

# مدل سازی فرایند انتشار خبرگی میان کارکنان در مسئله زمان بندی پروژه با منابع محدود و چندمهارته

امیرحسین حسینیان<sup>۱</sup>، وحید برادران<sup>۲\*</sup>

۱. دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال

۲. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال

(تاریخ دریافت: ۹۷/۰۳/۱۰، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده: ۹۸/۰۳/۰۵، تاریخ تصویب: ۹۸/۰۳/۲۹)

## چکیده

در این پژوهش، یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط برای مسئله زمان بندی پروژه چندهدفه با منابع محدود و چندمهارته ارائه شده است. اهداف مدل، کمینه سازی زمان تکمیل پروژه و کمینه سازی هزینه های پروژه است. در این مسئله، امکان تشکیل گروه های کاری برای مهارت های مدنظر فعالیت ها وجود دارد. در مدل پیشنهادی، کارایی کارکنان متفاوت است و آن ها می توانند به کمک همکاری با کارکنان کارآمدتر، کارایی خود را بهبود دهند. به عبارت دیگر، امکان یادگیری کارکنان از نیروهای کارآمدتر وجود دارد. روابط آموزشی میان کارکنان در قالب چند شبکه وزنی جهت دار نمایش داده می شود. مدل پیشنهادی از جمله مسائل NP-hard است که برای حل آن، چهار الگوریتم فراابتکاری چندهدفه توسعه یافته است. کارایی الگوریتم ها نیز در حل چند مسئله نمونه مقایسه شده و مقایسه الگوریتم ها از نظر همگرایی، تنوع جواب ها و زمان محاسبات انجام صورت گرفته است. هریک از الگوریتم ها توانسته اند از نظر برخی معیارهای سنجش عملکرد از سایر روش ها موفق تر عمل کنند.

واژه های کلیدی: انتشار خبرگی، بهینه سازی چندهدفه، مسئله زمان بندی پروژه، یادگیری.

## مقدمه

کارایی آن ها در انجام مهارت های مدنظر، بزرگ تر یا مساوی با یک مقدار استاندارد باشد؛ بنابراین اثر یادگیری نقش بسیاری در افزایش تعداد نیروهای واجد شرایط برای انجام مهارت های مورد نیاز فعالیت ها دارد. بدین منظور در این پژوهش، از مفهوم انتشار<sup>۳</sup> برای مدل کردن گسترش خبرگی میان کارکنانی که مهارت های مشترک دارند، استفاده شد. انتشار به طور معمول در حوزه بازاریابی برای مدل کردن رفتار افرادی که علاقه مندی های مشترکی برای خرید کالاها یا گوناگون دارند، استفاده می شود [۲]. در مدل پیشنهادی، کارکنانی که کارایی بالاتری دارند، می توانند بر کارکنانی که کارایی کمتری دارند اثرگذار باشند و سبب بهبود کارایی افراد شوند. با افزایش کارایی کارکنان، زمان مورد نیاز برای فعالیت ها کاهش می یابد. همچنین دستمزد روزانه آن ها و در نتیجه هزینه های پروژه افزایش خواهد یافت؛ بنابراین در این پژوهش، یک مدل ریاضی دوهدفه برای مسئله زمان بندی پروژه با منابع محدود و چندمهارته ارائه شده است که هدف آن کمینه سازی هم زمان زمان تکمیل پروژه و هزینه های پروژه است. مسئله زمان بندی

مسئله زمان بندی پروژه با منابع محدود و چندمهارته<sup>۱</sup> یکی از مسائل شناخته شده در زمینه مدیریت پروژه است. هدف این مسئله، زمان بندی فعالیت های پروژه با توجه به دسترسی محدود به منابع و روابط پیش نیازی میان فعالیت ها است. در این مسئله، فعالیت ها حداقل به یک مهارت نیاز دارند و منابع، کارکنانی به شمار می آیند که قادر به انجام یک یا چند مهارت هستند [۱]. هدف این پژوهش، ارائه مدل ریاضی جدیدی برای مسئله زمان بندی پروژه با منابع محدود و چندمهارته است که در آن کارایی کارکنان متأثر از پدیده یادگیری<sup>۲</sup> است. در مدل پیشنهادی، کارایی کارکنان در انجام هریک از مهارت هایی که دارند، متفاوت است و امکان بهبود کارایی آنان به کمک یادگیری از افرادی که کارایی بالاتری دارند، وجود دارد. یادگیری در این مسئله، زمانی رخ می دهد که چندین نیروی انسانی با کارایی های مختلف برای انجام یکی از مهارت های مورد نیاز فعالیت ها تخصیص یابند. در این صورت، تنها می توان کارکنانی را به مهارت های یک فعالیت اختصاص داد که

دیگر، مقصودلو و همکاران مدل ریاضی دوهدفه را برای بهینه کردن کل هزینه‌ها و ریسک دوباره‌کاری پیشنهاد دادند [۱]. چن و همکاران مسئله زمان‌بندی چندپروژه‌ای با منابع محدود و چندمهارته را مطالعه کردند که در آن اثر یادگیری و فراموشی کارکنان بر کارایی آن‌ها بررسی شده است [۱۳]. با بررسی پژوهش‌های پیشین می‌توان نتیجه گرفت ارزیابی اثر یادگیری کارکنان بر کارایی آن‌ها کمتر مدنظر قرار گرفته است. در مطالعات اندکی که اثر یادگیری را بر کارایی کارکنان بررسی کرده‌اند، پژوهشگران فرض می‌کنند که کارایی نیروی کار با صرف زمان بیشتر در انجام یک مهارت افزایش می‌یابد. با توجه به اطلاعات جمع‌آوری شده، تاکنون اثرپذیری یادگیری کارکنانی با کارایی کمتر از کارکنانی که کارایی بیشتری دارند، مطالعه نشده است؛ بنابراین مطالعه حاضر به بررسی اثر یادگیری کارکنان از یکدیگر و نقش آن در ارتقای کارایی آنان پرداخته است. همچنین اثر یادگیری کارکنان بر مقادیر زمان تکمیل و هزینه‌های پروژه مطالعه شده است. در این پژوهش، رویکردی نوین برای مدل کردن یادگیری کارکنان از یکدیگر پیشنهاد شده است. رویکرد پیشنهادی مبتنی بر مفهوم انتشار در شبکه‌های اجتماعی است. مفهوم انتشار معمولاً در شبکه‌های اجتماعی به منظور مدل کردن تأثیر افراد بر یکدیگر استفاده می‌شود. تاکنون از مفهوم انتشار خبرگی جهت مدل کردن بهبود کارایی کارکنان از طریق یادگیری استفاده نشده است؛ بنابراین یکی از اهداف این پژوهش پرداختن به این شکاف پژوهشی است. در سایر مسائل زمان‌بندی نیز می‌توان از رویکرد ارائه‌شده در این مطالعه برای انتشار خبرگی میان کارکنان استفاده کرد.

### تعریف مسئله و مدل‌سازی ریاضی

#### فرایند انتشار در زمان‌بندی پروژه با منابع چندمهارته

انتشار دانش در میان کارکنان می‌تواند به بهبود کارایی افراد منجر شود. هرچه کارایی افراد بیشتر شود، تعداد کارکنان واجد شرایط برای انجام مهارت‌های موردنیاز فعالیت‌ها افزایش می‌یابد. باید توجه داشت کارگری واجد شرایط انجام مهارت‌های یک فعالیت است که میزان کارایی او، بیشتر یا مساوی با کارایی مهارت مدنظر باشد. هرچه کارایی کارکنان افزایش یابد، مدت‌زمان انجام مهارت‌های

پروژه با منابع محدود و چندمهارته، مسئله بهینه‌سازی NP-hard است؛ بنابراین برای پروژه‌هایی با ابعاد وسیع، به الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری نیاز است تا جواب بهینه یا جواب‌هایی نزدیک به بهینه در زمان محاسباتی معقول یافت شود [۱، ۳، ۴]. در این پژوهش، چهار الگوریتم فراابتکاری به‌منظور حل مدل توسعه یافته‌اند که شامل الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی غیرمغلوب نسخه دوم<sup>۴</sup> (NSGA-II)، الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی‌شده نامغلوب<sup>۵</sup> (NRGA)، الگوریتم ژنتیک چندهدفه<sup>۶</sup> (MOGA) و الگوریتم انتخاب مبتنی بر شکل‌دهی پارتو نسخه دوم<sup>۷</sup> (PESA-II) هستند. با توجه به ویژگی‌های مدل پیشنهادی، یک ساختار نمایش جدید برای الگوریتم‌ها ارائه شده است تا امکان جست‌وجوی فضای جواب وجود داشته باشد. مقایسه‌های میان الگوریتم‌ها از نظر همگرایی، تنوع جواب‌ها و زمان محاسبات صورت می‌گیرد.

