

Analysis of the Effect of Statistical Period Length on Occurrence Probability of Drought Using the Copula Functions Approach (Case Study: Arak Synoptic Station)

KIMIA NADERI¹, MAHNOOSH MOGHADDASI^{*1,2}, ASHKAN SHOKRI³, FARSHAD AHMADI⁴

1. Department of Water Science and Engineering, Faculty of Agriculture and Environment, Arak University, Arak, Iran.

2. Department of Water Resources, Water Institute, Arak University, Arak, Iran.

3. Bureau of Meteorology, Australia, Melbourne, Australia.

4. Department of Hydrology and Water Resources Engineering, Faculty of Water and Environment Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.

(Received: May. 29, 2021- Revised: Sep. 14, 2021- Accepted: Sep. 22, 2021)

ABSTRACT

In recent years, with the development of statistical methods and the application of advanced mathematics, the structure of dependence on extreme phenomena such as drought has been considered. In the present study, multivariate analysis of droughts using SPEI and copula functions and the effect of statistical period length on the occurrence probability of drought was investigated in Arak synoptic station. For this purpose, precipitation and observational temperature data and global climate database (CRU) networks have been collected for the selected station, and two statistical periods of 100 and 37 years have been selected for this research. Then, the characteristics of duration and severity of drought were extracted and at different time scales (1, 3, 6, 9, and 12), and its dependency structure was calculated by Spearman's rho and Kendall's tau correlation coefficients that it shows there is a significant correlation between severity and duration of drought except on one-month scales. After determining the best fitted marginal distributions on the drought characteristics, the fitness of five different copulas for developing the bivariate distribution of severity and duration of drought was examined. The results showed that at Arak station for both statistical periods of 100 and 37 years, Clayton and Gumble-Huggard copula functions, respectively, due to having the highest value NS (0.9, 0.9) and the lowest values of NRMSE (12.9, 7.9). The results also showed that the 37-year statistical period was suitable for the study of droughts with the condition "or" but in the case of "and" and the intensification of droughts, the joint return period reaches nearly 45 years. Therefore, it is recommended that a statistical period of 100 years be used to analyze the droughts in the study area.

Keywords: Dependency Structure, Duration and Severity of Drought, SPEI, Arak Station, Occurrence Probability of Drought.

تحلیل اثر طول دوره آماری بر احتمال وقوع خشکسالی با استفاده از رویکرد توابع مفصل (مطالعه موردی: ایستگاه سینوپتیک اراک)

کیمیا نادری^۱، مه‌نوش مقدسی^{۲*}، اشکان شکری^۲، فرشاد احمدی^۴

۱. گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی و محیط‌زیست، دانشگاه اراک، اراک، ایران.

۲. گروه منابع آب پژوهشکده آب، دانشگاه اراک، اراک، ایران.

۳. سازمان هواشناسی استرالیا، ملبورن، استرالیا.

۴. گروه هیدرولوژی و منابع آب، دانشکده مهندسی آب و محیط‌زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۳/۸ - تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۶/۲۳ - تاریخ تصویب: ۱۴۰۰/۶/۳۱)

چکیده

در سال‌های اخیر با توسعه روش‌های آماری و کاربرد ریاضیات پیشرفته ساختار وابستگی موجود در پدیده‌های حدی نظیر خشکسالی مورد توجه قرار گرفته است. در مطالعه حاضر تحلیل چندمتغیره خشکسالی‌های ایستگاه سینوپتیک اراک با استفاده از شاخص SPEI و توابع مفصل و اثر طول دوره آماری بر احتمال وقوع خشکسالی بررسی گردید. بدین منظور داده‌های بارش و دمای مشاهداتی و شبکه‌ای پایگاه اقلیمی جهانی (CRU) برای ایستگاه منتخب جمع‌آوری و دو دوره آماری ۱۰۰ و ۳۷ ساله برای این تحقیق انتخاب شده است. سپس خصوصیات مدت و شدت خشکسالی در مقیاس‌های زمانی مختلف (۱، ۳، ۶، ۹ و ۱۲ ماهه) استخراج و ساختار وابستگی موجود در بین مشخصه‌ها با استفاده از ضرایب همبستگی اسپیرمن و تاو کندال بررسی و مشخص گردید که بجز در مقیاس یک ماهه، در سایر مقیاس‌های زمانی همبستگی معناداری بین مشخصه‌ها وجود دارد. پس از تعیین بهترین توزیع حاشیه‌ای، پنج تابع مفصل برای ایجاد توزیع دو متغیره شدت و مدت خشکسالی برازش داده شد. نتایج نشان داد که در ایستگاه اراک برای هر دو دوره آماری ۱۰۰ و ۳۷ ساله به ترتیب مفصل کلایتون و گامبل-هوگارد به دلیل دارا بودن بیشترین مقدار NS و کمترین مقدار NRMSE بهترین عملکرد را داشته و برای ایجاد توزیع‌های دومتغیره شدت و مدت خشکسالی انتخاب شدند. همچنین نتایج حاکی از آن بود که دوره آماری ۳۷ ساله برای بررسی خشکسالی‌ها با شرط "یا" مناسب بوده اما در حالت "و" و تشدید خشکسالی‌ها، دوره بازگشت توأم نزدیک به ۴۵ سال می‌رسد. بنابراین پیشنهاد می‌شود که از دوره آماری ۱۰۰ ساله برای تحلیل خشکسالی‌های منطقه مورد مطالعه استفاده شود.

واژه‌های کلیدی: ساختار وابستگی، شدت و مدت خشکسالی، شاخص SPEI، ایستگاه اراک، احتمال وقوع خشکسالی.

مقدمه

وقوع خشکسالی از ویژگی‌های جدایی‌ناپذیر اقلیم در هر منطقه‌ای به شمار آمده و عمدتاً مربوط به کاهش میزان بارش دریافت شده در طی یک دوره مشخص می‌باشد (Jahannemaie et al., 2020). این پدیده جنبه‌های متعددی را شامل شده و به شکل‌های مختلف نظیر خشکسالی هواشناسی، کشاورزی، هیدرولوژیکی و اجتماعی-اقتصادی بروز می‌کند. از این رو تلاش برای پایش و پیش‌بینی خشکسالی‌ها و به‌ویژه تعیین دقیق زمان شروع و تداوم آن در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است (Mirakbari et al., 2010). برای ارزیابی کمی و کیفی پدیده خشکسالی و استخراج

مشخصه‌های شدت و مدت از شاخص‌هایی نظیر شاخص بارندگی استاندارد شده (SPI^۱)، شاخص بارندگی و تبخیر-تعرق استاندارد شده (SPEI^۲) و شاخص بارندگی موثر (EDI^۳) در سطح جهان استفاده می‌شود (McKee et al., 1993; Vicente-Serrano et al., 2010; Byun and Wilhite 1999; Khajeh et al., 2017). شاخص‌های رایج مانند شاخص بارندگی استاندارد شده صرفاً از پارامتر بارندگی در مقیاس‌های زمانی روزانه و یا ماهانه استفاده نموده‌اند اما بسیاری از محققان درجه حرارت را بر شرایط خشکسالی موثر دانسته و آن را از عوامل مهم کمبود آب در یک منطقه به‌شمار می‌آورند. همچنین با بررسی گزارش‌های علمی،

* نویسنده مسئول: mah_moghaddasi@hotmail.com

1 Standardized Precipitation Index

2 Standardized Precipitation Evapotranspiration Index

3 Effective Drought Index

چندمتغیره که توانسته محدودیت‌های توابع چند متغیره کلاسیک را برطرف کند، استفاده از روش تابع مفصل است. از توابع مفصل در پژوهش‌های مختلفی برای ارزیابی اثرات خشکسالی و مدل-سازی رابطه شدت و مدت خشکی استفاده شده که از آن جمله می‌توان به مطالعات (Won et al. (2020)، (Das et al. (2020)، (Mesbahzadeh et al. (2020)، (Bazrafshan et al. (2020) و (Sajeev et al. (2021) اشاره نمود.

از طرف دیگر، با توجه کمبود آمار و اطلاعات داده‌های هواشناسی، بررسی تاثیر طول دوره آماری بر شناسایی خشکسالی به منظور مدیریت و مقابله با آن از اهمیت بسزائی برخوردار است. در تحقیقی برای پایش روزانه خشکسالی استان تهران و کمبود آمار (۳۰ ساله) در ایستگاه‌های منطقه، تاثیر دو دوره آماری کوتاه-تر ۲۵ و ۲۰ ساله بر شاخص EDI ارزیابی گردید. نتایج نشان داد که طول دوره بر روی این شاخص تاثیر چندانی ندارد لذا می‌توان برای پایش مکانی بهتر، ایستگاه‌های با طول دو دوره مذکور را نیز اضافه نمود (Moghaddasi et al., 2005). در تحقیق دیگری حساسیت هفت شاخص خشکسالی شامل CZI^1 ، $MCZI^2$ ، $PNPI^3$ ، DI^4 ، ZSI^5 و EDI به طول دوره آماری ۴۵، ۵۰، ۴۵، ۴۰، ۳۵ و ۳۰ سال بررسی شده است. نتایج نشان داد که شاخص EDI و ZSI نسبت به سایر شاخص‌ها حساسیت کمتری و شاخص DI و MCZI حساسیت بیشتری نسبت به طول دوره آماری دارند (Mahmoudi et al., 2019).

