

تاریخ علم، دوره ۱۶، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۷، ص ۲۰۱-۲۱۶

ماهیت زاویه؛ زمینه تاریخی و تصحیح «رسالة فی الزاویة» اثر شمس الدین محمد خفری

سید احسان حسینی

دانشجوی کارشناسی ارشد تاریخ علم، پژوهشکده تاریخ علم دانشگاه تهران

ehsanhoseini15@ut.ac.ir

(دریافت: ۱۳۹۷/۱۱/۲۴، پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۳۰)

چکیده

زاویه منقسم می‌شود و برابری و نابرابری را می‌پذیرد. بنا بر این باید آن را کمیت دانست. از طرفی از تعریف اقلیدس از زاویه، چنین برمی‌آید که باید آن را ذیل مقوله مضاف طبقه‌بندی کرد. هم‌چنین زاویه، قابل اطلاق بر خمیدگی عارض بر سطح است. از این جهت، باید آن را کیفیت دانست. اشکال ناشی از قضیه شانزدهم مقاله سوم اصول اقلیدس نیز مانع دیگری در راه ارائه تعریف برای زاویه است. در این مقاله ضمن ارائه انواع دیدگاه‌ها در مورد ماهیت زاویه در دوره اسلامی و پیش از آن و نقد آنها، به تصحیح و شرح رساله‌ای از شمس الدین محمد خفری در این باره پرداخته‌ایم.

کلیدواژه‌ها: اقلیدس، شمس الدین محمد خفری، ماهیت زاویه.

مقدمه

در بررسی تاریخ ریاضیات به مسائلی برمی‌خوریم که حاصل تلاقی فلسفه و ریاضیات است. مسائل مرتبط با بی‌نهایت و جدال میان فیلسوفان و متکلمان و ریاضی‌دانان بر سر امکان پذیرش مبنایی جزده، نمونه‌هایی از این دست اند (برگرن، ۱ ص ۲۱۵). مسأله تعریف زاویه را نیز می‌توان مصداق دیگری از مباحث فلسفه ریاضیات در دوره اسلامی و یونانی دانست. از آنجا که موضوع ریاضیات «کم» است، باید زاویه را ذیل این مقوله طبقه‌بندی کرد. ولی زاویه، خمیدگی و شکست را که از مصادیق مقوله «کیف» هستند به ذهن متبادر می‌کند. مسأله‌ای که قضیه شانزدهم مقاله سوم اصول اقلیدس به وجود آورد، موضوع را پیچیده‌تر نیز کرد (نک: دنباله مقاله). این شرایط منجر به عرضه تعاریف متعدد و گاه متفاوت از زاویه شد.

پیشینه تعریف زاویه پیش از دوره اسلامی

بنابر گزارشی که پرکلس^۲ (۴۱۲-۴۸۵م)، فیلسوف نوافلاطونی و شارح اقلیدس، از اقوال مختلف پیشینیانش در این باره آورده است و با مراجعه به منابع تعاریف مختلف را به تفکیک مقوله‌ای که زاویه ذیل آن قرار داده شده است، برمی‌شمیریم:

کیفیت

ارسطو به‌طور مستقیم زاویه را تعریف نکرده است ولی در متافیزیک (کتاب ۵، 1016a13) در جایی که برای توضیح مطالب خود از مثال زاویه استفاده کرده است، آن را شکست خط دانسته است. او در سماع طبیعی^۳ (188a25) مستقیم الخط بودن و انحنا را از انواع شکل دانسته است. همچنین در مقولات^۴ (10a11) شکل و انواعش نظیر مستقیم الخط بودن و انحنا را در دسته چهارم کیفیات قرار داده است (نیز نک: هیث، ۵ ج ۱، ص ۱۷۸).

1. J. L. Berggren
2. Proclus
3. *Physics*
4. *Categories*
5. Heath

ماهیت زاویه؛ زمینه تاریخی و تصحیح.../ ۲۰۳

اودموس رودسی^۱، فیلسوف و مورخ علم یونانی و از شاگردان ارسطو در لوکئوم، رساله‌ای در باره زاویه نگاشته بود و در آن، زاویه را شکست خط تعریف کرده و شکستگی و مستقیم الخط بودن و در نتیجه زاویه را در زمره کیفیات به شمار آورده بود.

کمیت

پلوتارک^۲ (۴۶-۱۲۰م)، استاد پرکلس، زاویه را اولین فاصله تحت یک نقطه می دانست. او ادعا می‌کرد مقصود آپولونیوس نیز همین بوده است. آپولونیوس، زاویه مسطحه را انقباض یک صفحه در یک نقطه، تحت خطی شکسته و زاویه مجسمه را انقباض یک جسم تعلیمی^۳، در یک نقطه تحت صفحه‌ای شکسته تعریف کرده بود. پلوتارک دستیابی به اولین فاصله حقیقی تحت یک نقطه را غیر ممکن می‌دانست زیرا به عقیده او فاصله تحت این نقطه پیوسته و بی‌نهایت تقسیم پذیر بود. استدلال دیگر او برای غیرممکن بودن دستیابی به اولین فاصله حقیقی این بود که اگر فرض کنیم به آن دسترسی پیدا کرده‌ایم و خط مستقیمی رسم کنیم مثلث حاصل می‌شود و نه زاویه.