### پیشینه پژوهش

بلنگوئر و نرون یک مدل ریاضی را برای RCPSPP چندمهارته پیشنهاد دادند که در آن کارایی کارکنان در انجام هر یک از مهارت‌هایی که دارند، متفاوت است [۵]. وو و سان مدل غیرخطی مختلطی را برای مسائل زمان‌بندی پروژه و تخصیص کارکنان چندمهارته ارائه کردند و به مطالعه اثر یادگیری کارکنان بر بهبود کارایی آن‌ها پرداختند [۶]. مهمان‌چی و شادرخ نیز اثر یادگیری و فراموشی را بر کارایی نیروی انسانی مطالعه کردند [۷]. کاظمی‌پور و همکاران مدل عدد صحیح مختلطی را برای مسئله زمان‌بندی پروژه چندحالتی و چندمهارته پیشنهاد کردند [۸]. تبریزی و همکاران روشی متشکل از دو فاز را برای بهینه‌سازی ارزش فعلی خالص<sup>۸</sup> در زمان‌بندی پروژه با منابع چندمهارته استفاده کردند [۹]. میسکوئسکی و همکاران الگوریتم بهینه‌سازی متشکل از الگوریتم کلونی مورچگان<sup>۹</sup> و قوانین تقدمی را برای حل مسئله RCPSPP چندمهارته پیشنهاد دادند [۱۰]. جوانمرد و همکاران دو مسئله زمان‌بندی پروژه چندمهارته و سرمایه‌گذاری منابع را تلفیق کردند [۱۱]. مقصودلو و همکاران نیز الگوریتم بهینه‌سازی علف‌های هرز چندهدفه را برای RCPSPP چندحالتی و چندمهارته پیشنهاد دادند [۱۲]. در مطالعه‌ای

یک فعالیت کاهش می‌یابد. از سوی دیگر، به‌کارگیری کارکنانی با کارایی بیشتر، به افزایش هزینه‌های پروژه منجر خواهد شد [۱۴].

در مسئله زمان‌بندی پروژه چندمهارته، فرض این است که برخی فعالیت‌های پروژه در هر دوره زمانی به بیش از یک نیروی انسانی نیاز دارند تا مهارت‌های مورد نیاز آن‌ها تکمیل شود؛ بنابراین برخی کارکنان این فرصت را خواهند یافت تا از طریق همکاری با کارکنان کارآمدتر، کارایی خود را بهبود دهند. براین اساس، ممکن است همکاری دو یا چند نیروی انسانی سبب یادگیری شود. در این پژوهش، روابط نیروهای کاری در قالب چند شبکه نمایش داده می‌شود. هر شبکه مرتبط با یکی از مهارت‌های مورد نیاز پروژه است. تعداد گره‌ها در هر شبکه با تعداد کارکنانی که می‌توانند مهارت مربوط را انجام دهند برابر است. گره‌ها به کمک یال‌های جهت‌دار به یکدیگر متصل شده‌اند. این یال‌ها نشانگر ارتباط کارکنانی است که مهارت‌های مشترک دارند؛ برای مثال اگر کارایی کارگر  $A$  در انجام مهارت  $k$ ، بیشتر از کارایی کارگر  $B$  باشد، یک یال جهت‌دار از گره  $A$  به گره  $B$  در شبکه  $k$  وجود خواهد داشت. وجود یک یال جهت‌دار از سوی گره  $A$  به سوی گره  $B$  بدین معنی است که اگر این کارگران برای انجام دادن مهارتی با یکدیگر همکاری کنند، کارگر  $A$  می‌تواند کارگر  $B$  را آموزش دهد. از آنجا که کارایی کارکنان در طول زمان تغییر می‌کند، این شبکه‌ها پویا هستند [۱۴].

نشان‌دهنده گراف مربوط به شبکه  $k$  در دوره  $t$  است. در دوره صفر، شبکه‌ها براساس کارایی اولیه کارکنان شکل می‌گیرند.  $G^{k(t)}(V_{k(t)}, E_{k(t)}, W_{k(t)})$  نشانگر گراف وزنی جهت‌دار برای مهارت  $k$  در دوره  $t$  است.  $V_{k(t)}$  مجموعه‌ای از کارکنانی را نشان می‌دهد که قادر به انجام مهارت  $k$  در دوره  $t$  هستند.  $E_{k(t)}$  نشانگر مجموعه‌ای از یال‌های جهت‌داری است که گره مربوط به کارکنان را در شبکه  $k$  و در دوره  $t$  به یکدیگر متصل می‌کنند.  $W_{k(t)}$  نشان‌دهنده اوزان غیرمنفی یال‌ها در شبکه  $k$  در دوره  $t$  است. وزن هر یال به صورت تفاوت کارایی کارکنانی که گره‌های مربوط به آن‌ها به کمک این یال به یکدیگر متصل شده‌اند تعریف می‌شود. ارتباطات و اوزان یال‌های این شبکه‌ها در طول زمان به‌روزرسانی می‌شوند؛ بنابراین گراف

$$\rho_{sk(t-1)} + \lambda_{skt} \geq \theta_s \quad (2)$$

در رابطه (۲)،  $\rho_{sk(t-1)}$  نشانگر کارایی کارگر  $s$  در

براساس اطلاعات گراف  $G^{k(t-1)}$  به‌دست می‌آید. در این پژوهش، به‌منظور انتشار خبرگی میان کارکنان از مدل آستانه‌ای خطی<sup>۱۱</sup> که از جمله مدل‌های شناخته‌شده در زمینه انتشار در شبکه‌های اجتماعی است، استفاده شده است. در این مدل، برای هر گره  $s$ ، یک عدد تصادفی در بازه  $[0, 1]$  تولید می‌شود. عدد تصادفی تولیدشده برای گره  $s$  را آستانه گره  $s$  می‌نامند که با  $\theta_s$  نمایش داده می‌شود. هر گره  $k$  می‌تواند با وزن  $b_{sk}$  بر گره  $s$  اثرگذار باشد. هنگامی که یک گره از گره‌های همسایه خود تأثیر می‌پذیرد، «فعال»<sup>۱۲</sup> خواهد شد. فعال شدن یک گره به این معناست که سایر گره‌های همسایه و غیرفعال فعال می‌شوند [۱۴، ۲]. همچنین فعال شدن گره مربوط به یک کارگر در مدل پیشنهادی به این معناست که این کارگر واجد شرایط برای تعلیم همکاران خود است. گره  $s$  در صورتی که شرط زیر برقرار باشد، فعال خواهد شد [۱۴]:

$$\sum_{s' \in A_s} b_{ss'} \geq \theta_s \quad (1)$$

در رابطه ۱،  $A_s$  نشانگر مجموعه گره‌های فعال در همسایگی گره  $s$  است. هنگامی که گره  $s$  فعال می‌شود، مجاز است تا هریک از گره‌های غیرفعال در همسایگی خود را فعال کند. افرادی که کارایی بالاتری از سایر کارکنان دارند، در ابتدای فرایند انتشار در حالت فعال قرار دارند؛ بنابراین اعضای فعال اولیه براساس کارایی اولیه افراد تعیین خواهند شد. در پژوهش حاضر، مدل آستانه‌ای خطی به‌منظور استفاده در مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع چندمهارته توسعه یافته است. به این ترتیب برای هریک از کارکنان، یک حد آستانه‌ای  $(\theta_s)$  ( $s = 1, \dots, S$ ) در نظر گرفته می‌شود که مقدار آن به صورت تصادفی در بازه  $[0, 1]$  تولید می‌شود. اگر کارایی یک کارگر بیشتر یا مساوی با مقدار  $\theta$  باشد، این کارگر عضوی فعال خواهد بود. کارکنانی که کارایی آن‌ها بیشتر یا مساوی با حد آستانه‌ای باشد، به‌منزله نیروی کار واجد شرایط برای آموزش دادن سایر کارکنان شناخته خواهند شد. گره مربوط به کارگر  $s$  در شبکه  $k$  و در دوره  $t$  زمانی فعال می‌شود که رابطه زیر برقرار باشد [۱۴]:

فعالیت‌های مجازی ابتدایی و انتهایی شبکه هستند. فعالیت‌های مجازی زمان ندارند و به منبعی نیازمند نیستند. یک فعالیت زمانی می‌تواند شروع شود که همه فعالیت‌های پیش‌نیاز آن تکمیل شده باشند. هر فعالیت تنها در یک حالت (مد) انجام می‌شود. منابع پروژه نیروهای کاری چندمهارته هستند و می‌توانند یک مهارت را انجام دهند. هر فعالیت به یک یا چند مهارت و به تعداد مشخصی از کارکنان برای انجام هر یک از مهارت‌ها نیاز دارد. کارایی کارکنان در انجام هر یک از مهارت‌هایی که دارند، متفاوت است. کارکنانی که کارایی بیشتری دارند، زمان کمتری برای انجام مهارت‌های مورد نیاز فعالیت‌ها صرف می‌کنند. هرچه کارایی کارکنان بیشتر باشد، دستمزد روزانه آن‌ها بیشتر است. مهارت‌ها را باید کارکنانی انجام دهند که کارایی آن‌ها بیشتر یا مساوی با کارایی مورد نیاز این مهارت باشد. باید توجه داشت که کارایی کارکنان با یادگیری از نیروهای کارآمدتر بهبود می‌یابد. گره مربوط به یک کارگر زمانی فعال می‌شود که کارایی این کارگر بیشتر یا مساوی با مقدار آستانه باشد. تنها کارکنان فعال می‌توانند به آموزش سایر کارکنان بپردازند. کارکنان فعال نیز به حالت غیرفعال باز نمی‌گردند [۱۴]. در ادامه، مجموعه‌ها، پارامترها، متغیرهای تصمیم و مدل ریاضی ارائه شده است.

