

اثر پهنای جریان جتی بر رشد امواج کژ فشار

احمد ذادق آبادی^۱، مریم رضازاده^{۲*} و علی محمدی^۳

۱. دانشجوی دکتری، گروه علوم غیرزیستی جوی و اقیانوسی، دانشکده علوم و فنون دریایی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران

۲. استادیار، گروه علوم غیرزیستی جوی و اقیانوسی، دانشکده علوم و فنون دریایی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران

۳. استادیار، گروه علوم دریایی، دانشگاه علوم دریایی امام خمینی (ره)، نوشهر، ایران

(دریافت: ۹۹/۱۲/۲، پذیرش نهایی: ۱۴۰۰/۳/۴)

چکیده

جریان جتی، جریان باریک با عرض چند صد کیلومتر و طول چند هزار کیلومتر در سطوح بالایی و رده‌سپهر است. وجود جریان جتی بر روی منطقه کژ فشاری موجب افزایش چینش قائم باد در منطقه می‌شود. هدف این پژوهش مطالعه اثر پهنای جت بر ناپایداری کژ فشار با استفاده از مدل شبه‌زمینگرد در صفحه بتا است. برای حل معادلات شبه‌زمینگرد در صفحه بتا از روش تفاضل متناهی برای گسسته‌سازی در راستای قائم و نصف‌النهار استفاده شده است. همچنین جریان جتی با پهنای متفاوت در مسئله تعریف شده و آهنگ رشد امواج جوی محاسبه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که با کاهش پهنای جت تا ۲۴۰۰ کیلومتر، آهنگ رشد نیز کاهش یافته است. ولی کاهش بیشتر پهنای جت منجر به افزایش آهنگ رشد می‌شود؛ بنابراین پهن‌ترین جت دارای بیشینه آهنگ رشد برای اعداد موج ۶ الی ۱۳ و باریک‌ترین جت دارای بیشینه آهنگ رشد برای اعداد موج ۱۳ الی ۲۰ است. در این حالت تحمیل عدد موج نصف‌النهاری روی جت‌های پهن ایجاد می‌شود و در جت‌های باریک سازوکار افت آهنگ رشد به دلیل تحمیل عدد موج نصف‌النهاری دیده نمی‌شود. محاسبه بخش موهومی سرعت فاز نشان داد که افزایش سرعت هسته جت با کاهش پهنای جت، موجب تقویت رشد امواج جوی می‌شود و دیگر اثر محدودکننده عدد موج نصف‌النهاری در مسئله دیده نمی‌شود؛ همچنین در طبیعت فرایند محدود شدن نصف‌النهاری برای جت‌های باریک دیده نمی‌شود. دلیل آن نیز افزایش سرعت هسته جت با باریک شدن پهنای جت در شرایط واقعی است؛ بنابراین محدودیت نصف‌النهاری جت‌های باریک مسئله‌ای انتزاعی بوده و در طبیعت دیده نمی‌شود.

واژه‌های کلیدی: جریان جتی، عدد موج نصف‌النهاری، صفحه بتا، ناپایداری کژ فشار، مسئله اشتورم-لیوویل.

۱. مقدمه

جغرافیایی ۳۸ درجه به سمت قطبین در متوسط‌گیری سالیانه). گردش نصف‌النهاری جریان میانگین، مانند سلول هادلی هم می‌تواند باعث ایجاد شار گرمایی شود. حرکت بخش قطب سوی سلول هادلی موجب شتاب ذرات در کنار پایستاری تکانه زاویه‌ای می‌شود. این عامل موجب شکل‌گیری جریان جتی و چینش قائم باد در مرز قطب سوی سلول هادلی می‌شود. مشابه چنین شرایطی در عرض جغرافیایی ۶۰ درجه با شیب افقی دما بین توده هوایی قطبی و عرض‌های میانی ایجاد می‌شود. این شیب افقی دما ناشی از جبهه قطبی بوده که منجر به تشکیل جریان جتی در بالای این جبهه می‌شود. جریان‌های جتی نقش زیادی در ناپایداری کژ فشار دارند. مشاهدات نشان می‌دهد، که در عرض‌های میانه، مسیر

ناپایداری کژ فشار به مجموعه فرایندهایی گفته می‌شود که انرژی پتانسیل در دسترس (بخشی از انرژی پتانسیل که قابلیت به انرژی جنبشی را دارد) را به انرژی جنبشی تبدیل می‌کند (لورنز، ۱۹۵۵). مقدار انرژی پتانسیل در دسترس و تبدیل آن به شار گرمای تلاطمی در راستای افقی و قائم تابعی از شیب دمایی است. از تعادل باد گرمایی می‌توان نتیجه گرفت که شیب افقی دما ناشی از شیب قائم باد است. به همین دلیل ناپایداری کژ فشار گاهی ناپایداری چینش قائم باد نیز نامیده می‌شود (هولتن، ۲۰۰۴). دیدگاه دیگری از ناپایداری کژ فشار ناشی از برهم‌کنش ناهنجاری تاوایی پتانسیلی است. الگوهای تابشی خورشید به جو زمین موجب شکل‌گیری شار حرارتی می‌شود (شار حرارتی مثبت در منطقه حاره و منفی از عرض

می‌دهد که این نسبت σ و C_g مهم است. اینکه کدام اثر غالب باشد بستگی به این دارد که کدام یک از این دو پارامتر با تغییر پهنای جت و سرعت هسته جت بیشتر دستخوش تغییر می‌شود.

اثر جت بر رشد امواج کژفشار را می‌توان در قالب مدل‌های ساده یک‌بعدی و حذف شرایط ساده‌سازی در مدل‌های سه‌بعدی مطالعه کرد. در مدل ایدی (۱۹۴۹) ساده‌ترین مدل ناپایداری کژفشار، اثر چینش قائم باد موجب افزایش بخش موهومی سرعت فاز شده؛ بنابراین موجب تقویت میزان رشد امواج کژفشار می‌شود. شرایط مشابهی نیز برای مسئله چارنی (۱۹۴۷) وجود دارد، که در تمایز با مسئله ایدی (۱۹۴۹)، بخش پایه تاوایی پتانسیلی صفر نیست. یونان و لیندزن (۱۹۸۶)، مدل دوبعدی ناپایداری کژفشار را در حضور یک جت به صورت تحلیلی حل کردند، که حضور جت موجب محدود کردن رشد امواج کژفشار می‌شود. سازوکار محدود کردن امواج در حضور جت، تحمیل یک عدد موج نصف‌النهاری $1/L$ (که L عرض جت می‌باشد) بر مسئله است. در مدل ایدی حضور یک عدد موج نصف‌النهاری موجب کاهش میزان رشد امواج جوی می‌شود (هاسکینز و جیمز، ۲۰۱۴). لیندزن (۱۹۹۳) با استفاده از داده‌های مشاهداتی جت در عرض‌های میانه $r=0.15$ (که r شعاع زمین است) را پیشنهاد کردند و به این نتیجه رسیدند که عدد موج نصف‌النهاری L ، روی مسئله ناپایداری کژفشار تحمیل می‌شود.

هارنیک و چنگ (۲۰۰۴) مدل ایدی (۱۹۴۹) و چارنی (۱۹۴۷) را به صورت یک‌بعدی با در نظر گرفتن اثر جت بر چینش قائم باد حل کرده و به این نتیجه رسیدند که در حضور جت، چینش قائم باد افزایش یافته و میزان رشد در مدل چارنی افزایش و در مدل ایدی دارای یک نقطه بیشینه میزان رشد نسبت به چینش قائم باد است؛ به طوری که از چینش ضعیف تا متوسط، میزان رشد افزایش و در چینش‌های قوی باد، میزان رشد کاهش می‌یابد.