کارپس انطاکی^۴، زاویه را ذیل مقوله کم طبقه‌بندی کرد و آن را فاصله بین خطوط و یا صفحات در برگیرنده (بنا به مسطحه یا مجسمه بودن زاویه) دانست (پرکلس، ص ۹۹-۱۰۱). بنا بر گزارش سیمپلیکیوس، هم صحبتش آغانیس، زاویه را مقداری می‌دانست دارای ابعادی که به یک نقطه مشترک منتهی می‌شوند (راشد، ص ۵۳).

اضافه

اقلیدس در تعریف هشتم از مقاله اول اصول چنین می‌نویسد:

یک زاویه مستوی میل دو خط واقع در یک صفحه است نسبت به هم، که یکدیگر را می‌برند و بر یک خط راست قرار ندارند» (اقلیدس، ص ۳).

«میل» را برای اولین بار، اقلیدس در باره زاویه به کار برده است (هیث، ج ۱، ص ۱۷۶). هرچند اقلیدس، تصریح به مضاف بودن زاویه نکرده ولی میل دو چیز به هم و در نتیجه زاویه بنا بر تعریف اقلیدس، ذیل مقوله اضافه قرار می‌گیرد. البته اقلیدس در

1. Eudemus of Rhodes
2. Plutarch of Athens
3. Solid
4. Carpus of Antioch
5. Rashed

قضیه سی و سوم مقاله ششم اصول، زاویه را کمیت در نظر گرفته و از نسبت دو زاویه سخن گفته است (اقلیدس، ص ۱۵۸).

ترکیبی از چند مقوله

پرکلس، بعد از گزارش و نقد اقوال هر سه دسته، عقیده خود را در این باره ابراز می‌کند. او به پیروی از استادش سیریانوس^۱، زاویه را ترکیبی از مقولات فوق می‌داند. او بر این باور است که زاویه تنها چیزی نیست که چنین وضعی دارد بلکه مثلاً مثلث نیز، هم قابل اطلاق بر یک شکل است هم قبول برابری و نابرابری می‌کند پس کمیت یا کیفیت صرف نیست (پرکلس، ص ۹۹-۱۰۰). سیریانوس مؤلف کتابی در باره زاویه بود که از منابع پرکلس برای نگارش شرح بر اصول اقلیدس بوده است (هیث، ج ۱، ص ۴۴).

نقد تعاریف ارائه شده

ابن سینا در «رسالة في الزاوية» و پرکلس در شرحش بر اصول اقلیدس پیش از ارائه تعریف خودشان نظرات دیگران را نقد کرده‌اند. بر این اساس اشکالات تعاریف ارائه شده را به تفکیک آورده‌ایم:

کمیت

مهم‌ترین اشکالی که بر کمیت دانستن زاویه وارد است، ناشی از قضیه شانزدهم مقاله سوم اصول است که متعاقباً به آن خواهیم پرداخت. پلوتارک، زاویه را اولین فاصله حقیقی تحت یک نقطه تعریف کرده بود و این فاصله را فقط در یک جهت کشیده شده می‌دانست. پرکلس، این سخن را رد می‌کند چرا که ممکن نیست چیزی کشیده شده در یک جهت باشد ولی خط نباشد (پرکلس، ص ۱۰۲).

کیفیت

کیفیات قبول شدت و ضعف می‌کنند در حالی که مفهوم زاویه به نحو یکسان بر همه زوایا صدق می‌کند. هم‌چنین زوایا منقسم می‌شوند و قبول برابری و نابرابری می‌کنند ولی اینها از ویژگی‌های کمیات است (همان، ص ۹۸-۹۹). گروهی به این دلیل که زوایا وصف مشابه و نامشابه را می‌پذیرند، زاویه را کیفیت دانسته‌اند. ابن سینا استدلال این گروه را مغالطه می‌داند چرا که مشابه و نامشابه در اینجا مشترک لفظی است و منظور از آن برابری و نابرابری است. هم‌چنین هرچیز که تشابه و عدم تشابه را بپذیرد، کیفیت

1. Syrianus of Alexandria

ماهیت زاویه؛ زمینه تاریخی و تصحیح.../ ۲۰۵

نیست بلکه چیزی که جنس آن و نه فصول و عوارضش، تشابه و عدم تشابه را بپذیرد، کیفیت است (راشد، ص ۱۹۵).

اضافه

اگر زاویه، میل دو خط نسبت به هم باشد، میل دو خط واحد است پس باید زاویه هم، واحد باشد در حالی که این طور نیست و چند زاویه از آن دو خط تشکیل می‌شود (پرکلس، ص ۹۹). اشکال دیگری که پرکلس بر تعریف اقلیدس وارد می‌داند این است که تعریف او شامل همه انواع زاویه مسطحه نیست و از جمله، زاویه روی سطح کروی و یا زاویه‌ای که یک منحنی با خودش می‌سازد را شامل نمی‌شود (همان، ص ۱۰۳). آنها که زاویه را ذیل مقوله اضافه قرار داده‌اند نیز به این نکته توجه نکرده‌اند که مضاف بر دو طرف اضافه قابل حمل است (راشد، ص ۱۹۵).