#### مجموعه‌ها

$J$	مجموعه فعالیت‌های پروژه $(j, j' = 0, 1, 2, \dots, N+1)$
$\Upsilon$	مجموعه مهارت‌های مورد نیاز پروژه (مجموعه شبکه‌های آموزشی) $(k, k' = 1, 2, \dots, K)$
$\Delta$	مجموعه کارکنان چندمهارته $(s, s' = 1, 2, \dots, S)$
$H$	مجموعه دوره‌های زمانی $(t, t' = 0, 1, 2, \dots, T)$
$PR$	مجموعه روابط پیش‌نیازی فعالیت‌ها
$RS_j$	مجموعه مهارت‌های مورد نیاز فعالیت $j$
$\Gamma_k$	مجموعه کارکنانی که قادر به انجام دادن مهارت $k$ هستند.
$A_{skt}$	مجموعه کارکنان فعالی که در دوره $t$ ، قادر به آموزش دادن کارگر $s$ در انجام مهارت $k$ هستند.

#### پارامترهای مدل

$p_j$	مدت زمان استاندارد فعالیت $j$ (زمان مورد نیاز کارکنانی که کارایی آن‌ها ۱ است).
$R_k$	تعداد کارکنانی که قادر به انجام دادن مهارت $k$ هستند.

شبکه  $k$  و در دوره  $(t-1)$  است.  $\lambda_{skt}$  میزان اثرگذاری همکاران فعال کارگر  $s$  را بر کارایی این کارگر در انجام مهارت  $k$  در دوره  $t$  نشان می‌دهد. این میزان اثرگذاری با رابطه ۳ محاسبه می‌شود [۱۴]:

$$\lambda_{skt} = \alpha_s \cdot \max_{s' \in A_{skt}} (\rho_{s'kt} - \rho_{skt}) \quad (3)$$

در رابطه ۳،  $A_{skt}$  نشانگر مجموعه‌ای از کارکنان فعالی است که می‌توانند در دوره  $t$  کارگر  $s$  را در انجام مهارت  $k$  آموزش دهند.  $\alpha_s$  به‌عنوان ضریب اثرپذیری کارگر  $s$  از همکاران فعالی که کارایی آن‌ها بیشتر است، تعریف می‌شود. مقدار این ضریب در بازه  $[0, 1]$  خواهد بود؛ برای مثال، پروژه‌ای را در نظر بگیرید که برای فعالیت‌های آن به دو مهارت نیاز است و کارکنان حاضر در آن ۹ نفر هستند. فرض می‌کنیم ۲ نفر از کارکنانی که بیشترین میزان کارایی اولیه را دارند، کارکنان فعال محسوب می‌شوند؛ بنابراین ارتباطات آموزشی میان کارکنان در قالب دو شبکه نمایش داده می‌شود. این ارتباطات آموزشی در شکل ۱ برای دوره‌های  $t=0$ ،  $t=100$  و  $t=200$  قابل مشاهده است. گره‌های سبزرنگ و آبی‌رنگ به ترتیب نشان‌دهنده کارکنان فعال و غیرفعال هستند. با توجه به اینکه کارایی کارکنان به دلیل اثر یادگیری تغییر می‌کند، جهت یال‌ها در طول زمان نیز تغییر خواهد کرد؛ بدین معنی که یال‌ها از سوی کارکنانی با کارایی بیشتر به سوی کارکنانی با کارایی کمتر حرکت می‌کنند. با توجه به شکل ۱، جهت برخی از یال‌ها با افزایش تعداد کارکنان فعال و با گذشت زمان تغییر می‌کند. اوزان یال‌ها به دلیل محدودیت فضا در شکل ۱ نشان داده نشده است. افزایش تعداد کارکنان فعال در این شکل بیانگر موفق بودن فرایند انتشار خبرگی میان کارکنان است. یال‌هایی که جهت آن‌ها تغییر کرده است، با رنگ قرمز نمایش داده شده‌اند.

#### مدل ریاضی پیشنهادی

در این بخش، مدل پیشنهادی و فرضیه‌های آن ارائه شده است. ساختار پروژه را گراف  $G(V, PR)$  نشان می‌دهد که در آن  $V$  نشان‌دهنده مجموعه فعالیت‌ها و  $PR$  بیان‌کننده روابط پیش‌نیازی فعالیت‌هاست. فعالیت‌ها به ترتیب از ۰ تا  $N+1$  شماره‌گذاری شده‌اند. فعالیت‌های ۰ و  $N+1$  به ترتیب

$\delta_{ss'kt}$  برابر ۱ است، اگر کارگر  $s$  با کارگر فعال  $k$  در انجام‌دادن مهارت  $k$  در دوره  $t$  همکار باشد؛ در غیر این صورت، مقدار آن صفر است.

$L_{jk}$  حداقل کارایی مورد نیاز برای انجام مهارت  $k$  از فعالیت  $j$   
 $U$  میزان بودجه‌ای که در هر دوره از پروژه قابل‌صرف است.

$B$  کل میزان بودجه‌ای که برای پروژه قابل‌صرف است.  
 $\alpha_s$  ضریب اثرپذیری کارگر  $s$   
 $\theta_s$  حد آستانه کارگر (گره)  $s$   
 $I$  دستمزد روزانه کارگری که کارایی او ۱ است.  
 $M_{sk}$  برابر ۱ است، اگر کارگر  $s$  بتواند مهارت  $k$  را انجام دهد. در غیر این صورت، مقدار آن صفر است.

**مدل ریاضی پیشنهادی**

Minimize  $Z_1 = \sum_{t=1}^T t \cdot X_{(N+1)t}$  (۴)

Minimize  $Z_2 = \sum_{j=1}^{N+1} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S \omega_{skt} \cdot I \cdot \gamma_{jskt}$  (۵)

Subject to:

$\sum_{t=1}^T X_{jt} = 1 \quad \forall j$  (۶)

$\lambda_{skt} = \quad \forall s, \forall k, \forall t$  (۷)

$\alpha_s \cdot \max_{s' \in A_{skt}} (\omega_{ss'kt}) \cdot \delta_{ss'kt}$  (۸)

$\omega_{skt} \leq \omega_{sk(t-1)} + \lambda_{skt} \quad \forall s, \forall k, \forall t$  (۸)

$\omega_{skt} \leq 1 \quad \forall s, \forall k, \forall t$  (۹)

$TR_{jk} = \max_{s \in \Gamma_k} \left( \sum_{t=1}^T \frac{P_j}{\omega_{skt}} \times X_{jt} \right) \quad \forall j, \forall k$  (۱۰)

$d_j = \max_k (TR_{jk}) \quad \forall j, \forall k \in RS_j$  (۱۱)

$\sum_{t=1}^T t \cdot X_{jt} + d_j \leq \sum_{t=1}^T t' \cdot X_{jt'} \quad \forall (j, j') \in J$  (۱۲)  
 $\forall (j, j') \in PR$

$\gamma_{jskt} \leq M_{sk} \quad \forall j, \forall s, \forall k, \forall t$  (۱۳)

$\sum_{j=1}^{N+1} \sum_{k=1}^K \gamma_{jskt} \leq 1 \quad \forall s, \forall t$  (۱۴)

$\sum_{j=1}^{N+1} \sum_{s=1}^S \gamma_{jskt} \leq R_k \quad \forall k, \forall t$  (۱۵)

$\omega_{skt} \geq \theta_s \cdot \tau_{skt} \quad \forall s, \forall k, \forall t$  (۱۶)

$\omega_{skt} \geq L_{jk} \cdot \gamma_{jskt} \quad \forall j, \forall s, \forall k, \forall t$  (۱۷)

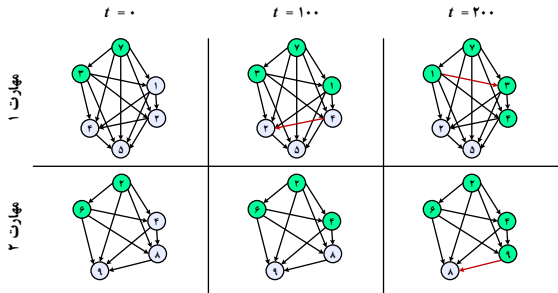
$\rho_{kt} = \sum_{t'=1}^t \sum_{s=1}^S \tau_{skt'} \quad \forall k$  (۱۸)