از این رو در مطالعه حاضر هدف بررسی تاثیر طول دوره آماری ۱۰۰ و ۳۷ ساله بر احتمال وقوع خشکسالی هواشناسی ایستگاه سینوپتیک اراک واقع در استان مرکزی می‌باشد. بدین منظور ابتدا خصوصیات شدت و مدت خشکسالی ایستگاه منتخب با استفاده از شاخص SPEI برآورد و همبستگی آنها بررسی می‌شود. سپس برای تحلیل دو متغیره مشخصه‌های خشکسالی، توابع مفصل متعددی مورد استفاده قرار گرفته و مناسب‌ترین آنها بر اساس معیارهای ارزیابی انتخاب می‌گردد. نهایتاً بر اساس تابع دو متغیره منتخب، احتمال وقوع توام در دو حالت "و" و "یا" برای دو دوره آماری ۱۰۰ و ۳۷ ساله محاسبه و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

مواد و روش‌ها

منطقه مطالعاتی

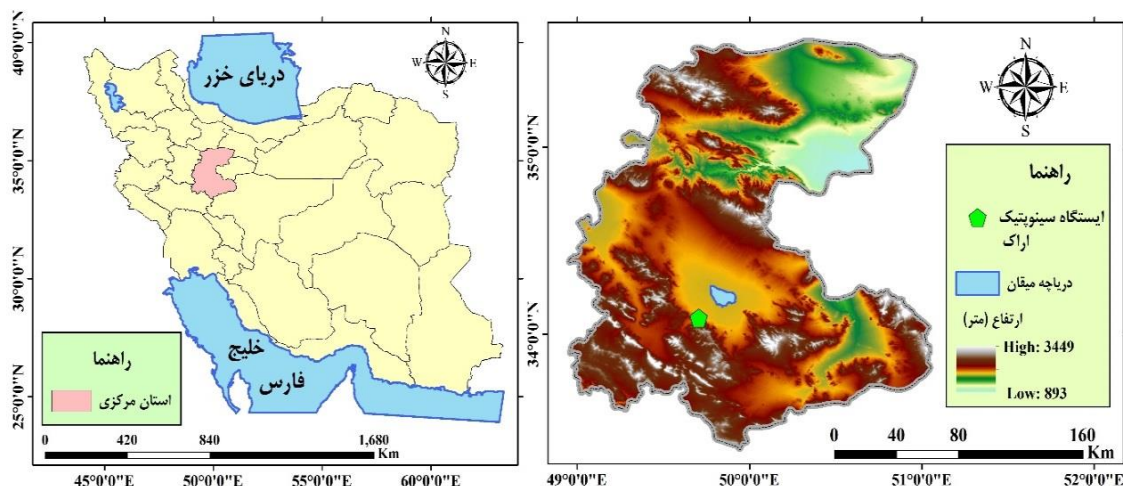
دشت اراک (حوضه آبریز کویر میقان)، یک حوضه بسته با مساحت ۵۴۹۵۸۵ هکتار، یکی از زیرحوضه‌های حوضه آبریز دریاچه نمک

مشاهده می‌شود که متوسط دمای هوای سطح زمین طی قرن بیستم در حدود ۰/۶ درجه سانتی‌گراد افزایش یافته و فعالیت‌های انسانی گرمایش زمین را سرعت بخشیده است (Ahmadi et al., 2016; Kempes et al., 2008). بنابراین شاخصی جدید براساس میزان بارندگی و درجه حرارت و محاسبه تبخیر و تعرق و بیلان آب به نام شاخص بارندگی-تبخیر و تعرق استاندارد شده (SPEI) ارایه گردید. شاخص SPEI توانایی محاسبه شاخص خشکسالی در مقیاس‌های زمانی مختلف را داشته و این امکان را برای محققان فراهم می‌آورد تا اثرات تغییرات دما را در ارزیابی مشخصه‌های خشکسالی منظور نمایند. شاخص SPEI در مطالعات متعددی همچون (Li et al. (2020)، (Danandeh Mehr et al. (2020)، (Liu et al. (2021) و (et al. (2020) در نقاط مختلف دنیا مورد استفاده قرار گرفته و کارایی آن در تشخیص به هنگام خشکی‌ها تایید شده است. در ایران نیز شاخص‌های خشکسالی SPI و SPEI در ۱۰ ایستگاه سینوپتیک کشور واقع در گستره‌های اقلیمی مختلف و در دوره آماری ۱۹۷۵ تا ۲۰۰۷ مورد بررسی قرار گرفت (Nosrati, 2014). نتایج نشان داد که شاخص‌های مورد مطالعه دارای همبستگی معنی‌دار بوده اما شاخص SPEI پاسخ سریع‌تری نسبت به خشکسالی داشته است. همچنین با افزایش مقیاس زمانی، تداوم خشکسالی افزایش می‌یابد.

به‌طور کلی می‌توان پدیده پیچیده خشکسالی را با استفاده از ویژگی‌های شدت و مدت مشخص نمود. با توجه به اینکه شدت و مدت خشکسالی متغیرهایی تصادفی هستند، می‌توان از تئوری-های احتمالاتی تک متغیره و چند متغیره برای تحلیل و مدل-سازی آنها بهره برد. در تحلیل‌های تک متغیره رابطه بین متغیرها و تاثیرات متقابل آنها در نظر گرفته نشده و فرض می‌شود که مستقل از یکدیگر عمل می‌کنند (Ahmadi et al., 2017). این نوع از تحلیل‌ها به دلیل عدم در نظر گرفتن رابطه متقابل بین پدیده‌ها از توانایی لازم برای تحلیل فراوانی پارامترهای چند وجهی نظیر خشکسالی که با مشخصه‌های شدت و مدت باید تعریف شوند سازگاری مناسبی نداشته و باید از شیوه‌های دو متغیره نظیر تابع مفصل استفاده نمود. اما مسؤل فرض کردن متغیرهای هیدرولوژیک نمی‌تواند فرض صحیحی باشد از این رو کاربرد تحلیل‌های چند متغیره مورد توجه پژوهشگران قرار گرفت (Abdollahi Asadabadi et al., 2018). در تحلیل‌های چند متغیره کلاسیک، مشخص بودن توزیع‌های حاشیه‌ای و یکسان بودن نوع آنها الزامی است و در نتیجه استفاده از این روش‌ها با محدودیت‌های جدی مواجه است روش مناسب‌تر برای تحلیل‌های

جغرافیایی و از غرب به شرق بین ۲۱° ۴۹' تا ۵۰° ۱۸' طول جغرافیایی می‌باشد. در این محدوده مطالعاتی ایستگاه سینوپتیک اراک با طول جغرافیایی ۴۱° ۴۹' و عرض جغرافیایی ۵° ۳۴' بعنوان معرف انتخاب شده است و اطلاعات دما و بارندگی مربوط به آن جمع‌آوری گردید (شکل ۱).

می‌باشد که از این مقدار ۱۲۱۱۸ هکتار مربوط به مساحت دریاچه کویر میقان است. در این حوضه رودخانه دائمی وجود نداشته و تمامی آبراهه‌ها بصورت فصلی بوده و به سمت مرکز حوضه جریان دارند. شش زیر حوضه اصلی شامل حوضه ساروق، شهراب، آشتیان، ابراهیم آباد، خیرآباد، امان آباد و کرهرود در آن وجود دارد. این حوضه از جنوب به شمال بین ۵۰° ۳۳' تا ۴۴° ۳۴' عرض



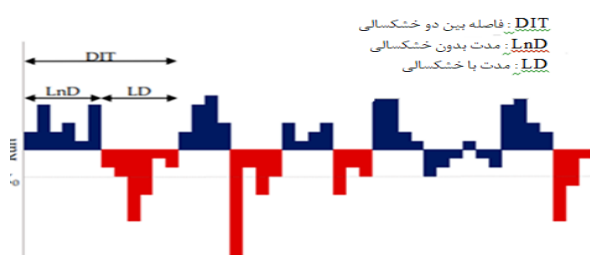
شکل ۱- موقعیت منطقه مطالعاتی در حوضه آبریز کویر میقان و ایستگاه مورد مطالعه

ساله CRU طی سال‌های ۱۹۱۷ تا ۲۰۱۶ برای ادامه محاسبات در نظر گرفته شد. سپس برای دو حالت مختلف ۳۷ ساله (مطابق با طول دوره آماری ثبت شده در ایستگاه سینوپتیک اراک و حاصل از پایگاه اطلاعاتی CRU) و دوره ۱۰۰ ساله (حاصل از پایگاه اطلاعاتی CRU) محاسبات انجام شده است. همچنین در مطالعه حاضر برای بررسی صحت و سقم داده‌های مشاهداتی از دو آزمون همگنی نرمال استاندارد^۲ (SNHT) و روند داده‌ها توسط آزمون من-کنندال استفاده شده است. روش بررسی همگنی نرمال استاندارد یکی از پرکاربردترین روش‌های آزمون همگنی در تحقیقات روز است. این روش قادر است زمان ایجاد ناپیوستگی و یا بروز ناهمگنی را در سری داده‌ها یافته و گزارش کند. برای بررسی وجود روند نیز در سری‌های هیدرولوژیکی اغلب از روش-های ناپارامتری استفاده می‌شود. آزمون‌های ناپارامتری^۳ برای سری داده‌هایی که توزیع آماری آنها نرمال نیست و یا دارای داده-های بریده شده باشند، مناسب‌تر هستند (Dinpashoh et al., 2013). در مطالعات متعددی (Ahmadi et al., 2016; Khalili et al., 2018; Zamani et al., 2018) از آزمون من کنندال اصلاح شده برای بررسی روند تغییرات پارامترهای هیدرولوژیک استفاده شده و روابط ریاضی مربوطه به طور مبسوط در این منابع ذکر گردیده است.

