Designing an Optimal Collision Premium Model with Emphasis on the Effect of Macroeconomic Variables on the Demand Function

Maryam Rostamian*[1], Gholamhossien Golarzi[2]

1. Ph.D. Industrial Management-Financial, Faculty of Economics, Management and Administrative Affairs, University of Semnan, Iran, maryamrostamian@semnan.ac.ir

2. Assistant Prof, Department of Business Management, Faculty of Economics, Management and Administrative Affairs, University of Semnan, Iran, g_golarzi@semnan.ac.ir

Received: 2021-09-06 Accepted: 2022-06-28

Abstract

Determining a fair premium is an essential issue for insurance companies. Many premium models are based on risk analysis and market behavior. Risk analysis is divided into Priori pricing and Posteriori pricing. These models use claim frequency and claim severity. Market behavior models include some variables affecting the demand function to determine premium. In contrast, insurance companies involve with uninsurable risks such as economic risks in collision insurance, and the insurance premium depends on the price of competitors, because there are competitive insurance environments. Therefore, it is essential to consider macroeconomic variables in the demand function. This study, for the first time, includes the insurance penetration in the demand function. To achieve the goal, the researcher has selected a private company active in the insurance industry for sampling. The method used was based on stochastic dynamic programming. The wealth equation of the insurance company is determined based on the Markov process, and the objective function of the model is a quadratic form. The Demand function is described as a function of macroeconomic parameters such as elasticity of demand, inflation rate, and insurance penetration. The optimal premium is calculated for different levels of market premium. The results show the average premium of the market becomes bigger, the optimal premium becomes lower.

JEL Classification: E21, B22, C61

Keywords: Stochastic disturbance, Stochastic Dynamic Programming, Optimal Premium, Macroeconomic Variables, Average Premium of the market

*. Corresponding Author, Tel: 09189958396

تحقیقات اقتصادی (نشریه علمی) / دوره ۵۷، شمارهٔ ۱، بهار ۱۴۰۱/ ص ۸۴-۵۹

طراحی مدل تعیین حق بیمه بهینه بدنه اتومبیل با تأکید بر تأثیر متغیرهای کلان اقتصادی در تابع تقاضا

DOI: 10.22059/JTE.2022.330206.1008538

مریم رستمیان*[۱]، غلامحسین گل ارضی

۱. دکتری تخصصی مدیریت صنعتی- مالی، دانشکده اقتصاد، مدیریت و علوم اداری، دانشگاه سمنان، ایران، maryamrostamian@semnan.ac.ir

۲. استادیار، گروه مدیریت بازرگانی، دانشکده اقتصاد، مدیریت علوم اداری، دانشگاه سمنان، ایران، g_golarzi@semnan.ac.ir

نوع مقاله: علمی پژوهشی تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۱۵ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۰۷

چکیده

تعیین حق بیمه منصفانه یکی از مسائل اساسی شرکت‌های بیمه است. بیشتر مدل‌های تعیین حق بیمه، مبتنی بر تحلیل ریسک یا مبتنی بر رفتار بازار هستند. مدل‌های مبتنی بر تحلیل ریسک به مدل‌های قیمت‌گذاری پیشین و قیمت‌گذاری پسین تقسیم‌بندی می‌شوند که از اطلاعات فراوانی و شدت خسارت برای تحلیل ریسک استفاده می‌کنند. مدل‌های مبتنی بر رفتار بازار موجود نیز تنها برخی از متغیرهای مؤثر بر تابع تقاضا را برای تعیین حق بیمه در مدل خود گنجانده‌اند، حال آن‌که شرکت‌های بیمه با ریسک غیربیمه‌پذیر مثل ریسک‌های اقتصادی در بیمه بدنه اتومبیل مواجه هستند و حق بیمه یک شرکت بیمه به‌علت رقابتی بودن بازار بیمه به قیمت رقبا نیز وابسته است، بنابراین در تعیین حق بیمه بهینه لازم است متغیرهای کلان اقتصادی در تابع تقاضا لحاظ شود. این پژوهش برای اولین بار حق بیمه بهینه را با گنجاندن ضریب نفوذ بیمه در تابع تقاضا محاسبه کرده است. به‌منظور تحقق هدف، محقق، یک شرکت خصوصی فعال در صنعت بیمه را به‌عنوان بستر تحقیق انتخاب نموده است. روش مورد استفاده مبتنی بر برنامه‌ریزی پویای تصادفی می‌باشد. معادله سرمایه شرکت بیمه براساس فرآیند مارکوف مشخص شد و تابع هدف مدل به شکل درجه دوم تعریف شده است. تابع تقاضا تابعی از پارامترهای کلان اقتصادی مانند کشش درآمدی تقاضا، نرخ تورم، ضریب نفوذ بیمه در نظر گرفته شده و سپس برای سطوح مختلف حق بیمه بازار حق بیمه بهینه محاسبه شده است. نتایج به‌دست آمده حاکی از آن است که هر چه متوسط حق بیمه بازار بیشتر می‌شود، حق بیمه بهینه کمتر می‌شود.

طبقه‌بندی JEL: B22، C61، E21

واژه‌های کلیدی: اختلال تصادفی، برنامه‌ریزی پویای تصادفی، حق بیمه بهینه، متغیرهای کلان اقتصادی، متوسط حق بیمه بازار

---

*. نویسنده مسئول، شماره تماس ۰۹۱۸۹۹۵۸۳۹۶

۱- مقدمه

اقتصاد خرد، مبنایی برای تحلیل اغلب رفتارهای اقتصادی است. رفتارهای اقتصادی مبتنی بر بهینه‌یابی هستند که طبق آن، فعالان اقتصادی در هر فعالیتی هدف و محدودیت‌هایی دارند. این فعالان به‌دنبال حداکثرسازی تابع هدف از قبیل مطلوبیت، سود با توجه به قیود مربوطه می‌باشند. بدیهی است آن‌ها در فضای کسب و کار خاص خود اقدام به تصمیم‌گیری می‌کنند، لذا تعریف توابع مذکور در فضای مربوطه صورت می‌گیرد. براین اساس، فعالانی که در بازار بیمه فعالیت می‌کنند، شامل بیمه‌گر و بیمه‌گذار هستند. این دو می‌توانند وارد فعالیتی در بازار بیمه شوند که در آن بیمه‌نامه خرید و فروش می‌شود. بیمه‌گر، فروشنده بیمه‌نامه و بیمه‌گذار، خریدار آن است. بدیهی است بیمه‌گر به‌دنبال کسب سود از طریق جذب بیمه‌گذار است و بیمه‌گذار نیز برای رهایی از نااطمینانی و تقلیل ریسک به‌دنبال خرید بیمه‌نامه می‌باشد، لذا این دو وارد یک فعالیت سودآور می‌شوند. این فعالیت، ویژگی‌های خاص خود را دارد (سوری، ۱۳۹۰).

یک مسئله مهم در اقتصاد بیمه بررسی طرح بهینه بیمه است. روش معمول محاسبه حق بیمه، ترکیب امید مورد انتظار فراوانی خسارت به شرط هزینه مورد انتظار خسارت، با توجه به ویژگی‌های ریسک قابل مشاهده می‌باشد (داوید[1]، ۲۰۱۵). در این مدل‌ها تقاضای بازار در نظر گرفته نمی‌شود و نرخ‌ها با افزودن ضریب سربار[2] ریسک محاسبه می‌شوند. تحقیقات انجام گرفته روی بازارهای بیمه نشان می‌دهد که سطح تقاضای بیمه در یک اقتصاد می‌تواند به‌وسیله تعدادی از متغیرهای کلان اقتصادی تأثیر پذیرد (پانتلوس و پاسالیدو[3]، ۲۰۱۵). براین اساس ارائه مدلی مبتنی بر تغییرات تقاضا به‌منظور تعیین نرخ بیمه ضروری به‌نظر می‌رسد. به‌عبارت‌دیگر با توجه به این‌که محیط اقتصادی تأثیر زیادی بر رشد صنعت بیمه دارد، خلأ برآورد مدلی که متغیرهای کلان اقتصادی و نیز حق بیمه متوسط بازار را در تابع تقاضا وارد کرده و از آن طریق حق بیمه بهینه را محاسبه کند، وجود دارد. در این پژوهش تأثیر رقابت بازار در تعیین حق بیمه بدنه اتومبیل مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین از متوسط حق بیمه بازار

1. David
2. Loading Coefficient
3. Pantlous & Passalidou

به‌عنوان شاخصی برای سنجش رقابت بازار استفاده می‌شود. فرضیه این پژوهش تأثیر رقابت بازار در تعیین حق بیمه بهینه بدنه اتومبیل است (پانتلوس و پاسالیدو، ۲۰۱۵).

در این مقاله ابتدا مقدمه و مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش ارائه شده است. سپس در قالب روش‌شناسی تحقیق مدل‌سازی مسأله و عوامل کلان اقتصادی مؤثر بر تقاضا توضیح داده می‌شوند. در بخش تحلیل داده‌ها، نتایج به‌کارگیری مدل معرفی شده در این پژوهش و یافته‌های پژوهش ارائه شده و در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهادها آمده است.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

چالش اصلی در حرفه آکچوئری[1]، اندازه‌گیری و طراحی یک ساختار تعرفه‌گذاری عادلانه می‌باشد و این هدف اصلی فرآیند قیمت‌گذاری است. قیمت‌گذاری ریسک براساس مشخصات ویژه بیمه‌گذار سابقه طولانی در علوم آکچوئرال دارد. مک کلناهن[2](۲۰۰۱) مشاهده کرده است که نرخ بیمه‌های آتش‌سوزی خانه‌ها در قرن ۱۸ در آمریکا بر پایه نوع سقف و نحوه ساخت خانه‌های تحت پوشش و نرخ بیمه‌ها برای بیمه دریایی به‌عنوان قدیمی‌ترین نوع بیمه نیز بر پایه نوع طراحی و ویژگی‌های حفاظ داخلی کشتی‌ها بوده است (آنتونیو و والدز[3]، ۲۰۱۰). بر این اساس مدل‌های اقتصادسنجی، که هدف آن‌ها تعیین احتمال وقوع ریسک و همچنین تعیین فراوانی و هزینه مطالبات خسارات می‌باشد، به‌وجود آمده‌اند.