$\rho_{k(t+1)} \geq \rho_{kt} \quad \forall t, \forall k$  (۱۹)

$\sum_{j=1}^{N+1} \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S \omega_{skt} \cdot I \cdot \gamma_{jskt} \leq U \quad \forall t$  (۲۰)

$\sum_{j=1}^{N+1} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S \omega_{skt} \cdot I \cdot \gamma_{jskt} \leq B$  (۲۱)

$\delta_{ss'kt} = \sum_{j=1}^{N+1} \gamma_{jskt} \cdot \gamma_{js'kt} \quad \forall k \in RS_j, \quad \forall (s \neq s') \in \Gamma_k, \quad \forall t$  (۲۲)



شکل ۱. روابط آموزشی میان کارکنان در دوره‌های مختلف پروژه

**متغیرهای تصمیم**

- $\omega_{skt}$  کارایی کارگر  $s$  در انجام‌دادن مهارت  $k$  در دوره  $t$
- $d_j$  مدت‌زمان مورد نیاز کارکنان تخصیص‌یافته به فعالیت  $j$
- $TR_{jk}$  زمان مورد نیاز برای انجام‌دادن مهارت  $k$  از فعالیت  $j$
- $\lambda_{skt}$  میزان اثرگذاری همکاران فعال کارگر  $s$  بر کارایی این کارگر در انجام‌دادن مهارت  $k$  در دوره  $t$
- $\rho_{kt}$  تعداد کارکنان فعال در شبکه آموزشی  $k$  در دوره  $t$
- $v_{ss'kt}$  تفاوت کارایی کارکنان  $k$  و  $s$  در انجام‌دادن مهارت  $k$  در دوره  $t$
- $Z_1$  متغیر تابع هدف اول
- $Z_2$  متغیر تابع هدف دوم
- $X_{jt}$  برابر ۱ است، اگر فعالیت  $j$  در دوره  $t$  آغاز شود؛ در غیر این صورت، مقدار آن صفر است.
- $\gamma_{jskt}$  برابر ۱ است، اگر کارگر  $s$  در دوره  $t$  در حال انجام‌دادن مهارت  $k$  از فعالیت  $j$  باشد؛ در غیر این صورت، مقدار آن صفر است.
- $\tau_{skt}$  برابر ۱ است، اگر گره مربوط به کارگر  $s$  در شبکه  $k$  در دوره  $t$  فعال باشد؛ در غیر این صورت، مقدار آن صفر است.
- $\xi_{jskt}$  برابر ۱ است، اگر کارگر  $s$  واجد شرایط انجام‌دادن مهارت  $k$  از فعالیت  $j$  در دوره  $t$  باشد؛ در غیر این صورت، مقدار آن صفر است.

مهارت  $k$  در حال همکاری هستند یا خیر. رابطه ۲۳ به روزرسانی مجموعه  $A_{skt}$  را نشان می‌دهد. روابط ۲۴ و ۲۵ نیز نوع متغیرهای تصمیم را مشخص می‌کنند.

### روش‌های حل

#### ساختار نمایش جواب و فرایند کدگشایی

در این پژوهش، هر جواب به شکل ماتریس  $2 \times N$  نمایش داده می‌شود که  $N$  نشان‌دهنده تعداد فعالیت‌های پروژه است. سطر نخست در این ماتریس به فهرست فعالیت‌ها مربوط است. نحوه قرارگیری فعالیت‌ها در این فهرست به گونه‌ای است که هر فعالیت پس از فعالیت‌های پیش‌نیاز خود قرار می‌گیرد؛ از این رو فهرست فعالیت‌ها از نظر روابط پیش‌نیازی امکان‌پذیر<sup>۱۳</sup> هستند. سطر دوم نشان‌دهنده شماره منابع (کارکنان) تخصیص یافته به فعالیت‌های پروژه است [۱۵، ۱۶]. پروژه‌ای را در نظر بگیرید که شامل شش فعالیت و نیازمند سه مهارت است. شکل ۲ نمونه‌ای از یک جواب امکان‌پذیر برای این پروژه است. سطر اول در شکل ۲ ترتیبی امکان‌پذیر از فعالیت‌های این پروژه را نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم فعالیت ۲ نیازمند مهارت ۱ و ۳ است. این فعالیت در هر دوره نیازمند دو کارگر برای انجام دادن مهارت ۱ است؛ در حالی که تنها یک کارگر برای انجام مهارت ۳ در هر دوره نیاز است. همان‌طور که در سطر دوم از شکل ۲ مشاهده می‌شود، کارگران ۹ و ۱۱ برای انجام دادن مهارت ۱، از فعالیت ۲ تخصیص یافته‌اند. همچنین، کارگر ۷ برای انجام دادن مهارت ۳ به این فعالیت اختصاص داده شده است.

۲	۱	۴	۳	۶	۵
۷, (۹, ۱۱)	(۱, ۵)	۱۳	۱, (۳, ۵)	۱	۹

شکل ۲. نمونه‌ای از جواب امکان‌پذیر

در این پژوهش، از روش برنامه تولید زمان‌بندی سری<sup>۱۴</sup> (S-SGS) [۱۷] برای کدگشایی جواب‌ها استفاده شده است.

#### الگوریتم‌های فراابتکاری

در مطالعه حاضر، از الگوریتم‌های NSGA-II [۱۸، ۱۹،

$$A_{skt} = \begin{cases} A_{sk(t-1)} \cup \{s\}; & \text{if } \omega_{s'kt} \geq \theta_{s'} \text{ \& } \omega_{s'kt} > \omega_{skt} \\ A_{sk(t-1)}; & \text{if } \omega_{s'kt} \geq \theta_{s'} \text{ \& } \omega_{s'kt} \leq \omega_{skt} \\ A_{sk(t-1)}; & \text{if } \omega_{s'kt} < \theta_{s'} \text{ \& } \omega_{s'kt} > \omega_{skt} \\ A_{sk(t-1)}; & \text{if } \omega_{s'kt} < \theta_{s'} \text{ \& } \omega_{s'kt} \leq \omega_{skt} \end{cases} \quad \forall (s, s') \in \Gamma_k, \quad (23)$$

$$X_{jt}, \gamma_{jskt}, \tau_{skt}, \xi_{jskt}, \quad \forall j, \forall (s, s'), \forall k, \quad (24)$$

$$\delta_{ss'kt} \in \{0, 1\} \quad \forall t$$

$$\omega_{skt}, d_j, TR_{jk}, \lambda_{skt}, \rho_{kt}, \quad \forall j, \forall s, \forall k, \quad (25)$$

$$v_{ss'kt}, Z_1, Z_2 \geq 0 \quad \forall t$$

روابط ۴ و ۵ به ترتیب نشان‌دهنده توابع هدف اول و دوم مدل هستند که کمینه‌سازی زمان تکمیل پروژه و هزینه‌های پروژه به‌شمار می‌آیند. رابطه ۶ تضمین می‌کند که هر فعالیت دقیقاً یک‌بار شروع شود. رابطه ۷ میزان اثرپذیری کارگر  $s$  را در انجام دادن مهارت  $k$  در دوره  $t$  نشان می‌دهد. کارایی کارگر  $s$  در انجام دادن مهارت  $k$  در دوره  $t$  در رابطه ۸ قابل محاسبه است. رابطه ۹ تضمین می‌کند که کارایی کارکنان کمتر یا مساوی یک است. با استفاده از رابطه ۱۰، زمان مورد نیاز برای انجام دادن مهارت  $k$  از فعالیت  $z$  محاسبه می‌شود. رابطه ۱۱ کل زمان مورد نیاز برای تکمیل مهارت  $k$  از فعالیت  $z$  را محاسبه می‌کند. رابطه ۱۲ نشان‌دهنده روابط پیش‌نیازی فعالیت‌های پروژه است. براساس رابطه ۱۳، کارکنان اختصاص یافته به یک مهارت می‌توانند آن را انجام دهند. رابطه ۱۴ نشان می‌دهد که هر کارگر تنها می‌تواند یک فعالیت را در هر دوره انجام دهد. براساس رابطه ۱۵، میزان استفاده از نیروی انسانی بیشتر از میزان دسترسی به آن‌ها نیست. رابطه ۱۶ بیان می‌کند گره مربوط به کارگر  $s$  زمانی فعال می‌شود که کارایی آن بیشتر یا مساوی با حد آستانه‌ای باشد. رابطه ۱۷ تضمین می‌کند کارایی کارکنان تخصیص یافته به یک مهارت از حداقل کارایی مورد نیاز بیشتر یا مساوی است. رابطه ۱۸ تعداد نیروهای کار فعال را در انجام دادن مهارت  $k$  تا دوره  $t$  محاسبه می‌کند. رابطه ۱۹ تضمین می‌کند گره‌های فعال به حالت غیرفعال بر نمی‌گردند. براساس رابطه ۲۰، میزان هزینه هر دوره کمتر یا مساوی با میزان بودجه در نظر گرفته شده برای هر دوره است. رابطه ۲۱ نشان می‌دهد کل هزینه‌های پروژه باید کوچک‌تر یا مساوی با کل بودجه در نظر گرفته شده برای پروژه باشد. رابطه ۲۲ تعیین می‌کند که آیا کارگر  $s$  با کارگر فعال  $k$  در دوره  $t$  برای انجام دادن

