شیب‌های محلی کوچک و خطوط جریان افقی می‌باشند. (Sedghi-Asl et al. (2014) با انجام مطالعات آزمایشگاهی به ارائه روابط تحلیلی برای جریان داری و غیرداری پرداختند. ایشان در این تحقیق موفق به یافتن عمق نرمال جریان درون خاک‌ریز و همچنین رابطه‌ی میان عمق نرمال و طول محیط خاک‌ریز شدند. (Salahinia (2015) در یک تحقیق آزمایشگاهی به وسیله یک فلوم با طول، عرض و ارتفاع به ترتیب ۲/۲، ۰/۴ و ۰/۸ متر، دبی جریان و نیم‌رخ نشت را برای سه نوع مصالح ریزدانه، درشت‌دانه و مخلوط و سه شیب بستر افقی، ملایم و تند در حضور تغذیه سطحی بررسی نمود. این مدل در حضور شیب بستر و بارش سطحی قادر به پاسخگویی روابط تحلیلی نبوده که علت آن کوچک بودن ابعاد فلوم گزارش گردید. (Sedghi- Asl and Ansari (2016) به ارائه رابطه‌ای تحلیلی برای جریان ساده کاملاً توسعه یافته‌ی متلاطم (آشفته) طبق نظریه‌ی دوپوئی - فرشه‌ایمر پرداختند. ایشان در تحقیق خویش حالت بی‌بعد رابطه را برای نشان دادن دقت راه حل ارائه کردند.

تاکنون مدل‌سازی عددی سه‌بعدی جریان در خصوص جریان‌های غیرداری در محیط‌های درشت‌دانه صورت نگرفته است و همچنین بین نتایج روش‌های تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی مقایسه‌ای صورت نگرفته است. در این پژوهش برای اولین بار مدل‌سازی عددی سه‌بعدی جریان با استفاده از مدل SEEP/3D در زهکش‌های سنگ‌ریز صورت می‌گیرد. سپس نتایج حاصل از مدل سه‌بعدی با نتایج روش‌های تحلیلی موجود در مراجع و داده‌های آزمایشگاهی مقایسه و ارزیابی می‌گردد.



شکل ۱. تصویری از هندسه شبیه‌سازی محیط متخلخل برای شیب ۴ درصد

که در آن:  $h_0$  عمق نرمال (متر)،  $h_1$  عمق بالادست (متر)،  $h_2$  عمق پایین‌دست (متر)،  $\theta$  زاویه بستر (درجه) و  $L$  طول بستر (متر) می‌باشد.

برای مقایسه مدل عددی در حالت تغذیه از مدل تحلیلی Bear (1972) استفاده شده است که در ذیل تشریح شده است.

$$h = \left[ h_0^2 - \left( \frac{h_0^2 - h_1^2}{L} \right) x + \frac{N}{K} (L - x)x \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{رابطه ۷})$$

که در آن:  $h_0$  عمق بالادست (متر)،  $h_1$  عمق پایین‌دست (متر)،  $L$  طول بستر (متر)،  $N$  تغذیه سطحی (متر/ثانیه)،  $K$  ضریب هدایت هیدرولیکی (متر/ثانیه)،  $x$  فاصله هر نقطه نسبت به بالادست (متر)،  $h$  ارتفاع مربوط به هر نقطه (متر) است.

### نتایج و بحث

در این بخش از مقاله به ارزیابی نتایج مدل عددی و مقایسه آن‌ها با داده‌های آزمایشگاهی و مدل‌های تحلیلی پرداخته می‌شود. در این مقایسه نقاط ضعف و قوت مدل عددی مشخص شده و مقدار خطای حاصله از مدل عددی برای شرایط مختلف هیدرولیکی (شرایط مرزی) با استفاده از تابع هدف نرمال ( $NOF$ ) مشخص و ارائه می‌گردد.

$$NOF = \frac{RMSE}{X} \quad (\text{رابطه ۸})$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}{N}} \quad (\text{رابطه ۹})$$

$$X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (\text{رابطه ۱۰})$$

که در آن:  $RMSE$  نسبت میانگین مجذور خطا،  $N$  تعداد داده‌های عددی،  $x$  میانگین داده‌های عددی،  $x_i$  مقدار داده‌های عددی،  $y_i$  مقدار داده‌های آزمایشگاهی یا تحلیلی است.

هر چه  $NOF$  بیشتر باشد بیانگر اختلاف بیشتر و هر چه  $NOF$  کمتر و به صفر نزدیک‌تر باشد بیانگر همبستگی بالای بین نتایج عددی با آزمایشگاهی یا تحلیلی می‌باشد. در بخش‌های زیر برای هر یک از دو شیب طولی کانال، در دو حالت تغذیه و

### مدل آزمایشگاهی

این مدل آزمایشگاهی که برای صحت سنجی، تجزیه و تحلیل پروفیل‌های جریان و مقدار جریان عبوری درون زهکش‌های سنگ‌ریز می‌باشد توسط Sedghi-Asl (2009) در دانشگاه اشتوتگارت آلمان طراحی شده است. این مدل به صورت یک کانال آزمایشگاهی به ابعاد، طول مؤثر ۶/۴ متر، عرض ۰/۸ متر و ارتفاع ۱ متر ساخته شده است.