طوفان در سال‌هایی، که جت ضعیف‌تر است، فعال‌تر است. ناکومورا (۱۹۹۲) برای اولین بار نشان داد، که شدت مسیر طوفان دارای همبستگی مثبت با جت‌های دارای سرعت کمتر از ۴۵ متر بر ثانیه (مربوط به مسیر طوفان اقیانوس اطلس) و دارای همبستگی منفی با جت‌های با سرعت بالا (مربوط به اقیانوس آرام) است. آهنگ رشد مکانی با استفاده از معادله انرژی پیچکی (E) در راستای مسیر طوفان (راستای مداری) از رابطه اکتشافی توسط سوانسون و همکاران (۱۹۹۷) که در چنگ (۲۰۰۱) ارائه شده است برای شفافیت بحث در اینجا بیان می‌شود:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot F \approx C_g \frac{\partial E}{\partial x} = source + \sin k, \quad (1)$$

که F شار انرژی پیچکی است که به صورت تقریبی برابر با حاصل ضرب انرژی پیچکی در سرعت گروه (C_g) است. در حالت پایا، واگرایی شار انرژی با چشمه و چاه در توازن است. فرض بر این است، که جمله چشمه را می‌توان به منزله آهنگ رشد σ برابر انرژی پیچکی بیان کرد و از نظریه ناپایداری کژفشاری برای تخمین σ استفاده کرد. همچنین برای سادگی تصور می‌کنیم میرایی متناسب با انرژی پیچکی است. انرژی پیچکی برابر است (چنگ، ۲۰۰۱):

$$source \approx \sigma E, \quad (2)$$

$$\sin k \approx -\gamma E \quad (3)$$

با جایگزینی در رابطه (۱) و با استفاده از میانگین زمانی، برای آهنگ رشد مکانی انرژی پیچکی (S_{gr}) معادله زیر بیان شده است.

$$S_{gr} \equiv \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial x} \approx \frac{\sigma - \gamma}{C_g} \quad (4)$$

بین سرعت گروه و آهنگ رشد دو اثر رقابتی وجود دارد، هنگامی که جت تقویت می‌شود، پیچک‌ها با سرعت بیشتری از منطقه ناپایدار خارج می‌شوند، که تمایل به تضعیف S_{gr} دارد. از طرف دیگر، وقتی جت قوی‌تر است، آهنگ رشد محلی افزایش می‌یابد. معادله (۴) نشان

(۲۰۰۴):

$$z^* = -HLn\left(\frac{p}{p_0}\right) \quad (۵)$$

که در این رابطه $p_0 = 1000 \text{ hpa}$ فشار سطح، $H = R_d T_s / g$ ارتفاع مقیاس استاندارد و T_s دمای متوسط در راستای قائم در موقعیت $y_0 = 0.5 L_y$ (وسط کانال جریان) که مقدار ۲۶۰ کلومین برای آن انتخاب شده است. مقدار مختصه z^* بنا بر رابطه (۵) تقریباً برابر با ارتفاع هندسی در وردسپهر می‌باشد. برای حل ناپایداری کژفشار تابع جریان زمینگرد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\psi = \Phi / f_0 \quad (۶)$$

و باد زمینگرد می‌تواند به صورت $v_\psi = k \times \nabla \psi$ بیان شود. تاوایی پتانسیلی در مختصه لگاریتم فشار به صورت زیر است:

$$q = \nabla^2 \psi + f + \frac{1}{p_0} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{f_0^2 \rho_0}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z^*} \right) \quad (۷)$$

در اینجا $\rho_0(z^*)$ نیم‌رخ چگالی زمین و $N^2 = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$ بسامد شناوری برانت-وایسالا است. معادله شبه‌زمینگرد تاوایی پتانسیلی و معادله ترمودینامیک (برای یک جریان بی‌دررو) در مختصه لگاریتم فشار به صورت زیر است:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_\psi \cdot \nabla \right) q = 0 \quad (۸)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_\psi \cdot \nabla \right) \frac{\partial \Phi}{\partial z} + w^* N^2 = 0 \quad (۹)$$

که $w^* = Dz^*/Dt$ سرعت قائم در مختصه لگاریتم فشار و معادله‌های حاکم (۸) و (۹) با استفاده از روابط زیر خطی‌سازی شدند.

$$q(x, y, z^*, t) = \bar{q}(y, z^*) + q'(x, y, z^*, t) \quad (۱۰)$$

$$\psi(x, y, z^*, t) = \bar{\psi}(y, z^*) + \psi'(x, y, z^*, t) \quad (۱۱)$$

که در اینجا خط بالای ψ و q نشان‌دهنده حالت میانگین در زمان و مداری و علامت پریم بیانگر انحراف

الریج و همکاران (۲۰۱۶) مدل سه‌بعدی ناپایداری کژفشار در حضور یک جت عرض‌های میانه را حل کردند. تنها ساده‌سازی انجام شده در کار تحقیقی آنها مربوط به فرض ثابت بودن N^2 (بسامد شناوری برانت وایسالا) است. هر چند الریج و همکاران (۲۰۱۶) مسئله ناپایداری کژفشار سه‌بعدی که تقریب مناسبی از حالت واقعی است را حل کردند، ولی آنها اثر جت بر ناپایداری کژفشار را مطالعه نکرده و هدف از مطالعه آنها سازوکار تولید امواج در صفحه f و β (در صفحه f مقدار عرض جغرافیایی ثابت بوده و در صفحه β عرض جغرافیایی در محدوده ای تعریف شده است) و مقایسه آنها بود. با توجه به مدل‌سازی نزدیک به واقعیت الریج و همکاران (۲۰۱۶) برای ناپایداری کژفشار، می‌توان از این روش حل برای در نظر گرفتن اثر جت بر میزان رشد امواج جوی استفاده کرد. به همین دلیل در این پژوهش از مسئله زمینگرد سه‌بعدی حل شده توسط الریج و همکاران (۲۰۱۶) برای حل اثر جت بر میزان رشد امواج جوی استفاده می‌شود. در بخش بعدی مبانی نظری سازوکار اثر جت بر ناپایداری کژفشار بحث شده و شرایط اولیه مسئله الریج و همکاران (۲۰۱۶) برای حل ناپایداری کژفشار در سه بعد مورد معرفی قرار می‌گیرد.

۲. مبانی نظری

برای تجزیه و تحلیل تحولات ناپایداری کژفشار از نظریه شبه‌زمینگرد استفاده می‌شود که جزئیات آن در منابع درسی دینامیک هواشناسی از جمله هولتن (۲۰۰۴) ذکر شده است. در اینجا به‌طور مختصر مفاهیم مهم شبه‌زمینگرد نظریه ناپایداری کژفشار برای حل در صفحه f و β ذکر می‌شود. هدف از آوردن معادلات، توضیح پیکربندی مسئله ناپایداری کژفشار است که تشکیل معادله ویژه تابع-ویژه مقدار و نحوه حل عددی آن برای خواننده روشن شود.

در نظریه خطی ناپایداری کژفشار معمولاً از مختصه قائم لگاریتم فشار به صورت زیر استفاده می‌شود (هولتن،

به صورت نمایی رشد می کنند؛ بنابراین مدل حاصل شده به اندازه کافی ساده شده و می توان به صورت تحلیلی حل شود. موارد پیچیده تر را می توان با مسئله ویژه تابع- ویژه مقدار به صورت تحلیلی حل کرد. مدهای بهنجار به شرح ذیل در تطابق با خصوصیات پدیده های مشاهداتی می باشند (گروتهجان، ۲۰۰۳).

الف- مدهای ناپایدار تمایل دارند که در راستای محور جت (در صورت وجود) قرار بگیرند.

ب- طول موج مدهای غالب ناپایداری در محدوده ۴۵۰۰ کیلومتر است.

ج- ساختار قائم مدهای غالب ناپایداری دارای یک بیشینه نسبی در بخش بالای وردسپهر است.

د- تابع دما در مدهای بهنجار رشدکننده دارای یک اختلاف فاز ۲۰ تا ۵۰ درجه ای با میدان جرم در بخش پایینی وردسپهر است.

ه- سرعت انتقال امواج در حدود ۱۰ تا ۲۰ متر بر ثانیه می باشد که از جریان جتی کمتر و سریع تر از سرعت باد میانگین در سطح زمین می باشد؛ بنابراین مد بهنجار ابزار مناسبی برای مطالعه ناپایداری کژفشار با تقریب شبه زمینگرد است. در ادامه با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۷) رابطه زیر به دست می آید (الریچ و همکاران، ۲۰۱۶):

$$(\bar{u}-c)\left\{\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}-k^2\Psi+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z^*}\left(\frac{f_0^2\rho_0}{N_0^2}\frac{\partial\Psi}{\partial z^*}\right)\right\}+\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}\Psi=0 \quad (18)$$

یک معادله دیفرانسیل جزئی بیضوی برای Ψ در $(y, z) \in [0, L_y] \times [0, z_{top}^*]$ می باشد. شرط مرزی در راستای نصف النهاری توسط رابطه (۱۶) داده شده است و در $z=0, z_{top}^*$ به وسیله روابط (۱۵) و (۱۷).

$$(\bar{u}-c)\frac{\partial\Psi}{\partial z^*}+\frac{\partial\bar{u}}{\partial z^*}\Psi=0 \quad (19)$$

از آنجا که سرعت فاز c نامشخص می باشد، ما باید یک مسئله مقدار مرزی را برای یافتن حل های غیرمجاز رابطه (۱۸) و برای مقدار ویژه یا تابع ویژه $(c, \Psi(y, z^*))$

از میانگین از حالت پایه است. با استفاده از روابط (۱۰) و (۱۱)، رابطه تاوایی پتانسیلی خطی سازی شده به صورت زیر به دست می آید:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)q'+\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}\frac{\partial\psi'}{\partial x}=0 \quad (12)$$