### تنظیم پارامترهای الگوریتم‌ها

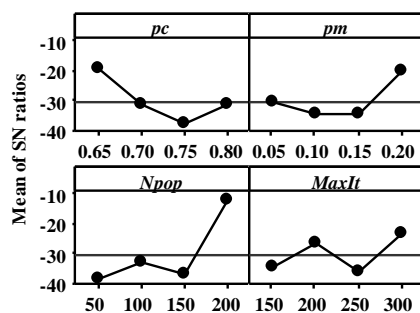
در این پژوهش، از روش تاگوچی<sup>۲۲</sup> برای تنظیم پارامترهای الگوریتم‌ها استفاده شد. تاگوچی آماره‌ای به نام «نسبت سیگنال به نویز»<sup>۲۳</sup> را برای ارزیابی عملکرد یک فرایند پیشنهاد داده است. هرچه نسبت سیگنال به نویز بیشتر باشد، سیگنال کیفیت بهتری خواهد داشت. در این پژوهش، برای هر پارامتر چهار سطح در نظر گرفته شده است. رحمتی و همکاران [۲۳] شاخصی با عنوان ضریب پراکندگی چندهدفه<sup>۲۴</sup> (MOCV) را برای تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های چندهدفه پیشنهاد دادند. این ضریب، دو معیار MID و DM را به ترتیب برای در نظر گرفتن همگرایی الگوریتم و تنوع جواب‌ها در نظر می‌گیرد. شاخص MOCV با استفاده از رابطه<sup>۲۶</sup> قابل محاسبه است [۲۳]:

$$MOCV = \frac{MID}{DM} \quad (26)$$

پنج مسئله نمونه<sup>۱۲۰</sup> فعالیتی (با ابعاد بزرگ) به صورت تصادفی انتخاب، و هر مسئله ۲۰ مرتبه حل شده است تا نتایج مطمئنی حاصل شود. بهترین جواب در میان ۲۰ اجرا، به عنوان نتیجه هر مسئله در نظر گرفته شده است. برای محاسبه MOCV باید نتایج دو شاخص MID و DM به شاخص «درصد انحراف نسبی»<sup>۲۵</sup> (RPD) تبدیل شوند. مقدار RPD با استفاده از رابطه<sup>۲۷</sup> به دست می‌آید [۲۴]:

$$RPD = \frac{Sol - Sol^*}{Sol^*} \times 100 \quad (27)$$

در رابطه<sup>۲۷</sup>، Sol با مقدار MOCV به کمک یک الگوریتم برابر است و بهترین مقدار MOCV را در میان همه مقادیر نشان می‌دهد. شکل‌های ۳-۶ به ترتیب نشان‌دهنده میانگین نسبت سیگنال به نویز برای الگوریتم‌های NSGA-II، NPGA، MOGA و PESA-II هستند. مقادیر پارامترهای الگوریتم‌ها نیز به صورت جدول ۱ است.



شکل ۳. نمودار سیگنال به نویز الگوریتم NSGA-II

[۲۰]، [۱۸] NPGA، [۲۱] MOGA و [۲۲] PESA-II برای حل مدل پیشنهادی استفاده شده است. توضیحات تکمیلی درباره این روش‌ها در مراجع ذکر شده فراوان است.

### نتایج محاسباتی

#### معیارهای سنجش عملکرد الگوریتم‌ها

در این مطالعه، از معیارهای مختلف سنجش عملکرد برای اندازه‌گیری همگرایی الگوریتم‌ها، تنوع جواب‌ها و زمان محاسبات استفاده شده است. این معیارها عبارت‌اند از: تعداد جواب‌های غیرمغلوب<sup>۱۵</sup> (NOS) [۱۸]، فاصله از جواب ایده‌آل<sup>۱۶</sup> (MID) [۲۳]، معیار فاصله‌گذاری<sup>۱۷</sup> (SM) [۲۳]، شاخص تنوع<sup>۱۸</sup> (DM) [۱۸]، پوشش مجموعه<sup>۱۹</sup> (C-Metric) [۱۸] و زمان محاسبات<sup>۲۰</sup> (CPU time). هرچه مقادیر شاخص‌های DM، NOS و C-Metric بیشتر باشد، عملکرد الگوریتم بهتر است؛ در حالی که هرچه مقادیر شاخص‌های SM، MID و SM و زمان محاسبات کمتر باشد، عملکرد روش حل مطلوب‌تر است.

### مسائل نمونه

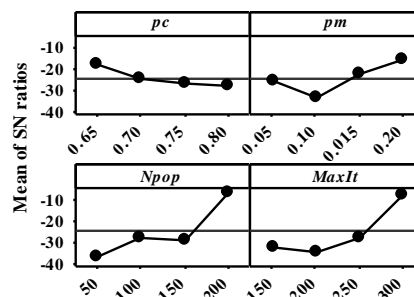
در این مطالعه، ۱۵۰ مسئله استاندارد به صورت تصادفی از پایگاه مسائل نمونه زمان‌بندی پروژه<sup>۲۱</sup> (PSPLIB) انتخاب، و به سه دسته ابعاد کوچک (۳۰ فعالیتی)، متوسط (۶۰ فعالیتی) و بزرگ (۹۰ و ۱۲۰ فعالیتی) تقسیم شدند. با توجه به ویژگی‌های مدل پیشنهادی، برخی اطلاعات باید به مسائل نمونه انتخاب شده اضافه شود. تعداد مهارت‌های پروژه، از توزیع یکنواخت گسسته در بازه [۶، ۱۰] پیروی می‌کنند. تعداد کارکنان دارای توزیع یکنواخت گسسته در بازه [۲۰، ۳۵] است. تعداد مهارت‌های هر فعالیت از توزیع یکنواخت گسسته در بازه [۱، K] پیروی می‌کند. تعداد کارکنانی که در ابتدای فرایند انتشار در انجام دادن مهارت k فعال هستند توزیع یکنواخت گسسته‌ای در بازه [۱، ۳] دارند. کل میزان بودجه‌ای که برای پروژه صرف می‌شود، به صورت تصادفی در بازه [۰، ۱] تعیین می‌شود. حد آستانه همه کارکنان ۰/۵ در نظر گرفته شده است. دستمزد روزانه کارکنانی که کارایی آن‌ها ۱ است، به صورت تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه [۲۰۰، ۴۰۰] تعیین می‌شود.

جواب‌های غیرمغلوب سایر الگوریتم‌هاست. بعد از الگوریتم NSGA-II، روش PESA-II از نظر شاخص NOS عملکرد بهتری از سایر روش‌ها دارد. از نظر شاخص MID نیز الگوریتم‌های NSGA-II و PESA-II به ترتیب رتبه اول و دوم را به دست آورده‌اند. یکنواختی توزیع جواب‌های غیرمغلوب الگوریتم MOGA از سایر الگوریتم‌ها بهتر است. الگوریتم NPGA پس از الگوریتم MOGA نتایج بهتری از نظر شاخص SM از دو روش دیگر به دست آورده است. از نظر گستردگی جواب‌های غیرمغلوب (شاخص DM)، الگوریتم‌های NSGA-II و NPGA به ترتیب رتبه‌های اول و دوم را کسب کرده‌اند. از نظر شاخص زمان محاسبات نیز الگوریتم PESA-II سریع‌تر از سایر روش‌ها عمل کرده است.