از نظر تاریخی علم آکچوئری محدود به استفاده از رگرسیون خطی استاندارد به‌منظور کمی کردن اثر متغیرهای برون‌زا بر پدیده مورد نظر می‌باشد. هر چند مدل خطی پیشنهادی توسط لجندر و گاوس[4] در قرن نوزدهم در اقتصادسنجی طرفداران فراوانی دارد، ولی به‌کارگیری آن در حوزه بیمه با مشکلاتی مواجه می‌باشد. در حقیقت این مدل خطی بر یک سری از فرضیات دلالت دارد که با واقعیت فراوانی و هزینه خسارت‌های تولید شده در صورت وقوع ریسک، ناسازگار است. فرضیات مدل خطی چگالی احتمال گوسی، خطی بودن پیشگو و واریانس ناهمسانی می‌باشد. یک نقطه

1. Actuary
2. McClenahen
3. Antonio & Valdez
4. Legender & Gauss

عطف مهم در توسعه قیمت‌گذاری بیمه غیرزندگی، روش حداقل اریبی[1] ایجاد شده توسط بایلی و سیمون[2] (۱۹۶۰) می‌باشد. در ابتدا، رگرسیون خطی برای ارزیابی تأثیر متغیرهای توضیحی بر ریسک به‌کار رفته که با شروع سال ۱۹۸۰ توسط مدل‌های خطی تعمیم یافته[3] جایگزین شده است (داوید، ۲۰۱۵). تعدادی از مسائل علوم آکچوئرال دارای مدل‌های خطی تعمیم یافته هستند. در این مدل‌ها به جای فرض توزیع نرمال خطا انواع دیگری از توزیع‌های تصادفی مثل توزیع پواسون، گاما و دوجمله‌ای در نظر گرفته می‌شود و نیز مقدار مورد انتظار متغیرهای وابسته ممکن است برحسب رگرسورها خطی نباشد و توابعی به شکل خطی از کوواریانس‌ها مانند لگاریتم مدل‌های چندگانه باشند، که مناسب تعداد زیادی از موقعیت‌های بیمه هستند (کاس[4]، ۲۰۰۸). نرخ‌گذاری بیمه غیرزندگی، براساس توزیع فراوانی مطالبات و توزیع شدت خسارت می‌باشد. فراوانی مطالبات به‌صورت تعداد مطالبات معوق هر واحد در معرض خطر است و متوسط شدت خسارت، متوسط پرداختی هر مطالبه معوق می‌باشد. حق بیمه خالص از ضرب متوسط فراوانی مطالبات در متوسط شدت خسارت به دست می‌آید (دنویت و همکاران[5]، ۲۰۰۷). آنتونیو و والدز (۲۰۱۰)، مدل پواسون را به‌صورت الگوی اولیه فراوانی خسارت معرفی کرده‌اند. برطبق مطالعات دایونه و واناسه[6] (۱۹۸۹، ۱۹۹۲)، دنویت و لانگ[7] (۲۰۰۴) گوریو و جاسیاک[8] (۲۰۰۴)، مدل پواسون ابزار مناسبی برای مدل‌سازی فراوانی خسارت در بیمه غیرزندگی است. برای مدل‌سازی هزینه خسارت در بیمه اتومبیل، پینکت[9] (۱۹۹۷)، مدل پارامتریک ساده اما واقعی را براساس توزیع گاما تعریف کرده که تعمیم دیگری از خانواده نمایی است.

تیلور[10] (۱۹۸۶)، اولین فردی است که رابطه بین رفتار بازار رقابتی و تعیین حق بیمه را با استفاده از بیشینه‌سازی ثروت بیمه‌گر در یک افق زمانی متناهی بررسی کرده

1. Minimum Bias
2. Bailey & Simon
3. Generalized Linear Models
4. Kass
5. Denuitt et.al.
6. Dionne & Vanasse
7. Denuit & Lang
8. Gourieroux & Jasiak
9. Pinquet
10. Taylor

است. سپس امس و هابرمن[1] (۲۰۰۵)، حق بیمه را با نظریه کنترل بهینه و بیشینه‌سازی سرمایه نهایی شرکت بیمه تحت قانون تقاضا محاسبه کرده‌اند. امس و همکاران[2] (۲۰۰۷) متوسط حق بیمه بازار را به‌صورت فرآیند براونی هندسی و متوسط حق بیمه بازار آینده را نیز دارای توزیع لاگ نرمال و مثبت در نظر گرفته‌اند. امس (۲۰۰۸)، دو شکل استراتژی تصادفی شامل عدم اطمینان متوسط حق بیمه آینده بازار و عدم‌اطمینان در سطح حق بیمه نسبی را توصیف کرده است. سپس حق بیمه بهینه را با استفاده از برنامه‌ریزی پویا تعیین و با برنامه‌ریزی قطعی مقایسه نموده است. امس (۲۰۱۱)، به قیمت‌گذاری بیمه در یک بازار رقابتی و واکنشی پرداخته و امس در مقاله خود مدلی کنترلی ارائه داده و در آن واکنش بازار به استراتژی قیمت‌گذاری بیمه را بررسی کرد. در این مدل خسارت با استفاده از یک توزیع لاگ‌نرمال، تعیین و نرخ اندازه خسارت نامیده شد. با توجه به مطالعه هوانگ و همکاران[3] (۲۰۱۳)، افراد یا شرکت‌ها معمولاً در بیمه غیرزندگی با ریسک‌های قابل بیمه و غیرقابل بیمه مواجه می‌شوند. ریسک‌های قابل بیمه شامل آتش‌سوزی ساختمان، آسیب به اتومبیل و سقوط هواپیما است، درحالی‌که ریسک‌های غیرقابل بیمه شامل نوسانات بازده سهام، تغییرات در شرکت‌ها یا درآمد فردی و تغییر در شرایط اقتصادی می‌باشد. همان‌طورکه مشاهده می‌شود در مدل‌های نظری موجود تعیین حق بیمه بهینه، تأثیر این ریسک غیرقابل بیمه در بازار رقابتی لحاظ نشده است، که تأثیر قابل توجهی در تابع تقاضای بازار بیمه غیرزندگی خواهد داشت. تحقیقاتی که رقابت بازار را در نظر می‌گیرند به دو دسته تقسیم می‌شوند، در ابتدا تحقیقاتی بیان می‌شود که در آن متغیرهای اقتصادی لحاظ نشده‌اند و در نهایت تحقیقاتی عنوان می‌گردد که عوامل اقتصادی را هم در نظر گرفته‌اند.

داوید (۲۰۱۵)، به محاسبه حق بیمه اتومبیل با استفاده از مدل‌های خطی تعمیم یافته پرداخته است. وی به‌منظور تعیین حق بیمه خالص، تجزیه و تحلیل مدل‌های خطی تعمیم یافته با توجه به‌خصوصیات بیمه‌شدگان را در نظر گرفته است. در مرحله اول، فراوانی مطالبات را از طریق مدل رگرسیون پواسون برآورد و سپس با استفاده از مدل گاما، میانگین سطح هزینه مطالبه مربوط به هر طبقه از بیمه‌شدگان را تخمین زده

1. Emss & Haberman
2. Emss et al.
3. Huang et al.

است. در نهایت نتایج تحقیقات نشان داده است که برای مشتریان جدید، حق بیمه، ضمن در نظرگرفتن مجموعه‌ای از عوامل ریسک، مانند سن و حرفه بیمه شده و استفاده از وسیله نقلیه بر حسب ضریب پاداش- جریمه و مدت قرارداد بیمه تعیین می‌شود، بنابراین در پرتفوی بیمه مورد تجزیه و تحلیل، حق بیمه خالص همراه با افزایش سن بیمه شده و مدت قرارداد بیمه و همچنین افزایش ضریب پاداش- جریمه[1] کاهش یافته است.

بونن و همکاران[2] (۲۰۱۸)، به بررسی بازی‌های پویای غیر مشارکتی[3] در بازار بیمه غیرزندگی پرداخته‌اند. از نگاه آن‌ها در صنعت بیمه، تعداد بیمه‌نامه‌های یک محصول خاص از شرکت‌های مختلف به‌طور قابل توجهی افزایش یافته، رقابت شدید بازار، تقاضای حق بیمه رقابتی را افزایش داده است و در علم اکچوئری، هنوز ادبیات کمی در مورد چگونگی تأثیر رقابت در محاسبه و چرخه‌های حق بیمه شرکت وجود دارد. در این مقاله، از طریق بازی‌های دیفرانسیلی، پویایی حق بیمه تعادلی در یک بازار رقابتی مدل سازی می‌شود و برای تعیین حق بیمه تعادلی نش[4] حلقه باز از روش نظریه کنترل بهینه استفاده می‌کند. قدرت بازار هر شرکت بیمه با پارامتر حساس به قیمت مشخص می‌شود و حجم قراردادها توسط نسبت توانگری تحت تأثیر قرار می‌گیرد. دو مدل در این مطالعه بررسی می‌شود. با توجه به متوسط حق‌بیمه‌های بازار، اولین مدل، رابطه نمایی بین استراتژی‌های حق بیمه و حجم بیمه نامه‌ها را مطالعه می‌کند. مدل دوم در ابتدا مشخص‌کننده رقابت بین هر جفت بیمه‌گر انتخاب شده است و سپس همه رقابت‌های جفت شده را در بازار تجمیع می‌کند. نمونه‌های عددی پویایی حق بیمه و این‌که چرخه‌های حق بیمه ممکن است در تعادل باشند را نشان می‌دهند.