ترکیبی از چند مقوله

هدف از شمردن مقولات عشر، جدا کردن مفاهیم از یکدیگر بوده است و مقولات عشر اجناس عالی‌ای هستند که فصل مشترکی با یکدیگر ندارند و هر ماهیت فقط ذیل یکی از آنها قرار می‌گیرد، بنا بر این نمی‌توان زاویه را ترکیب چند مقوله دانست.

اشکال ناشی از قضیه شانزدهم مقاله سوم اصول اقلیدس

این قضیه که در تحریرها و ترجمه‌های عربی قضیه پانزدهم مقاله سوم است، چنین است:

خط راستی که در یک سر قطر دایره‌ای بر آن عمود شود خارج دایره می‌افتد، و در فضای بین این خط راست و کمان دایره هیچ خط راستی نمی‌توان قرار داد؛ به علاوه زاویه نیم‌دایره از هر زاویه راست خط^۱ حاده بزرگ‌تر است، و بقیه زاویه از هر زاویه راست خط حاده کوچکتر^۲ (اقلیدس، ص ۶۷).

هرچند اقلیدس اصطلاح زاویه قطعه^۲ را به کار نبرده است، ولی این اصطلاح در ترجمه‌های عربی و شرح‌های پیش از دوره اسلامی برای زاویه بین محیط دایره و خط مماس به کار می‌رفته است. امروزه به کمک تصوراتمان از بی‌نهایت که ناشی از پدید آمدن حساب دیفرانسیل است، می‌دانیم که مقدار زاویه بین خط مماس بر دایره و محیط دایره

1. rectilinear angle
2. horn angle /horn-like angle

در نقطه تماس صفر است زیرا در فاصله بی‌نهایت کوچک از نقطه تماس خط مماس و محیط دایره بر هم منطبقند؛ ولی اقلیدس ثابت کرد که این زاویه از هر زاویه راست‌خط، کوچک‌تر است.

اگر زاویه را کمیت بدانیم، چون کمیت‌های متجانس متاهی دارای نسبتی با یکدیگر هستند، همه زوایای هم‌نوع باید دارای نسبتی با یکدیگر باشند. بنا بر این زاویه راست‌خط و زاویه قطعه نیز که هر دو زاویه مسطحه‌اند، باید دارای نسبتی با یکدیگر باشند. بنا بر تعریف چهارم مقاله پنجم اقلیدس، اگر دو کمیت دارای نسبت باشند، کمیت کوچک‌تر می‌تواند با چند برابر شدن از کمیت بزرگ‌تر، بزرگ‌تر شود (ص ۱۰۲)، ولی با هر چند مرتبه دو برابر کردن زاویه قطعه نمی‌توان از یک زاویه حاده مفروض فراتر رفت زیرا بنا بر قضیه شانزدهم مقاله سوم اصول اقلیدس، زاویه قطعه از زاویه حاصل از هر چند مرتبه نصف شدن یک زاویه حاده مفروض کوچک‌تر است. (پرکلس، ص ۹۸).

تعریف زاویه در دوره اسلامی

پیش از قرن ششم هجری، بحث در باره زاویه، عمدتاً متکی بر مفهوم کمیت بود و کمتر می‌توان تردیدی در باره ماهیت زاویه در میان متون به‌دست آورد. راه حل ارائه شده برای مشکل ناشی از قضیه شانزدهم مقاله سوم اصول، از سوی کسانی چون ابن هیثم و سموئل بن یحیی مغربی این بود که زاویه راست‌خط و زاویه قطعه دو کمیت متجانس نیستند. بنا بر این تعریف چهارم مقاله پنجم اصول و اصل پیوستگی ائودوکسوس-ارشمیدس^۱. در مورد این دو صدق نمی‌کند. از این جهت، بحث در باره زاویه، تفاوت زیادی با تحقیقات گزارش شده توسط پرکلس داشت (راشد، ص ۳۳، ۸۷). البته ابن هیثم در شرح مصادرات کتاب اقلیدس و ثابت بن قره در مورد ماهیت زاویه نظری جدید ارائه کردند و آن را ذیل مقوله وضع قرار دادند (همو، ص ۹۵، ۱۸۹).

ابن سینا، تحقیقات در باره زاویه را با شیوه ای شبیه مباحث مطرح شده در شرح پرکلس بر مقاله اول اصول، پی‌گرفت. او رساله‌ای مجزا در باره زاویه نگاشت که به آن خواهیم پرداخت. پس از ابن سینا، به پیروی از او زاویه در زمره کیفیات شمرده شد. از

۱. اصل پیوستگی را ارشمیدس بیان کرده و آن را به ائودوکسوس نسبت داده است. این اصل، همان است که در تعریف چهارم مقاله پنجم اصول آمده است که می‌گوید: کمیت‌هایی را متناسب با هم می‌دانیم که در صورت چند برابر شدن بتوانند از یکدیگر بیشتر شوند. (نک: بویر (Boyer)، ص ۹۰، ۱۲۹؛ اقلیدس، ص ۱۰۲)

جمله، کمال‌الدین فارسی و خواجه نصیرالدین طوسی بر این باور بودند. هم‌چنین در خصوص منقسم شدن زاویه که مهم‌ترین دلیل بر کمیت انگاشتن زاویه بود، رأی غالب آن بود که قبول انقسام، ذاتی زاویه نیست بلکه زاویه بالعرض منقسم می‌شود (همو، ص ۱۸۱).