داده‌های مورد استفاده

امروزه مشکلات کمبود داده‌های مشاهداتی اقلیمی را می‌توان با به کارگیری پایگاه‌های جهانی شبکه‌بندی شده تا حدودی رفع نمود. پایگاه^۱ CRU یکی از معتبرترین پایگاه‌های بازتحلیل شده‌ای است که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است (Eini et al., 2018). این پایگاه اقلیمی داده‌های مختلفی نظیر بارش، دما، تبخیر و تعرق و غیره را با تفکیک مکانی ۰/۲۵ درجه برای کل جهان در دوره آماری ۱۹۰۱ تا ۲۰۱۸ فراهم نموده است (Harris et al., 2013). برای کاربردی کردن این اطلاعات کافی است که میزان تطابق داده انتخابی با داده‌های زمینی در هر منطقه مورد ارزیابی قرار گیرد. برای ارزیابی این داده‌ها با داده‌های مشاهداتی زمینی از معیارهای ارزیابی R^2 ، NS و NRMSE استفاده شده است (Miri et al., 2016). بدین منظور در مطالعه حاضر داده‌های زمینی بارش در ایستگاه سینوپتیک اراک به کار گرفته شده و داده‌ها با استفاده از شاخص‌های ارزیابی ذکر شده در قسمت مواد و روش‌ها با بارش‌های دریافتی از CRU مورد مقایسه قرار گرفت. ایستگاه سینوپتیک اراک در ۳۷ سال اخیر داده‌ها را ثبت نموده و دوره آماری مشترک صحت سنجی با بارش‌های CRU انجام شد. نتایج نشان داد که در دوره آماری مشترک تطابق بسیار خوبی بین داده‌های زمینی و CRU وجود دارد. بنابراین بارش‌های ۱۰۰

سطح بحرانی نامیده می‌شود. پنج پارامتر اصلی خشکسالی عبارتند از: مدت خشکسالی (D): مدت زمان بین شروع و پایان پدیده خشکسالی، بزرگی خشکسالی: برابر با مجموع مقدار یا طبقه خشکسالی است که در یک دوره پیوسته زیر سطح بحرانی قرار دارند، شدت خشکسالی (S): متوسط مقدار یا طبقه خشکسالی است که در یک دوره پیوسته زیر سطح بحرانی قرار دارند. شدت از تقسیم بزرگی خشکسالی بر مدت زمان آن به دست می‌آید، فاصله بین دو دوره خشکسالی پیوسته: فاصله زمانی بین دو شروع خشکسالی پیوسته می‌باشد. لازم به ذکر است در تحقیق حاضر مقادیر شدت به صورت قدرمطلق ارائه شده است (شکل ۲).



شکل ۲- تعیین خصوصیات خشکسالی بر اساس تئوری ران

توابع مفصل

به منظور تحلیل تک متغیره و ایجاد توابع توزیع حاشیه‌ای پس از تشکیل سری زمانی مدت و شدت خشکسالی، توزیع‌های آماری بر متغیرهای شدت و مدت برازش داده شد (Zhang et al., 2011). پارامترهای این توزیع‌ها با روش حداکثر درست‌نمایی برآورد گردیدند. پس از برازش توزیع‌های آماری، می‌بایست نکویی برازش هر توزیع توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنوف (KS) مورد بررسی قرار گیرد. در صورتی که در سطح احتمال پنج درصد برازش مدل‌ها توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنوف مورد تایید واقع شود، توزیع احتمالاتی مورد نظر پذیرفته می‌شود. پس از کنترل نکویی برازش و تعیین توزیع‌های مورد قبول، برای انتخاب بهترین مدل برازشی، جذر میانگین مربعات خطای نرمال شده (NRMSE) و معیار نش-ساتکلیف (NS) محاسبه می‌شود. هر کدام از توزیع‌های برازشی که بیشترین مقدار NS و کمترین NRMSE را داشته باشند، به عنوان مناسب‌ترین توزیع حاشیه‌ای برگزیده می‌شود (Ahmadi et al., 2017).

$$NRMSE = 100 \times \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (F(X_i) - G(X_i))^2}}{F_{\max} - F_{\min}} \quad (\text{رابطه ۴})$$

$$NS = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^N (F(X_i) - G(X_i))^2}{\sum_{i=1}^N (F(X_i) - \bar{F})^2} \right] \quad (\text{رابطه ۵})$$

در روابط فوق N تعداد داده‌ها، i روز، مقدار F(X_i) مقدار نظری، F_{max} و F_{min} به ترتیب حداکثر و حداقل CDF نظری محاسبه شده، \bar{F} میانگین CDF نظری و G(X_i) مقدار CDF تئوری می‌باشد.

شاخص بارندگی و تبخیر - تعرق استاندارد شده (SPEI)

این شاخص در مقیاس‌های زمانی مختلف از معادله ساده بیلان آب یعنی تفاوت بین بارندگی و تبخیر و تعرق پتانسیل براساس رویکرد تورنتوایت استفاده می‌نماید. با در نظر گرفتن تبخیر و تعرق پتانسیل (PET)، تفاوت بین بارندگی (P) و تبخیر و تعرق پتانسیل برای ماه i به صورت ذیل محاسبه می‌گردد:

$$D_i = P_i - PET_i \quad (\text{رابطه ۱})$$

مقادیر D در مقیاس‌های زمانی مختلف از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$D_n^k = \sum_{n=0}^{k-1} P_{n-1} - PET_{n-i} \quad (\text{رابطه ۲})$$

که k (ماه‌ها) مقیاس زمانی مورد نظر و n ماه مورد نظر در محاسبه می‌باشد. یک توزیع سه پارامتری برای محاسبه شاخص خشکسالی نیاز است تا بتواند مقادیر منفی در داده‌های D را پوشش دهد. نتایج انتخاب مناسب‌ترین تابع توزیع نشان داده است که تابع لجستیک لگاریتمی برازش خوبی بر سری زمانی داده‌ها در مقیاس‌های زمانی مختلف دارد. بدین ترتیب تابع تجمعی احتمال سری داده‌های D براساس تابع لجستیک لگاریتمی به صورت زیر می‌باشد:

$$F(x) = \left[1 + \left(\frac{\alpha}{x-\gamma} \right) \right]^{-1} \quad (\text{رابطه ۳})$$

که α پارامتر مقیاس، β پارامتر شکل و γ پارامتر اصلی برای مقادیر D در محدوده $-\infty < \gamma < \infty$ است. بدین ترتیب پس از محاسبه تابع توزیع تجمعی و تبدیل آن به مقادیر نرمال مقادیر شاخص SPEI استخراج می‌گردد (جدول ۱).

جدول ۱- طبقه بندی شاخص بارندگی و تبخیر-تعرق استاندارد شده (Vicente-Serrano et al., 2012)

طبقات شاخص	توصیف وضعیت
بیشتر از ۲	رطوبت بسیار شدید (ر. ب. ش)
۱/۵ تا ۲	رطوبت شدید (ر. ش)
۱ تا ۱/۵	رطوبت متوسط (ر. م)
۱- تا ۱	نرمال (ن)
۱- تا -۱/۵	خشکسالی متوسط (خ. م)
-۱/۵ تا -۲	خشکسالی شدید (خ. ش)
کمتر از -۲	خشکسالی بسیار شدید (خ. ب. ش)

تئوری ران

یکی از روش‌های مرسوم و بسیار متداول تحلیل و بررسی خشکسالی، روش Run Theory است (Yevjevich, 1967). این تئوری در بررسی خشکسالی، به صورت کمی بیان می‌دارد که چگونه فرآیند هیدرولوژیکی از بالا و پایین یک آستانه بحرانی عبور می‌کند. به عبارت دیگر تئوری ران پیمایش سری زمانی و قسمتی از آن است که مقادیر خشکسالی در زیر یا بالای سطح آستانه مشخص قرار می‌گیرد. مقدار آستانه انتخابی، سطح مبنا یا

فرض که توزیع‌های حاشیه‌ای تک‌متغیره با توابع چگالی احتمال حاشیه‌ای $f_X(x)$ و $f_Y(y)$ پیوسته باشند، تابع چگالی احتمال توأم می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$f_{X,Y}(x,y) = c(F_X(x), F_Y(y))f_X(x)f_Y(y) \quad (\text{رابطه ۷})$$

که در آن c تابع چگالی احتمال نظیر تابع مفصل C بوده که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$c(u,v) = \frac{\partial^2 C(u,v)}{\partial u \partial v} \quad (\text{رابطه ۸})$$

که در آن u و v به ترتیب توابع توزیع تجمعی وابسته نظیر $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ می‌باشند و دامنه تغییرات آن‌ها بین صفر و ۱ می‌باشد. با توجه به تعدد توابع مفصل، امکان برآزش همه توابع مفصل بر داده‌ها و انتخاب مناسب‌ترین تابع از میان آن‌ها امکان‌پذیر نیست. در این مطالعه، برای تحلیل‌های دو متغیره، توابع مفصل کلایتون، فرانک، گامبل-هوگارد، گالامبوس، پلاکت که در مطالعات هیدرولوژی مورد توجه بوده‌اند (Abbasian and Abrishamchi, 2014) بر داده‌های شدت و مدت خشکسالی برآزش داده شده است (جدول ۲).