### روابط تحلیلی

همان‌طور که در ابتدای مقاله بیان شد برای مقایسه مدل عددی در دو حالت تغذیه و بدون تغذیه از مدل‌های تحلیلی دیگر محققان استفاده شده است. در حالت بدون تغذیه علاوه بر مدل آزمایشگاهی از روابط تحلیلی Jager (1956) و روابط Sedghi-Asl and Ansari (2016) استفاده شده که در زیر تشریح شده است.

رابطه ارائه شده توسط Jager (1956) برای جریان ماندگار در آبخوان آزاد برای حالت بدون تغذیه به صورت زیر می‌باشد.

$$h^2 = h_0^2 - \left( \frac{h_0^2 - h_1^2}{L} \right) x \quad (\text{رابطه ۲})$$

که در آن:  $h_0$  عمق بالادست (متر)،  $h_1$  عمق پایین‌دست (متر)،  $L$  طول بستر (متر) و  $x$  فاصله هر نقطه نسبت به بالادست (متر) است.

رابطه ارائه شده توسط Sedghi-Asl and Ansari (2016) در حالت بدون تغذیه به شرح ذیل می‌باشد.

$$\frac{L \cdot \tan \theta}{h_0} = \frac{1}{\cos \theta} \left[ \eta_2 - \eta_1 + \frac{\cos \theta}{2} \cdot \ln \left[ \frac{1 - \eta_1}{1 + \eta_1} / \frac{1 - \eta_2}{1 + \eta_2} \right] \right] \quad (\text{رابطه ۳})$$

$$\phi(\eta) = \frac{1}{\cos \theta} \left[ \eta + \frac{\cos \theta}{2} \cdot \ln \left( \frac{1 - \eta}{1 + \eta} \right) \right] \quad \eta < 1 \quad (\text{رابطه ۴})$$

بنابراین رابطه (۳) به صورت زیر در می‌آید.

$$\frac{L \cdot \tan \theta}{h_0} = \phi(\eta_2) - \phi(\eta_1) \quad (\text{رابطه ۵})$$

$$\eta = \frac{h}{h_0} \quad \eta_1 = \frac{h_1}{h_0} \quad \eta_2 = \frac{h_2}{h_0} \quad (\text{رابطه ۶})$$

شیب ۴ درصد بدون تغذیه

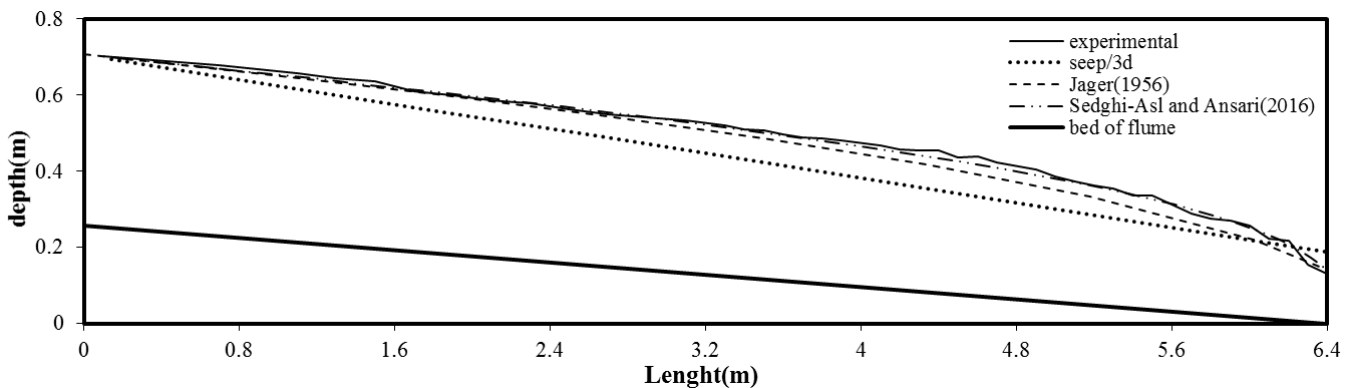
به منظور پیش‌گیری از طولانی شدن مقاله، مقایسه گرافیکی نیمرخ سطح آب فقط برای یکی از شرایط مرزی ارائه می‌شود. شکل (۲.الف) خط فریاتیکی داده‌های مدل عددی را نسبت به مدل آزمایشگاهی و مدل‌های تحلیلی نشان می‌دهد. بنابراین نتیجه‌ای که از مدل‌سازی شیب ۴ درصد بدون تغذیه به دست آمد این بود که خط فریاتیکی برای هر دو حالت انجام شده پایین‌تر از مقدار آزمایشگاهی و تحلیلی به دست آمد. نکته مهم-تر این است که خط فریاتیکی مدل عددی در ابتدا و انتهای محیط جریان دارای کمترین خطا و در محدوده میانی دارای بیشترین خطا بوده که شکل (۲.ب) بیانگر این موضوع است.