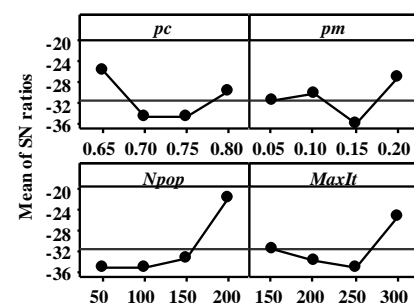
جدول ۱. مقادیر پارامترهای الگوریتم‌ها

الگوریتم	پارامتر	نماد	مقدار پارامتر
NSGA-II	نرخ تقاطع	$p_c$	۰/۶۵
	نرخ جهش	$p_m$	۰/۲۰
	اندازه جمعیت	$N_{pop}$	۲۰۰
	تعداد تکرار	$MaxIt$	۳۰۰
NRGA	نرخ تقاطع	$p_c$	۰/۶۵
	نرخ جهش	$p_m$	۰/۲۰
	اندازه جمعیت	$N_{pop}$	۲۰۰
	تعداد تکرار	$MaxIt$	۳۰۰
MOGA	نرخ تقاطع	$p_c$	۰/۶۵
	نرخ جهش	$p_m$	۰/۲۰
	اندازه جمعیت	$N_{pop}$	۲۰۰
	تعداد تکرار	$MaxIt$	۳۰۰
PESA-II	نرخ جهش	$p_m$	۰/۰۵
	اندازه جمعیت	$N_{pop}$	۲۰۰
	تعداد تکرار	$MaxIt$	۳۰۰
	اندازه آرشیو	$ARS$	۴۰

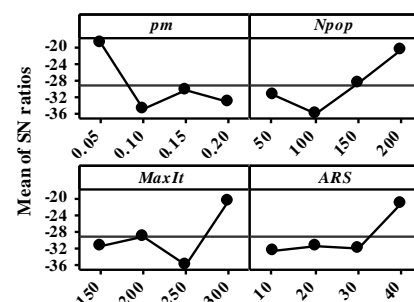
در جدول‌های ۳-۶، الگوریتم‌ها از نظر میانگین شاخص پوشش مجموعه مقایسه شده‌اند. با توجه به این نتایج، الگوریتم NSGA-II در مسائل کوچک، متوسط و بزرگ به مراتب بهتر از سایر روش‌ها عمل کرده است.



شکل ۴. نمودار سیگنال به نویز الگوریتم NPGA



شکل ۵. نمودار سیگنال به نویز الگوریتم MOGA



شکل ۶. نمودار سیگنال به نویز الگوریتم PESA-II

### بحث و یافته‌ها

جدول ۲ مقایسه عملکرد الگوریتم‌های NSGA-II، NRGA، MOGA و PESA-II را از نظر معیارهای MID، NOS، SM، DM و زمان محاسبات نشان می‌دهد. هر الگوریتم پنج مرتبه اجرا شده و میانگین نتایج در جدول ۲ آمده است. براساس نتایج حاصل از خروجی‌ها، تعداد جواب‌های غیرمغلوب تولیدشده به کمک الگوریتم NSGA-II بیشتر از تعداد



جدول ۲. مقایسهٔ الگوریتم‌ها از نظر معیارهای سنجش عملکرد

معیارهای سنجش عملکرد					الگوریتم	تعداد فعالیت‌ها
CPU time	DM	SM	MID	NOS		
۴۷/۶۵	۵۲۳۷/۲۶	۴/۴۷	۶۴/۲۸	۲۳/۸۴	NSGA-II	$J = ۳۰$
۵۲/۸۲	۳۸۹۰/۳۵	۳/۹۳	۳۳۳/۳۵	۱۷/۵۸	NRGA	
۶۴/۴۱	۳۴۵۴/۱۱	۳/۲۴	۳۱۷/۴۳	۱۷/۲۲	MOGA	
۴۳/۲۷	۳۴۱۹/۸۰	۴/۵۱	۲۸۶/۱۷	۲۰/۷۵	PESA-II	
۹۹/۲۳	۵۷۳۳/۶۰	۸/۸۱	۱۵۲/۳۹	۳۶/۱۷	NSGA-II	$J = ۶۰$
۱۰۳/۱۲	۵۳۲۹/۳۱	۷/۰۱	۴۷۸/۰۵	۲۶/۶۴	NRGA	
۱۳۰/۸۳	۴۹۸۱/۷۴	۵/۹۵	۴۴۹/۹۳	۲۷/۳۷	MOGA	
۸۷/۲۷	۴۳۹۳/۴۳	۸/۱۴	۴۲۰/۸۱	۳۳/۸۲	PESA-II	
۱۳۹/۱۰	۱۰۱۲۵/۶۰	۳۰/۲۷	۶۷۵/۶۵	۴۵/۸۸	NSGA-II	$J = ۹۰$
۱۴۸/۷۱	۹۲۵۰/۵۲	۲۷/۱۰	۸۰۱/۷۱	۳۷/۲۵	NRGA	
۱۸۶/۶۵	۸۴۹۲/۰۶	۲۳/۵۷	۷۳۹/۲۰	۳۲/۹۱	MOGA	
۱۱۷/۷۶	۸۴۴۳/۷۸	۲۸/۱۳	۷۲۰/۱۱	۴۱/۰۲	PESA-II	
۱۸۰/۶۱	۱۱۱۶۳/۷۷	۹۵/۰۹	۲۴۹۰/۵۲	۵۴/۷۴	NSGA-II	$J = ۱۲۰$
۱۹۴/۰۹	۱۰۱۵۸/۲۳	۸۱/۱۰	۴۲۷۴/۰۶	۴۳/۷۴	NRGA	
۲۴۳/۸۸	۹۸۳۵/۰۵	۷۵/۶۸	۴۰۳۱/۲۸	۴۸/۳۶	MOGA	
۱۵۶/۱۱	۹۲۹۸/۲۵	۸۳/۳۲	۳۸۶۷/۱۱	۵۱/۹۵	PESA-II	

جدول ۳. شاخص پوشش مجموعه برای مسائل  $J = ۳۰$

PESA-II	MOGA	NRGA	NSGA-II	مقایسهٔ الگوریتم‌ها
۰/۶۵	۰/۲۷	۰/۷۳	-	NSGA-II
۰/۰۴	۰/۰۳	-	۰/۲۰	NRGA
۰/۱۷	-	۰/۸۴	۰/۱۵	MOGA
-	۰/۱۴	۰/۶۹	۰/۳۱	PESA-II

جدول ۴. شاخص پوشش مجموعه برای مسائل  $J = ۶۰$

PESA-II	MOGA	NRGA	NSGA-II	مقایسهٔ الگوریتم‌ها
۰/۵۳	۰/۲۲	۰/۶۰	-	NSGA-II
۰/۰۸	۰/۰۷	-	۰/۱۶	NRGA
۰/۲۵	-	۰/۷۴	۰/۱۰	MOGA
-	۰/۱۱	۰/۶۰	۰/۲۶	PESA-II

جدول ۵. شاخص پوشش مجموعه برای مسائل  $J = ۹۰$

PESA-II	MOGA	NRGA	NSGA-II	مقایسهٔ الگوریتم‌ها
۴۳/۰	۲۵/۰	۸۷/۰	-	NSGA-II
۱۹/۰	۱۰/۰	-	۱۱/۰	NRGA
۳۶/۰	-	۷۷/۰	۲۰/۰	MOGA
-	۱۷/۰	۷۴/۰	۳۱/۰	PESA-II

جدول ۶. شاخص پوشش مجموعه برای مسائل  $J = ۱۲۰$

مقیاسه الگوریتم‌ها	NSGA-II	NRGA	MOGA	PESA-II
NSGA-II	-	۰/۸۵	۰/۳۶	۰/۶۶
NRGA	۰/۱۲	-	۰/۱۹	۰/۰۶
MOGA	۰/۳۷	۰/۸۸	-	۰/۲۸
PESA-II	۰/۴۲	۰/۹۴	۰/۲۲	-

در ادامه، اثر یادگیری کارکنان بر مقادیر توابع هدف مطالعه شده است. میانگین جواب‌های بهینه مسائل ۳۰ فعالیتی (با ابعاد کوچک) در دو حالت «با اثر یادگیری» و «بدون اثر یادگیری» در جدول ۷ مقایسه شده‌اند. براین اساس، میانگین جواب‌های بهینه در حالتی که اثر یادگیری کارکنان بر کارایی آن‌ها در نظر گرفته شده است، به مراتب کمتر از حالتی است که به اثر پدیده یادگیری توجهی نشده است.

جدول ۷. مقایسه میانگین جواب‌ها با اثر یادگیری و بدون اثر یادگیری

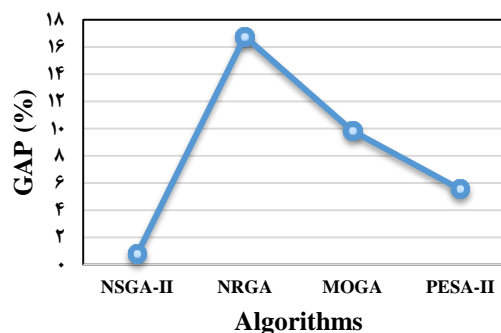
حالت	زمان تکمیل پروژه	هزینه‌های پروژه
با یادگیری	۴۲/۵۸	۳۷۵۸۴/۸۷
بدون یادگیری	۵۷/۳۲	۵۱۹۹۷/۶۴

براساس جدول‌های ۸ تا ۱۱، عملکرد این چهار الگوریتم در دو حالت «با اثر یادگیری» و «بدون اثر یادگیری» آمده است. الگوریتم‌ها ۱۰ مرتبه اجرا شده‌اند و میانگین نتایج گزارش شده است. هر چهار الگوریتم در حالتی که یادگیری کارکنان از یکدیگر مدنظر قرار گرفته است به نتایج بهتری دست یافته‌اند.