که

$$q'=\nabla^2\psi'+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z^*}\left(\frac{f_0^2\rho_0}{N_0^2}\frac{\partial\psi'}{\partial z^*}\right) \quad (13)$$

$$\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}=\beta-\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial y^2}-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z^*}\left(\frac{f_0^2\rho_0}{N_0^2}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z^*}\right) \quad (14)$$

بسامد ثابت برانت-وایسلا $N_0=0.014s^{-1}$ در مرکز کانال جریان با بیشترین ناپایداری است. معادله انرژی ترمودینامیکی خطی شده در مرزهای بالا و پایین حوزه شبیه سازی (مرز بالا، مرز صلب در نظر گرفته شده است) به صورت زیر است:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial\psi'}{\partial z^*}+\frac{\partial\psi'}{\partial x}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z^*}=0 \quad (15)$$

روی مرز کانال جریان در راستای نصف النهاری، شرط مرز سخت انتخاب شده است که جریانی از مرزها عبور نمی کند، که منجر به شرایط اضافه زیر خواهد شد (الریچ و همکاران، ۲۰۱۶).

$$\frac{\partial\psi'}{\partial x}=0 \Rightarrow \psi'=0 \text{ at } y=0 \text{ and } y=L \quad (16)$$

با فرض مد بهنجار برای بخش پریشیده تابع جریان در راستای مداری:

$$\psi'(x, y, z^*, t) = \text{Re}[\Psi(y, z^*) \exp[ik(x-ct)]] \quad (17)$$

در اینجا Re نمایانگر بخش حقیقی و $c=c_r+ic_i$ سرعت فاز موج، $i=\sqrt{-1}$ علامت واحد موهومی و k عدد موج مداری می باشد.

مدهای بهنجار دارای ویژه تابع های معنی دار فیزیکی هستند. همان طوری که در مدل بالا نشان داده شد رابطه های خطی شده حول حالت پایه برای حل پریشیدگی مورد نظر است. بر اساس رابطه (۱۷)، حل های ناپایدار

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}\right)_{N_y, k} \approx \frac{-12\Psi_{N_y, k} + 4\Psi_{N_y-1, k}}{3\Delta y^2} \quad (26)$$

مشتق اول و دوم در راستای قائم در روی مرز پایین به صورت زیر می باشد.

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial z^*}\right)_{j,1} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial z^*}\right)_{j,1/2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial z^*}\right)_{j,3/2} \quad (27)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial (z^*)^2}\right)_{j,1} \approx \frac{1}{\Delta z^*} \left\{ \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z^*}\right)_{j,3/2} - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z^*}\right)_{j,1/2} \right\} \quad (28)$$

که منظور از ترازهای کسری، ترازهای مرزی اطراف یک لایه است. با استفاده از تفاضل متناهی مرکزی، مقدار مشتق بر روی ترازهای کسری به صورت زیر نوشته می شود.

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial z^*}\right)_{j,3/2} \approx \frac{\Psi_{j,2} - \Psi_{j,1}}{\Delta z^*} \quad (29)$$

و در پایین ترین لایه مدل از شرط مرزی استفاده می کنیم.

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial z^*}\right)_{j,1/2} \approx \left(\frac{1}{u-c}\right) + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*}\right)_{j,1} \Psi_{j,1} \quad (30)$$

همین راه کار برای بالاترین لایه نیز نوشته می شود. در نهایت اگر تمامی معادله ها برای لایه های مختلف را در قالب یک ماتریس جمع آوری کنیم، معادله ویژه مقدار، ویژه تابع زیر به دست می آید (هاسکینز و جمیز، ۲۰۱۴).

$$A\Psi_d = cB\Psi_d \quad (31)$$

که Ψ_d کمیت برداری ذره $\Psi_{j,k}$ است (کمیت برداری شدن، یعنی اینکه کمیت دوبعدی از لایه پایین به ترتیب در داخل یک کمیت یک بعدی قرار داده می شود و بنابراین ماتریس $\Psi_{j,k}$ با ابعاد $[N_y, N_z]$ به صورت یک ماتریس یک بعدی $N_y \times N_z$ تبدیل می شود) که معادله ویژه مقدار، ویژه تابع را می توان حل کرده و تابع جریان بر روی سطح مدل را استخراج کرد.

۳. نتایج

در این پژوهش مدل شبه زمینگرد برای حل مسئله ناپایداری کز فشار دوبعدی در حضور یک جت عرض

رابطه (۱۸) را حل کنیم. برای حل مسئله ناپایداری کزفشار رابطه (۱۸) با دو شرط مرزی سطح زمین و وردایست (به ترتیب $z=0, z_{top}^*$) شبکه ای روی حوزه $[0, L_y] \times [0, z_{top}^*]$ به صورت زیر تعریف می کنیم.

$$y_j = (j - \frac{1}{2})\Delta y, \quad z_k^* = (k + \frac{1}{2})\Delta z^* \quad (20)$$

که z^* و y ، $k \in \{1, \dots, N_z\}$ و $j \in \{1, \dots, N_y\}$ شاخص های درون شبکه هستند، $\Delta y = L_y / N_y$ و $\Delta z = z_{top}^* / N_z$ تعداد عناصر را در هر راستای مختصات مشخص می کند که در عمل به ترتیب ۶۰ و ۳۰ نقطه مداری و نصف النهاری انتخاب شده است. در نتیجه، ψ در نقطه $(y, z) = (y_j, z_k)$ به صورت $\Psi_{j,k}$ تعریف می شود. رابطه (۱۸) روی شبکه با استفاده از تفاضل گیری مرکزی به شرح زیر گسسته می شود.

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}\right)_{j,k} \approx \frac{\Psi_{j+1,k} - 2\Psi_{j,k} + \Psi_{j-1,k}}{\Delta y^2} \quad (21)$$

جمله دارای مشتق قائم در رابطه (۱۸) به صورت زیر تبدیل می شود.

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z^*} (f_0^2 \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial z^*}) = \quad (22)$$

$$\frac{f_0^2}{N^2 \rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z^*} \frac{\partial \Psi}{\partial z^*} + \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial (z^*)^2}$$

که جملات دارای مشتق اول و دوم به صورت زیر گسسته سازی می شود.

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial (z^*)^2}\right)_{j,k} \approx \frac{\Psi_{j,k+1} - 2\Psi_{j,k} + \Psi_{j,k-1}}{(\Delta z^*)^2} \quad (23)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial z^*}\right)_{j,k} \approx \frac{\Psi_{j,k+1} - \Psi_{j,k-1}}{2\Delta z^*} \quad (24)$$

در مرزهای بالا و پایین در راستای نصف النهار، شرط بدون شارش $\Psi = 0$ انتخاب شده است؛ بنابراین مشتق دوم در نواحی مرزی بالا و پایین در راستای نصف النهاری به صورت زیر تبدیل می شود.

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}\right)_{1,k} \approx \frac{-12\Psi_{1,k} + 4\Psi_{2,k}}{3\Delta y^2} \quad (25)$$

$$U_{ini}(x, y, \eta) = -u_0 \sin^m(\pi y/L_y) \ln \eta \exp\{-(\ln \eta/b)^2\} = \quad (33)$$

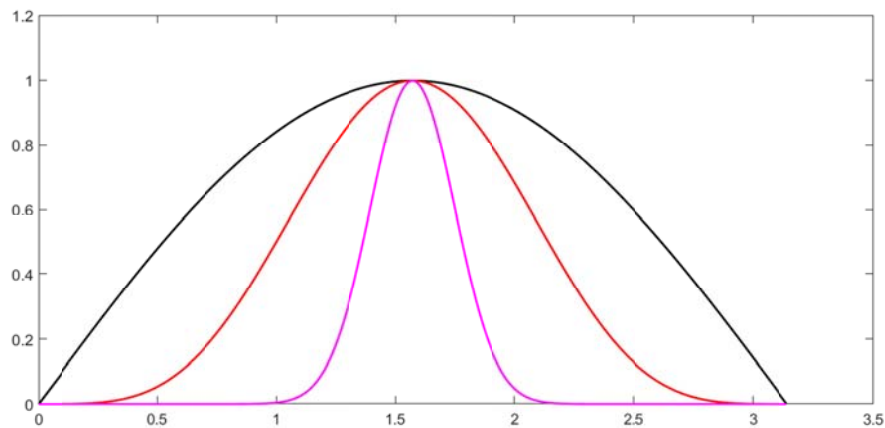
که $\eta = p/p_0$ که با استفاده از رابطه (۱) برابر $\eta = e^{-z/H}$ است، m توان جمله سینوسی در معادله جت است که پهنای جت را کنترل می‌کند که الریچ و همکاران (۲۰۱۶) آن را برابر ۲ در نظر گرفته بودند، L_y عرض کانال جریان و ثابت b نیز ثابتی است که کنترل کننده ارتفاع جت است. افزایش توان جمله سینوس، طول موج یک نوسانگر در بازه $[0, \pi]$ را کاهش می‌دهد. در شکل ۱، تابع $y = \sin(x)$ (خط سیاه در شکل ۱) در کنار $y = \sin^4(x)$ (خط قرمز در شکل ۱) و $y = \sin^{32}(x)$ (خط صورتی در شکل ۱) مقایسه شده است و دیده می‌شود که طول موج نوسانگر در بازه $[0, \pi]$ با افزایش توان تابع سینوس کاهش یافته است؛ بنابراین با افزایش ثابت m (توان جمله $\sin(\pi y/L_y)$) می‌توان پهنای جت را کاهش داد.