بدون تغذیه و تحت تأثیر شرایط مرزی‌های مختلف، نتایج شامل مقایسه گرافیکی نیمرخ طولی سطح آب و جدول درصد خطا ارائه می‌شود.

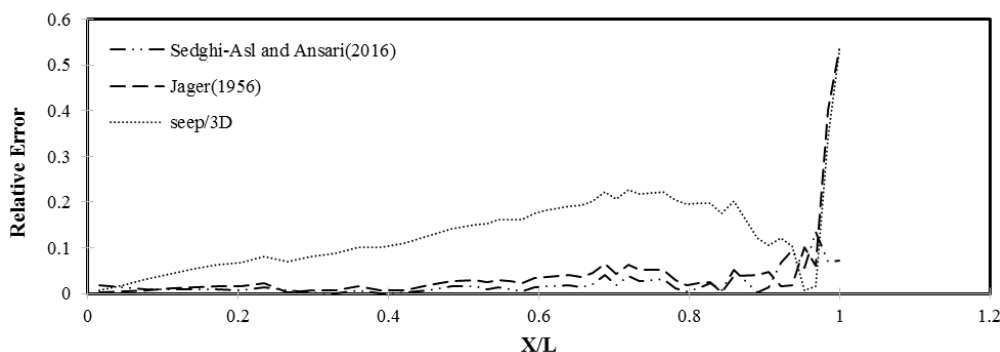
علاوه بر این برای توزیع و پراکندگی مقدار خطا در هر نقطه از طول مسیر برای حالت بدون تغذیه از رابطه خطای نسبی (Relative Error) استفاده شده است.

$$RE = \frac{|h_A - h_E|}{h_E} \quad (\text{رابطه ۱})$$

که در آن:  $h_A$  مقدار عمق جریان مدل عددی یا مدل‌های تحلیلی (ریاضی) دیگر محققان،  $h_E$  مقدار عمق جریان مدل آزمایشگاهی است. هر چه  $RE$  بیشتر باشد بیانگر تفاوت بالای نتایج مدل عددی یا تحلیلی با نتایج مدل آزمایشگاهی می‌باشد و هر چه  $RE$  کمتر و به صفر نزدیک‌تر باشد بیانگر همبستگی بالا با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد.



شکل ۲. الف. مقایسه نیمرخ خط فریاتیکی مدل عددی با آزمایشگاهی و تحلیلی برای شیب ۴ درصد بدون تغذیه



شکل ۲. ب. ترسیم گرافیکی خطای نسبی نیمرخ خط فریاتیکی نسبت به طول مسیر جریان

جدول (۱) میزان خطای NOF بین نیمرخ آزمایشگاهی با مدل عددی و تحلیلی در حالت بدون تغذیه و در دو شرایط مرزی مختلف در شیب ۴ درصد را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است درصد خطا در مدل SEEP/3D نسبت به مدل‌های تحلیلی بیشتر می‌باشد که حدود ۱۴/۵ درصد خطا را نشان می‌دهد و کمترین خطا در برآورد پروفیل خط فریاتیکی مربوط به مدل

Sedghi- Asl and Ansari (2016) است. وقتی اختلاف تراز آب بالادست و پایین‌دست زیاد می‌شود درصد خطا بالا می‌رود. رابطه Jager (1956) بر اساس فرضیات جریان خطی و دارسی استوار است و به همین خاطر نسبت به روش Sedghi- Asl and Ansari (2016) که مبتنی بر فرضیات غیردارسی است دقت کمتری دارد. براساس تحقیقات انجام شده جریان در مصالح درشت‌دانه بزرگ‌تر

از ۰/۲۵ سانتی‌متر از حالت داری انحراف داشته و عملاً غیرخطی می‌شود (Sedghi- Asl *et al.*, 2014).