آسموسن و همکاران[5] (۲۰۱۹)، استراتژی حق بیمه تعادل نش را برای رقابت رانشی- کششی[6] در یک بازار بیمه غیرزندگی اصطکاکی ارائه داده‌اند. آن‌ها دو شرکت بیمه I_1، I_2 با ذخایر $R_1(t)$، $R_2(t)$ را در نظر گرفته‌اند که برای جذب مشتریان در بازی دیفرانسیل تصادفی مناسب، رقابت می‌کنند، هدف شرکت کوچک‌تر I_2 با $R_2(0) < R_1(0)$

1. Bouns-malus System
2. Boonen et al.
3. Non-Cooperative Dynamic Games
4. Nash
5. Asmussen et al.
6. Push – Pull

حداقل رساندن $R_1(t) - R_2(t)$ با استفاده از حق بیمه p_2، به‌عنوان کنترل و هدف شرکت بیمه بزرگ‌تر I_1 در به حداکثر رساندن آن با استفاده از p_1 است. وابستگی ذخایر به حق بیمه با مدل‌سازی صریح از مسأله مشتری، اصول حسابداری اولویت مشتریان بازار، منعکس‌کننده تفاوت در هزینه جستجو و تغییر، کسب اطلاعات و پردازش اطلاعات یا ترجیحات تعیین شده است. فرض آن‌ها این بوده که اولویت مشتریان تصادفی باشد، با شبیه‌سازی مقادیر بهینه p^*_1، p^*_2 حق بیمه را محاسبه و تعادل نش را برای بتا توزیع اولویت مشتریان ارائه داده‌اند. تجزیه و تحلیل براساس تقریب انتشار یک فرآیند ریسک استاندارد کرامر-لاندبرگ انجام شده که این فرآیند سبب گسترش سرمایه‌گذاری در دارایی بدون ریسک می‌شود.

لی و همکاران[1] (۲۰۲۰)، بیمه بهینه غیرزندگی در مدل چرخه زندگی یک فرد را مطالعه کرده‌اند که در آن تشکیل عادت[2] درونی فرد به نمایش گذاشته شده است. نظریه تشکیل عادت به‌طور گسترده‌ای در علم مالی به کار می‌رود. این نظریه بیان می‌کند که مطلوبیت مصرف‌کنندگان به تاریخچه مصرف آن‌ها بستگی دارد. در حقیقت تابع مطلوبیت لحظه‌ای به مصرف لحظه‌ای به‌علاوه عادت مصرف یا همان متوسط وزنی مصرف گذشته وابسته است. آن‌ها نشان داده‌اند که خسارت بهینه تحت اصل حق بیمه مورد انتظار کاستنی[3] است و با فرض نمایی بودن توابع مطلوبیت، استراتژی‌های بهینه را به‌دست آورده و به این نتایج رسیده‌اند که برای هر دو نوع بیمه کاستنی و متناسب[4] افراد با افزایش سن، به‌تدریج پوشش خود را افزایش می‌دهند، تشکیل عادت سبب کاهش پوشش بیمه می‌شود و فردی که تنها بیمه متناسب خریداری کرده است ممکن است در سنین پایین از بازار خارج شود. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که تشکیل عادت و بازار بیمه غیرکامل که در آن افراد بتوانند بیمه متناسب خریداری کنند سبب پدیده کمتر بیمه‌گی[5] جهانی می‌شود. در حقیقت مدل آن‌ها پتانسیلی را برای توضیح درباره پدیده کمتر بیمه‌گی جهانی ارائه می‌دهد. در نهایت چند مثال عددی و تحلیل حساسیت[6] را برای برجسته کردن نتایج نظری ارائه کرده‌اند.

---

1. Li et al.
2. Habit Formation
3. Deductible
4. Proportional
5. Underinsurance
6. Sensitivity analysis

موردوکوتاس و همکاران[1] (۲۰۲۱)، به مطالعه بازی[2] تصادفی یک دوره‌ای برای تعیین استراتژی حق بیمه بهینه غیرزندگی در بازار بیمه رقابتی پرداخته‌اند. به‌طور خاص این استراتژی حق بیمه بهینه را توسط تعادل نش به‌صورت یک بازی با n بازیکن تعیین کرده‌اند. آن‌ها فرض کرده‌اند هر بازیکن مطلوبیت مورد انتظار سرمایه نهایی را بیشینه می‌کند. سرمایه نهایی تصادفی است، زیرا تعداد بیمه نامه‌ها و اندازه خسارت‌ها نیز تصادفی هستند. کل زیان هر بیمه‌گر با مدل ریسک جمعی توصیف شده، تعداد مورد انتظار بیمه‌نامه تحت تأثیر همه حق بیمه‌ها قرار گرفته و دو تابع تقاضا معرفی شده است. هر دو مدل به شکل نمایی می‌باشد که توسط بازار و پارامترهای حساسیت به قیمت مشخص بندی شده است. تقاضا در مدل اول برای حق بیمه بالای یک حد مفروض صفر است، در حالی که مدل دوم این محدودیت را ندارد. استراتژی خالص حق بیمه تعادل نش با حل مسائل بهینه‌سازی مقید حل شده است. برای اولین مدل آن‌ها وجود و یکتایی استراتژی خالص تعادل نش را ارائه دادند، در حالی‌که برای مدل دوم فرمولی برای زمانی‌که وجود دارد مشخص کردند. آن‌ها اثبات کردند که هیچ بیمه‌گری انگیزه ندارد، حق بیمه را برابر کران‌های بالای دامنه استراتژی بگیرد. کران پایین، حق بیمه بی‌تفاوتی بیمه‌گر است و کران بالا هیچ خریدار بیمه‌ای ندارد. در نهایت دو مثال عددی برای نمایش یافته‌های مطالعه ارائه کردند.

پانتلوس و پاسالیدو (۲۰۱۵)، مدل غیرخطی را با بیشینه‌سازی تابع غیرخطی سرمایه طراحی کرده‌اند. معادله سرمایه آن‌ها تصادفی است که برحسب اختلال تصادفی تعریف شده است. میانگین این اختلال تصادفی صفر است و کوواریانس آن تابع درجه دوم از پارامترهایی مثل کشش درآمدی تقاضا، تعداد اتومبیل‌های موجود، نرخ تورم و اعتبار شرکت در نظر گرفته شده است. تابع مطلوبیت درجه دوم مرتبط به ارزش فعلی سرمایه و همچنین مطلوبیت نهایی قراردادهای بیمه است و در نهایت با استفاده از اطلاعات بیمه بدنه اتومبیل حق بیمه بهینه را محاسبه کرده و به این نتیجه دست یافته‌اند که حق بیمه بهینه در کنار سایر عوامل، به سرمایه شرکت نیز بستگی دارد به این ترتیب که هر چه سرمایه شرکت بیشتر شود، حق بیمه بهینه کمتر می‌شود. مدل پژوهش حاضر گسترش مطالعه پانتلوس و پاسالیدو (۲۰۱۵) است و متغیر ضریب نفوذ

1. Mourdoukoutas et al.
2. Game

بیمه که یکی از شاخص‌های توسعه مالی بخش بیمه می‌باشد به متغیرهای کلان اقتصادی مؤثر بر تابع تقاضا مدل پانتلوس و پاسالیدو (۲۰۱۵) اضافه شده است. در ادامه متغیرهای مؤثر بر تابع تقاضا که در مدل از آن‌ها استفاده شده است معرفی می‌شود.

درآمد، یکی از متغیرهای مؤثر و ضروری در همه مدل‌های تقاضا می‌باشد (دراگوس[1]، ۲۰۱۴). اهمیت بررسی رابطه خرید بیمه و درآمد ملی به‌دلیل سهم بیشتر صنعت بیمه در بخش مالی در حال افزایش است و این اهمیت در حجم تقاضای شرکت‌های بیمه نمود پیدا می‌کند.

مطالعات شردن[2] (۱۹۸۴)، بینستاک و همکاران[3] (۱۹۸۸)، اوترویل[4] (۱۹۹۰)، براون و همکاران[5] (۲۰۰۰)، اشو و همکاران[6] (۲۰۰۴)، تریراتانپان[7] (۲۰۱۱)، پارک و لمایر[8] (۲۰۱۱a)، رابطه مثبت بین تقاضا و درآمد را اثبات کرده‌اند. پارک و لمایر (۲۰۱۱b) در کشورهای با تولید ناخالص داخلی[9] بالاتر از ۲۰۰۰۰ دلار به رابطه منفی بین تقاضا و درآمد دست یافته‌اند.

لی و چیو[10] (۲۰۱۲)، اثر درآمد واقعی بر حق بیمه را بررسی کرده‌اند. نتایج آن‌ها نشان داد که تغییر در درآمد واقعی یکی از عواملی است که سبب تغییرات ساختاری در رابطه بین حق بیمه و درآمد می‌شود. لی و همکاران[11](۲۰۱۳)، اثر ریسک کشور شامل ریسک سیاسی، مالی و اقتصادی را بر کشش درآمدی تقاضا مطالعه و رابطه معناداری بین آن‌ها را نتیجه گرفته‌اند. به‌عبارت دیگر این ریسک‌ها بر تعیین استراتژی حق بیمه از طریق کشش درآمدی تقاضا تأثیر می‌گذارند. خلاصه مطالعات در مورد رابطه مثبت و منفی بین درآمد و تقاضا در جدول ۱ آمده است.

1. Dragos
2. Sherden
3. Beenstock et al.
4. Outreville
5. Browne et al.
6. Esho et al.
7. Treerattanapun
8. Park & Lemaire
9. Gross Domestic Product
10. Lee & Chiu
11. Lee et al.