تک‌نگاری ابن سینا در باره زاویه (رسالة في الزاوية)

این رساله را ابن سینا پس از مباحثه با ابوسهل مسیحی در خصوص زاویه، تدوین کرده است و نزد ابوسهل فرستاده تا آن را نقد و ارزیابی کند. این رساله در چهار فصل تنظیم شده است: در فصل اول نظرات در باره ماهیت زاویه را بر شمرده؛ در فصل دوم اشکالات وارد به هریک را آورده؛ در فصل سوم بهترین تعریف را از میان آرای مذکور ارائه کرده؛ و در فصل چهارم تعریف خود از زاویه را نوشته است.

ابن سینا در فصل سوم از میان تعاریفی که قبلاً شمرده است، «سطح او جسم ینتهی إلى النقطة» را برمی‌گزیند هر چند نقطه را نه نهایت سطح بلکه نهایت خط، یعنی نهایت نهایت سطح می‌داند. در فصل چهارم، ابن سینا چهار حیثیت برای زاویه برمی‌شمرد:

(۱) دو خطی که با یکدیگر هیئتی مانند استقامت و انحنا و تربیع و تثلیث می‌سازند؛

(۲) آن هیئت ساخته شده از دو خط؛

(۳) سطح محصور بین دو خط که آن دو خط، خارج از آن سطحند؛

(۴) یک سطح و دو خط، چرا که زاویه جمع بین سطح و خطوط است.

ابن سینا زاویه را به اعتبار دوم در مقوله کیف و به سه اعتبار دیگر ذیل مقوله کم قرار می‌دهد. هم‌چنین بحثی هم در خصوص واحد یا غیر واحد بودن دو خط یا دو سطح دربرگیرنده زاویه و معنای وحدت آنها آورده است (راشد، ص ۱۸۲-۲۲۳).

میان کلام و هندسه

گفتیم که بنا بر قضیه شانزدهم اصول اقلیدس، زاویه بین محیط دایره و خط مماس، کوچک‌تر از هر زاویه راست خط است. فخر رازی این قضیه را دال بر وجود جزء لایتجزی دانسته است (المباحث المشرقیه، ص ۳۱-۳۲). او هم‌چنین با در نظر گرفتن دوائر متداخلی که در نقطه تماس و خط مماس مشترکند، نشان داد که هرچه دایره کوچک‌تر باشد، زاویه بین آن و خط مماس بزرگ‌تر است و هرچه دایره بزرگ‌تر باشد

این زاویه کوچک‌تر است. پس اگر مقدار را به تعداد نامتناهی قابل تقسیم بدانیم، لازم می‌آید که زاویه بین خط مماس و محیط دایره (زاویه بیرونی) از زاویه بین محیط دایره و خط عمود بر خط مماس در نقطه تماس (زاویه درونی) بزرگ‌تر شود زیرا زاویه بیرونی به‌طور نامتناهی قابل افزایش و زاویه درونی به‌طور نامتناهی قابل کاهش است. از طرفی چون زاویه بیرونی کوچک‌تر از هر زاویه حاده راست‌خط و زاویه درونی بزرگ‌تر از هر زاویه حاده راست‌خط است، ممکن نیست که این دو به هم برسند. پس مقدار به تعداد نامتناهی منقسم نمی‌شود (فخر رازی، المطالب العالیة، ج ۶، ص ۷۶). در قرون متأخر، این مسأله به شبهه طفره زاویه معروف شده بود.

رساله خفری

آن طور که از پایان رساله برمی‌آید این رساله خلاصه‌ای از بخش مربوط به تعریف زاویه از دیگر اثر خفری، التکملة فی شرح التذکرة است. مؤلف در آغاز، تعریف خواهه نصیرالدین طوسی را از زاویه به نقل از تحریر اصول اقلیدس و التذکرة فی الهیئة آورده است و سعی در رفع اشکال‌های وارد بر آن دارد. این دو تعریف چنین است:

تحریر اصول اقلیدس: الزاویة المسطحة هي المنحذب من السطح الواقع بین خطین متصلین علی نقطة من غیر أن يتحدا

التذکرة: سطح أحاط به خطان يلتقيان عند نقطة من غیر أن يتحدا خطأً واحداً

اشکالات خفری بر این دو تعریف که تلاش می‌کند به آنها پاسخ دهد از این قرار است:

۱- اشکال میر سید شریف جرجانی: زاویه سطح نیست چرا که سطح در دو جهت و زاویه فقط در یک جهت (یعنی در امتداد واقع بین دو ضلع) منقسم می‌شود و زاویه هیئت عارض بر سطح محاط به دو خط است. این هیئت فقط در یکی از ابعاد صفحه یعنی در جهت امتداد واقع بین آن دو خط ساری است.