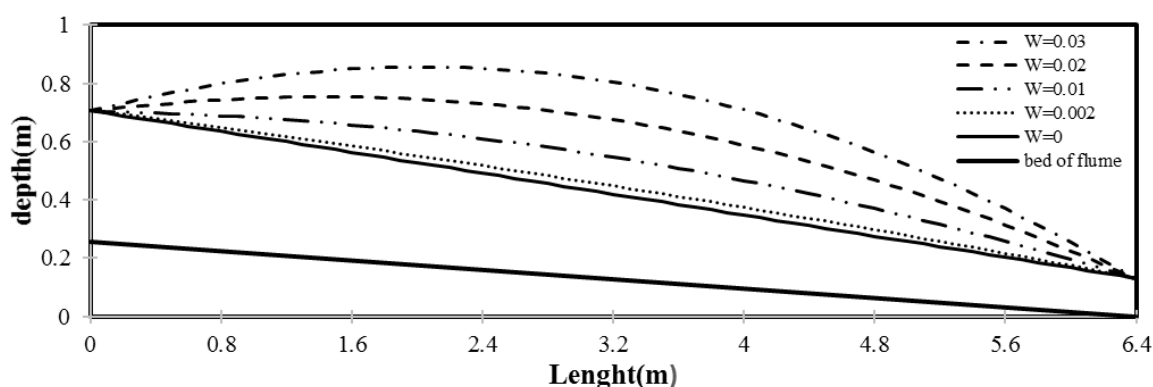
### تحلیل حساسیت پارامترهای مدل عددی

در مسئله جریان زیرسطحی با حضور تغذیه دو پارامتر مهم وجود دارند که بر رفتار جریان (خط نشت و دبی جریان) اثر می‌گذارند؛ هدایت هیدرولیکی محیط (K) و شدت تغذیه (W). هدایت هیدرولیکی برای یک محیط تقریباً ثابت است و به خصوصیات محیط از جمله قطر ذرات، نفوذپذیری ذاتی محیط، چگالی و لزجت آب بستگی دارد. چون این مقادیر در پژوهش

حاضر ثابت هستند پس این ضریب دارای تغییرات کمتری است. شدت تغذیه به دلیل اینکه تابع ریزش‌های جوی است بنابراین تغییرات بیشتری نسبت به هدایت هیدرولیکی دارد. در اینجا حساسیت پارامتر تغذیه و هدایت هیدرولیکی در مدل‌سازی اعمال شد و نتایج نشان داد که شدت تغذیه برای مقادیر کمتر از ۰/۰۰۲ تغییر در خط نشت مدل عددی ایجاد نمی‌کند ولی در نسبت‌های بزرگ‌تر از ۰/۰۰۲ موجب تغییر در خط نشت مدل عددی گردیده است. شکل (۳) آنالیز حساسیت برای شیب ۴ درصد را نشان داده است.

جدول ۱. میزان خطای NOF برای مدل عددی و تحلیلی نسبت به مدل آزمایشگاهی

مدل	تراز آب بالادست (متر)	تراز آب پایین‌دست (متر)	درصد خطای NOF
Seep/3D	۰/۷۰۶	۰/۱۳	۱۴/۵
Seep/3D	۰/۵۹۱	۰/۱۱	۱۲/۹۲
Jeger(1956)	۰/۷۰۶	۰/۱۳	۴/۱
Jager(1956)	۰/۵۹۱	۰/۱۱	۷/۸
Sedghi –Asl and Ansari(2016)	۰/۷۰۶	۰/۱۳	۲/۱
Sedghi –Asl and Ansari(2016)	۰/۵۹۱	۰/۱۱	۱/۹۵



شکل ۳. آنالیز حساسیت خط نشت برای شیب ۴ درصد

برای شرایط تغذیه بر اساس ضریب هدایت هیدرولیکی، میزان تغذیه سطحی، عمق آب بالادست، عمق آب پایین‌دست و طول فلوم می‌باشد. در این حالت مدل‌سازی برای دو شرایط مرزی مختلف با دو حالت از اثر تغذیه بررسی شده که به منظور پیش‌گیری از طولانی شدن مقاله، مقایسه گرافیکی نیمرخ سطح آب فقط برای یکی از شرایط مرزی با یک اثر تغذیه ارائه می‌شود.

بنابراین نتیجه‌ای که از مدل‌سازی شیب ۴ درصد با اثر تغذیه به دست آمد این بود که خط فریاتیکی برای هر دو حالت شرایط مرزی و تغذیه سطحی متفاوت انجام شده پایین‌تر از

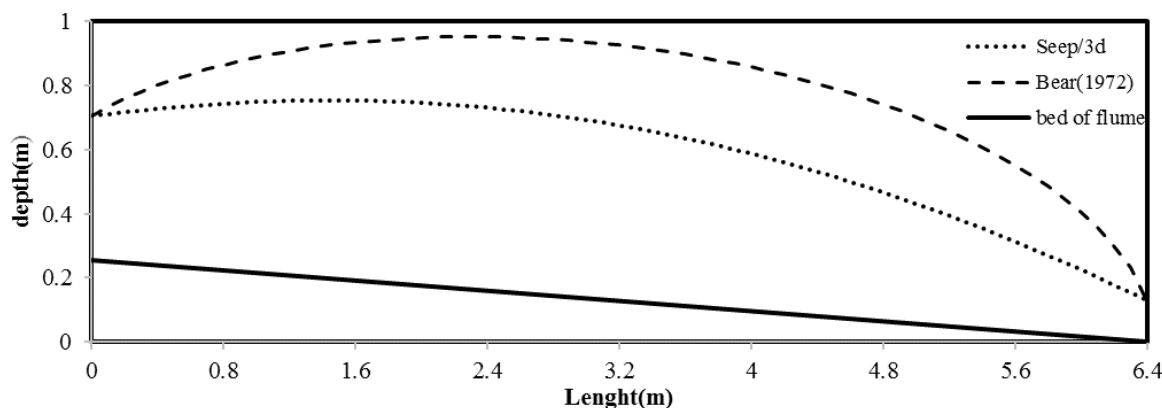
نکته قابل توجه در شکل (۳) این است که در شدت تغذیه بیشتر از ۰/۰۲ اثر پیک در پروفیل ایجاد می‌شود به این معنی که عمق جریان در طول مسیر برای مقطعی بالاتر از شرط مرزی بالادست قرار گرفته است و لذا در ادامه تحقیق از شدت تغذیه-ای که باعث پیک جریان شد استفاده شده است.