اسکالر برای اولین بار از توابع مفصل برای بیان ارتباط توابع توزیع تک بعدی با توابع چند متغیره آنها استفاده کرد (Sklar, 1959). توابع مفصل، توابعی هستند که توابع توزیع حاشیه‌ای تک متغیره را به یکدیگر متصل و توابع توزیع چند متغیره را تولید می‌کنند. در واقع تابع مفصل مبتنی بر ارتباط و وابستگی غیر خطی بین متغیرها بوده و پیوند دهنده توزیع توأم و توزیع حاشیه‌ای است. تابع مفصل، توزیع چند متغیره‌ای است که توزیع‌های حاشیه‌ای آن از توزیع یکنواخت بر بازه (۰،۱) پیروی می‌کند (Farrokhnia and Morid, 2008; Mohtashami, Borzadaran, 2013). اگر تابع توزیع تجمعی توأم با توزیع‌های حاشیه‌ای $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ بصورت $F_{X,Y}(x,y)$ نشان داده شود، آنگاه یک مفصل C را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$F_{X,Y}(x,y) = C[F_X(x), F_Y(y)] \quad (\text{رابطه ۶})$$

برعکس، برای هر یک از توزیع‌های حاشیه‌ای تک متغیره $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ و هر مفصل C ، تابع $F_{X,Y}(x,y)$ یک تابع توزیع توأم با توابع توزیع حاشیه‌ای $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ می‌باشد (Nelsen, 2006). رابطه (۶) مفهوم کلیدی مفصل‌هاست که توسط (Sklar, 1959) توسعه داده شد و به تئوری اسکالر معروف است. با این

جدول ۲- مشخصات توابع مفصل انتخاب شده برای برآزش بر داده‌ها

فضای پارامتر	$C(U,V)$	تابع مفصل
$\theta \geq 0$	$[(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}, 0]$	Clayton
$\theta \neq 0$	$\frac{-1}{\theta} \ln[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1}]$	Frank
$\theta \geq 0$	$uv \exp\left[\frac{(-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta}}{\theta}\right]$	Galambos
$\theta \geq 1$	$\exp[-\frac{1}{\theta}((-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta)]$	Gumbel-huggard
$\theta \geq 0$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\theta - 1} [1 + (\theta - 1)(u + v) - [(1 + (\theta - 1)(u + v))^2 - 4\theta(\theta - 1)uv]^{\frac{1}{2}}]$	Plackett

توزیع‌های حاشیه‌ای بر سری‌های مدت و شدت خشکسالی برآزش داده شده و پارامترهای آن‌ها با روش حداکثر درست‌نمایی تخمین زده شدند. در مرحله دوم با جاگذاری پارامترهای توزیع‌های حاشیه‌ای در تابع لگاریتم حداکثر درست‌نمایی مفصل، این تابع بیشینه شد تا پارامتر وابستگی مفصل (θ) به دست آید.

انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل

برای انتخاب بهترین تابع مفصل مقادیر ناپارامتری مفصل تجربی با مقادیر مفصل‌های پارامتری مقایسه شد و هر مفصلی که مقادیر آن به مقادیر مفصل تجربی نزدیک‌تر بود، به عنوان مفصل مناسب انتخاب شد. برای تعیین میزان نزدیکی مقادیر مفصل‌ها با مقدار ناپارامتری آن از معیارهای جذر میانگین مربعات خطای نرمال شده (NRMSE)، کرامر ون مایسس (SN) و نش-سانتکلیف (NS) استفاده شد. در برخی از مطالعات برای گزینش بهترین تابع مفصل، تابع مفصلی انتخاب شده است که دارای بیشترین مقدار

گام اول در برآزش و انتخاب تابع مفصل، تعیین میزان همبستگی دو متغیر مورد بررسی می‌باشد. در این مطالعه میزان وابستگی شدت و مدت خشکسالی با استفاده از روش کندال تاو از رابطه زیر محاسبه شده است:

$$\tau = \left(\frac{N}{2}\right)^{-1} \sum_{i < j} \text{sign}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \quad (\text{رابطه ۹})$$

که در آن: N تعداد داده‌ها، x و y جفت داده‌های مشاهداتی شدت و مدت خشکسالی و $\text{sign}[]$ تابع علامت می‌باشد:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (\text{رابطه ۱۰})$$

گام دوم و بسیار مهم در کاربرد توابع مفصل، تخمین پارامتر مفصل (θ) می‌باشد. متداول‌ترین و ساده‌ترین روش برای تخمین پارامترهای مفصل با دقت قابل قبول روش توابع منطقی برای حاشیه‌ها (IFM) می‌باشد که توسط (Joe, 1997) ارائه شده است و شامل دو مرحله مجزا به شرح زیر می‌باشد در مرحله نخست

مقدار p-value از سطح اطمینان α بزرگتر باشد فرض صفر تایید و در غیر اینصورت فرض یک پذیرفته می‌شود. نتایج آزمون‌های مذکور در جدول (۳) ارائه شده است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که در محدوده مختصاتی ایستگاه سینوپتیک اراک داده‌های CRU روند معنی‌داری نداشته و از همگنی لازم برای انجام سایر محاسبات آماری برخوردار هستند.

جدول ۳- نتایج آزمون همگنی و روند ایستگاه اراک

آزمون‌ها	Pvalue		α	
	بارش	دما	بارش	دما
آزمون من کندانال	۰/۶۴	۰/۸۵	۰/۰۵	۰/۰۵
آزمون SNHT	۰/۸۳	۰/۹۱	۰/۰۵	۰/۰۵

در مرحله بعد، می‌باید مطابقت داده‌های پایگاه اقلیمی مورد استفاده با داده‌های زمینی (ایستگاه سینوپتیک اراک) بررسی گردد. همانگونه که ذکر گردید برای دستیابی به این هدف از آماره‌های R^2 ، NS و NRMSE استفاده و نتایج در جدول (۴) ارائه شده است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که داده‌های اقلیمی و زمینی مطابقت خوبی با یکدیگر دارند به طوری که برای بارش و دما مقدار آماره R^2 به ترتیب برابر با ۰/۹۰ و ۰/۹۷ به دست آمده است. همچنین شاخص NS که نشان دهنده کارایی و عملکرد موثر روش‌های مورد بررسی در برآورد مقادیر مشاهداتی می‌باشد، برای هر دو متغیر بارش و دمای ایستگاه سینوپتیک اراک در محدوده بسیار خوب (به ترتیب برابر با ۰/۸۹ و ۰/۹۸) قرار گرفته است. به عبارت دیگر می‌توان نتیجه گرفت که داده‌های اقلیمی CRU می‌توانند به عنوان یک گزینه بسیار مناسب برای جایگزینی با داده‌های زمینی معرفی شوند. در مطالعات متعددی همچون Miri et al. (2016) نیز کارایی داده‌های اقلیمی CRU در برآورد مقادیر مشاهداتی ایستگاه‌های زمینی مورد تایید قرار گرفته است که با نتایج حاصل از این پژوهش کاملاً مطابقت دارد.

جدول ۴- معیارهای ارزیابی داده‌های مشاهداتی ایستگاه اراک با داده‌های

شبکه‌ای CRU

	R ²	NS	NRMSE	
دما	۰/۹۷	۰/۹۸	۰/۱۱	
بارش	۰/۹۰	۰/۸۹	۰/۴۰	

شاخص خشکسالی SPEI

این شاخص در مقیاس‌های زمانی ۱، ۳، ۶، ۹ و ۱۲ ماهه بر اساس داده‌های بارش و دمای CRU طی دو دوره آماری ۱۰۰ و ۳۷ ساله محاسبه و برای دوره مشترک ارائه شده است (شکل ۳). همانطور که قابل مشاهده است به طور کلی در مقیاس زمانی کوتاه مدت فراوانی وقوع و در مقیاس بلند مدت تداوم و شدت خشکسالی

لگاریتم درست نمایی بوده است (Nazemi and Elshorbagy, 2011). به طور کلی تابع مفصلی مناسب است که دارای بیشترین مقدار لگاریتم درست نمایی، بیشترین مقدار NS، کمترین مقدار NRMSE و SN باشد.

$$\text{NRMSE} = 100 \times \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (C_{pi} - C_{ei})^2}{C_{emax} - C_{emin}}} \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

$$\text{NS} = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^N (C_{pi} - C_{ei})^2}{\sum_{i=1}^N (C_{ei} - \bar{C}_e)^2} \right] \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

$$\text{SN} = \sum_{i=1}^N [C_{pi} - C_{ei}]^2 \quad (\text{رابطه ۱۳})$$

در روابط بالا N تعداد داده‌ها، i روز، C_p مقادیر محاسبه شده مفصل تئوری، C_e مقادیر مشاهداتی مفصل تجربی، \bar{C}_e میانگین مقادیر مفصل تجربی می‌باشد.

دوره بازگشت توأم شدت و مدت خشکسالی

برنامه ریزی و مدیریت سیستم‌های منابع آب تحت شرایط خشکسالی نیازمند تخمین دوره بازگشت خشکسالی بر اساس مقادیر شدت‌های حدی می‌باشد (Kim et al., 2003). ایشان برای تعیین دوره بازگشت خشکسالی روابطی را پیشنهاد دادند که در آنها مقادیر دوره بازگشت برای شدت یا مدت بیشتر از یک مقدار مشخص به عنوان تابعی از امید ریاضی زمان بین دو خشکسالی می‌باشد (Shiau and Shen, 2001). توضیحات کامل در خصوص روش‌شناسی و نحوه دستیابی به روابط دوره بازگشت‌های توأم توسط Yue and Rasmussen (2002) برای پدیده‌های هیدرولوژیک ارائه شده و در این مطالعه از روابط نهایی استفاده شده است. جهت محاسبه دوره بازگشت توأم خشکسالی، می‌بایست دو حالت را در نظر گرفت: ۱- دوره بازگشت برای مقادیر شدت و مدت در صورتیکه هر دو از مقادیر مشخص بیشتر شده باشند، ۲- دوره بازگشت در صورتی که شدت یا مدت خشکسالی از مقداری مشخص بیشتر باشد که به ترتیب با T_{DS} و \hat{T}_{DS} شناخته می‌شوند (Shiau, 2006).