۲- شکل بیضی و سایر اشکال مسطحه جز دایره در این تعریف داخل می‌شود. خفری از کسی که این اشکال را مطرح کرده نام نبرده است. این اشکال را قطب الدین شیرازی در نهایت الإدراک فی درایة الأفلاک مطرح کرده است (برگ ۲ پ). البته باید توجه داشت که منظور قطب‌الدین از بیضی قطع ناقص نیست و شکل محاط بین دو قوس مساوی که از نیم‌دایره کوچک‌ترند، بیضی خوانده می‌شود (همو، برگ ۳ ر).

۳- زاویه، همه سطح ذکر شده در تعریف نیست بلکه آنچه از آن که به نقطه تقاطع می‌رسد، زاویه است. این اشکال در شرح التذکره النصیریة اثر جرجانی دیده می‌شود (برگ ۴ پ). به نظر می‌رسد قبل از او نظام‌الدین أعرج نیشابوری در توضیح التذکره این اشکال را وارد کرده باشد (برگ ۷).

خفری در پاسخ به این اشکالات، زاویه را سطح محاط بین دو خط متقاطع با اعتبار هر دو امتداد آن - یعنی هم در امتداد بین دو ضلع و هم امتداد قاطع آن - نمی‌داند بلکه معتقد است مقصود طوسی در تعریف زاویه آن سطح محاط بین دو خط متقاطع است بدون اعتبار ممتد بودن این سطح در جهت طولی بین دو خط تا بی‌نهایت یا منتهی بودن در همان جهت به نقطه تقاطع دو خط. خفری هم‌چنین معتقد است که باید امتداد عرضی آن، یعنی جهتی که امتداد بین دو ضلع را قطع می‌کند در نظر گرفت. با این وصف، اشکال اول پاسخ داده می‌شود زیرا وقتی امتداد این سطح در جهت طولی اعتبار نشود، پس در آن جهت قابل انقسام نیست.

هم‌چنین خفری گزارش می‌دهد که برخی متأخران این اشکال را بر تعریف جرجانی وارد دانسته‌اند: وقتی زاویه در جهت طولی امتداد واقع بین دو ضلعش منقسم می‌شود، دو سطح دارای بعد عرضی (یعنی جهتی که زاویه در آن بنا بر نظر جرجانی، قابل انقسام نیست) پدید می‌آید که ابعاد عرضی آنها مجموعاً بعد عرضی سطح اولیه است پس باید قسمتی از آن هیئت (زاویه) در امتداد عرضی سطح اولیه هم ساری باشد.

با توضیح خفری در پاسخ به اشکال اول، مسأله دوم نیز برطرف می‌شود زیرا شکل‌هایی که در همه امتدادها احاطه دارند در تعریف طوسی داخل نمی‌شوند زیرا این تعریف، بدون اعتبار امتداد در دو بعد است. اشکال سوم هم، چنین پاسخ داده می‌شود که هر جزئی از زاویه که در نظر گرفته شود، مانند کل زاویه فقط در یک جهت امتداد دارد و زاویه کل یا جزئی از سطح در امتداد مقابل نقطه تقاطع دو خط نیست. خفری، این سخن را موافق سخن ابن‌سینا در مقولات شفاء می‌داند، البته این سخن نه در مقولات که در الهیات شفا آمده است (ابن‌سینا، ص ۱۱۶).

خفری در پایان رساله، تفاوت زاویه و اشکال را این می‌داند که زاویه از آن جهت که مقداری محاط بین دو خط است، زاویه است. پس شکل هلالی یا زاویه قطعه دایره به این اعتبار، زاویه‌اند. چون مراد مهندسان از زاویه این مقدار محاط و نه شکل حاصل

۲۱۰ / تاریخ علم، دوره ۱۶، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۷

است، پس بر زاویه بزرگ و کوچک و مساوی قابل اطلاق است و هم به این سبب است که در کتاب‌های ریاضی، طوسی زاویه را سطح یعنی نوعی کمیت دانسته است (نک: دنباله مقاله)

معرفی نسخه‌ها و روش تصحیح

A: نسخه شماره ۱۳۸۲/۳ ط کتابخانه مجلس شورای اسلامی، تاریخ کتابت: ۱۰۳۶ ق

B: نسخه شماره ۴۹۰۰/۴۲ کتابخانه مجلس شورای اسلامی، بی تا

C: نسخه شماره ۱۸۰۵/۲۸ کتابخانه مجلس شورای اسلامی، بی تا

N: نسخه شماره ۲۷۰۰/۲۸ کتابخانه مجلس شورای اسلامی، تاریخ کتابت: ۱۲۸۷ ق

این نسخه‌ها، مخصوصاً دو نسخه B و C، اغلاط مشترک بسیاری دارند. از این رو و با توجه به اینکه این رساله خلاصه‌ای از همین مبحث در التکملة است و مخصوصاً به دلیل قدمت بیشتر نسخ التکملة در این تصحیح از دو دست‌نویس آن، یعنی نسخه‌های شماره ۱۶۵ و ۴۷۰۹ کتابخانه مجلس شورای اسلامی که به ترتیب در سال ۹۷۵ و ۱۰۷۳ ق کتابت شده‌اند، استفاده کردیم. البته این دو نسخه را در گزارش اختلاف نسخه‌ها نیاوردیم چون التکملة و رساله فی الزاویه متن واحدی نیستند. در متن برای جدا کردن نقل خفری از منابع دیگر، آن عبارات را در گیومه گذاشته‌ایم.