### شیب ۴ درصد در شرایط تغذیه

در این بخش از پژوهش داده‌های مدل عددی SEEP/3D با داده‌های حاصل از رابطه تحلیلی Bear (1972) مقایسه می‌شوند. همان‌طور که در بالا اشاره شد رابطه تحلیلی Bear (1972)

سطحی نشان می‌دهد که میزان خطا بین ۲۶ الی ۳۳ درصد متغیر است و نسبت به حالت بدون تغذیه درصد خطای NOF بیشتر شده است. همان‌گونه که در این جدول مشخص است در حالتی که اختلاف تراز آب بالادست و پایین‌دست بیشتر می‌شود درصد خطای حاصله کمتر شده و همچنین با افزایش شدت تغذیه درصد خطای ایجاد شده کمتر شده است.

مقدار تحلیلی حاصل شد. نکته دیگری که واضح می‌باشد این است که خط فریاتیکی مدل عددی در ابتدا و انتهای محیط جریان دارای کمترین خطا و در محدوده میانی دارای بیشترین خطا بوده که شکل (۴) این موضوع را نشان داده است. جدول (۲) درصد خطای پروفیل خط فریاتیکی مدل عددی را نسبت به مدل تحلیلی (Bear (1972) بعد از تغذیه



شکل ۴. نیم‌رخ خط فریاتیکی مدل عددی با تحلیلی برای شیب ۴ درصد با شدت تغذیه ۰/۰۲ (ثانیه/متر)

جدول ۲. میزان خطای NOF برای مدل عددی نسبت به مدل تحلیلی (Bear (1972)

درصد خطای NOF	شدت تغذیه سطحی (متر/ثانیه)	تراز آب پایین‌دست (متر)	تراز آب بالادست (متر)
۲۷/۰۵	۰/۰۲	۰/۱۳	۰/۷۰۶
۲۶/۷۹	۰/۰۳	۰/۱۳	۰/۷۰۶
۳۲/۳۶	۰/۰۲	۰/۱۱	۰/۵۹۱
۳۱/۷۴	۰/۰۳	۰/۱۱	۰/۵۹۱

که در بالا اشاره شد به منظور پیش‌گیری از طولانی شدن مقاله، مقایسه گرافیکی نیم‌رخ سطح آب فقط برای یکی از شرایط مرزی ارائه می‌شود. شکل (۵-الف) خط نشت داده‌های مدل عددی را نسبت به مدل آزمایشگاهی و روابط تحلیلی نشان می‌دهد. بنابراین نتیجه‌ای که از مدل‌سازی شیب ۲۰/۳ درصد بدون تغذیه به دست آمد این است که بر خلاف شیب ۴ درصد، پروفیل خط فریاتیکی مدل عددی در ابتدای جریان نزدیک به مدل آزمایشگاهی و مدل تحلیلی Sedghi- Asl and Ansari (2016) است ولی در انتها از عمق خروجی فاصله می‌گیرد که این انحراف در شیب ۴ درصد نیز مشاهده گردید.

رابطه تحلیلی Sedghi- Asl and Ansari (2016) با دقت بسیار خوبی توانسته است خط نشت را تقریب بزند این در حالی است که رابطه Jager (1956) تفاوت زیادی با نتایج آزمایشگاهی

بنابراین می‌توان گفت از آنجا که اغلب سدهای خاکی به صورت غیرهمگن و ناحیه‌بندی شده، طراحی می‌شوند و در بیشتر مواقع پوسته پایین دست به منظور تسهیل عملیات زهکشی از نفوذپذیری قابل توجهی برخوردار می‌باشد به همین دلیل شبیه‌سازی‌های حاصل از مدل‌هایی چون SEEP/3D، در شیب ۴ درصد در شرایط تغذیه و بدون تغذیه، خط نشت پایین-تری تولید می‌کند و همین‌که برآوردی در خط نشت می‌تواند ابعاد نامناسبی را به مهندس طراح الزام نماید، در نتیجه مهندس طراح تمهیدات ضعیف‌تری برای کنترل نشت و پایین انداختن سطح نشت در نظر می‌گیرد.