(رابطه ۱۴)

$$T_{DS} = \frac{E(L)}{P(D \geq d, S \geq s)} = \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))}$$

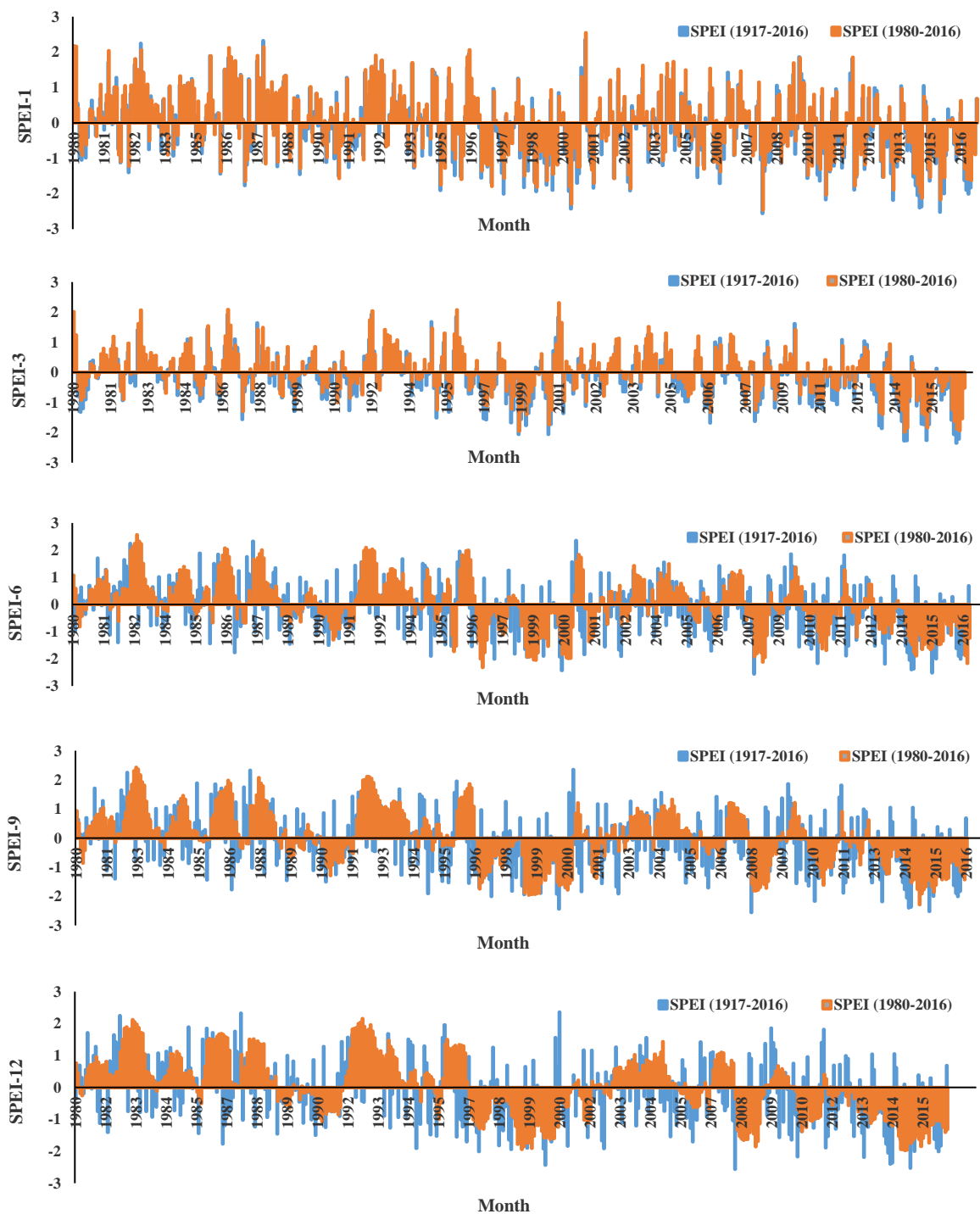
$$\hat{T}_{DS} = \frac{E(L)}{P(D \geq d \text{ or } S \geq s)} = \frac{E(L)}{1 - C(F_D(d), F_S(s))} \quad (\text{رابطه ۱۵})$$

نتایج و بحث

آزمون داده‌ها و مقایسه داده‌های CRU با داده‌های زمینی برای اطمینان از همگنی و ایستایی داده‌های دما و بارش استخراج شده از پایگاه اقلیمی CRU، در ابتدا آزمون‌های SNHT و من-کندانال انجام شد. در این آزمون‌ها فرض صفر همگنی و ایستایی داده‌ها و فرض یک عدم همگنی و ایستایی می‌باشد. چنانکه

ماهه ۳۶۹ بار هر دو دوره منتخب طبقات یکسانی را اعلام نموده- اند که در واقع می‌توان گفت حدود ۸۳ و ۱۷ درصد به ترتیب طبقه یکسان و غیریکسان رخ داده است. درصد طبقه غیریکسان در سایر مقیاس‌های زمانی ۳، ۶، ۹ و ۱۲ به ترتیب ۲۲، ۴۷، ۵۰ و ۵۲ درصد برآورد شده است. به عبارت دیگر می‌توان گفت که با افزایش مقیاس زمانی درصد طبقه غیریکسان روندی صعودی دارد.

بیشتر اتفاق افتاده است. به عنوان مثال در مقیاس زمانی ۱۲ ماهه، شدیدترین سال‌های خشکسالی مشترک در هر دو دوره منتخب در سال‌های ۱۹۹۹، ۲۰۰۸ و ۲۰۱۵ با شدت متفاوت اتفاق افتاده است که ممکن است طبقه خشکسالی را تغییر دهد. بدین منظور در جدول (۵)، تعداد وقوع خشکسالی با طبقه یکسان (match) و غیریکسان (non-match) طی دو دوره منتخب ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود به عنوان مثال در مقیاس زمانی یک



شکل ۳- تغییرات مقادیر شاخص خشکسالی SPEI در ایستگاه اراک طی دوره مشترک دوره های منتخب ۱۰۰ و ۳۷ ساله

ویژگی‌های خشکسالی و انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای

مشخصه‌های خشکسالی شامل مدت و شدت بر اساس نظریه تئوری ران با در نظر گرفتن حد آستانه مثبت و منفی برآورد شده است (جدول ۶). همانطور که ملاحظه می‌گردد محدوده تغییرات در دوره ۱۰۰ ساله شدت بین ۱۲ تا ۶۷ و مدت بین ۱۲ تا ۴۲ ماه و در دوره ۳۷ ساله ۷ تا ۴۴ و ۶ تا ۳۲ ماه می‌باشد. حداکثر

مدت و شدت خشکسالی در دوره‌های ۱۰۰ و ۳۷ ساله به ترتیب با مقادیر ۴۲ و ۳۲ ماه، ۶۶/۹ و ۴۴/۵ مربوط به گام زمانی ۱۲ ماهه می‌باشند. این نتایج گویای آنست که در دوره ۱۰۰ ساله شدت و مدت خشکسالی شدیدتر و با تداوم بیشتری نسبت به دوره ۳۷ ساله اتفاق افتاده است.

جدول ۵- تعداد وقوع خشکسالی با طبقه یکسان و غیر یکسان در مقیاس‌های زمانی مختلف در دو دوره منتخب در ایستگاه اراک

SPEI 1 (ساله ۳۷)							
خ.ب.ش	خ.ش	م.خ.م	ن	م.ر.م	ر.ش	ر.ب.ش	
۵	۵	۰	۰	۰	۰	۰	خ.ب.ش
۰	۱۸	۱۳	۰	۰	۰	۰	خ.ش
۰	۰	۳۲	۱۹	۰	۰	۰	م.خ.م
۰	۰	۳	۲۶۷	۱۷	۱	۰	ن
۰	۰	۰	۴	۲۹	۷	۱	م.ر.م
۰	۰	۰	۰	۱	۱۵	۴	ر.ش
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳	ر.ب.ش
SPEI 1 (ساله ۱۰۰)							
SPEI 3 (ساله ۳۷)							
خ.ب.ش	خ.ش	م.خ.م	ن	م.ر.م	ر.ش	ر.ب.ش	
۶	۸	۰	۰	۰	۰	۰	خ.ب.ش
۰	۱۵	۱۷	۰	۰	۰	۰	خ.ش
۰	۱	۲۲	۲۵	۰	۰	۰	م.خ.م
۰	۰	۲	۲۶۳	۲۰	۰	۰	ن
۰	۰	۰	۸	۲۳	۶	۰	م.ر.م
۰	۰	۰	۰	۳	۱۱	۶	ر.ش
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۶	ر.ب.ش
SPEI 3 (ساله ۱۰۰)							
SPEI 6 (ساله ۳۷)							
خ.ب.ش	خ.ش	م.خ.م	ن	م.ر.م	ر.ش	ر.ب.ش	
۰	۴	۳	۳	۰	۰	۰	خ.ب.ش
۰	۵	۵	۲۰	۰	۰	۰	خ.ش
۰	۱۱	۷	۲۸	۱	۱	۰	م.خ.م
۰	۸	۲۲	۲۱۴	۲۰	۱۶	۴	ن
۰	۱	۰	۲۷	۷	۲	۳	م.ر.م
۰	۰	۰	۱۰	۴	۲	۳	ر.ش
۰	۰	۰	۰	۰	۳	۰	ر.ب.ش
SPEI 6 (ساله ۱۰۰)							
SPEI 9 (ساله ۳۷)							
خ.ب.ش	خ.ش	م.خ.م	ن	م.ر.م	ر.ش	ر.ب.ش	
۰	۳	۲	۵	۰	۰	۰	خ.ب.ش
۰	۷	۱	۲۰	۰	۲	۰	خ.ش
۰	۱۲	۷	۲۷	۴	۰	۰	م.خ.م
۰	۹	۲۹	۱۹۸	۲۸	۱۳	۶	ن
۰	۱	۱	۲۷	۵	۴	۲	م.ر.م
۰	۱	۰	۱۰	۵	۲	۱	ر.ش
۰	۰	۰	۱	۲	۰	۰	ر.ب.ش
SPEI 9 (ساله ۱۰۰)							
SPEI 12 (ساله ۳۷)							
خ.ب.ش	خ.ش	م.خ.م	ن	م.ر.م	ر.ش	ر.ب.ش	
۰	۲	۵	۳	۰	۰	۰	خ.ب.ش
۰	۶	۵	۱۸	۱	۱	۰	خ.ش
۰	۱۱	۷	۲۶	۵	۱	۰	م.خ.م
۰	۱۶	۲۷	۱۸۷	۲۸	۱۹	۳	ن
۰	۰	۳	۲۶	۴	۶	۱	م.ر.م
۰	۰	۱	۱۱	۴	۳	۰	ر.ش
۰	۰	۰	۱	۲	۰	۰	ر.ب.ش
SPEI 12 (ساله ۱۰۰)							

جدول ۶- ویژگی‌های خشکسالی طی دو دوره منتخب بر اساس تئوری ران در ایستگاه اراک

دوره آماری	شاخص	تعداد وقوع خشکسالی	میانگین فاصله بین آغاز دو خشکسالی (ماه)		مدت (ماه)		شدت *
			حداکثر	حداقل	حداکثر	حداقل	
۱۰۰ ساله	SPEI1	۵۲	۸	۱۲	۲	۱۱/۹	۱/۷
	SPEI3	۴۲	۸	۱۷	۲	۲۱/۹	۲/۳
	SPEI6	۳۶	۸	۱۹	۲	۳۱	۲/۱
	SPEI9	۲۸	۷	۳۲	۲	۵۰/۷	۲/۲
	SPEI12	۲۳	۷	۴۲	۲	۶۶/۹	۲
۳۷ ساله	SPEI1	۲۲	۸	۶	۲	۷/۱	۱
	SPEI3	۱۸	۸	۸	۲	۹/۵	۱/۵
	SPEI6	۱۲	۸	۱۸	۲	۲۵/۶	۲/۱
	SPEI9	۹	۷	۲۰	۳	۳۰/۴	۲/۶
	SPEI12	۷	۶	۳۲	۲	۴۴/۵	۱/۹

* شدت خشکسالی بدون بعد می‌باشد.