جدول ۱. متغیر درآمد و رابطه آن با تقاضا

متغیر	رابطه مثبت با تقاضا	رابطه منفی با تقاضا
درآمد	شردن (۱۹۸۴)، بینستاک، دیکینسون و خواجوریا (۱۹۸۸)، اوترویل (۱۹۹۰)، براون، چونگ و فریز (۲۰۰۰)، اشو، کریفسکی، وارد و زوربروگ (۲۰۰۴)، تریراتانپان (۲۰۱۱)، پارک و لمایر (۲۰۱۱a)	پارک و لمایر (۲۰۱۱b)

منبع: دراگوس (۲۰۱۴)

پژوهش‌های گوناگونی تأثیر تورم را بر صنعت بیمه اموال و مسئولیت بررسی کرده است. کریو[1](۲۰۰۹)، نشان داده است که اگرچه تورم و حاشیه سود تعهدی در طی سال‌های ۲۰۰۶ -۱۹۷۷ همبستگی منفی معنی‌داری ندارند، نرخ بازده سرمایه‌گذاری و تغییر سال به سال در حاشیه سود تعهدی هر دو به‌طور منفی همبسته با نرخ تورم در آن دوره هستند. لوو و وارن[2] (۲۰۱۰)، تأثیر منفی تورم را بر هزینه‌های خسارت بیمه‌گران، ذخایر خسارت و پرتفوی دارایی‌ها توصیف می‌کنند. به‌عبارت دیگر، بیمه‌گران اموال و مسئولیت تحت تأثیر تورم در چندین مورد قرار می‌گیرند، روشن‌ترین تأثیر هزینه مطالبات آینده بیمه‌نامه‌های فعلی طبق پژوهش اهلگریم و دی ارسی[3] (۲۰۱۲) می‌باشد. تورم می‌تواند به‌طور چشمگیری ذخیره شرکت را تغییر دهد و نیز منعکس کننده کاهش قدرت خرید به ازای هر واحد پول یا از دست دادن ارزش واقعی می‌باشد. علاوه بر تأثیر تورم بر هزینه مطالبات آتی در بیمه‌نامه‌های فعلی، بیمه‌گران اموال و مسئولیت ممکن است در صورت افزایش تورم، اثر نامطلوب را در ذخایر زیان تجربه کنند. بوباکر و اسقایر[4] (۲۰۱۴)، در مطالعه خود با عنوان «چگونه نرخ بهره و نرخ تورم حق بیمه غیرزندگی را تحت تأثیر قرار می‌دهند»، براساس مدل داده‌های پانل غیرخطی به مطالعه تجربی، تأثیر نرخ بهره و نرخ تورم در حق بیمه غیرزندگی برای ۱۴ کشور توسعه یافته در طول دوره ۲۰۰۸-۱۹۶۵ پرداخته‌اند. نتایج تجربی نشان می‌دهد که نرخ بهره و نرخ تورم تأثیر متفاوتی بر روی حق بیمه غیرزندگی با توجه به مقدار نرخ تورم دارند.

1. Krivo
2. Lowe &Warren
3. Ahlgrim & D'Arcy
4. Bobacker & Sghaier

مطالعات نشان می‌دهد که همبستگی بین توسعه مالی و توسعه بازار بیمه وجود دارد. یکی از شاخص‌های اقتصادی توسعه مالی که در اصطلاح ضریب نفوذ بیمه[1] نامیده می‌شود، نسبت حق بیمه تولیدی شرکت‌های بیمه به تولید ناخالص داخلی است و می‌تواند نشان‌دهنده ارتباط مأنوس یا غیرمأنوس فعالیت صنعت بیمه و اقتصاد یک کشور باشد، بنابراین لحاظ کردن این متغیر در تابع تقاضا ضروری به نظر می‌رسد.

۳- روش‌شناسی تحقیق

مدل مورد استفاده در تحقیق مبتنی بر برنامه‌ریزی پویا به‌صورت زیر می‌باشد:

$$Max\ Z = [\int_{t_0}^{T} I(t,x,u)dt + F(x(T),T)]$$

$$s.t. \qquad dx = (t.x,u)\,dt + \sigma\,(t.x,u)\,dw \qquad (۱)$$

$$x(t_0)=x_0\ ,\quad z(T,x(T))= F(x(T),T)$$

در این رابطه $x(t)$ متغیر وضعیت[2]، $u(t)$ متغیر کنترل[3] و $w(t)$ حرکت براونی[4] است (برتسکاس، ۲۰۰۵). هاگن (۲۰۱۶)، تابع انتقال وضعیت[5] را در برنامه‌ریزی پویای قطعی $x_{k-1}=t_k(x_k, d_k)$ و تصادفی $x_{k-1} =t_k (x_k, d_k, \xi_k)$ در نظر می‌گیرد و ارزش مورد انتظار تابع مطلوبیت را به‌شکل زیر بیان می‌کند:

$$E[U(\xi)]=\int u(\xi)f(\xi)d\xi \qquad (۲)$$

در این رابطه، ξ_k متغیر تصادفی، $u(\xi)$ تابع مطلوبیت، $f(\xi)$ تابع چگالی، $E[U(\xi)]$ مطلوبیت مورد انتظار است.

از آن‌جا که حق بیمه بدنه اتومبیل در بازه زمانی یک‌سال تعیین می‌شود، به‌منظور تعیین میزان بهینه حق بیمه از روش برنامه‌ریزی پویای تصادفی در حالت گسسته استفاده شده است. تابع هدف پژوهش بیشینه‌سازی سرمایه است. برای محاسبه سرمایه شرکت نیاز است تا درآمدها و هزینه‌های شرکت محاسبه شود. کل درآمد سالیانه یک شرکت بیمه شامل مجموع درآمد بیمه‌گری و درآمد سرمایه‌گذاری می‌باشد. درآمد سرمایه‌گذاری مبلغی است که شرکت بیمه از سرمایه‌گذاری حق بیمه‌ها و سرمایه‌گذاری دوباره عواید به‌دست می‌آورد و به‌عبارتی، معادل خالص هزینه‌های سرمایه‌گذاری

1. Insurance Penetration Coefficient
2. Status Variable
3. Control Variable
4. Brownie Motion
5. Transformation Function

می‌باشد. درآمد بیمه‌گری از تفاوت میان حق بیمه و هزینه‌های مرتبط طی یک‌سال اندازه‌گیری می‌شود (برادفورد، ۱۹۹۸). براساس ادبیات پژوهش رابطه ۳ برگرفته از مطالعات پانتلوس و پاسالیدو (۲۰۱۵) می‌باشد، بنابراین معادله سرمایه شرکت بیمه که حاصل تفاوت درآمد و هزینه در سال $[k,k+1]$ است و از فرآیند مارکوف[1] پیروی می‌کند به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$w_{k+1} = -a_k w_k + (p_k - \pi_k)V_k \qquad (۳)$$

در این رابطه w_{k+1} سرمایه شرکت بیمه در سال $[k,k+1]$، V_k تقاضای بیمه (تعداد بیمه‌نامه صادره) در سال $[k,k+1]$، π_k حق بیمه سر به سر در سال $[k,k+1]$، p_k حق بیمه مطالبه‌شده از بیمه‌گذار در سال $[k,k+1]$، $-a_k w_k$ هزینه نگهداشت[2] سرمایه است.

این مسئله یک قید تصادفی دارد که شامل معادله دیفرانسیل تصادفی تابع تقاضا ذکر شده در مدل یعنی V_k می‌باشد. تابع تقاضای تصادفی براساس تعداد بیمه‌نامه‌های شده در سال گذشته، حق بیمه شرکت به‌عنوان متغیر کنترل و نیز اختلال تصادفی خطی یا متغیرهای تصادفی مرتبط با تابع تقاضا تعریف شده است. با توجه به ساده‌سازی‌های انجام گرفته، مسئله بهینه‌سازی تصادفی در رابطه ۳ به‌صورت رابطه ۴ بازنویسی می‌شود.

$$w_{k+1} = -a_k w_k + m_k + Z_k \tilde{p}_k + \mathrm{sign}(f_k) f_k(w_k, \tilde{p}_k, \theta_k) \qquad (۴)$$

در این رابطه، $m_k = V_{k-1}\bar{p}_k\ \pi_k$، $Z_k = -V_{k-1}\bar{p}_k$، $\tilde{p}_k = \frac{1}{p_k}$، $f_k(w_k, \tilde{p}_k, \theta_k)$ تابع تصادفی، θ_k متغیرهای تصادفی مرتبط با تابع تقاضای بیمه‌گر در سال $[K,K+1]$، $\mathrm{sign}(f_k)$ علامت تابع تصادفی $f_k(w_k, \tilde{p}_k, \theta_k)$ است که می‌تواند مقدار مثبت یا منفی داشته باشد. $\bar{p}_k$ در روابط m_k و Z_k متوسط حق بیمه بازار و تصادفی است، بنابراین m_k و Z_k، هر دو تصادفی فرض می‌شوند. مقدار مورد انتظار m_k و Z_k در روابط زیر تعریف می‌شوند.

$$E(m_k) = V_{k-1}E(\bar{p}_k) \qquad (۵)$$

$$E(Z_k) = -V_{k-1}E(\bar{p}_k)\pi_k = -E(m_k)\pi_k \qquad (۶)$$

تابع هدف مقدار مورد انتظار مطلوبیت سرمایه مجموع ارزش فعلی سرمایه از سال صفر تا N-1 ضربدر $\frac{1}{2}$ به‌علاوه ارزش فعلی سرمایه در سال N ضربدر $\frac{1}{2}$ به‌صورت رابطه ۷ تعریف می‌شود:

1. Markov Process
2. Cost of holding

$$E\left[\sum_{k=0}^{N-1} U(w_k, k)\right] = E\left[\sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{2} v_k W_k^2 + \frac{1}{2} v_N W_N^2\right] \quad (۷)$$

در رابطه ۷، $U(w_k, k)$ مطلوبیت سرمایه w_k، N افق زمانی، عامل $v = \frac{1}{1+r}$ تنزیل سرمایه شرکت بیمه و r نرخ بازده سهامداران است.