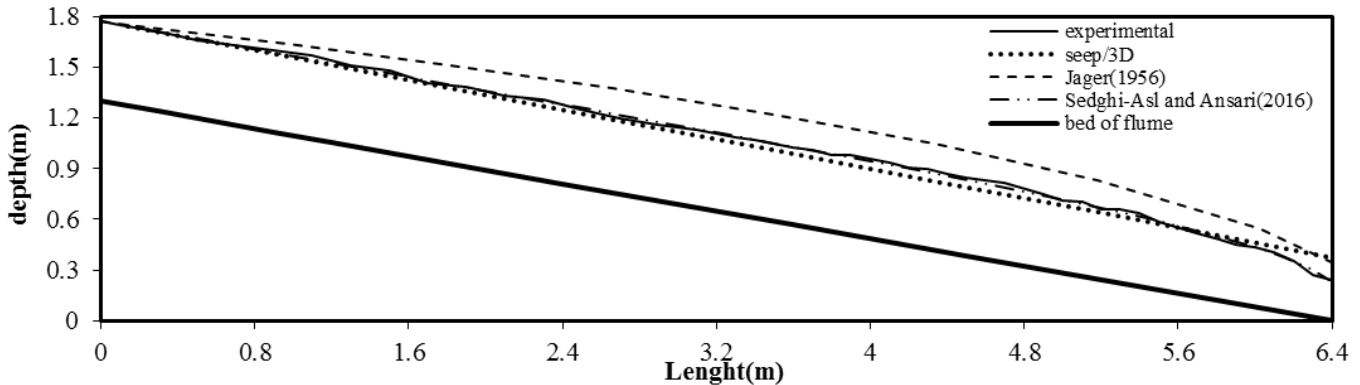
#### شیب ۲۰/۳ درصد بدون تغذیه

در این بخش از پژوهش، پروفیل خط نشت مدل عددی با مدل‌های آزمایشگاهی و تحلیلی مقایسه می‌شوند و همان‌گونه

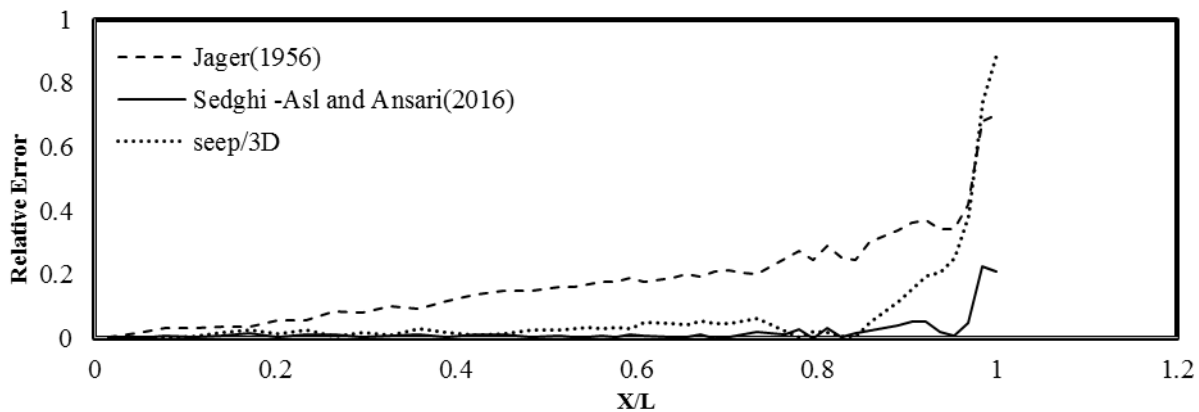
درصد، در حالت بدون تغذیه کمتر است. نکته دیگر این است که با کاهش ارتفاع آب بالادست و پایین دست، درصد خطای NOF بیشتر شده به طوری که در مدل تحلیلی Jager (1956) درصد خطای حدوداً ۳۵ درصد را نشان می‌دهد که این مقدار نشان بر عدم همبستگی مناسب این مدل با مدل آزمایشگاهی است.

دارد. دلیل این انحراف این است که رابطه Jager (1956) اثر شیب کف را در مدل‌سازی در نظر نمی‌گیرد ولی حل تحلیلی Sedghi- Asl and Ansari (2016) اثر شیب را در خود لحاظ کرده است.

با توجه به جدول (۳) می‌توان گفت که درصد خطای NOF مدل عددی SEEP/3D در شیب ۲۰/۳ درصد نسبت به شیب ۴



شکل ۵. الف. نیمرخ خط فریاتیکی مدل عددی با آزمایشگاهی و تحلیلی برای شیب ۲۰/۳ درصد بدون تغذیه



شکل ۵. ب. ترسیم گرافیکی خطای نسبی نیمرخ خط فریاتیکی نسبت به طول مسیر جریان

جدول ۳. میزان خطای NOF برای مدل عددی و تحلیلی نسبت به مدل آزمایشگاهی

مدل	تراز آب بالادست (متر)	تراز آب پایین- دست (متر)	درصد خطای NOF
Seep/3D	۱/۷۷	۰/۲۴	۶/۲
Seep/3D	۱/۴۳	۰/۰۹۶	۹/۳۲
Jager(1956)	۱/۷۷	۰/۲۴	۱۵/۶
Jager(1956)	۱/۴۳	۰/۰۹۶	۳۴/۴
Sedghi -Asl and Ansari(2016)	۱/۷۷	۰/۲۴	۱/۶
Sedghi -Asl and Ansari(2016)	۱/۴۳	۰/۰۹۶	۵/۴