در شکل ۲ جت حاصل از رابطه (۳۳) برای ضریب $m=1$ (شکل ۲-الف)، $m=4$ (شکل ۲-ب)، $m=16$ (شکل ۲-ج) و $m=32$ (شکل ۲-د)، آورده شده است. برای جت‌های شکل ۲، مقدار $U_0 = 30 \text{ m/s}$ در نظر گرفته شده است. پهن‌ترین جت مربوط به توان یک جمله سینوسی (شکل ۲-الف) با پهنای ۵۸۸۰ کیلومتر و باریک‌ترین جت برای توان ۳۲ (شکل ۲-د) برای جمله سینوسی با توان ۳۲ و با پهنای ۱۷۱۰ کیلومتر است.

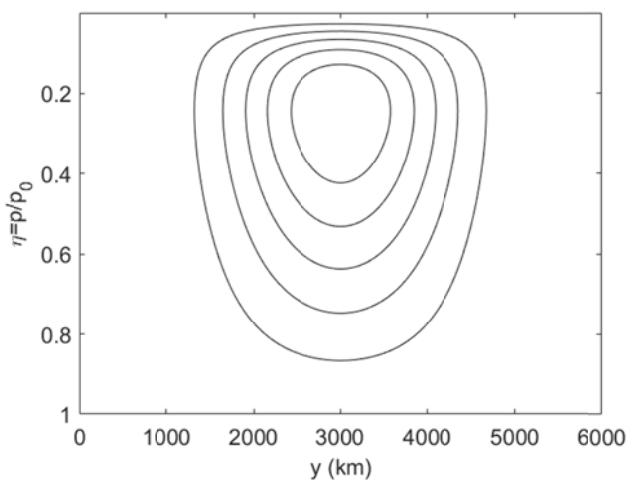
میان‌ه حل شده است. برای حل مسئله ناپایداری و به‌دست آوردن بخش موهومی سرعت فاز، معادله تاوایی پتانسیلی در دو بعد ارتفاعی و نصف‌النهاری با استفاده از روابط تفاضل متناهی گسسته‌سازی شده و همان‌طور که در بالا نشان داده شد، معادله ای با شکل اشتورم-لیوویل حاصل می‌شود. ویژه‌مقدارهای معادله اشتورم-لیوویل حاصل، بخش موهومی سرعت فاز هستند که با استفاده از توابع حل ویژه تابع در نرم‌افزار متلب، می‌توان ویژه‌مقادیر معادله ناپایداری را حل کرد. هدف از انجام این پژوهش اثر جت بر رشد ناپایداری کژ فشار است؛ بنابراین در ابتدا از معادله جت جیلونوفسکی و ویلیامسون (۲۰۰۶) که دارای ساده‌ترین رابطه تحلیلی برای ساختار جت است، استفاده شد:

$$u(x, \varphi, \eta) = u_0 \cos^{3/2} \eta v \sin^2(2\varphi) \quad (32)$$

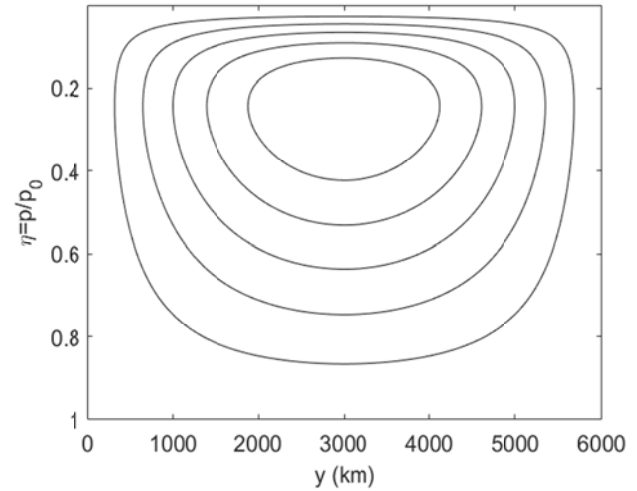
مشکل ایجاد شده در به‌کارگیری این جت، عدم تنظیم پهنای جت با استفاده از پارامترهای موجود در معادله است؛ بنابراین به‌منظور مطالعه جامع‌تر اثر جت بر رشد امواج جوی لازم است از ساختار جت با قابلیت تنظیم پهنای و سرعت هسته مرکزی استفاده شود. به‌همین دلیل از معادله جت الریچ و همکاران (۲۰۱۶) که جت عرض میانه را با جزئیات بیشتری تعریف می‌کند، استفاده شد.



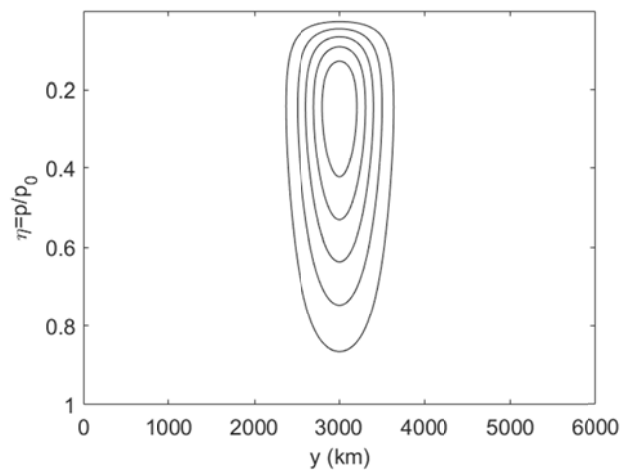
شکل ۱. تابع سینوس با توان ۱ (خط سیاه)، ۲ (خط قرمز) و ۳۲ (خط صورتی) در بازه $[0, \pi]$.



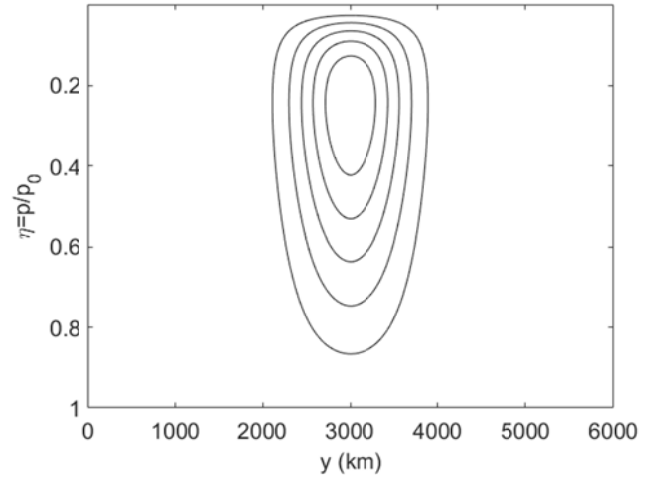
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۲. عرض جت با استفاده از رابطه (۳۳) و $U_0 = 30 \text{ m/s}$ ، بر اساس توان جمله سینوسی، الف) توان ۱، ب) توان ۴، ج) توان ۱۶، د) توان ۳۲.

توسط لیندزن (۱۹۹۳) اشاره شده است. لیندزن (۱۹۹۳) براساس یونان و لیندزن (۱۹۸۶) نشان می‌دهد که در حضور جت، عدد موج نصف‌النهاری معادل با عکس پهنای جت بر مسئله تحمیل می‌شود که هر قدر پهنای جت کمتر شود، مقدار عدد موج نصف‌النهاری افزایش می‌یابد که منجر به افت آهنگ رشد در مسئله ایدی (۱۹۴۹) می‌شود؛ بنابراین در این پژوهش نتیجه‌ای مشابه با لیندزن (۱۹۹۳) به‌ازای کاهش پهنای جت تا ۲۴۰۰ کیلومتر ($m=16$) اتفاق می‌افتد. نکته قابل‌تأمل در پژوهش حاضر این است که کاهش پهنای جت فقط تا مقداری حدی منجر به کاهش آهنگ رشد می‌شود و با افزایش پهنای موج به مقادیری کمتر از مقدار

تابع جریان امواج جوی با بیشینه آهنگ رشد هنگامی که زمان به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، بر تابع جریان سایر مدها غالب می‌شود که به این حالت موج غالب کژ فشاری گفته می‌شود و آهنگ رشد آن نیز در این پژوهش آهنگ رشد موج غالب کژ فشار نامیده می‌شود.