گرفته و نتایج در جدول (۸) ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود در دوره ۱۰۰ ساله برای متغیر مدت توزیع‌های مقدار حدی تعمیم یافته (SPEI3)، لوگ نرمال (SPEI6)، ویبول (SPEI9) و لوگ نرمال (SPEI12) بهترین عملکرد را داشته و برای شدت نیز به ترتیب لجستیک تعمیم یافته، گاما، ویبول و لوگ نرمال براساس شاخص‌های ارزیابی مناسب تشخیص داده شدند. در دوره ۳۷ ساله برای مدت توزیع مقدار حدی تعمیم (SPEI3) و لوگ نرمال برای مقیاس‌های زمانی ۶، ۹ و ۱۲ ماهه و برای شدت لوگ نرمال (SPEI3)، لجستیک تعمیم یافته (SPEI6)، لوگ نرمال (SPEI3) و نمایی (SPEI12) انتخاب گردید. همچنین نتایج نشان دهنده آن است که با افزایش طول دوره آماری دیگر نمی‌توان انتظار داشت که توزیع‌های آماری گاما و نمایی مناسبترین انتخاب برای مشخص‌های شدت و مدت باشند. در مطالعاتی همچون (Mirabbasi et al., 2012) به‌صورت پیش فرض توزیع‌های نمایی و گاما به‌عنوان مناسب‌ترین توزیع حاشیه‌ای انتخاب شده بودند و نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که انتخاب اصولی و روشمند توزیع‌های حاشیه‌ای به‌صورت پیشنهاد شده بسیار در دقت نتایج و بهبود عملکرد توابع مفصل مهم خواهد بود.

همبستگی بین مدت و شدت خشکسالی با دو معیار ضریب همبستگی ρ اسپیرمن و τ -کندال ارزیابی گردید (جدول ۷). همانطور که قابل مشاهده است در گام زمانی یک ماهه ضریب کندال و اسپیرمن در دوره‌های آماری ۱۰۰ و ۳۷ ساله به‌ترتیب با مقادیر ۰/۵ و ۰/۶، ۰/۴ و ۰/۶ همبستگی بالایی بین مدت و شدت خشکسالی را نشان نداده است، لذا این گام زمانی در محاسبات بعدی لحاظ نشده است.

جدول ۷- ساختار وابستگی بین مدت و شدت خشکسالی‌ها

۱۰۰ ساله			۳۷ ساله		
شاخص	τ -کندال	ρ اسپیرمن	شاخص	τ -کندال	ρ اسپیرمن
SPEI1	۰/۴۷	۰/۵۹	SPEI1	۰/۴۵	۰/۵۷
SPEI3	۰/۸۵	۰/۹۵	SPEI3	۰/۷۷	۰/۸۸
SPEI6	۰/۸۶	۰/۹۶	SPEI6	۰/۹۵	۰/۹۸
SPEI9	۰/۹۰	۰/۹۸	SPEI9	۰/۹۹	۱/۰۰
SPEI12	۰/۹۳	۰/۹۹	SPEI12	۰/۹۸	۰/۹۹

در مرحله بعد به منظور تحلیل تک متغیره و ایجاد توابع توزیع حاشیه‌ای پس از تشکیل سری زمانی مدت و شدت خشکسالی، ۱۱ تابع توزیع متفاوت با آزمون کلموگروف اسمیرنوف (KS) در سطح پنج درصد و با معیارهای NS و NRMSE برای تعیین بهترین توزیع حاشیه‌ای مورد بررسی قرار

جدول ۸- بهترین توابع توزیع حاشیه‌ای برازش داده شده بر مشخصه‌های شدت و مدت طی دو دوره منتخب در ایستگاه اراک

دوره آماری	شاخص	شدت			شاخص	مدت		
		NRMSE	NS	K_S		توزیع آماری	NRMSE	NS
۱۰۰ ساله	SPEI3	۶/۹۰	۰/۹۴	۰/۲	Loglogistic	۳/۶۲	۰/۹۸	۰/۸
	SPEI6	۶/۰۹	۰/۹۶	۰/۲	Gamma	۴/۵۴	۰/۹۸	۰/۱
	SPEI9	۶/۰۲	۰/۹۶	۰/۱	Weibull	۵/۴۴	۰/۹۷	۰/۱
	SPEI12	۵/۸۵	۰/۹۶	۰/۲	Lognormal	۴/۸۰	۰/۹۷	۰/۱
۳۷ ساله	SPEI3	۹/۰۵	۰/۹۰	۰/۲	Lognormal	۶/۷۹	۰/۹۵	۰/۶
	SPEI6	۸/۲۵	۰/۹۲	۰/۲	Loglogistic	۵/۶۴	۰/۹۶	۰/۱
	SPEI9	۶/۵۱	۰/۹۵	۰/۱	Lognormal	۵/۹۲	۰/۹۶	۰/۱
	SPEI12	۶/۹۰	۰/۹۵	۰/۲	Exponential	۸/۴۴	۰/۹۲	۰/۲

انتخاب بهترین تابع مفصل

مناسب‌ترین عملکرد را داشته‌اند.

تابع مفصل گلامبوس برای تحلیل خشکسالی‌های ایستگاه بندر شرفخانه مناسب ارزیابی، گردید (Mirabbasi *et al.*, 2012). همچنین هرکدام از توابع مفصل گامبل هوگارد، فرانک و گلامبوس را برای تحلیل توام خشکسالی‌های استان تهران و ایستگاه‌های سقز و سنندج انتخاب نموده بودند (Jahannmaei *et al.*, 2020). دلیل تفاوت در نوع تابع مفصل برای هر منطقه می‌تواند ناشی از تفاوت‌های موجود در پارامترهای اقلیمی و همچنین یکسان نبودن مقادیر شدت و مدت خشکسالی در مناطق مختلف کشور ایران دانست.

مفصل‌های منتخب شامل کلایتون، فرانک، گلامبوس، گامبل-هوگارد و پلاکت به منظور تحلیل دومتغیره خصوصیات خشکسالی در مقیاس‌های زمانی ۳، ۶، ۹ و ۱۲ با استفاده از معیار-های ارزیابی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج در جدول (۹) ارائه شده است. همانطور که قابل مشاهده است در دوره آماری ۱۰۰ ساله برای گام‌های زمانی ۳ و ۶ ماهه مفصل گامبل-هوگارد و برای گام‌های ۹ و ۱۲ ماهه به ترتیب توابع مفصل گلامبوس و کلایتون انتخاب گردید. در دوره آماری ۳۷ ساله نیز برای گام‌های زمانی ۳ و ۶ ماهه مفصل گلامبوس و برای گام‌های زمانی ۹ و ۱۲ ماه به ترتیب توابع مفصل پلاکت و گامبل-هوگارد