طبق مطالعه جاکوبسن (۱۹۷۴)، پانتلوس و پاسالیدو (۲۰۱۵)، فروض زیر برای سیستم‌های کنترل گسسته غیرخطی تصادفی با ضابطه تابع هدف درجه دوم در نظر گرفته می‌شوند:

فرض ۱، بیان می‌کند که مقدار مورد انتظار تابع تصادفی صفر است.

$$f_k(w_k; \tilde{p}_k) = E[f_k(w_k, \tilde{p}_k, \theta_k)] = 0$$

فرض ۲، بیان می‌کند که امید مورد انتظار تابع تصادفی درجه دوم برحسب متغیرهای کشش درآمدی تقاضا، نرخ تورم، ضریب نفوذ بیمه و تعداد اتومبیل‌های موجود در کشور است.

$$F_k(w_k; \tilde{p}_k) = E[f2_k(w_k, \tilde{p}_k, \theta_k)]$$

$$F_k(w_k; \tilde{p}_k) = B_k\left(\frac{1}{2} W_k^2 C_k + \tilde{p}_k \gamma_k W_k + \frac{1}{2} \tilde{p}_k^2 M_k\right)$$

در فرض ۲، $F_k(w_k; \tilde{p}_k)$ تابعی از پارامترهای کلان اقتصادی، $\tilde{p}_k$ حق بیمه مطالبه شده بازار بیمه در سال [K,K+1]، C_k نرخ تورم در سال [K,K+1]، M_k تعداد اتومبیل‌ها در سال [K,K+1]، g_k ضریب نفوذ بیمه و B_k کشش درآمدی تقاضا در سال [K,K+1] است.

فرض ۳، برای هر تابع کوواریانس $F_k(w_k; \tilde{p}_k)$ به ازای $w_k, \tilde{p}_k \in \mathbb{R}$ برقرار است.

$$F_k(w_k; \tilde{p}_k) \geq 0 \quad \forall w_k, \tilde{p}_k \in \mathbb{R}$$

فرض ۴، بیان می‌کند که اگر همه شرکت‌های بیمه به ارائه یک بیمه‌نامه بپردازند، شرکت بیمه برای سودآوری باید در جهت کاهش صدور بیمه‌نامه عمل کند، چون در این حالت بازار رقابتی است و قیمت‌ها کاهش می‌یابد، بنابراین کشش مثبت قیمتی تابع تقاضا وجود دارد. فرض ۵ و ۶ به ترتیب بیان می‌کنند که افق زمانی متناهی و تقاضا در سال k+1 نسبتی از تقاضای سال k می‌باشد.

این پژوهش برای محاسبه حق بیمه بهینه، قیود $\tilde{u}_k$، $\tilde{a}_k$، $\tilde{m}_k$، S_k، d_k، e_k را براساس مدل جاکوبسن (۱۹۷۴)، برای سیستم‌های زمان گسسته غیرخطی با تابع هدف درجه دوم به شکل زیر معرفی کرده است:

$$\tilde{u}_k = 2V_{k-1}^2\pi_k^2 E(\bar{p}_k^2)S_{k+1} + B_k M_k S_{k+1} \quad (۸)$$

$$\tilde{a}_k = 2a_k V_{k-1}\pi_k E(\bar{p}_k)S_{k+1} + B_k g_k S_{k+1} \quad (۹)$$

$$\tilde{m}_k = -2V_{k-1}^2\pi_k E(\bar{p}_k^2)S_{k+1} - V_{k-1}\pi_k E(\bar{p}_k)d_{k+1} \quad (۱۰)$$

$$S_k = \nu_k + 2a_k^2 S_{k+1} + B_k C_k S_{k+1} - \tilde{u}_k^{-1}a_k^2, \qquad S_N = \nu_N \quad (۱۱)$$

$$d_k = -2a_k V_{k-1}E(\bar{p}_k)S_{k+1} - d_{k+1}a_k - \tilde{u}_k^{-1}\tilde{a}_k - \tilde{m}_k \quad d_N = 0 \quad (۱۲)$$

$$e_k = V_{k-1}^2 E(\bar{p}_k^2)S_{k+1} + V_{K-1}E(\bar{p}_k)d_{k+1} \quad (۱۳)$$

$$+e_{k+1} - \frac{1}{2}\tilde{u}_k^{-1}m_k^2, \qquad e_N = 0$$

$$\tilde{u}_k \geq 0 \qquad k \in \{0,\dots,N-1\} \quad (۱۴)$$

زمانی‌که مسئله بهینه‌سازی دارای قید به‌صورت معادله دیفرانسیلی باشد و این معادله شامل فرآیند تصادفی براونی باشد، دیگر نمی‌توان این‌گونه مسائل را با استفاده از روش حساب تغییرات و اصل ماکزیمم حل کرد و باید از روش برنامه‌ریزی پویا استفاده کرد، لذا در اینجا چون مسئله در رابطه ۴ دارای قید تصادفی $f_k(w_k, \tilde{\boldsymbol{p}}_k, \theta_k)$ می‌باشد، باید از روش برنامه‌ریزی پویا که استفاده از معادله بلمن می‌باشد، استفاده کرد. کمترین مقدار عبارت رابطه ۷ به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{1}{2}w_0^2 S_0 + d_0 w_0 + e_0 \quad (۱۵)$$

تابع هدف درجه دوم به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$J_k(w_k) \triangleq \max E\left[\sum_{i=k}^{N-1}\frac{1}{2}W_i^2\nu_i + \frac{1}{2}W_N^2\nu_N\right] \quad (۱۶)$$

بیشینه‌سازی تابع هدف به مسأله کمینه‌سازی مشابه مطالعه جاکوبسن تبدیل می‌شود تا مسأله به راحتی مدل‌سازی شود.

$$J_k(w_k) \triangleq -\min E\left[\sum_{i=k}^{N-1} -\frac{1}{2}W_i^2\nu_i - \frac{1}{2}W_N^2\nu_N\right] \quad (۱۷)$$

معادله بلمن به‌صورت زمان گسسته در رابطه ۱۸مشخص شده است.

$$J_k(w_k) \triangleq -\min\left[\sum_{i=k}^{N-1} -\frac{1}{2}W_k^2\nu_k - E[J_{k+1}(w_{k+1})]\right] \quad (۱۸)$$

$J_N(w_N) \triangleq \frac{1}{2}w_N^T\nu_N$ به ازای $k=N$

با توجه به معادله بلمن رابطه ۱۸، لازم است رابطه زیر با استقرا اثبات شود.

$$J_k(w_k) @ \tfrac{۱}{۲}S_k w_k^{۲} + d_k w_k + e_k \quad (۱۹)$$

با توجه به این‌که رابطه ۱۹ برای k=N درست است، بنابر استقرا فرض می‌شود رابطه ۱۹ برای k+1 نیز صحیح است برای k هم این رابطه به شکل زیر اثبات می‌شود. بنابراین برای اثبات رابطه ۱۹ در رابطه ۱۸ عبارت J_{k+1} (w_{k+1}) را جایگزین کرده و رابطه ۲۰ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$-\min\{-\frac{1}{2}w_k^2\nu_k \qquad (۲۰)$$
$$-E\left[-a_kW_k - V_{k-1}\pi_k\bar{p}_k\tilde{p}_k + V_{k-1}\bar{p}_k + \text{sign}(f_k)f_k(W_k,\tilde{p}_k,\theta_k)\right]^2 s_{k+1}$$
$$-E[-a_kW_k - V_{k-1}\pi_k\bar{p}_k\tilde{p}_k + V_{k-1}\bar{p}_k + \text{sign}(f_k)f_k(W_k,\tilde{p}_k,\theta_k)]d_{k+1}$$
$$-e_{k+1}\}$$

سپس نسبت به متغیر کنترل $\tilde{p}_k$ مشتق گرفته مساوی صفر قرارداده می‌شود. با جایگزینی مقدار بهینه متغیرهای کنترل در معادله بلمن مسئله و حل این معادله مقادیر نهایی و بهینه متغیرهای کنترل به‌صورت رابطه ۲۱ به‌دست می‌آید.

$$\tilde{p}_k^* = \left[\frac{\tilde{a}_kw_k+\tilde{m}_k}{\tilde{u}_k}\right] \qquad (۲۱)$$

زمانی که رابطه ۲۱ در رابطه ۲۰ جایگزین شود، عبارت زیر حاصل می‌شود.

$$\frac{1}{2}w_k^2\left[\nu_k + 2a_k^2S_{k+1} + B_kC_kS_{k+1} - \tilde{u}_k^{-1}\tilde{a}_k^2\right]$$
$$+w_k[-2a_kV_{k-1}E(\bar{p}_k)S_{k+1} - d_{k+1}a_k - \tilde{u}_k^{-1}\tilde{a}_k^2] \qquad (۲۲)$$
$$+[V_{k-1}^2E(\bar{p}_k^2)S_{k+1} + V_{k-1}E(\bar{p}_k)d_{k+1} + e_{k+1} -$$
$$\frac{1}{2}\tilde{u}_k^{-1}\tilde{m}_k^2$$

با جایگذاری روابط ۸، ۹و۱۰ در رابطه ۲۲ عبارت رابطه ۱۹ اثبات می‌شود. مشاهده می‌شود که مقدار بهینه حق بیمه در رابطه ۲۱ به متغیرهای $\tilde{u}_k$، $\tilde{m}_k$،$\tilde{a}_k$ و w_k بستگی دارد. در مرحله تجزیه و تحلیل داده‌ها با قراردادن مقادیر پارامترها در روابط ۸، ۹ و ۱۰ مقادیر $\tilde{u}_k$، $\tilde{m}_k$،$\tilde{a}_k$ به دست می‌آید و در نهایت با قراردادن مقادیر این روابط در رابطه ۲۱ و عدد فرضی سرمایه شرکت، مقدار حق بیمه بهینه محاسبه می‌شود.