در جدول ۱، نتایج حاصل از معادله ویژه تابع-ویژه مقدار به‌ازای عدد موج ۱۰ آورده شده است. با فرض $m=1$ پهنای جت در بیشترین حالت (برابر ۵۸۸۰ کیلومتر) است و آهنگ رشد موج غالب برابر $kc_i = 7/42 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ می‌باشد. با افزایش مقدار m پهنای جت کاهش یافته و با کاهش پهنای جت میزان آهنگ رشد موج غالب نیز کاهش می‌یابد. کاهش آهنگ رشد با کاهش پهنای موج

جتهای باریک است. در جدول ۲، عدم برقرار بودن محدودیت نصف‌النهاری برای جتهای باریک به صورت واضح تر نشان داد شده است. در این جدول آهنگ رشد موج غالب برای عدد موج ۹ آورده شده است. برای عدد موج ۹ بیشترین اختلاف آهنگ رشد برای جتهای با پهنای متفاوت دیده می شود (شکل ۳-الف). آهنگ رشد برای جت با پهنای ۱۷۱۰ کیلومتر تقریباً $1/64$ برابر آهنگ رشد برای جت با پهنای ۲۴۰۰ کیلومتر است. در جدول ۳، بیشینه آهنگ رشد موج غالب کژفشاری برای هر جت با پهنای مربوطه آورده شده است. براساس جدول ۳، بیشینه آهنگ رشد موج غالب کژفشاری با کاهش پهنای جت برای عددهای موج بالاتری صادق است. برای مثال جت ۵۸۸۰ کیلومتر در عدد موج ۱۱ دارای بیشینه آهنگ رشد است در صورتی که جت ۱۷۱۰ کیلومتر در عدد موج ۱۵ دارای بیشینه آهنگ رشد است. این اتفاق معادل با بیشینه آهنگ رشد برای امواج با طول تقریبی ۳۶۰۰ کیلومتر برای پهن ترین جت آزمایش و ۲۶۰۰ کیلومتر باریک ترین جت آزمایش است.

حدی آهنگ رشد افزایش می یابد. در جدول ۱، آهنگ رشد برای $m=32$ (معادل با جت به پهنای ۱۷۱۰ کیلومتر) افزایش یافته است. برای روشن تر شدن تناقض ایجاد شده با پژوهش لیندزن (۱۹۹۳)، آهنگ رشد موج غالب کژ فشاری برای اعداد موج از ۱ الی ۲۰ حل شده است. آهنگ رشد از پهن ترین جت با $m=1$ (خط سیاه در شکل ۳) تا جت با پهنای ۳۲۴۰ کیلومتر ($m=8$) کاهش یافته است. با کاهش بیشتر پهنای جت به ۲۴۰۰ و ۱۷۱۰ کیلومتر (به ترتیب $m=16$ و $m=32$) میزان آهنگ رشد در بعضی از اعداد موج افزایش یافته است (خط زرد و صورتی در شکل ۳). برای مثال چنانچه پهن ترین و باریک ترین جت را با هم مقایسه کنیم (خط سیاه و صورتی در شکل ۳)، میزان رشد در جت پهن فقط برای اعداد موج ۶ الی ۱۳ از آهنگ رشد باریک ترین جت بیشتر است. نکته مهم در شکل ۳ این است که اختلاف بین دو آهنگ رشد جت پهن و باریک در عدد موج ۲۰ بیشینه است و جت باریک دارای آهنگ رشد بیشتری نسبت به جت پهن است که این مورد نشان دهنده تقویت امواج با طول موج کوتاه توسط

جدول ۱. تنظیم عرض جت با استفاده از توان سینوس در رابطه (۳۳) و حل آهنگ رشد و سرعت فاز برای جت حاصل برای عدد موج ۱۰.

توان سینوس (ثابت) (m)	عرض جهت (km)	آهنگ رشد موج غالب (1/s)	سرعت فاز (m/s)
یک	۵۸۸۰	$7/42 \times 10^{-6}$	۹/۵۶
دو	۵۲۸۰	$6/83 \times 10^{-6}$	۹/۰۰
چهار	۴۳۲۰	$6/10 \times 10^{-6}$	۸/۱۸
هشت	۳۲۴۰	$5/20 \times 10^{-6}$	۶/۹۲
شانزده	۲۴۰۰	$5/16 \times 10^{-6}$	۵/۰۵
سی و دو	۱۷۱۰	$5/52 \times 10^{-6}$	۳/۷۷

جدول ۲. مانند جدول ۱ برای عدد موج ۹.

عرض جهت (km)	آهنگ رشد موج غالب (1/s)
۵۸۸۰	$6/86 \times 10^{-6}$
۵۲۸۰	$6/14 \times 10^{-6}$
۴۳۲۰	$5/16 \times 10^{-6}$
۳۲۴۰	$4/13 \times 10^{-6}$
۲۴۰۰	$3/32 \times 10^{-6}$
۱۷۱۰	$5/44 \times 10^{-6}$

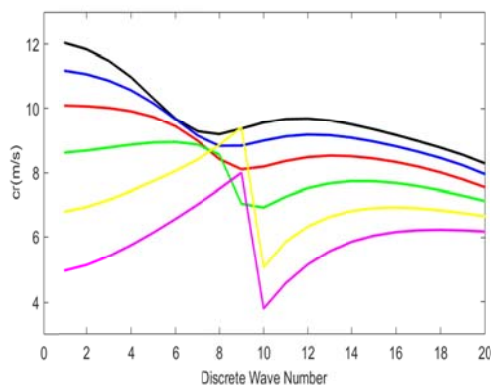
جدول ۳. بیشینه آهنگ رشد موج غالب کژ فشاری در شکل ۳-الف برای هر جت در بازه اعداد موج ۱ الی ۲۰.

رتگ	پهنای جت	عدد موج	آهنگ رشد موج غالب (۱/س)
سیاه	۵۸۸۰	۱۱	$۷/۶۹۲ \times ۱۰^{-۶}$
آبی	۵۲۸۰	۱۲	$۷/۳۵۸ \times ۱۰^{-۶}$
قرمز	۴۳۲۰	۱۳	$۷/۰۱۲ \times ۱۰^{-۶}$
سبز	۳۲۴۰	۱۳	$۶/۷۹۵ \times ۱۰^{-۶}$
زرد	۲۴۰۰	۱۴	۷×۱۰^{-۶}
صورتی	۱۷۱۰	۱۵	$۷/۵۷۴ \times ۱۰^{-۶}$

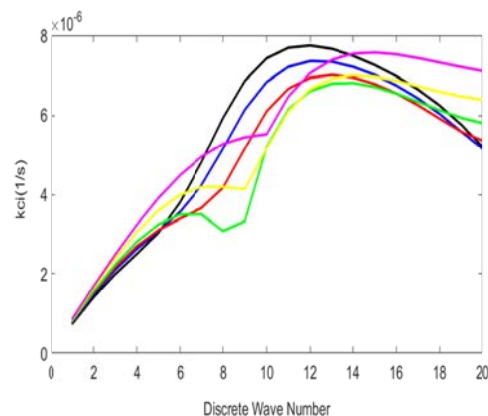
اعداد موج ۸ الی ۱۰ در جت‌های باریک است. برای مثال باریک‌ترین جت آزمایش عددی در این مقاله (خط صورتی در شکل ۳-ب) دارای ناپیوستگی در عدد موج تقریبی ۹/۵ است. اثر این ناپیوستگی بخش حقیقی سرعت فاز در عدد موج ۸ الی ۱۰ در بخش موهومی سرعت فاز نیز دیده می‌شود که این ناپیوستگی در بخش حقیقی سرعت فاز تبدیل به نقطه عطف (جاییکه که جهت تقعر یا تحدب منحنی تغییر می‌کند) در بخش موهومی سرعت فاز شده است. برای مثال در جت با پهنای ۳۲۴۰ کیلومتر (خط سبز در شکل ۳) بخش حقیقی سرعت فاز در عدد موج تقریبی ۸ دچار ناپیوستگی شده است که متعاقب آن نیز در بخش موهومی سرعت فاز نیز در عدد موج تقریبی ۸ نقطه عطف دیده شده و منحنی نزولی به منحنی صعودی تبدیل شده است.