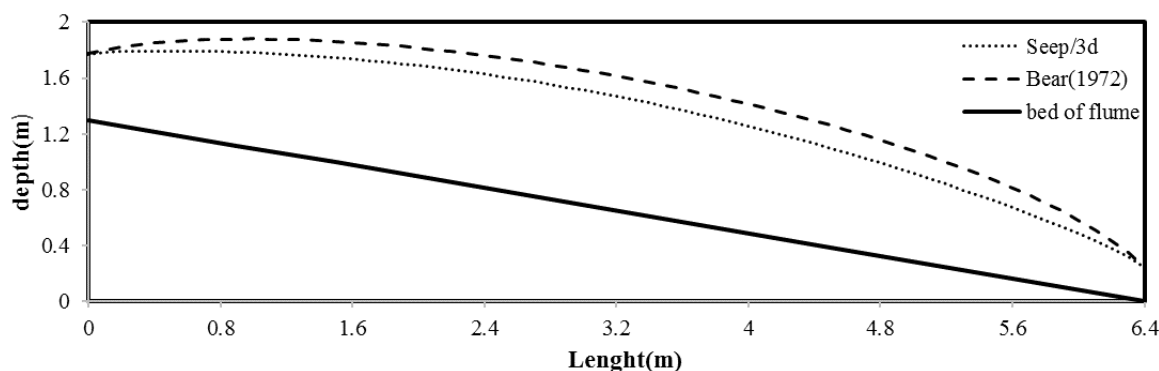
مختلف شرایط مرزی و شدت تغذیه و به دست آوردن نیمرخ خط فریاتیکی پرداخته شد. در مدل‌سازی شیب ۲۰/۳ درصد با

شیب ۲۰/۳ درصد با اثر تغذیه مشابه شیب ۴ درصد، در این شیب نیز به بررسی دو حالت



خطای NOF در شیب ۲۰/۳ درصد نسبت به شیب ۴ درصد کاهش پیدا کرده است. علاوه بر این، افزایش شدت تغذیه باعث کاهش خطای NOF شده است. در نهایت می توان گفت در شیب ۲۰/۳ درصد با اثر تغذیه نسبت به شیب ۴ درصد با اثر تغذیه درصد خطای NOF کمتر به دست آمده است.

اثر تغذیه، خط فریاتیکی برای هر دو حالت شرایط مرزی و تغذیه سطحی پایین تر از مقدار تحلیلی حاصل شد. نکته دیگری که واضح می باشد این است که در مدل عددی در ابتدا و انتهای محیط جریان دارای کمترین خطا و در محدوده میانی جریان دارای بیشترین خطا بود (شکل ۶). با توجه به جدول (۴) درصد



شکل ۶. نیمرخ خط فریاتیکی مدل عددی با تحلیلی برای شیب ۲۰/۳ درصد با شدت تغذیه ۰/۰۳ (ثانیه/متر)

جدول ۴. میزان خطای NOF برای مدل عددی نسبت به مدل تحلیلی Bear (1972)

درصد خطای NOF	شدت تغذیه سطحی (متر/ثانیه)	تراز آب پایین دست (متر)	تراز آب بالادست (متر)
۸/۸۹	۰/۰۲	۰/۲۴	۱/۷۷
۸/۸۶	۰/۰۳	۰/۲۴	۱/۷۷
۲۱/۰۵	۰/۰۲	۰/۰۹۶	۱/۴۳
۲۰/۹۰	۰/۰۳	۰/۰۹۶	۱/۴۳

رود این افزایش سرعت با ماهیت محیط دارسی تناقض، و به اصطلاح با هم سنخیت ندارند و جریان وارد فاز غیردارسی می شود و باعث افزایش خطای بیشتر، عدم دقت کافی و کارایی مدل خواهد شد. بنابراین دلیل اختلاف درصد خطای مدل عددی با مدل آزمایشگاهی این پژوهش آن است که شرایط مصالح آزمایشگاهی به دلیل درشت دانه بودن و بالا بودن نفوذپذیری دارای شرایط غیردارسی است و مدل عددی SEEP/3D با توجه به اینکه براساس فرضیات دارسی می باشد قادر نبوده مدل سازی را به خوبی انجام دهد.