۴- تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

برای تجزیه و تحلیل نتایج به محاسبه متغیرها با استفاده از اطلاعات بیمه نامه‌های بدنه اتومبیل سامانه سنهاب بیمه مرکزی و شرکت خصوصی مورد نظر پرداخته می‌شود. اطلاعات دریافت شده از سامانه سنهاب بیمه مرکزی شامل اطلاعات مربوط به تاریخ شروع و پایان یک بیمه نامه، مبلغ خسارت پرداختی، سال ساخت، نوع اتومبیل، تعداد

سال تخفیف، سرمایه (ارزش اتومبیل) و حق بیمه پرداختی توسط بیمه‌گذار است. اطلاعات دریافت شده از شرکت خصوصی جزئیات بیشتری از بیمه نامه‌ها را در بردارد و گزارشات خسارت و صدور آن به‌صورت مجزا در اختیار محقق قرار داده شده است. پس از بررسی اولیه داده‌های شرکت خصوصی مورد مطالعه، مشخص شده است که برای نمونه‌گیری بهتر است اتومبیل‌های با ارزش متوسط انتخاب شود، تا این‌که ارزش اتومبیل‌ها فراوانی مناسبی را در هر سال مورد مطالعه داشته باشند و بتوان مدل را با دقت بهتری تخمین زد، بنابراین اتومبیل‌هایی با ارزش ۳۰۰ میلیون ریال و ۶۰۰ میلیون ریال برای بررسی انتخاب شده‌اند. با توجه به این‌که اساس تعیین حق بیمه بدنه اتومبیل براساس ارزش اتومبیل، سال ساخت و مدل اتومبیل می‌باشد و نیز اطلاعات بیمه نامه‌ها براساس سال صدور در اختیار محقق قرار گرفته است، از بیمه‌نامه‌های صادر شده طی سال‌های ۱۳۹۸-۱۳۹۴ اتومبیل‌های با ارزش ۳۰۰ میلیون ریالی و ۶۰۰ میلیون ریالی استخراج شده است. به عبارت دیگر اتومبیل‌هایی که سال ساخت آن‌ها با سال صدور یکی بوده (اتومبیل‌های صفر کیلومتر) برای بررسی انتخاب شده‌اند. با استفاده از اطلاعات بیمه‌نامه‌های همه شرکت‌های بیمه در بازار بیمه بدنه اتومبیل سامانه سنهاب بیمه مرکزی، به ترتیب برای اتومبیل‌هایی با ارزش ۳۰۰ میلیون ریال، ۶۰۰ میلیون ریال و صفر کیلومتر، تعداد بیمه نامه‌های صادر شده و مجموع حق بیمه بازار به تفکیک سال‌های مورد بررسی در جدول ۲ آمده است که برای محاسبه متوسط حق بیمه بازار در جدول ۴ مورد استفاده قرار می‌گیرد. اطلاعات تعداد بیمه‌نامه صادره و حق بیمه شرکت بیمه مورد مطالعه نیز در جدول ۳ آمده است که برای برآورد سهم شرکت از بازار بیمه بدنه اتومبیل مورد استفاده قرار می‌گیرد.

جدول ۲. تعداد بیمه نامه‌های صادره و مجموع حق بیمه بازار

سال	ارزش اتومبیل (۳۰۰ میلیون ریال)		ارزش اتومبیل (۶۰۰ میلیون ریال)	
	تعداد بیمه نامه صادره	مجموع حق بیمه	تعداد بیمه نامه صادره	مجموع حق بیمه
۱۳۹۴	۶۵۲۵	۲۴۰۴۷۱۰۱۵۷۹	۱۲۷۸	۸۸۷۴۱۷۹۳۴۱
۱۳۹۵	۵۶۴۷	۲۱۳۶۶۸۹۳۶۷۱	۱۰۷۵	۷۰۹۶۴۵۲۹۴۴
۱۳۹۶	۶۷۹۰	۲۳۹۸۹۳۸۸۷۶۶	۲۶۵۴	۱۵۳۱۰۶۵۹۳۹۳
۱۳۹۷	۶۱۳۸	۲۱۶۶۸۶۴۱۶۸۴	۸۲۴۶	۵۲۳۸۸۶۹۰۷۹۳
۱۳۹۸	۷	۲۰۴۸۰۱۳۷۷	۱۳۴۹	۴۷۷۲۶۴۶۹۰۸

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۳. تعداد بیمه نامه‌های صادره و مجموع حق بیمه بازار

سال	ارزش اتومبیل (۳۰۰ میلیون ریال)		ارزش اتومبیل (۶۰۰ میلیون ریال)	
	تعداد بیمه نامه صادره	حق بیمه	تعداد بیمه نامه صادره	حق بیمه
۱۳۹۴	۱۰۸۱	۳۹۷۸۱۹۱	۲۱۳	۷۲۰۵۲۷۴
۱۳۹۵	۶۶۴	۳۸۵۶۲۱۲	۱۹۵	۶۸۰۸۶۷۳
۱۳۹۶	۸۴۰	۳۳۴۸۲۶۶	۴۵۷	۵۴۷۹۴۷۰
۱۳۹۷	۳۰۱	۳۲۹۸۱۲۴	۷۹۳	۶۳۰۱۱۴۳
۱۳۹۸	۱	۳۸۶۲۶۸۸	۴۶۸	۶۳۵۲۰۳۴

منبع: یافته‌های پژوهش

در جدول ۲ مشاهده می‌شود که تعداد بیمه نامه‌های صادره و مجموع حق بیمه بازار اتومبیل‌های ۳۰۰ میلیون ریالی و ۶۰۰ میلیون ریالی صفر کیلومتر از سال ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۸ بسیار کاهش یافته است که دلیل آن نوسانات افزایشی ارزش اتومبیل در سال ۱۳۹۸ می‌باشد که تعداد اتومبیل‌های صفر کیلومتر را به شدت کاهش داده است. در جدول ۳ تعداد اتومبیل‌هایی که سال صدور آن‌ها ۱۳۹۸ بوده و سال ساخت این اتومبیل‌ها نیز ۱۳۹۸ است نزدیک به صفر می‌باشد، که این امر طبیعی به نظر می‌رسد، چون در سال ۱۳۹۸ ارزش اتومبیل‌ها بسیار افزایش یافته و نمی‌توان عدد بیشتری از تعداد بیمه نامه صادره انتظار داشت. سپس متوسط حق بیمه بازار در هر سال را به‌صورت روابط زیر، برآورد شده که در جدول ۴ آمده است.

$$E(\bar{p})=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{K} b_{i,n}p_{i,n} \qquad b_{i,n}=V_{i,n}(\sum_{i=1}^{K} V_{i,n})^{-1}$$

جدول ۴. محاسبه متوسط حق بیمه بازار

سال	ارزش اتومبیل (۳۰۰ میلیون ریال)	ارزش اتومبیل (۶۰۰ میلیون ریال)
	متوسط حق بیمه بازار(ریال)	
۱۳۹۴	۳۶۸۵۳۸۰	۶۹۴۳۸۰۲
۱۳۹۵	۳۷۸۳۷۶۰	۶۶۰۱۳۵۲
۱۳۹۶	۳۵۳۳۰۴۷	۵۷۶۸۹۰۰
۱۳۹۷	۳۵۳۰۲۴۵	۶۳۵۳۲۲۵
۱۳۹۸	۵۸۰۹۹۶۳	۵۸۵۶۰۰۹
متوسط حق بیمه بازار	۴۰۶۸۴۷۹	۵۸۴۱۰۳۹

منبع: یافته‌های پژوهش

در جدول ۴ مشاهده می‌شود، متوسط حق بیمه بازار برای اتومبیل‌های ۳۰۰ میلیون ریالی و ۶۰۰ میلیون ریالی به ترتیب به میزان ۴۰۶۸۴۷۹ ریال و ۵۸۴۱۰۳۹ ریال در سال‌های مورد بررسی محاسبه شده است. در ادامه برای محاسبه حق بیمه سر به سر، ابتدا دو متغیر فراوانی و شدت خسارت با استفاده از اطلاعات جدول ۵ برآورد شده و سپس در جدول ۶ به محاسبه حق بیمه سر به سر پرداخته می‌شود.

جدول ۵. میانگین فراوانی و شدت خسارت

سال	ارزش اتومبیل (۳۰۰ میلیون ریال)		ارزش اتومبیل (۶۰۰ میلیون ریال)	
	میانگین فراوانی	شدت خسارت	میانگین فراوانی	شدت خسارت
۱۳۹۴	۰/۱۲	۱۵۶۱۱۸۳۴	۰/۱۳	۲۹۷۳۹۶۴۴
۱۳۹۵	۰/۱۳	۱۵۶۴۹۳۵۵	۰/۱۲	۳۹۴۲۶۱۷۳
۱۳۹۶	۰/۱۳	۱۷۲۲۳۴۲۳	۰/۱	۱۶۶۲۷۷۸۱۶
۱۳۹۷	۰/۱۴	۱۶۱۳۶۸۷۱	۰/۰۷	۳۲۷۶۷۹۹۷
۱۳۹۸	۰/۱۸	۱۸۳۹۲۰۸۲	۰/۱۳	۲۹۷۰۰۷۶۱

جدول ۵، میانگین فراوانی و شدت خسارت را برای اتومبیل‌های ۳۰۰ میلیون ریالی و ۶۰۰ میلیون ریالی در سال‌های ۱۳۹۸-۱۳۹۴ برآورد کرده است. از ضرب میانگین فراوانی و شدت خسارت حق بیمه سر به سر در جدول ۶ حق بیمه سربه‌سر محاسبه شده است.