نتیجه حاصل نشان می‌دهد که جت‌های باریک‌تر، طول موج‌های کوتاه‌تر را برای رشد تحریک می‌کند. از طرفی طول موج‌های کوتاه دارای فرارفت تاوانی قوی‌تر بوده (هولتن، ۲۰۰۴) و می‌توانند حرکت قائم شدیدتری را ایجاد کنند؛ بنابراین اغتشاش حاصل از امواج کوتاه می‌توانند اثرات بیشتری از ناپایداری کژ فشار را در محیط زمینه ایجاد کنند.

در شکل ۳-ب، بخش حقیقی سرعت فاز نیز رسم شده است. بخش حقیقی سرعت فاز، سرعتی است که موج با آن در جو حرکت می‌کند. مطابق این شکل بیشترین سرعت حرکت موج مربوط به جت‌های پهن (خط سیاه در شکل ۳-ب) و حداقل سرعت حرکت موج مربوط به جت باریک است (خط صورتی در شکل ۳-ب). نکته قابل توجه برای سرعت فاز موج، وجود ناپیوستگی در بازه



(ب)



(الف)

شکل ۳. آهنگ رشد موج (الف) و سرعت فاز (ب) موج کژ فشار برای جت از رابطه (۳۳) به‌ازای $m=۱$ (خط سیاه)، $m=۲$ (خط آبی)، $m=۴$ (خط قرمز)، $m=۸$ (خط سبز)، $m=۱۶$ (خط زرد)، $m=۳۲$ (خط صورتی).

مقدار سرعت هسته جت با توجه به پهنای آن برابر رابطه (۳۴) آورده شده است. سرعت هسته جت از ۴۶ متر بر ثانیه به ازای ۵۲/۹ درجه عرض جغرافیایی به ۹۵/۸ متر بر ثانیه به ازای پهنای ۱۵/۳ درجه عرض جغرافیایی می‌رسد؛ بنابراین در طبیعت رابطه معکوس بین پهنای جت با سرعت هسته جت وجود دارد و با کاهش پهنای جت مقدار سرعت در هسته جت افزایش می‌یابد. برای این قسمت از مقاله برای مطالعه ناپایداری کژ فشار لازم است جت‌های دارای سرعت هسته مطابق با رابطه (۳۴) ایجاد کرد؛ بنابراین در ابتدا با استفاده از رابطه (۳۴) مقدار سرعت هسته جت (U_{core}) برای پهنای مورد نظر محاسبه شده و سپس با دو روش زیر می‌توان جت مورد نظر را ساخت:

الف) $u_0 = U_{core}$ در رابطه (۳۳) قرار داده و جت مورد نظر برای هر پهنایی ساخته می‌شود.

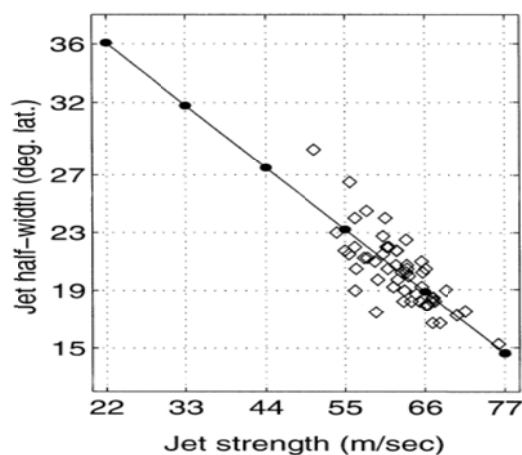
ب) به ازای هر مقدار دلخواه u_0 از رابطه (۳۳) جت ساخته شده ($U_{init}(x, y, \eta)$ محاسبه می‌شود) و با استفاده از رابطه زیر مقدار U_{core} بر روی هسته جت ساخته شده تنظیم می‌شود.

$$U = \frac{U_{core} * U_{init}}{\max(U_{init})} \quad (35)$$

که U_{init} سرعت جت حاصل از رابطه (۳۳) و U سرعت جت حاصل برای پهنای مورد نظر در رابطه (۳۴) است.

با استفاده از نتایج جدول ۴، عرض و سرعت جت در طرحواره عددی قرار داده شد و بخش حقیقی و موهومی سرعت فاز محاسبه شد، در شکل ۵ سرعت فاز امواج بر حسب اعداد موج رسم شده است. افزایش سرعت باد با کاهش عرض جت، موجب تقویت رشد امواج جوی می‌شود. پهن‌ترین جت با (کمترین سرعت در هسته جت) دارای کمترین آهنگ رشد است (خط سیاه در شکل ۵-الف) و باریک‌ترین جت (بیشینه سرعت در هسته جت) دارای بیشترین آهنگ رشد (خط صورتی در

در بخش ابتدایی مقاله در خصوص اثر پهنای جت بر ناپایداری کژ فشار به صورت نظری بحث شد. در ادامه لازم است جت‌های باریک و پهن شکل گرفته در طبیعت بحث شده و ناپایداری حاصل در شرایط نزدیک‌تر به واقعیت تحلیل شود. هارنیک و چنگ (۲۰۰۴) جت‌های روی اقیانوس اطلس و آرام را از سال ۱۹۷۰ مطالعه کردند. در شکل ۴، ارتباط بین پهنای جت با سرعت مرکز جت با استفاده از داده‌های مشاهداتی سرعت باد در تراز ۳۰۰ میلی‌بار بر روی اقیانوس آرام از ۱۲۰ الی ۱۵۰ درجه شرقی آورده شده است (هارنیک و چنگ، ۲۰۰۴).



شکل ۴. ارتباط بین نیم‌پهنای جت (بر حسب درجه عرض جغرافیایی) و سرعت مرکز جت (خط سیاه) با استفاده از داده‌های مشاهداتی (لوزی سیاه) برگرفته از هارنیک و چنگ (۲۰۰۴).

با استفاده از داده‌های مشاهداتی (شکل‌های لوزی در شکل ۴) و برازش خطی داده‌های حاصل رابطه (۳۴) به دست می‌آید.

$$U_{core} = -33(jw - 88) / 25 \quad (34)$$

در رابطه (۳۴)، JW پهنای جت بر حسب درجه عرض جغرافیایی است و U_{core} سرعت هسته جت بر حسب متر بر ثانیه است. رابطه (۳۴) از برازش خطی سرعت هسته جت با پهنای جت حاصل از مشاهده به دست آمده است. دلیل استفاده از رابطه (۳۴) این است که با کاهش پهنای جت، سرعت هسته جت افزایش می‌یابد. در جدول ۴،

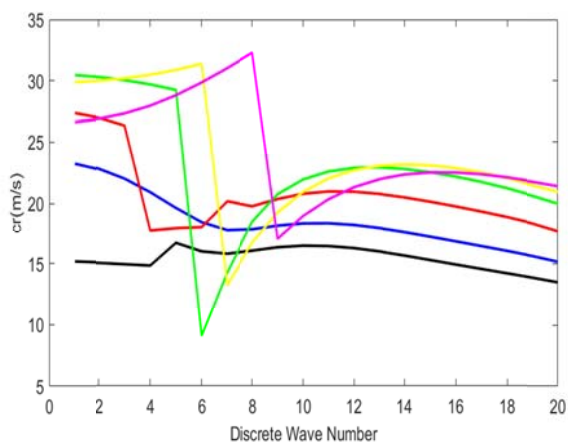
سرعت فاز امواج كژ فشاري در جت‌هاي باريك است. وجود منطقه ناپيوستگي واضح تر و در جت‌هاي باريك كاملاً مشخص مي‌باشد (خطوط سبز، زرد و صورتی در شكل ۵-ب).

از اين آزمايش مي‌توانيم نتيجه بگيريم كه محدوديت نصف‌النهاري در طبيعت ديده نمي‌شود و در جو واقعي اثر كاهش پهناي جت با افزايش سرعت هسته جت جبران شده و هر قدر جت باريك تر باشد داراي ناپايداري بيشتري (بخش موهومي سرعت فاز بزرگ‌تر) و سرعت حرکت بيشتري (بخش حقيقي سرعت فاز بيشتري) است.