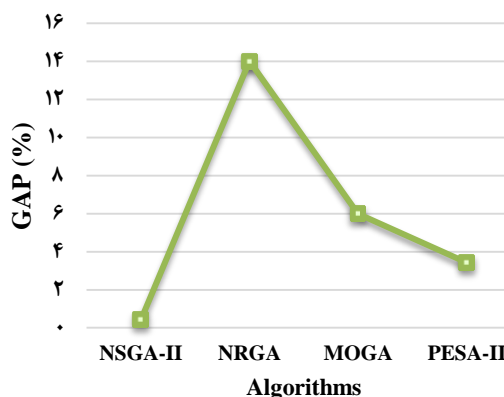
جدول ۸. عملکرد NSGA-II با اثر یادگیری و بدون اثر یادگیری

زمان تکمیل پروژه				حالت
J = ۱۲۰	J = ۹۰	J = ۶۰	J = ۳۰	
۲۰۰/۴۴	۱۴۸/۱۸	۹۱/۵۰	۴۴/۰۷	با یادگیری
۲۴۳/۵۷	۱۷۲/۳۸	۱۱۱/۵۲	۵۹/۸۶	بدون یادگیری
هزینه‌های پروژه				حالت
J = ۱۲۰	J = ۹۰	J = ۶۰	J = ۳۰	
۱۷۶۷۰۳/۳۵	۱۳۹۹۵۰/۰۳	۱۰۲۴۰۴/۱۶	۳۸۹۷۷/۵۶	با یادگیری
۱۹۴۱۵۲/۸۳	۱۵۳۱۱۰/۱۴	۱۲۱۳۵۸/۳۷	۵۲۶۴۴/۸۰	بدون یادگیری

جواب‌های بهینه ۱۰۰ مسئله نمونه با ابعاد کوچک (۳۰ فعالیتی) با جواب‌های الگوریتم‌های فراابتکاری مقایسه شدند. همچنین فاصله جواب‌های بهینه از نتایج الگوریتم‌های فراابتکاری محاسبه شده و میانگین درصد این فواصل از نظر مدت تکمیل و هزینه‌های پروژه به ترتیب در شکل‌های ۷ و ۸ آمده است. براین اساس، الگوریتم NSGA-II عملکرد مناسب‌تری از سایر روش‌ها در یافتن جواب‌های بهینه دارد.



شکل ۷. مقایسه جواب‌های بهینه با نتایج الگوریتم‌ها از نظر زمان تکمیل پروژه



شکل ۸. مقایسه جواب‌های بهینه با نتایج الگوریتم‌ها از نظر هزینه‌های پروژه

افزایش یافت. جدول ۱۲ اثر افزایش مقادیر مختلف پارامترها را بر توابع هدف مدل برای یکی از مسائل نمونه با ابعاد کوچک نشان می‌دهد. براین اساس، افزایش مقادیر پارامترهای  $R_k$  و  $\alpha_s$  به ترتیب منجر به کاهش زمان تکمیل پروژه و افزایش هزینه‌های پروژه خواهد شد. افزایش پارامتر  $I$  تأثیر فراوانی بر زمان تکمیل پروژه ندارد؛ درحالی‌که منجر به افزایش هزینه‌های پروژه خواهد شد.

جدول ۱۲. تحلیل حساسیت مدل پیشنهادی

پارامتر	مقدار پارامتر	زمان تکمیل پروژه	هزینه‌های پروژه
$R_k$	سطح ۱	۱۰	۳۸,۵۵۶
	سطح ۲	۱۵	۵۴,۳۰۷
	سطح ۳	۲۰	۵۹,۶۵۲
$\alpha_s$	سطح ۱	۰/۳	۳۶,۵۴۰
	سطح ۲	۰/۵	۴۳,۵۹۶
	سطح ۳	۰/۷	۴۸,۸۸۷
$I$	سطح ۱	۲۰۰	۳۵,۲۵۷
	سطح ۲	۳۰۰	۵۸,۴۰۰
	سطح ۳	۴۰۰	۶۹,۵۲۰

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش، یک مدل ریاضی دوهدفه برای مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود و چندمهارته ارائه شد. در مدل پیشنهادی، کارکنان کارایی متفاوتی در انجام دادن مهارت‌های خود دارند و کارایی آنان با یادگیری از کارکنان کارآمدتر بهبود می‌یابد. به منظور مدل کردن روابط آموزشی میان کارکنان، مدل آستانه‌ای خطی توسعه یافته است. اهداف مدل پیشنهادی، کمینه‌سازی هم‌زمان زمان تکمیل پروژه و هزینه‌های پروژه است. با توجه به اینکه مسئله زمان‌بندی پروژه از جمله مسائل NP-hard است، چهار الگوریتم فراابتکاری NSGA-II، NRGGA، MOGA و PESA-II توسعه یافته‌اند. همچنین ساختار نمایشی جدیدی برای این چهار الگوریتم پیشنهاد شد و تنظیم پارامترهای این چهار الگوریتم به کمک روش تاگوچی صورت گرفت. عملکرد چهار الگوریتم پیشنهادی در حل چندین مسئله نمونه با ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ نیز سنجیده شد. مقایسه میان الگوریتم‌ها براساس معیارهای تعداد جواب‌های غیرمغلوب (NOS)، فاصله از نقطه ایده‌آل (MID)، فاصله‌گذاری (SM)، تنوع جواب‌ها (DM)، زمان

جدول ۹. عملکرد NRGGA با اثر یادگیری و بدون اثر یادگیری

حالت	$J=30$	$J=60$	$J=90$	$J=120$
با یادگیری	۵۲/۳۵	۹۷/۹۳	۱۶۰/۵۵	۲۱۲/۲۰
بدون یادگیری	۶۵/۶۲	۱۱۸/۲۲	۱۸۴/۱۸	۲۵۶/۳۱
هزینه‌های پروژه				
حالت	$J=30$	$J=60$	$J=90$	$J=120$
با یادگیری	۴۷۱۲۰/۹۴	۱۲۷۲۳۳/۱۴	۱۵۸۸۴۲/۰۱	۲۱۲۵۵۶/۹۳
بدون یادگیری	۶۱۴۶۱/۸۲	۱۶۹۵۰۱/۳۱	۲۲۷۱۶۶/۲۲	۲۹۳۷۶۷/۹۸

جدول ۱۰. عملکرد MOGA با اثر یادگیری و بدون اثر یادگیری

حالت	$J=30$	$J=60$	$J=90$	$J=120$
با یادگیری	۴۹/۱۶	۹۶/۶۰	۱۵۷/۲۶	۲۱۰/۶۵
بدون یادگیری	۶۴/۶۸	۱۱۷/۷۴	۱۷۹/۲۲	۲۴۸/۹۱
هزینه‌های پروژه				
حالت	$J=30$	$J=60$	$J=90$	$J=120$
با یادگیری	۴۵۱۴۴/۶۱	۱۲۵۴۴۵/۷۳	۱۷۰۷۵۶/۹۷	۱۹۷۶۷۹/۵۱
بدون یادگیری	۵۹۱۳۱/۴۷	۱۶۴۶۹۸/۶۶	۲۲۳۴۳۳/۱۹	۲۶۸۶۱۵/۸۰

جدول ۱۱. عملکرد PESA-II با اثر یادگیری و بدون اثر یادگیری

حالت	$J=30$	$J=60$	$J=90$	$J=120$
با یادگیری	۴۷/۶۳	۹۲/۰۹	۱۵۲/۲۷	۲۰۵/۹۵
بدون یادگیری	۶۱/۱۵	۱۱۴/۴۸	۱۷۳/۸۰	۲۴۶/۴۲
هزینه‌های پروژه				
حالت	$J=30$	$J=60$	$J=90$	$J=120$
با یادگیری	۴۲۵۸۷/۲۱	۱۱۶۴۳۵/۷۴	۱۵۹۲۴۹/۰۴	۱۹۳۴۵۸/۸۵
بدون یادگیری	۵۷۵۲۱/۳۰	۱۳۵۱۰۴/۴۶	۱۹۷۸۳۰/۰۷	۲۶۳۰۷۰/۲۵

### تحلیل حساسیت

در این بخش، صحت مدل ارائه‌شده با تحلیل حساسیت بررسی شده است؛ بنابراین مقادیر برخی پارامترهای مهم در مدل پیشنهادی تغییر کرده است تا اثر این تغییرات بر زمان تکمیل پروژه و هزینه‌های پروژه مشخص شود. باید توجه داشت که به دلیل محدودیت فضا، امکان نمایش اثر تغییر مقادیر همه پارامترها بر مقادیر توابع هدف وجود نداشت. در این مطالعه، برای هر پارامتر سه سطح در نظر گرفته شد و مقادیر پارامترها از سطح اول تا سطح سوم

میان، افزایش پارامتر  $I$  تأثیر فراوانی بر زمان تکمیل پروژه ندارد، اما هزینه‌های پروژه را افزایش می‌دهد. بررسی اثر پدیده فراموشی بر کارایی کارکنان می‌تواند زمینه‌ای برای پژوهش‌های آتی باشد. از دیگر زمینه‌های فراوان، میزان دسترسی متغیر به نیروی انسانی است. میزان دسترسی به نیروی کار در هر دوره ممکن است به دلیل تعطیلات رسمی، مرخصی، بیماری یا مرگ ثابت نباشد؛ بنابراین با در نظر گرفتن میزان دسترسی متغیر به نیروی کار می‌توان به زمان‌بندی‌های کارآمدتر دست یافت.