متن رساله

١ بسم الله الرحمن الرحيم

قال العلامة الطوسي في التحرير: «الزاوية المسطحة هي المنحذب من السطح الواقع بين خطين متصلين على نقطة من غير أن يتحدا»^(١). المراد بالمنحذب من السطح الذي له انحذاب حاصل من الخطين وهذا موافق لما ذكره العلامة في التذكرة من أنه «سطح أحاط به خطان يلتقيان عند نقطة من غير أن يتحدا خطأ واحداً»^(٢). وفائدة القيد الأخير الذي ذكره العلامة أيضاً في هذا الكتاب احتراز عما أحاط به قوسان من دايرتين متساويتين^٢ بحيث يتحداً خطأ واحداً فإنه ليس بزواوية وإن كان له انحذاب.

قال سيد المحققين في شرحه للتذكرة: «وهذا التعريف منظور فيه لأن السطح وإن كان صغيراً جداً لا بد من أن يقبل الانقسام في جهتين والزاوية المسطحة لا يقبله إلا في جهة واحدة أعني في الامتداد الواقع فيما بين ضلعيها بأن يخرج عن ملتقاهما خط واقع فيما بينهما ولا يمكن انقسامها بخط خارج من أحد الضلعين إلى الآخر باتفاق المهندسين قاطبةً ويشهد به التخيل الصحيح من كل ذي فطرة سليمة^٣ أيضاً فإنك إذا فرضت على كل واحد من ضلعيها نقطة مغايرة لنقطة الملتقى فلا بد أن يكون بين كل واحدة^٤ من النقطتين المفروضتين (A-394) / على الضلعين و بين الملتقى^٥ خط وإن كان قصيراً. فإذا وصلت بينهما بخط حدث هناك مثلث إحدى زواياه تلك الزاوية الباقية على حالها بلا انقسام. فإن طول الأضلاع وقصرها لا مدخل لها في حال الزاوية. فالصواب ما اختاره المحققون وهو أن الزاوية من مقولة الكيف فهي هيئة تعرض للسطح المحاط بالخطين المذكورين من حيث أنه محاط بهما^٦ وتلك الهيئة سارية في أحد امتداديه^٧ فقط. فلا يقبل الانقسام إلا في ذلك الامتداد»^(٣). إنتهي كلامه.

١. + فائدة من فوائد شمس فلك العقول محمد الخفري [B,C

٢. متساويتين] A,B,C, N

٣. سليم] B,C, N

٤. - من ضلعيها...بين كل واحدة] A

٥. و هي ملتقى] A,B,C,N

٦. - بهما] A

٧. امتداده] C

واعترض عليه بعض المتأخرين بأن السطح إن انقسم في الامتداد الطولي الذي مبدأه ملتقى الخطين بخط، انقسم بسطحين لكل منهما امتداد في العرض يكون قسماً من الإمتداد العرضي الذي للسطح المنقسم إليهما لأنهما مجموعاً الامتداد العرضي الذي لذلك السطح المنقسم بعينه. فيلزم أن يكون فيه قسم من تلك الهيئة السارية في الامتداد العرضي المنقسم إليه وإلى غيره فيلزم إنقسام الزاوية في تلك الجهة أيضاً وبأن أي قسمة فرض للامتداد العرضي إذا لم يكن بخط مار على ملتقى الضلعين لا يوجب انقسام الزاوية فلو كان^٢ الزاوية هيئة سارية في الامتداد العرضي لزم من انقسامه على أي وجه كان انقسام الزاوية وليس كذلك.

وأورد هذا البعض نقضاً آخر على التعريف (A-395) المذكور وهو أنه يدخل فيه الشكل المسطح البيضي وسائر الأشكال المسطحة سوى الدائرة لأنه يصدق على كل منهما أنه سطح أحاط به خطان يلتقيان عند نقطة من غير أن يتحدا خطأ واحداً^(٤).

فأقول أن للسطح المذكور امتدادين أحدهما هو الواقع بين ذينك الخطين^٣ والآخر مقاطع^٤ له وهي المبتدأ من نقطة هي ملتقى الخطين. فإذا اعتبر تعيين^٥ كل من ذينك الامتدادين بانتهائه بالحددين لم يكن السطح بهذا الاعتبار زاوية لأنه حينئذ ينقسم في الجهتين وإذا اعتبر تعيين^٦ امتداده^٧ الواقع بين الخطين فقط بانتهائه إليهما ولم يعتبر تعيين امتداده الآخر المبتدأ من نقطة تقاطع الخطين^٨ بانتهائه إلى حد آخر أو كونه غير متناه في الجهة المقابلة لجهة^٩ النقطة بل إنما أعتبر الامتداد المطلق المبتدأ من تلك النقطة يكون ذات السطح بهذا الاعتبار غير قابلة للانقسام إلا في الامتداد الواصل بين الخطين^{١٠} ويكون ذات السطح بهذا الاعتبار زاوية. فأراد العلامة بقوله في التذكرة أن