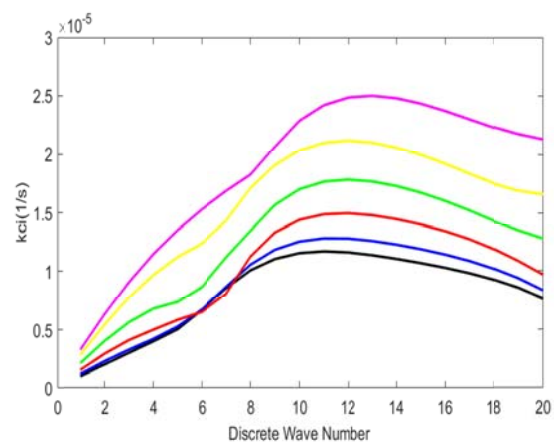
شكل ۵-الف) مي‌باشد؛ بنا بر اين در طبيعت كه با كاهش پهناي جت، آهنگ رشد افزايش مي‌يابد، شاهد ميرائي حاصل از كاهش پهناي جت نخواهيم بود. هر چند در شكل ۳، در حالت نظري نشان داده شده كه در جت‌هاي باريك تا حدودي شاهد كاهش آهنگ رشد هستيم (تناقض براي جت باريك كه آهنگ رشد آن با جت پهن برابري مي‌كند) ولي در جت‌هاي واقعي با باريك شدن جت، سرعت هسته افزايش مي‌يابد و بنا بر اين افت آهنگ رشد به دليل كاهش پهناي جت را جبران مي‌كند. نکته مهم ديگر كه مانند حالت قبل است، وجود ناپيوستگي در

جدول ۴. سرعت در مركز جت بر حسب پهناي آن بر اساس رابطه (۳۴).

توان سينوس (ثابت m)	عرض جهت (deg.lat)	سرعت (m/s)
يك	۵۲/۹	۴۶/۳
دو	۴۷/۵	۵۳/۴
چهار	۳۸/۹	۶۴/۸
هشت	۲۹/۲	۷۷/۷
شانزده	۲۱/۶	۸۷/۷
سی و دو	۱۵/۴	۹۵/۸



(ب)



(الف)

شكل ۵. مانند شكل ۳؛ با تفاوت اينكه با تغيير توان سينوس، سرعت هسته جت نیز تغيير مي‌كند.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش ناپایداری کژ فشار با در نظر گرفتن اثر جت و پهنای آن مطالعه شده است. ناپایداری کژ فشار می‌تواند با فرض ثابت بودن عرض جغرافیایی (تقریب صفحه $f = 2\Omega \sin(\varphi_0)$ که φ_0 عرض جغرافیایی ثابت است) و متغیر بودن عرض جغرافیایی در کانالی با عرض $\Delta\varphi$ (تقریب صفحه β با فرض $f = f_0 + \beta y$ که $\beta = \partial f / \partial y$ است) حل شود. در این پژوهش دو سناریو برای مطالعه اثر جت بر ناپایداری کژ فشار انتخاب شده است که عبارت‌اند از:

الف) ایجاد جت با پهنای متفاوت و با سرعت هسته ثابت

در این حالت سرعت هسته جت در تمامی موارد ثابت و برابر ۳۰ متر بر ثانیه فرض شده است. فرض این حالت برای جت فقط از جنبه نظری قابل قبول است؛ زیرا در طبیعت نمی‌توان جت‌های با پهنای متفاوت را با سرعت هسته یکسان یافت؛ بنابراین این سناریو به منظور مقایسه اثر پهنای جت بر ناپایداری کژ فشار است و فقط پهنای جت در خلال آزمایش عددی تغییر می‌کند.

ب) ایجاد جت منطبق بر مشاهدات

در این بخش با استفاده از داده‌های مشاهداتی هارنیک و چَنگ (۲۰۰۴) جت‌های منطبق بر جو واقعی ساخته شده‌اند. در جو واقعی با کاهش پهنای جت، سرعت هسته جت افزایش می‌یابد؛ بنابراین در این حالت فقط پهنای جت تغییر نکرده بلکه مقدار سرعت هسته جت نیز بر اساس مشاهدات تغییر کرده است. اجرای این سناریو می‌تواند ناپایداری کژ فشار در حضور جت‌های واقعی را شبیه‌سازی کند.

روش مورد استفاده در این پژوهش، روش الریچ و همکاران (۲۰۱۶) است، که در این روش معادلات شبه‌زمینگرد در صفحه بتا مورد حل قرار می‌گیرند. برای حل معادلات شبه‌زمینگرد در دستگاه بتا، با روش تفاضل متناهی عمل گسسته‌سازی در راستای قائم و نصف‌النهار انجام می‌شود (متوسط‌گیری در راستای مداری). شرایط

مرزی در این مسئله برای دو راستای قائم و نصف‌النهاری در نظر گرفته شده است که دو مرز سخت در سطح زمین و وردایست برای راستای قائم و شرط بدون شارش و در مرزهای شمالی و جنوبی در راستای نصف‌النهاری انتخاب شده است. بعد از گسسته‌سازی در راستای نصف‌النهاری و قائم، معادله‌ای با شکل اشتورم-لیوویل شکل می‌گیرد که ویژه‌مقدارهای معادله اشتورم-لیوویل حاصل، بخش موهومی سرعت فاز هستند. با استفاده از نرم‌افزار متلب، می‌توان ویژه‌مقادیر معادله ناپایداری را حل کرد. در ادامه اثر جت‌های حاصل از دو سناریوی مطرح شده در بالا بر ناپایداری کژ فشار مطالعه شده است و جریان جتی با پهنای متفاوت بر اساس دو سناریو در مسئله تعریف شده و آهنگ رشد امواج جوی محاسبه می‌شود؛ بنابراین هدف از انجام این پژوهش اثر پهنای جت بر آهنگ رشد امواج جوی است.

پهنای جت در این پژوهش با استفاده از رابطه الریچ و همکاران (۲۰۱۶) و با تغییر پارامتر توان سینوس تنظیم می‌شود. پس از ساخته شدن جت با پهنای مورد نظر مسئله مورد حل قرار گرفته است و آهنگ رشد امواج جوی به دست می‌آید. لیندزن در سال ۱۹۹۳ نشان داد که جت دارای اثر محدودکننده بر رشد امواج جوی است. اثر جت بر ناپایداری کژ فشار بدین صورت است که یک عدد موج نصف‌النهاری بر مسئله تحمیل می‌شود. عدد موج نصف‌النهاری باعث می‌شود آهنگ رشد در عدد موج مداری مورد نظر کاهش یابد. در این پژوهش نشان داده شده است که محدودیت نصف‌النهاری فقط برای جت‌های پهن صاف است و در صورتی که جت بسیار باریک شود اثر محدودکننده نصف‌النهاری وجود نخواهد داشت. به همین دلیل نتیجه می‌گیریم اثر پیشنهاد شده توسط لیندزن و یونان (۱۹۸۹) و لیندزن (۱۹۹۳) برای جت‌های پهن صاف است ولی این نتیجه برای جت‌های باریک صاف نیست که در ادامه این نتیجه با جزئیات بیشتری مطالعه می‌شود. هارنیک و چَنگ (۲۰۰۴) اثر پهنای جدید بر ناپایداری کژ فشار را در یک مدل دوبعدی

ابتدا با کاهش پهناى جت تا ۳۲۴۰ کیلومتر، آهنگ رشد نیز کاهش یافته است. ولی کاهش پهناى جت فقط تا مقداری حدی (معادل با جت به پهناى ۳۲۴۰ کیلومتر) منجر به کاهش آهنگ رشد می‌شود و با کاهش پهناى جریان جت به مقداری کمتر از مقدار حدی، آهنگ رشد افزایش می‌یابد (برای جت به پهناى ۲۴۰۰ و ۱۷۱۰ کیلومتر). نتیجه این بخش از پژوهش این است که آهنگ رشد برای اعداد موج ۶ الی ۱۳ از آهنگ رشد باریک‌ترین جت بیشتر است ولی رشد و تقویت امواج با طول موج کوتاه (اعداد موج ۱۳ الی ۲۰) توسط جت‌های باریک بیشتر است.

در ادامه ارتباط بین پهناى جت با سرعت مرکز جت با استفاده از داده‌های مشاهداتی جت بر روی اقیانوس آرام بحث شده است (سناریوی دوم). با استفاده از داده‌های مشاهداتی (هارنیک و چنگ، ۲۰۰۴) رابطه خطی (رابطه ۳۴) بین سرعت هسته جت با پهناى جت حاصل از مشاهده به دست آمده است. در رابطه (۳۴) با کاهش پهناى جت، سرعت هسته جت افزایش می‌یابد (در جدول ۴). عرض و سرعت جت جدول ۴، در طر حواره عددی قرار داده شد و بخش حقیقی و موهومی سرعت فاز محاسبه شد که افزایش سرعت هسته جت با کاهش عرض جت، موجب تقویت رشد امواج جوی می‌شود؛ بنابراین در شرایط واقعی که عرض و سرعت هسته جت مطابق با جدول ۳ است، دیگر نمی‌توان محدودیت نصف‌النهارى را مطرح کرد.