محاسبات و پوشش مجموعه انجام شد. نتایج مقایسه نشان‌دهنده برتری الگوریتم NSGA-II بر سایر روش‌ها از نظر معیارهای  $NOS$ ،  $DM$ ،  $MID$  و پوشش مجموعه است. الگوریتم MOGA از نظر شاخص  $SM$  به نتایج بهتری دست یافته و الگوریتم PESA-II از نظر زمان محاسبات از سایر روش‌ها سریع‌تر عمل کرده است. در ادامه، تحلیل حساسیت مدل پیشنهادی صورت گرفت و نتایج آن نشان داد افزایش مقدار پارامترهای  $R_k$  و  $\alpha_S$  سبب کاهش زمان تکمیل پروژه و افزایش هزینه‌های پروژه می‌شود. در این

### منابع

1. Maghsoudlou, H. M., Afshar-Nadjafi, B., and Niaki, S. T. A., (2017). "Multi-Skilled Project Scheduling with Level-Dependent Rework Risk; Three Multi-Objective Mechanisms Based on Cuckoo Search", *Applied Soft Computing*, Vol. 54, PP. 46-61. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.01.024>.
2. Nguyen, H., and Zheng, R., (2013). "On Budgeted Influence Maximization in Social Networks", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 31, No. 6, PP. 1084-1094.
3. Bagherinejad, J., Jolai, F., and Rafiee Majd, Z., (2013). "Solving the MRCPSP/Max with the Objective of Minimizing Tardiness Costs and Maximizing Earliness Rewards of Activities with a Two-Stage Genetic Algorithm", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 47, No. 1, PP. 1-13.
4. Panahi, I., and Nahavandi, N., (2017). "An Efficient Imperialist Competitive Algorithm for Resource Constrained Project Scheduling Problem", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 51, No. 2, PP. 161-174.
5. Bellenguez O., Néron E. (2005). "Lower Bounds for the Multi-skill Project Scheduling Problem with Hierarchical Levels of Skills", In: Burke E., Trick M. (eds) Practice and Theory of Automated Timetabling V. PATAT 2004. Lecture Notes in Computer Science, vol 3616. Springer, Berlin, Heidelberg. DOI: [https://doi.org/10.1007/11593577\\_14](https://doi.org/10.1007/11593577_14).
6. Wu, M., and Sun, S., (2006). "A Project Scheduling and Staff Assignment Model Considering Learning Effect", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 28, No. 11, PP. 1190-1195.
7. Mehmanchi, E., and Shadrokh, S., (2013). "Solving a New Mixed Integer Non-Linear Programming Model of the Multi-Skilled Project Scheduling Problem Considering Learning and Forgetting Effect", *Proceedings of the 2013 IEEE IEEM*, Bangkok, Thailand, DOI: 10.1109/IEEM.2013.6962442.
8. Kazemipoor, H., Tavakkoli Moghaddam, R., Shahnazari Shahrezaei, P., and Azaron, A., (2013). "A Differential Evolution Algorithm to Solve Multi-Skilled Project Portfolio Scheduling Problems", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 64, No. 5-8, PP. 1099-1111.
9. Tabrizi, B. H., Tavvakoli Moghaddam, R., and Ghaderi, S. F., (2014). "A Two-Phase Method for a Multi-Skilled Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows", *Scientia Iranica*, Vol. 21, No. 3, PP. 1083-1095.
10. Myszkowski, P. B., Skowronski, M., Olech, L. P., and Oslizlo, K., (2015). "Hybrid Ant Colony Optimization in Solving Multi Skill Resource-Constrained Project Scheduling Problem", *Soft Computing*, Vol. 19, No. 12, PP. 3599-3619.
11. Javanmard, S., Afshar-Nadjafi, B., and Niaki, S. T. A., (2017). "Preemptive Multi-Skilled Resource Investment Project Scheduling Problem; Mathematical Modelling and Solution Approaches", *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 96, PP. 55-68. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2016.11.001>.
12. Maghsoudlou, H., Afshar-Nadjafi, B., and Niaki, S.T.A., (2016). "A Multi-Objective Invasive Weeds Optimization Algorithm for Solving Multi-Skill Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling Problem", *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 8, PP. 157-169. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2016.02.018>.
13. Chen, R., Liang, C., Gu, D., and Leung, J., (2017), "A Multi-Objective Model for Multi-Project Scheduling and Multi-Skilled Staff Assignment for IT Product Development Considering Competency Evolution", *International Journal of Production Research*, Vol. 55, No. 21, PP. 6207-6234.
14. Hosseinian, A.H., Baradaran, V., and Bashiri, M., (2019), "Modeling of the time-dependent multi-skilled RCPSP considering learning effect: An evolutionary solution approach", *Journal of Modelling in Management*, Vol. 14, No. 2, PP. 521-558.

15. Hosseini, A.H., and Baradaran, V., (2019), "An Evolutionary Algorithm Based on a Hybrid Multi-Attribute Decision Making Method for the Multi-Mode Multi-Skilled Resource-constrained Project Scheduling Problem", *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, Vol. 12, No. 2, PP. 155-178.
16. Hosseini, A.H., and Baradaran, V., (2019), "Detecting communities of workforces for the multi-skill resource-constrained project scheduling problem: A dandelion solution approach", *Journal of Industrial and Systems Engineering*, Vol. 12, Special issue on Project Management and Control, 72-99.
17. Hartmann, S., (2013). "Project Scheduling with Resource Capacities and Requests Varying with Time: A Case Study", *Flexible Services And Manufacturing Journal*, Vol. 25, No. 1, PP. 74-93.
18. Pargar F., Zandieh, M., Kauppila, O., and Kujala, J., (2018). "The Effect of Worker Learning on Scheduling Jobs in a Hybrid Flow Shop: A Bi-Objective Approach", *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, Vol. 27, No. 3, PP. 265-291.
19. Najafi, A. A., and Arjmand, M., (2016). "Three Developed Meta-Heuristic Algorithms to Solve RACP Minimizing Makespan and Total Resource Costs Simultaneously", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 50, No. 3, PP. 471-482.
20. Amin Tahmasbi, H., Daghandan, A., and Bagherpour, R., (2017). "Dual-Objective Preemptive Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem Optimization Model", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 51, No. 1, PP. 29-44.
21. Murata, T., and Ishibuchi, H., (1995). "MOGA: Multi-Objective Genetic Algorithms", *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, Perth, WA, Australia, PP. 289-294.
22. Gadhvi, B., Savsani, V., and Patel, V., (2016). "Multi-Objective Optimization of Vehicle Passive Suspension System Using NSGA-II, SPEA2 And PESA-II", *Procedia Technology*, Vol. 23, PP. 361-368. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2016.03.038>.
23. Rahmati, S. H. A., Hajipour, V., and Niaki, S. T. A., (2013). "A Soft-Computing Pareto-Based Meta-Heuristic Algorithm for a Multi-Objective Multi-Server Facility Location Problem", *Applied Soft Computing*, Vol. 13, No. 4, PP. 1728-1740.
24. Gao, J., Chen, R., and Deng, W., (2013), "An Efficient Tabu Search Algorithm for the Distributed Permutation Flowshop Scheduling Problem", *International Journal of Production Research*, Vol. 51, No. 3, PP. 641-651

#### واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Multi-Skill Resource-Constrained Project Scheduling Problem (MSRCPSP)
2. Learning Phenomenon
3. Diffusion
4. Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)
5. Non-Dominated Ranked Genetic Algorithm (NRGA)
6. Multi-Objective Genetic Algorithm (MOGA)
7. Pareto Envelope-Based Selection Algorithm II (PESA-II)
8. Net Present Value (NPV)
9. Ant Colony Optimization (ACO)
10. Multi-Objective Invasive Weed Optimization (MOIWO)
11. Linear Threshold Model
12. Active
13. Feasible
14. Serial Schedule Generation Scheme (S-SGS)
15. Number Of Non-Dominated Solutions (NOS)
16. Mean Ideal Distance (MID)
17. Spacing Metric (SM)
18. Diversification Metric (DM)
19. Set Coverage (C-Metric)
20. Computation Time (CPU Time)
21. Project Scheduling Problem Library (PSPLIB)
22. Taguchi
23. Signal-To-Noise Ratio (S/N Ratio)
24. Multi-Objective Coefficient Of Variation (MOCV)
25. Relative Percentage Deviation (RPD)