جدول ۹- معیارهای ارزیابی برازش توابع مفصل طی دو دوره منتخب در ایستگاه اراک

دوره	شاخص	شاخص‌های ارزیابی	توابع مفصل			
			فرانک	کلایتون	گامبل هوگارد	گلامبوس
۱۰۰ ساله	SPEI3	NS	۰/۹۹۲	۰/۹۷۷	۰/۹۵۵	۰/۹۹۰
		NRMSE	۲/۹۴۰	۵/۰۳۰	۲/۳۵۵	۳/۳۳۰
		SN	۰/۰۳۳	۰/۰۹۶	۰/۰۲۱	۰/۰۴۲
		Teta	۲۰/۸۰۰	۳/۵۳۵	۴/۴۴۶	۳/۷۵۱
	SPEI6	NS	۰/۹۷۰	۰/۹۸۲	۰/۹۸۶	۰/۹۸۴
		NRMSE	۵/۴۰۳	۴/۳۳۳	۳/۶۹۹	۳/۷۰۱
		SN	۰/۱۰۵	۰/۰۶۵	۰/۰۴۹	۰/۰۵۶
		Teta	۳۸/۵۸۰	۱۰/۳۷۰	۶/۷۲۵	۶/۰۳۷
	SPEI9	NS	۰/۸۹۰	۰/۹۹۲	۰/۹۹۴	۰/۹۹۴
		NRMSE	۱۰/۲۵۴	۲/۷۴۹	۲/۳۸۵	۲/۴۷۲
		SN	۰/۲۳۵	۰/۰۱۷	۰/۰۱۳	۰/۰۱۴
		Teta	۵۶/۸۷۰	۱۹/۶۰۰	۱۱/۴۵۰	۱۰/۷۴۰
SPEI12	NS	۰/۷۷۵	۰/۸۵۵	۰/۸۵۳	۰/۸۵۳	
	NRMSE	۱۶/۱۱۱	۱۲/۹۱۵	۱۳/۰۰۵	۱۳/۰۰۵	
	SN	۰/۵۹۷	۰/۳۸۴	۰/۳۸۹	۰/۳۸۹	
	Teta	۵۱/۲۹۰	۱۴/۹۱۰	۱۲/۱۴۰	۱۱/۴۳۰	
۳۷ ساله	SPEI3	NS	۰/۹۸۵	۰/۹۷۱	۰/۹۸۸	۰/۹۸۰
		NRMSE	۴/۱۱۰	۵/۷۳۶	۳/۷۲۴	۴/۷۵۹
		SN	۰/۰۲۷	۰/۰۵۳	۰/۰۲۲	۰/۰۳۶
		Teta	۱۳/۰۵۰	۳/۴۵۵	۳/۱۶۴	۲/۴۶۰
	SPEI6	NS	۰/۹۳۳	۰/۹۵۶	۰/۹۷۰	۰/۹۶۸
		NRMSE	۹/۲۳۹	۷/۵۰۶	۶/۱۳۰	۶/۴۱۰
		SN	۰/۱۰۲	۰/۰۶۸	۰/۰۴۵	۰/۰۴۹
		Teta	۳۸/۹۳۰	۸/۹۴۴	۷/۴۸۸	۶/۷۷۶
	SPEI9	NS	۰/۸۳۲	۰/۹۷۰	۰/۹۷۹	۰/۹۸۱
		NRMSE	۱۳/۲۷۰	۵/۶۲۴	۴/۷۰۴	۴/۷۰۳
		SN	۰/۱۵۸	۰/۰۲۸	۰/۰۲۰	۰/۰۱۸
		Teta	۴۷/۱۸۰	۱۲/۳۱۰	۱۰/۲۸۰	۹/۶۰۱
SPEI12	NS	۰/۹۴۷	۰/۹۴۴	۰/۹۵۶	۰/۹۵۰	
	NRMSE	۷/۹۳۹	۸/۱۳۲	۷/۲۷۹	۷/۷۴۷	
	SN	۰/۰۴۴	۰/۰۴۶	۰/۰۳۷	۰/۰۴۲	
	Teta	۲۸/۶۵۰	۵/۰۲۸	۷/۲۵۰	۶/۵۳۳	

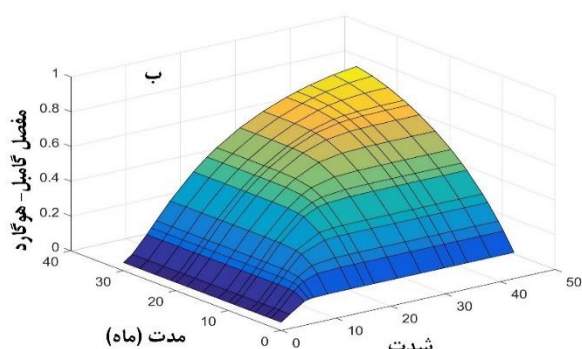
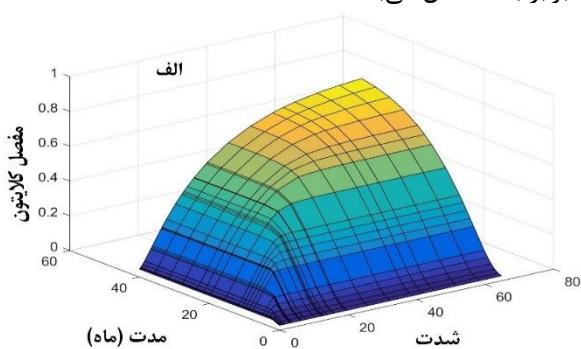
توأم مشخصه‌های خشکسالی برای مدیریت خشکسالی مهم می‌باشند. احتمال اینکه هم مدت زمان خشکسالی و هم شدت آن بیش از آستانه خاصی باشد، اطلاعات مفیدی برای مدیران و

پس از تعیین تابع مفصل مناسب و پارامتر وابستگی آن، با جایگذاری مقادیر توزیع حاشیه‌ای شدت و مدت خشکسالی در تابع مفصل منتخب، احتمالات توأم محاسبه می‌گردد. احتمال

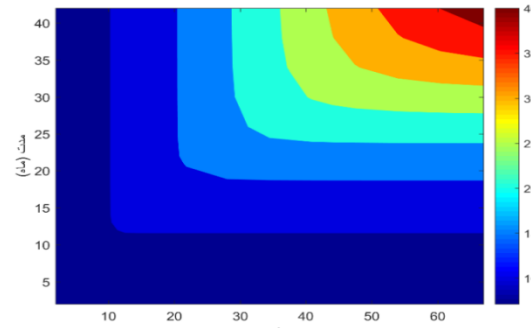
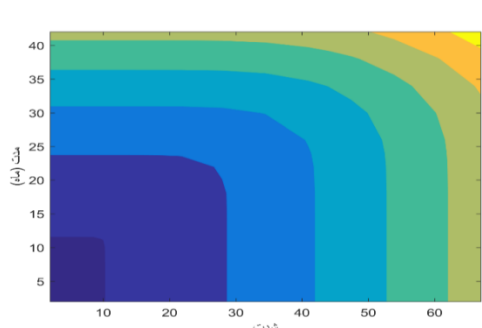
ترتیب بازه دوره بازگشت توأم بین ۱۰ تا ۷۰ و ۱۰ تا ۴۵ سال می-باشد. دوره بازگشت در حالت تجاوز همزمان هر دو متغیر شدت و مدت از آستانه موردنظر (سمت چپ) و در حالت تجاوز مدت یا شدت از حدود آستانه موردنظر (سمت راست) را برای گام زمانی ۱۲ ماهه طی دو دوره منتخب (الف- ۱۰۰ ساله و ب- ۳۷ ساله) در ایستگاه اراک در شکل (۵) ارائه شده است. همانطور که قابل ملاحظه است به عنوان مثال دوره بازگشت توأم برای زمانیکه مدت بیش از ۲۵ ماه و شدت بیش از ۴۰ باشد، برای دوره ۱۰۰ سال در حالت "و" برابر با ۳۰ سال و در حالت "یا" برابر با ۲۰ سال و برای دوره ۳۷ سال در حالت "و" برابر با ۳۵ سال و در حالت "یا" برابر با ۳۰ سال می‌باشد.

برنامه‌ریزان در شرایط خشکسالی فراهم می‌کند. این احتمال براحتی با استفاده از تئوری توابع مفصل محاسبه می‌شود. به عنوان نمونه در شکل (۴-الف-۱۰۰ ساله و ب- ۳۷ ساله) نمودار سه‌بعدی احتمالات توأم شدت و مدت خشکسالی ایستگاه اراک در گام زمانی ۱۲ ماهه ارائه گردید. برای مثال احتمال وقوع خشکسالی با مدت بیش از ۷ ماه و شدت بزرگتر از ۱۰ برای دوره ۱۰۰ و ۳۷ ساله به ترتیب ۰/۱ و ۰/۳ می‌باشد.

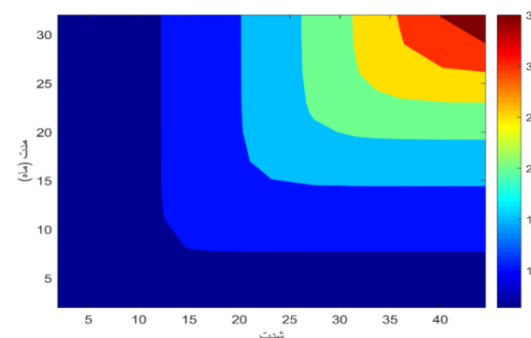
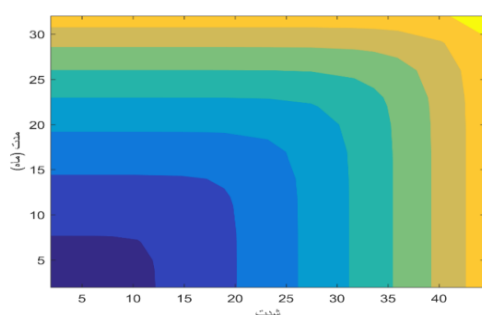
برآورد دوره بازگشت توأم از مشخصه‌های خشکسالی می-تواند برای مدیریت منابع آب و تحلیل ریسک خشکسالی کارآمد باشد. طبق داده‌های موجود برای دو دوره ۱۰۰ و ۳۷ ساله به



شکل ۴- احتمالات توأم شدت و مدت خشکسالی طی دو دوره منتخب (الف- ۱۰۰ ساله و ب- ۳۷ ساله) در ایستگاه اراک



الف



ب

شکل ۵- دوره بازگشت توأم شدت و مدت خشکسالی طی دو دوره منتخب (الف- ۱۰۰ ساله و ب- ۳۷ ساله) در ایستگاه اراک (سمت راست دوره بازگشت "یا" و سمت چپ دوره بازگشت "و")

می‌باشد. بدین منظور برای تعیین مقادیر خشکسالی از شاخص بارندگی و تبخیر-تعرق استاندارد (SPEI) در مقیاس‌های زمانی (۱، ۳، ۶، ۹، ۱۲) در دو دوره آماری ۱۰۰ و ۳۷ ساله استفاده شد.