### نتیجه گیری

نتیجه حاصل از این پژوهش نشان داد مدل عددی SEEP/3D شبیه سازی جریان درون مصالح درشت دانه را با رفتارهای متفاوتی ارائه می نماید. مدل عددی در شیب های ملایم (۴ درصد) و تند (۲۰/۳ درصد) در حالت بدون تغذیه پروفیل خط

در نهایت باید گفت مدل عددی SEEP/3D بر اساس فرضیات دارسی تعریف شده است و در شرایط دارسی سرعت جریان کم، و به اصطلاح سرعت با شیب هیدرولیکی رابطه خطی دارد که رابطه آن به صورت زیر است.

$$V = K \cdot I \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

که در آن:  $V$  سرعت جریان (متر/ثانیه)،  $K$  نفوذپذیری محیط متخلخل (متر/ثانیه)،  $I$  شیب هیدرولیکی است.

از آنجا که سرعت جریان در محیط های درشت دانه، خطی و دارسی نمی باشد بنابراین جریان از قانون غیردارسی (رابطه ایزباش) پیروی می کند. رابطه ایزباش ارتباط بین سرعت و گرادیان هیدرولیکی را به صورت زیر نشان می دهد.

$$i = \frac{dh}{dx} = a \cdot v^b \quad (\text{رابطه ۱۳})$$

که در آن:  $\frac{dh}{dx}$  شیب هیدرولیکی (متر/ثانیه)،  $v$  سرعت جریان (متر/ثانیه) و  $a$  و  $b$  ضرایب رابطه ایزباش می باشند. حال وقتی که سرعت جریان درون محیط متخلخل بالا

خطای NOF را نشان داد. بنابراین مدل عددی در شیب تند نتایج بهتری ارائه نموده است. از طرفی مدل‌های تحلیلی نشان دادند که می‌توانند پروفیل خط فریاتیک را در شیب‌های ملایم (۴ درصد) و تند (۲۰/۳ درصد) به خوبی برآورد نمایند و رابطه Sedghi-Asl and Ansari (2016) به مراتب دارای دقت بسیار بهتری می‌باشد و حداکثر ۵ درصد خطا را نشان می‌دهد. نکته دیگر این است که رابطه تحلیلی Jager (1956) مستقل از هدایت هیدرولیکی مصالح می‌باشد و تنها عمق‌های بالادست و پایین دست را در مدل‌سازی دخالت داده است.

فریاتیک را پایین‌تر از مدل‌های آزمایشگاهی و تحلیلی به دست آورده و خطای NOF در شیب تند (۲۰/۳ درصد) به مراتب کمتر به دست آمده است. در حالت بدون تغذیه افزایش اختلاف تراز آب بالادست و پایین‌دست در شیب ملایم باعث افزایش خطا و در شیب تند کاهش خطا را نشان داد. همچنین در حالت با اثر تغذیه برای دو شیب ملایم و تند پروفیل جریان، کم-برآوردی را نشان داده است و مقدار خطا در شیب تند کمتر شده است. علاوه بر این در حالت با اثر تغذیه افزایش اختلاف تراز آب بالادست و پایین‌دست در هر دو شیب موجب خطای کمتر و همین‌طور افزایش شدت تغذیه در هر دو شیب، کاهش

## REFERENCE

- Bear, J. (1972). Dynamics of Fluids in Porous Media. Elsevier Science, New York.
- Bordier, C. and Zimmer, D. (2000). Drainage equation and no-Darcian modelling in coarse porous media or geosynthetic materials. Journal of Hydrology, 228: 174-187
- Castro- Orgaz, O. Giraldez, J. V. and Robinson, N. I. (2012). Second- order two- dimensional solution for the drainage of recharge based on picard iteration technique: A generalized Dupuit – Forchheimer equation. Water Resources Reseach, 48, w06516.
- Castro- Orgaz, O. Giraldez, J. V. and Mateos, L. (2013). Where is the water table? A reassessment of Dupuit –Forchheimer theory using higher order closure hypothesis. Estudios en la Zone no saturada del suelo . Vol XI.
- Chapman, T.G. (1980). Modeling groundwater flow over sloping beds. Water Resources Research, 16(6): 1114-1118.
- Chapman, T.G. (1957). Two dimensional ground water flow through a bank with vertical faces. Geotechnique, 7(1): 35-40.
- Childs, E. C. (1971). Drainage of Groundwater Resting on a Sloping Bed. Water Resources Research, 7(5): 1256-1263.
- Jager, C. (1956). Engineering Fluid Mechanics. Blackie and Son. Edinburgh.
- Salahinia, S. (2015). Experimental investigation of the subsurface flow under rainfall recharge and soil variability. M.SC. Faculty of Engineering Department of civil Engineering. Yasouj University. (In Farsi).
- Sedghi-Asl, M. (2009). Investigation of Dupuit Approximate Limits for gradually varied flow in coarse grained porous media. Ph.D. University of Tehran. (In Farsi).
- Sedghi-Asl, M. Ansari, E. (2016). Adoption of Extended Dupuit–Forchheimer Assumptions to Non-Darcy Flow problems. Transport in Porous Media, 113(3): 457-468.
- Sedghi-Asl, M., Rahimi, H., Farhoudi, J., and Hartman, S. (2014). An Analytical Solution for 1-D Non – Darcy Flow Through. Transport Porous Media, 104: 565-579