مراجع

Chang, E. K. M., 2001, GCM and observational diagnoses of the seasonal and interannual variations of the Pacific storm track during the cool season, *J. Atmos. Sci.*, 58, 1784–1800.
Charney, J. G., 1947, The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current, *Journal of Meteorology.*, 4, 136-162.
Eady, E. T., 1949, Long waves and cyclone waves, *Tellus*, 1, 33-52.
Grotjahn, R., 2003, Baroclinic instability. *Encyclopedia of Atmospheric Sciences*, 419, 467.

مطالعه کردند. در مدل مورد استفاده آنها فقط راستای قائم، متغیر مستقل در مسئله است؛ بنابراین مسئله حل شده توسط آنها شباهت زیادی به ترکیب مدل ایدی (۱۹۴۹) و چارنی (۱۹۴۷) دارد. هارنیک و چنگ (۲۰۰۴) با استفاده از مدل خطی شبه‌زمینگرد به این نتیجه رسیدند که جریان جتى، آهنگ رشد موج را افزایش می‌دهد. حصول نتیجه مغایر توسط هارنیک و چنگ (۲۰۰۴) به دلیل استفاده از مدل یک‌بعدی است؛ بنابراین جریان جتى موردنظر در این مسئله به صورت افزایش یا کاهش چینش قائم باد معرفی می‌شود که با افزایش چینش قائم باد شاهد افزایش آهنگ رشد هستیم. این نتیجه قابل تعمیم به مسئله دوبعدی نیست چرا که در مسئله دوبعدی در کانالی از عرض جغرافیایی، سرعت جت در عرض پایین کانال از یک حداقلی شروع و به مقدار بیشینه در وسط کانال افزایش و در نهایت در عرض بالایی کانال به همان مقدار قبلی کاهش می‌یابد. در صورتی که در یک مسئله یک‌بعدی فقط هسته جریان جتى مدنظر قرار گرفته و ناپایداری کژفشار فقط برای مقطع قائم موجود در هسته جت حل می‌شود. به همین دلیل وجود این تناقض موجب شد که در این پژوهش اثر جریان جتى دوبعدی بر ناپایداری کژ فشار مطالعه شود؛ بنابراین مدل اولریچ و همکاران (۲۰۱۶) انتخاب شده و با استفاده از جریان جتى شکل ۲، مسئله ناپایداری حل شده است. بر اساس لیندنز (۱۹۹۳)، در حضور جت، عدد موج نصف‌النهارى معادل با معکوس پهناى جت بر مسئله تحمیل می‌شود که هر قدر پهناى جت کمتر شود، مقدار عدد موج نصف‌النهارى افزایش می‌یابد که منجر به افت آهنگ رشد در مسئله ایدی (۱۹۴۹) می‌شود؛ بنابراین در

Harnik, N. and Chang, E.K., 2004, The effects of variations in jet width on the growth of baroclinic waves: Implications for midwinter Pacific storm track variability, *J. Atmos. Sci.*, 61, 23-40.
Holton, J.R., 2004, An introduction to dynamic meteorology, *American Journal of Physics.*, 41, 752-754.
Hoskins, B. and James, I., 2014, Rotation in the atmosphere. *Fluid Dynamics of the Midlatitude Atmosphere*, BJ Hoskins and IN James, Eds., John Wiley and Sons, 125-148.

- Ioannou, P. and Lindzen, R.S., 1986, Baroclinic instability in the presence of barotropic jets, *J. Atmos. Sci.*, 43, 2999-3014.
- Jablonowski, C. and Williamson, D.L., 2006, A baroclinic instability test case for atmospheric model dynamical cores. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, A journal of the atmospheric sciences, applied meteorology and physical oceanography.*, 132, 2943-2975.
- Lindzen, R.S., 1993, Baroclinic neutrality and the tropopause, *J. Atmos. Sci.*, 50, 1148-1151.
- Lorenz, E. 1955, Available potential energy and the maintenance of the general circulation. *Tellus*. 7. 157– 167.
- Nakamura, H., 1992, Midwinter suppression of baroclinic wave activity in the Pacific, *J. Atmos. Sci.*, 49, 1629-1642.
- Swanson, K.L., Kushner, P.J. and Held, I.M., 1997, Dynamics of barotropic storm tracks, *J. Atmos. Sci.*, 54, 791-810.

The Effect of Jet Stream Width on the Growth of Baroclinic Waves

Zadegh Abadi, A.¹, Rezazadeh, M.^{2*} and Mohammadi, A.³

1. Ph.D. Student, Department of Marine and Atmospheric Science (Non-Biologic), Faculty of Marine Science and Technology, University of Hormozgan, Bandarabbas, Iran
2. Assistant Professor, Department of Marine and Atmospheric Science (Non-Biologic), Faculty of Marine Science and Technology, University of Hormozgan, Bandarabbas, Iran
3. Assistant Professor, Department of Marine Science, Imam Khomeini University of Marine Sciences, Noshahr, Iran

(Received: 20 Feb 2021, Accepted: 25 May 2021)

Summary

In this study, the effect of jet width on baroclinic instability is discussed, while a baroclinic instability problem is solved using a quasi-geostrophic (QG) model on a β -plane. To solve the QG equations on the β -plane, the finite difference method is applied in the vertical and meridional directions. Boundary conditions in this problem are considered for both vertical and meridional directions. Indeed, two hard boundaries at the surface of the Earth and tropopause are chosen for the vertical, with non-flux conditions at the upper and lower boundaries along the meridian. After discretization along both meridian and vertical directions, the equation takes the form of Sturm–Liouville, particularly the eigenvalue of the resulting Sturm – Liouville equation is the imaginary part of the phase velocity. Using the Matlab software, the eigenvalue instability equation can be solved. In this study, the effect of jet stream width on baroclinic instability is investigated. In addition, jet streams with different widths are defined and the growth rate of atmospheric waves is calculated. The jet stream equation has a sinusoidal shape in the meridional direction, but an exponential form in the vertical, in which the jet width is adjusted using the sine-wave parameter. Once built according to the desired width, the problem is solved and the rate of the growth of atmospheric waves is obtained. The jet has a limited effect on the growth of atmospheric waves. The effect of the jet on the baroclinic instability is such that a disturbance with meridional wavenumber is imposed on the problem. The meridional wavenumber causes a decrease of the growth rate at the desired zonal wavenumber. For this reason, we conclude that the jet has a limited effect on the growth rate of baroclinic instability. The effect of the width on baroclinic instability is identified in a two-dimensional model, in which the vertical extent is an independent variable in the problem, such that the solution is very similar to the combination of Eady (1949) and Charney (1947) models. Using a quasi-terrestrial linear model, they concluded that jet streams width, increases the growth rate of waves. Their results are inconsistent with ours due to application of one-dimensional model in their study. They noted that jet stream introduces increasing or decreasing wind shear, and with increasing wind shear, an increasing growth rate of baroclinic instability is observed. However, this result cannot be generalized for a two-dimensional problem, in which for a range of latitudes, which is called a channel, the jet velocity at the bottom of the channel starts from a minimum, but increases to the maximum value in the middle of the channel and again decreases to the same value at the top of the channel. However, in a one-dimensional problem, only the jet stream core is considered, such that baroclinic instability is solved only on the vertical direction in the jet core. Thus, the effect of jet stream on baroclinic instability in a two-dimensional framework is conducted here. The instability problem is solved using the jet stream shown in Figure 1. According to Lindzen (1993), in the presence of a jet stream, the meridional wavenumber is equivalent to the inverse of the width of the jet, which increases as the jet width decreases, such that an increase in the meridional wavenumber is associated with a slowdown of the jet stream, following Eady (1949). Initially, by reducing the jet width to 2400 kilometers, the growth rate also decreases. However, reduction of the jet width to a certain extent (i.e., 3240 km) results in a decrease of the growth rate, while further decrease of the jet width is associated with an increase of the growth rate (e.g., for jet stream with widths of 2400 and 1710 km). Thus, the widest jet stream is associated with the maximum growth rate for wavenumbers between 6 and 13, while the narrowest jet stream is associated with the maximum growth rate for wavenumbers between 13 and 20.

The relationship between the jet bandwidth and velocity of the jet center based on observational data over the Pacific is discussed below. A linear relationship (34) is obtained between velocity of the jet core and the observed jet width. Velocity of the jet core increases with the decline of the jet width (Table 4). Width and velocity of the jet in Table 4 are plotted in the numerical scheme, in which real and imaginary parts of the phase velocity are calculated when the jet core velocity is increased following a decrease of the jet width, which results in an enhancing of the growth of atmospheric waves. Therefore, under real conditions, in which width and velocity of the jet core are represented in Table 3, a meridional constraint can no longer be introduced.

Keywords: jet stream, meridional wavenumber, β -plane, baroclinic instability, Sturm-Liouville equation.

* Corresponding author:

rezazadeh@hormozgan.ac.ir