نتیجه‌گیری

در این مطالعه هدف بررسی اثر طول دوره آماری بر ریسک خشکسالی ایستگاه اراک واقع در محدوده مطالعاتی دشت اراک

همه گام‌ها بجز گام یک از همبستگی بالائی برخوردار می‌باشد. لذا برای بهبود شناسائی خشکسالی از تابع مفصل دو متغیره شدت و مدت استفاده گردید. بدین منظور برازش پنج تابع مفصل مختلف مورد بررسی قرار گرفت. معیارهای ارزیابی نشان داد که در مقیاس زمانی منتخب، برای دوره ۱۰۰ و ۳۷ ساله به ترتیب توابع مفصل کلایتون و گامبل هوگارد به‌عنوان توابع مفصل برتر انتخاب شدند. سپس نمودار مقادیر احتمال و دوره بازگشت توأم نشان داد که در یک مدت و شدت خشکسالی مشخص مقادیر احتمال و دوره بازگشت توأم با کم شدن طول دوره آماری افزایش می‌یابد.

"هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان وجود ندارد"

REFERENCES

- Abdollahi Asadabadi, S., Akhondali, A. M. and Mirabbasi, R. (2018). Frequency analysis of rainfall characteristics using copula functions (Case study: Kasilian Basin). *Eco Hydrology*, 5(2), 497-509. (In Farsi)
- Abbasian, M. and Abrishamchi, A. (2014). Comparison of multivariate with univariate analysis for drought event using copula functions. In: *Proceedings of 9th National Congress of Civil Engineering*, Noshirvani University of Babol, Babol, Iran. (In Farsi)
- Ahmadi, F., Radmanesh, F. and Mirabbasi, R. (2016). Analysis of rainfall trends in the northern half of the country in the last half century. *Water and Soil Science*, 26(1), 207-224. (In Farsi)
- Ahmadi, F., Radmanesh, F., Parham, Gh. A. and Mirabbasi, R. (2017). Comparison of common and intelligent methods in estimating the detailed function parameter in order to analyze the multivariate frequency of the minimum flow (Case study: Dez catchment). *Eco Hydrology*, 4(2), 315-329. (In Farsi)
- Ahmadi, F., Nazeri Tahroudi, M., Mirabbasi, R., Khalili, K. and Jhajharia, D. (2018). Spatiotemporal trend and abrupt change analysis of temperature in Iran. *Meteorological Applications*, 25(2), 314-321.
- Bazrafshan, O., Zamani, H. and Shekari, M. (2020). A copula-based index for drought analysis in arid and semi-arid regions of Iran. *Natural Resource Modeling*, 33(1), e12237.
- Byun, H. R. and Wilhite, D. A. (1999). Objective quantification of drought severity and duration. *Journal of Climate*, 12(9), 2747-2756.
- Das, J., Jha, S. and Goyal, M. K. (2020). Non-stationary and copula-based approach to assess the drought characteristics encompassing climate indices over the Himalayan states in India. *Journal of Hydrology*, 580, 124356.
- Danandeh Mehr, A., Sorman, A. U., Kahya, E. and Hesami Afshar, M. (2020). Climate change impacts on meteorological drought using SPI and SPEI: case study of Ankara, Turkey. *Hydrological Sciences Journal*, 65(2), 254-268.
- Dinpashoh, Y., Mirabbasi, R., Jhajharia, D., Abianeh, H. Z. and Mostafaeipour, A. (2013). Effect of short-term and long-term persistence on identification of temporal trends. *Journal of Hydrologic Engineering*, 19(3), 617-625.
- Eini, M. R., Javadi, S. and Delavar, M. (2018). Evaluating the performance of CRU and NCEP CFSR global reanalysis climate datasets, in hydrological simulation by SWAT model, Case Study: Maharlu basin. *Iran-Water Resources Research*, 14(1), 32-44. (In Farsi)
- Farrokhnia, A. and Morid, S. (2008). Analysis of drought severity and duration using copula functions. In: *Proceedings of 4th National Congress of Civil Engineering*, Tehran University, Tehran, Iran. (In Farsi)
- Harris, I., Jones, P.D., Osborn T.J. and Lister, D.H. (2013). Updated high-resolution grids of monthly climatic observations - the CRU TS3.10 Dataset. *International Journal of Climatology*, 34(3), 623-642.
- Jahannemaei, N., Khosravinia, P., Sanikhani, H. and Mirabbasi, R. (2020). Bivariate Analysis of Duration and Severity of Drought in Sanandaj and Saqez Stations. *Irrigation and Water Engineering*, 11(42), 131-146. (In Farsi)
- Joe, H. (1997). *Multivariate models and multivariate dependence concepts*. CRC Press.
- Kempes, C. P., Myers, O. B., Breshears, D. D. and Ebersole, J. J. (2008). Comparing response of *Pinus edulis* tree-ring growth to five alternate moisture indices using historic meteorological data. *Journal of Arid Environments*, 72(4), 350-357.
- Khajeh, S., Paimozd, S. and Moghaddasi, M. (2017). Assessing the impact of climate changes on hydrological drought based on reservoir performance indices (case study: Zayandeh Rud River basin, Iran). *Water Resources Management*, 31(9), 2595-2610.
- Khalili, K., Tahoudi, M. N., Mirabbasi, R., & Ahmadi, F. (2016). Investigation of spatial and temporal variability of precipitation in Iran over the last half century. *Stochastic environmental research and*

- risk assessment*, 30(4), 1205-1221.
- Kim, T. W., Valdés, J. B., and Yoo, C. (2003). Nonparametric approach for estimating return periods of droughts in arid regions. *Journal of Hydrologic Engineering*, 8(5), 237-246.
- Li, L., She, D., Zheng, H., Lin, P. and Yang, Z. L. (2020). Elucidating diverse drought characteristics from two meteorological drought indices (SPI and SPEI) in China. *Journal of Hydrometeorology*, 21(7), 1513-1530.
- Liu, C., Yang, C., Yang, Q. and Wang, J. (2021). Spatiotemporal drought analysis by the standardized precipitation index (SPI) and standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI) in Sichuan Province, China. *Scientific Reports*, 11(1), 1-14.
- Mahmoudi, P., Rigi, A. and Kamak, M. M. (2019). Evaluating the sensitivity of precipitation-based drought indices to different lengths of record. *Journal of Hydrology*, 579, 124181.
- McKee, T.B., N.J. Doesken and J. Kleist. 1993. The relationship of drought frequency and duration to time scales. In *Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology*, 17:179-183.
- Mesbahzadeh, T., Mirakbari, M., Mohseni Saravi, M., Soleimani Sardoo, F. and Miglietta, M. M. (2020). Meteorological drought analysis using copula theory and drought indicators under climate change scenarios (RCP). *Meteorological Applications*, 27(1), e1856.
- Moghaddasi, M., Morid, S. and Ghaemi, H. (2005). Daily drought monitoring, Tehran Province. *Iranian Journal of Agriculture Science*, 26(1), 51-62. (In Farsi)
- Mohtashami Borzadaran, H. A. (2013). *Distorted copula and its properties*. MSc. Thesis, Ferdowsi University Of Mashhad.
- Mirakbari, M., A. Ganji and S.R. Fallah. 2010. Regional bivariate frequency analysis of meteorological droughts. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(12): 985-1000.
- Mirabbasi, R., Fakheri-Fard, A. and Dinpashoh, Y. (2012). Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology*, 108(1), 191-206.
- Miri, M., Azizi, G., Khoshakhlagh, F. and Rahimi, M. (2016). Evaluation statistically of temperature and precipitation datasets with observed data in Iran. *Iran-Watershed Management Science and Engineering*, 35, 39-51. (In Farsi)
- Nazemi A. and Elshorbagy A. (2011). Application of copula modeling to the performance assessment of reconstructed watersheds. *Stochastic environmental research and risk assessment*, 26(2): 189-205.
- Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas*. Springer, New York. MR2197664.
- Nosrati, K., (2014). Assessment of standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI) for drought identification in different climates of Iran. *Environmental Science*, 12(4), 63-74. (In Farsi)
- Pei, Z., Fang, S., Wang, L. and Yang, W. (2020). Comparative analysis of drought indicated by the SPI and SPEI at various timescales in inner Mongolia, China. *Water*, 12(7), 1925.
- Sajeev, A., Deb Barma, S., Mahesha, A. and Shiau, J. T. (2021). Bivariate drought characterization of two contrasting climatic regions in India using copula. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 147(3), 05020005.
- Shiau, J. T. (2006). Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water resources management*, 20(5), 795-815.
- Shiau, J. T. and Shen, H. W. (2001). Recurrence analysis of hydrologic droughts of differing severity. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 127(1), 30-40.
- Singh, S. K., Chamorro, A., Srinivasan, M. S. and Breuer, L. (2017). A copula-based analysis of severity-duration-frequency of droughts in six climatic regions of New Zealand. *Journal of Hydrology (New Zealand)*, 56(1), 13-30.
- Sklar, M. (1959). Fonctions de repartition à dimensions et leurs marges. *Publ. inst. statist. univ. Paris*, 8, 229-231.
- Vicente-Serrano, S. M., Beguería, S. and López-Moreno, J. I. (2010). A multiscalar drought index sensitive to global warming: the standardized precipitation evapotranspiration index. *Journal of climate*, 23(7), 1696-1718.
- Won, J., Choi, J., Lee, O. and Kim, S. (2020). Copula-based joint drought Index using SPI and EDDI and its application to climate change. *Science of the Total Environment*, 744, 140701.
- Yevjevich, V. (1967). An objective approach to definitions and investigations of continental hydrologic droughts. *Journal of Meteorology*, 36(5), 41-50.
- Yue, S. and Rasmussen, P. (2002). Bivariate frequency analysis: discussion of some useful concepts in hydrological application. *Hydrological Processes*, 16(14), 2881-2898.
- Zamani, R., Mirabbasi, R., Nazeri, M., Meshram, S. G. and Ahmadi, F. (2018). Spatio-temporal analysis of daily, seasonal and annual precipitation concentration in Jharkhand State, India. *Stochastic environmental research and risk assessment*, 32(4), 1085-1097.
- Zhang, Q., Chen, Y. D., Chen, X. and Li, J. (2011). Copula-based analysis of hydrological extremes and implications of hydrological behaviors in the Pearl River basin, China. *Journal of Hydrologic Engineering*, 16(7), 598-607.