$$\text{حق بیمه} = \frac{\text{خسارات}}{\text{تعداد در معرض خطرها}} = \text{شدت} * \text{فراوانی}$$

$$\text{فراوانی} = \frac{\text{تعداد مطالبات خسارات}}{\text{تعداد در معرض خطرها}}$$

$$\text{شدت} = \frac{\text{خسارات}}{\text{تعداد مطالبات خسارات}}$$

جدول ۶. محاسبه حق بیمه سر به سر

سال	ارزش اتومبیل (۳۰۰ میلیون ریال)	ارزش اتومبیل (۶۰۰ میلیون ریال)
	حق بیمه سر به سر(ریال)	
۱۳۹۴	۱۸۹۳۴۹۱	۳۷۵۲۳۰۵
۱۳۹۵	۲۰۴۱۱۵۰	۴۷۶۸۳۰۶
۱۳۹۶	۲۲۰۳۳۰۳	۱۷۵۴۷۷۲
۱۳۹۷	۲۲۳۳۳۲۳	۲۲۲۳۸۸۰
۱۳۹۸	۳۲۹۲۶۳۹	۳۸۳۳۹۶۲

منبع: یافته‌های پژوهش

با وارد کردن متغیرهای کلان اقتصادی نیاز به برآورد پارامترهای گوناگونی وجود دارد که باید مقادیر عددی آن‌ها استخراج شود. در ابتدا لازم است برخی از پارامترهای مدل مقداردهی (کالیبراسیون) شوند. در مطالعات مختلف خارجی و داخلی در این زمینه به‌طور معمول از مقادیر عددی محاسبه شده در سایر مطالعات استفاده می‌شود. استفاده از این مقادیر که ممکن است برآورد تقریبی از پارامترهای اصلی باشد، خللی در روند اصلی مطالعه ایجاد نمی‌کند، چرا که جایگزینی مقادیر حاصل از مطالعات موجود، در مسیرهای به‌دست آمده و انجام تحلیل حساسیت به راحتی قابل انجام است (غفاری و دیگران، ۱۳۹۵). بنابراین مقادیر s_{k+1}، d_{k+1} از پژوهش پانتلوس و پاسالیدو (۲۰۱۵) و کشش درآمدی تقاضا B_k از پایان‌نامه احسانی فر با عنوان برآورد تابع تقاضای بیمه بدنه اتومبیل در کل صنعت بیمه ایران (۱۳۹۱) به‌کار گرفته شده و در جدول ۷ نمایش داده شده است.

جدول ۷. کالیبراسیون پارامترها

سال	s_{k+1}	d_{k+1}	B_k
۱۳۹۴	۰/۱	۱/۸۵	۳/۹۱
۱۳۹۵	۰/۲	۱/۹	۳/۹۱
۱۳۹۶	۰/۳	۱/۹۵	۳/۹۱
۱۳۹۷	۰/۴	۲	۳/۹۱
۱۳۹۸	۰/۵	۲/۱	۳/۹۱

کشش درآمدی در این تحقیق برابر ۳/۹۱ می‌باشد و نشان می‌دهد که با فرض ثابت بودن سایر متغیرها، به ازای هر ریال افزایش (کاهش) درآمد ملی تقاضای بیمه بدنه اتومبیل به اندازه ۳/۹۱ (افزایش) کاهش می‌یابد. از آن‌جا که در تابع گاپ داگلاس ضرایب لگاریتمی نشان‌دهنده کشش هستند، کشش درآمدی تقاضا ۳/۹۱ می‌باشد و بیان‌کننده این است که بیمه بدنه اتومبیل کالایی غیرضروری (لوکس) است.

در ادامه مقدار مورد انتظار متوسط حق بیمه بازار و واریانس متوسط حق بیمه بازار از اطلاعات سامانه سنهاب بیمه مرکزی و مقادیر a_k، W_k به‌صورت فرضی استخراج شده است و در جدول ۸ آمده است.

جدول ۸. مقادیر پارامترها

پارامتر	$\tilde{a}_k$	W_k	$E(\bar{p}_k)$	$Var(\bar{p}_k)$
مقادیر	۰/۰۰۲	۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰۶۸۴۷۹	۲۴۱۵۴۲۴۴۶۰۸۳

ضریب نفوذ بیمه g_k، از سالنامه آماری بیمه مرکزی، نرخ تورم C_k، از پایگاه داده‌های بانک مرکزی و تعداد اتومبیل‌ها در هر سال M_k از سالنامه آماری بیمه مرکزی دریافت و در جدول ۹ ارائه شده است. لازم به یادآوری است که نحوه محاسبه تعداد اتومبیل‌ها به این صورت انجام شده است که تعداد بیمه نامه‌های صادر شده در سالنامه آماری بیمه مرکزی در عدد ۱۰۰ و در درصد اتومبیل‌های دارای بیمه بدنه در هر سال ضرب شده است تا این‌که تعداد اتومبیل‌های موجود در هر سال محاسبه شود.

جدول ۹. مقادیر متغیرهای کلان اقتصادی و تعداد اتومبیل‌های کشور

سال	g_k	C_k	M_k
۱۳۹۴	۱/۸	۱۱/۹	۲۰۰۰۰۰۰۰
۱۳۹۵	۱/۹	۹	۲۲۱۴۲۸۵۷
۱۳۹۶	۱/۹۹	۹/۶	۲۵۰۰۰۰۰۰
۱۳۹۷	۲/۰۳	۳۱/۲	۲۵۷۱۴۲۸۶
۱۳۹۸	۲/۱	۴۱/۲	۲۶۴۲۸۵۷۱

با توجه به اینکه مقدار بهینه حق بیمه در رابطه ۲۰ به متغیرهای $\tilde{a}_k$،$\tilde{m}_k$ ،$\tilde{u}_k$ و w_k بستگی دارد، با جایگذاری مقادیر پارامتر جدول ۷، ۸ و ۹ در روابط ۸، ۹ و ۱۰ و سپس استفاده از رابطه ۲۰، مقدار حق بیمه بهینه محاسبه می‌شود. به عبارتی در کد نویسی نرم‌افزار پایتون، متغیرهای مندرج در جداول مذکور، معرفی و حق بیمه بهینه محاسبه و مقدار حق بیمه بهینه ۳۲۹۳۹۹۷ ریال به دست آمده است مشاهده می‌شود که حق بیمه بهینه به دست آمده کمتر از متوسط حق بیمه بازار، عدد ۴۰۶۸۴۷۹ ریال است. مقدار حق بیمه بهینه، برای سطوح مختلف متوسط حق بیمه بازار در جدول ۱۰ آمده است.

جدول ۱۰. حق بیمه بهینه برای سطوح حق بیمه بازار (ریال)

حق بیمه بهینه	متوسط حق بیمه بازار
۳۲۹۳۹۹۷	۴۰۶۸۴۷۹
۳۲۹۳۹۹۳	۴۰۷۸۴۷۹
۳۲۹۳۹۹۰	۴۰۸۸۴۷۹
۳۲۹۳۹۸۶	۴۰۹۸۴۷۹
۳۲۹۳۹۸۲	۴۱۰۸۴۷۹

منبع: یافته‌های پژوهش

با توجه به اینکه روابط $\tilde{a}_k$،$\tilde{m}_k$ ،$\tilde{u}_k$ همگی بر حسب متغیر متوسط حق بیمه بازار می‌باشند، یافته‌ها نیز وابسته بودن حق بیمه بهینه به متوسط حق بیمه بازار را براساس جدول ۱۰ نشان می‌دهند. در جدول ۱۰ مشاهده می‌شود که هر چه میزان متوسط حق بیمه بازار بیشتر می‌شود، حق بیمه بهینه کمتر می‌شود. این نتیجه بیان می‌کند که با افزایش متوسط حق بیمه بازار که نماد رقابت بازار است، اگر شرکت بیمه حق بیمه خود را ثابت نگه دارد، تقاضای شرکت کاهش پیدا می‌کند، بنابراین شرکت باید حق بیمه خود را کمتر در نظر بگیرد.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

هدف این پژوهش طراحی مدل ریاضی محاسبه حق بیمه بهینه با بیشینه‌سازی مقدار مورد انتظار مطلوبیت کل تتزیل شده سرمایه، لحاظ کردن متغیرهای کلان اقتصادی در تابع تقاضا و رقابت بازار بیمه بدنه اتومبیل است. مدل‌های قیمت‌گذاری

براساس رفتار بازار با مطالعه تیلور (۱۹۸۶) آغاز شده و تابع تقاضای مدل وی تنها براساس تقاضای سال قبل، متوسط حق بیمه بازار و یک اختلال تصادفی و حق بیمه مطالبه شده از بیمه‌گذار بوده که در مطالعات محققان بعدی این مدل بسط پیدا کرده تا اینکه در مدل پانتلوس و پاسالیدو (۲۰۱۳) اختلال تصادفی برآورد و براساس آن استراتژی تعیین حق بیمه و میزان حق بیمه بهینه تعیین شده است. پانتلوس و پاسالیدو (۲۰۱۵)، با وارد کردن متغیرهای کلان اقتصادی مانند متغیرهای تورم، کشش درآمدی تقاضا و نیز اعتبار شرکت تابع تقاضا را بسط داده‌اند. در مدل آن‌ها متغیر ضریب نفوذ بیمه که یکی از شاخص‌های توسعه مالی غیر بانکی است و بر توسعه صنعت بیمه تأثیر دارد، لحاظ نشده است. با توجه به اینکه متغیر ضریب نفوذ بیمه، شاخص کارایی صنعت بیمه در اقتصاد است، اضافه کردن ضریب نفوذ بیمه، در تابع تقاضا مدل پانتلوس و پاسالیدو (۲۰۱۵) ضروری به نظر می‌رسد، لذا پژوهش حاضر به دنبال پوشش این خلأ تئوریکی و نوآوری پژوهش حاضر با اضافه کردن متغیر ضریب نفوذ بیمه به مدل است، بنابراین تابع تقاضا برحسب متغیرهای مانند کشش درآمدی تابع تقاضا، نرخ تورم، تعداد اتومبیل‌های موجود در کشور و ضریب نفوذ بیمه تعریف شده است. این متغیرها تحلیل و تأثیر آن‌ها بر تابع تقاضا توضیح داده شده و در نهایت، حق بیمه بهینه با استفاده از برنامه‌ریزی پویای تصادفی در قالب زمان گسسته با بیشینه‌سازی مقدار مورد انتظار مطلوبیت تنزیل شده سرمایه محاسبه شده است. نتایج به‌دست آمده حاکی از آن است که هر چه میزان متوسط حق بیمه بازار بیشتر شود، حق بیمه بهینه کمتر می‌شود. وجه تمایز روش ارائه شده در این مقاله برای محاسبه حق بیمه شرکت‌های بیمه در مقایسه با روش‌های متداول آن است که در این تحقیق معادله تابع تقاضا بر حسب متغیرهایی که در مدل وارد نشده‌اند و انتظار می‌رود بر تقاضای بیمه تأثیرگذار باشند، تعریف شده و با توجه به پویایی‌های مدل، حق بیمه بهینه براساس تابع تقاضای شرکت بیمه به‌دست آمده است، لذا حق بیمه بهینه محاسبه شده این پژوهش با فرض ثابت بودن سایر شرایط محاسبه نشده است و این یکی از نقاط قوت روش برنامه‌ریزی پویای تصادفی می‌باشد که اطمینان بیشتر به حق بیمه محاسبه شده، را سبب می‌شود. به شرکت‌های بیمه توصیه می‌شود، براساس مدل این تحقیق و با در نظر گرفتن رقابت بازار و متوسط حق بیمه بازار، متغیرهای کلان اقتصادی مانند کشش درآمدی تقاضا، نرخ تورم و ضریب نفوذ بیمه در تابع تقاضا، حق بیمه بهینه را محاسبه کنند و به جذب مشتریان در بازار بپردازند. به عبارتی قرار دادن ضریب نفوذ بیمه به‌عنوان یکی از