١. - للسطح المنقسم... C [

٢. كانت [B, C

٣. - الخطين [N

٤. تقاطع [B, C, N

٥. تعيين [C / - تعيين [N

٦. تعيين [C

٧. امتداد [A

٨. - بانتهائه إليهما... [A, B, C, N

٩. بجهة [B, C, N

١٠. - يكون ذات السطح... [A

الزاوية سطح ألخ أنها سطح محاط بالخطين المذكورين من حيث هو كذلك أي بلا اعتبار كونه محاطاً بنهاية أخرى بل بلا اعتبار تعيين^١ امتداده المبتدأ من النقطة المقاطع للامتداد الواقع بين الخطين بانتهائه^٢ إلى حد آخر أو^٣ ذهابه إلى غير النهاية ولا خفاء في أن الأشكال التي اعتبر فيه الإحاطة في جميع الامتدادات لا يدخل فيه هذا التعريف. فإنه لا يصدق على شيء منها أنه سطح محاط بالخطين المتلاقيين بنقطة من حيث هو محاط بهما فقط^٤ مع قطع النظر عن تعيين امتداده المبتدأ من النقطة المقاطع للامتداد الواقع بين الخطين/ (A-396) بانتهائه إلى حد آخر أو ذهابه إلى غير النهاية.^٥ فاندفع عن التعريف الإيراد الأخير الذي ذكره بعض المتأخرين وكذا اندفع عنه الإيراد المذكور الذي ذكره سيد المحققين لأن السطح إذا اعتبر انتهائه في الامتداد^٦ الواقع بين الخطين المحيطين به المتلاقيين على نقطة بهما فقط ولم يعتبر انتهائه في الامتداد الآخر المبتدأ من تلك النقطة إلى حد آخر أو ذهابه إلى غير النهاية بل إنما يعتبر مطلق ذلك الامتداد^٧ المبتدأ من النقطة بلا تعيينه^٨ في^٩ جهة آخر غير^{١٠} جهة النقطة بوجه من وجوه التعيين^{١١} لا ينقسم إلا في جهة واحدة أي في الامتداد الواقع بين الخطين.

ولا خفاء في أن قول القائل «السطح وإن كان صغيراً جداً لا بد من أن يقبل الانقسام في الجهتين» إنما يصح أن لو اعتبر تعيينه^{١٢} بوجه من وجوه التعيين^{١٣} في كل جهة من جهة امتداده وقد عرفت أن تعيين^{١٤} السطح الذي هو الزاوية إنما يكون في جهة امتداده الواقع

١. تعيين [B, C]

٢. بانتهاء [A, B, C, N]

٣. و [B]

٤. أنه سطح محاط بالخطين... [A, C]

٥. - ولا خفاء في... [C]

٦. - انتهائه في الامتداد، + امتداده في الانتهاء [B]

٧. - الامتداد [B]

٨. تعيينه [C]

٩. من [C]

١٠. غيره [C]

١١. التعيين [B, C]

١٢. تعيينه [B, C]

١٣. التعيين [B, C]

١٤. تعيين [B, C]

بين الخطين ولهذا لا مدخل لشيء^١ من طول الخطين وقصرهما في حال الزاوية بل إنما يعتبر في حالها الخطان المتلاقيان عند نقطة من حيث أنهما ممتدان خارجان عنها^٢ مطلقاً^٣ بدون اعتبار/ (A-397) تعينهما بانتهائهما إلى حد أو ذهابهما إلى غير النهاية وعلى هذا التحقيق ظهر فساد قول من قال: «أنه لم يرد من التعريف المذكور أن الزاوية ذلك السطح^٤ كله بل ما يلي منه النقطة»^(٥). فإن كل جزء أخذ منه مما يلي النقطة حاله^٥ كحال الكل كما لا يخفى فلا يصح الأخذ المذكور إلا على وجه الذي حققته وحينئذ لا يمكن أن يحكم على المأخوذ على هذا الوجه بأنه الكل أو الجزء في الامتداد المقابل للامتداد الواقع بين الخطين. فاندفع ما قيل من أن كل جزء أخذ مما يلي النقطة فالزاوية متحققة بأخذ جزء أقل منه وهكذا إلى غير النهاية وهذا التحقيق موافق^٦ لما ذكره^٧ صاحب الشفاء فيه حيث قال في قاطيغورياس: «أما الزاوية فقد ظن فيها^٨ أنها كمية متصلة غير السطح والجسم فينبغي أن ينظر في أثرها. فنقول إن المقدار جسماً كان أو سطحاً قد يعرض له أن يكون محاطاً بين نهايات ملتقي عند نقطة واحدة وهو الزاوية»^(٦). وأما الفرق بين الزاوية والأشكال فهو أن الزاوية إنما هي زاوية من حيث يعتبر المقدار متحدداً^٩ بين حدين أو حدود ملتقيان بحد ولنخصص الكلام بالمسطحة فنقول أنه لا يخلو إما أن يكون الشيء الذي يحيط به الحدان المتلقيان في المسطحات قد يحيط معهما ثالث أو رابع أو لا يحيط وإن لم يحط معهما ثالث فلا يخلو إما أن يكون حداه ملتقيان عند حد مشترك آخر لهما أو لا يلتقيان سواء كانا يلتقيان إذا مدا أو كانا يلتقيان بل يذهبان في التوهم إلى غير النهاية. فإن إلتقيا فيكون كحال الخطين المحيطين بقطعة الدائرة أو بشكل هلالى أو غير ذلك. فالسطح الذي لا يتحدد بحد ثالث بل إنما هو محدود بحدين يلتقيان بجانب منه فقط فهو من حيث هو كذلك أو حاله تلك، هو أو هي

١. لا يدخل بشيء [A, B, C, N]

٢. عنهما [B]

٣. + قط [B, C]

٤. - السطح [A]

٥. + فيه [A]

٦. - موافق [A, B, C, N]

٧. ذكر [B]

٨. عنها [A]

٩. - متحدداً [A] / متحدداً [B, C, N]

ماهيت زاويه؛ زمينه تاريخي و تصحيح.../ ٢١٥

شكل وكما أن المهندسين إذا قالوا شكل ذهبوا إلى المشكل^١ كذلك إذا قالوا زاوية ذهبوا إلى المقدار ذي الزاوية ولذلك يكون الزاوية منصفة ومساوية وعظمى وصغرى. انتهى ولهذا الذي ذكر اختار العلامة في الكتب الرياضية القول الأول^٢ فعرف في التذكرة الزاوية بالسطح وفي التحرير بمنحذب السطح أي السطح الذي له انحداب من حيث هو كذلك مع قطع النظر عن تعيين امتداده الذي هو مبتدأه من النقطة بانتهائه إلى حد أو ذهابه إلى غير النهاية على ما مر. إذا تحققت ما تلوناه عليك ظهر بأدنى تأمل اعتراض المتأخرين عن قول سيد المحققين من أن الزاوية هي هيئة سارية في أحد امتدادي السطح وتفصيله مع ما عليه قد ذكرت في شرح التذكرة المسمى بالتكملة.

تمت^٣ فائدة من فوائد شمس فلك العقول محمد الخفري رحمه الله

سنة ١٠٣٦هـ

پی نوشت های متن رساله:

(١) نک: نصیرالدین طوسی، تحریر اصول اقلیدس، برگ ٢ر

(٢) نک: رجب، ج ١، ص ٩٥

(٣) نک: میرشریف جرجانی، برگ ٥ر

(٤) نک: قطب الدین شیرازی، برگ ٢پ

(٥) نک: نظام الدین أعرج نیشابوری، برگ ٧ر

(٦) نک: ابن سینا، ص ١١٦

١. الشكل [B, C]

٢. - القول الأول، + الأول القول [C]

٣. - [A]

٤. - [B, C]

منابع

- ابن سینا، حسین بن عبدالله. (١٣٨٣ش). الشفاء: الإلهيات. الأب قنواتی و سعید زاید. قاهره: الهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية.
- اقليدس. (١٣٨٨ش). اصول. تامس. ال. هيث. ترجمة محمد هادي شفيعيها. تهران: مركز نشر دانشگاهی.
- درايتی، مصطفى. (١٣٨٩ش). فهرستواره دستنوشتهای ايران (دنا). تهران: كتابخانه، موزه و مركز اسناد مجلس شورای اسلامی.
- فخر رازی، محمد بن عمر. (١٣٤٣ق). المباحث المشرقية في العلم الإلهيات و الطبيعيات. حيدر آباد دکن: مطبعة مجلس دائرة المعاف النظامية.
- _____. (١٤٠٧ق). المطالب العالية من العلم الإلهي. أحمد حجازي السقاء. بيروت: دارالكتب العربي.
- قطب الدين شيرازي، محمود بن مسعود. نهاية الإدراك في دراية الأفلاك. نسخة خطی شماره ٦٤٥٧ كتابخانه مجلس شورای اسلامی.
- مير شريف جرجاني، علي بن محمد. شرح التذكرة النصيرية. نسخة خطی شماره ٦٢٣٨ كتابخانه مجلس شورای اسلامی.
- نصيرالدين طوسي، محمد بن محمد. تحرير أصول اقليدس. نسخة خطی شماره ٦٣٢٦ كتابخانه مجلس شورای اسلامی.
- نظام الدين أعرج نيشابوري، حسن بن محمد. توضيح التذكرة. نسخة خطی شماره ٢٢٤٣ كتابخانه مجلس شورای اسلامی.
- Berggren, J. L. (December 1991). *Greek and Islamic Elements in Arabic Mathematics*. Apeiron: A Journal for Ancient Philosophy and Science, vol. 24, pp. 195-217.
- Boyer, C. B., & Merzbach, U. C. (1991). *A History of Mathematics*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons.
- Heath, T.L.(2012). *The thirteen books of Euclid's Elements*, New York : Dover Publications.
- Proclus, (1992). *A commentary on the first book of Euclid's Elements*. Morrow, G. R. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Rashed, R. (2015). *Angles et Grandeur*. Berlin/Boston: De Gruyter.
- Naşır al-Dīn al-Ṭūsī. (1993). *Memoir on astronomy: (al-Tadhkira fī 'ilm al-hay'a)*. New York: Springer-Verlag.