شاخص‌های توسعه مالی غیر بانکی و به نوعی نشان‌دهنده میزان تقاضای بیمه در مدل به تعیین حق بیمه بهینه دقیق‌تر کمک می‌کند، لذا به شرکت‌های بیمه پیشنهاد می‌شود که شاخص ضریب نفوذ بیمه را به‌عنوان شاخص کارایی صنعت بیمه در اقتصاد در مدل به کار بگیرند. همچنین به محققان پیشنهاد می‌شود، در مطالعات آتی به نوسانات ارزش اتومبیل توجه داشته باشند تا مدل آن‌ها با این محدودیت سازگار شود و اتومبیل‌هایی با ارزش بیشتر را انتخاب کنند به علت این‌که با گذشت زمان اتومبیل‌های صفر کیلومتر سال به سال ارزش بیشتری پیدا می‌کنند. پیشنهاد می‌شود در مطالعات آتی از متغیرهای کلان اقتصادی دیگری مثل نرخ بهره که رابطه تنگاتنگی با نرخ تورم دارد و نیز تولید ناخالص داخلی استفاده شود. با توجه به این‌که یکی از متغیرهای مهم و مؤثر بر تقاضای بیمه‌نامه بدنه اتومبیل، وضعیت امنیت در سطح شهر است که خود متأثر از عوامل کلان اقتصادی نظیر نرخ بیکاری می‌باشد، بنابراین می‌توان در تابع تقاضا از نرخ بیکاری استفاده کرد.

منابع

۱. احسانی‌فر، مریم (۱۳۹۱). برآورد تابع تقاضای بیمه بدنه اتومبیل در کل صنعت بیمه ایران. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مدیریت اقتصاد و حسابداری، دانشگاه پیام نور، تهران.

۲. براد فورد، دیوید اف. (۱۹۹۸). اقتصاد بیمه اموال و مسئولیت. ترجمه رضا افقی و امیر یوسفیان پور (۱۳۹۳). تهران: *انتشارات پژوهشکده بیمه*.

۳. غفاری، هادی، یونسی، علی، حسین‌پور کاظمی، محمد و خدادادکاشی، فرهاد (۱۳۹۵). نرخ رشد بهینه مخارج دولت: تئوری کنترل بهینه پویا. *پژوهش‌های رشد و توسعه اقتصادی*، ۶(۲۳)، ۱۴۵-۱۶۳.

۴. وامبا، آچیم، ریس، رای (۲۰۰۸). اقتصاد خرد بیمه، ترجمه علی سوری (۱۳۹۰). تهران: *انتشارات پژوهشکده بیمه وابسته به بیمه مرکزی جمهوری اسلامی ایران*.

5. Ahlgrim, K.C., & D'Arcy, S.P. (2012). The Effect of Deflation or High Inflation on the Insurance Industry. *Casualty Actuarial Society, Canadian Institute of Actuaries and Society of Actuaries*.

6. Antonio, K., & Valdez, E. A. (2010). Statistical concepts of a priori and a posteriori risk classification. *Amsterdam: University of Amsterdam*, Electronic copy available at: http://ssrn.com/abstract=1665463.

7. Asmussen, S., Christensen, B., & Thogerson, J. (2019). Nash Equilibrium Premium Strategies for Push-Pull Competition in a Frictional Non-Life Insurance Market. *Insurance: Mathematics and Economics*.
8. Bailey, R.A., & Simon, L.R.J. (1960). Two Studies in Automobile Insurance Ratemaking. *ASTIN Bulletin*, 1(4), 192-217.
9. Beenstock, M., Dickinson, G., & Khajuria, S. (1988). The Relationship between property-liability insurance penetration and income: An international analysis. *The Journal of Risk and Insurance*, 55, 259–272.
10. Bertsekas, D. P. (2005). Dynamic programming and suboptimal control: A survey from ADP to MPC. *European Journal of Control*, 11(4), 310-334.
11. Boonen, T.J., Pantelous, A.A., & Wu, R. (2018). Insurance: Non-Cooperative Dynamic Games for General Insurance Markets. *Insurance*: *Mathematics and Economics*.
12. Boubaker, H., & Sghaier, N. (2012). How Do the Infation Rate and the Interest Rate Affect the Non-Life Insurance Premiums January Bulletin trimestriel de l'Institut des actuaires français. Institut des actuaires français, Paris Vol. n°12(Juillet -Décembre): 87- 111.
13. Bradford, D-F. (1998). The economics of property-casualty insurance (translators: Reza Ofoghi & Amir Yosefianpour (2014). Tehran: *Publications of the Insurance Research Institute*.
14. Browne, M., Chung, J. W., & Frees, W. (2000). International property-liability insurance consumption. *The Journal of Risk and Insurance*, 67, 73–90.
15. David, M. (2015). Auto insurance premium calculation using generalized linear models, *Procedia Economics and Finance* 20, 147 – 156.
16. Denuit, M., & Lang, S. (2004). Nonlife Ratemaking with Bayesian GAM's. *Insurance: Mathematics and Economics*, 35(3), 627-647.
17. Denuit, M., Maréchal, X., Pitrebois, S., & Walhin, J. F. (2007). Actuarial Modeling of Claim Counts: Risk Classification, Credibility and Bonus-Malus Scales. Wiley, New York.
18. Dionne, G., & Vanasse, C. (1989). A Generalization of Automobile Insurance Rating Models: the Negative Binomial Distribution with a Regression Component. *ASTIN Bulletin*, 19(2), 199-212.
19. Dionne, G., Vanasse, C. (1992). Automobile Insurance Ratemaking in the Presence of Asymmetrical Information. *Journal of Applied Econometrics*, 7(2), 149-165.
20. Dragos, S. L. (2014). Life and non-life insurance demand: the different effects of influence factors in emerging countries from Europe and Asia *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 27(1), 169–180.
21. Emms, P., & Haberman, S. (2005). Pricing general insurance using optimal control theory. *ASTIN Bulletin*, 35(2), 427–453.

22. Emms, P., Haberman, S., & Savoulli, I. (2007). Optimal strategies for pricing general insurance.*Insurance: Mathematics and Economics*, 40(1), 15–34.
23. Emms, P. (2008). A stochastic demand model for optimal pricing of non-life insurance policies. *Mathematical Control Theory and Finance, Springer-Verlang Berlin Heidelberg*, 113–136.
24. Emms, P. (2011). Pricing general insurance in a reactive and competitive market. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 236(6), 1314–1332.
25. Esho, N., Kirievsky, A., Ward, D., & Zurbruegg, R. (2004). Law and the determinants of property-casualty insurance. *The Journal of Risk and Insurance*, 71, 265–283.
26. Gourieroux, C., & Jasiak, J. (2004). Heterogeneous Model with Application to Car Insurance. *Insurance: Mathematics and Economics*, 34(2), 177-192.
27. Haugen, K-K. (2016). Stochastic Dynamic Programming. ISBN printed edition (print on demand): 978-82-15-02670-1, ISBN electronic pdf-edition: 978-82-15-02671-8.
28. Huang, H-H. , Shiu Y-M., & Wang C-P. (2013). Optimal insurance contract with stochastic background wealth. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2, 119-13.
29. Jacobson, D.H. (1974). A General result in stochastic Optimal Control of Nonlinear Discrete-Time Systems with Quadratic Performance Criteria. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 47, 153-161.
30. Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J., & Denuit, M. (2008), Modern Actuarial Risk Theory Using R*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg*.
31. Kjosevski, J. (2012). The determinants of life insurance demand in central and southeastern Europe. *International journal of Economics and Finance*, 4(3), 237-247.
32. Krivo, R. (2009). An Update to D'Arcy's 'A Strategy for Property-Liability Insurers in Inflationary Times', *Casualty Actuarial Society E-Forum*.
33. Lee, C-C. Chiu, Y-B. (2012). The impact of real income on insurance premiums: Evidence from panel data, *International Review of Economics & Finance*, 21(1), 246–260.
34. Lee, C-C. , Chiu, Y-B., & Chang, C-H. (2013). Insurance demand and country risks: A nonlinear panel data analysis, *Journal of International Money and Finance*, 36, 68-85.
35. Li, W., & Seng Tan, K., & Wei, P. (2020). Demand for non-life insurance under habit formation (2020). *Insurance: Mathematics and Economics*.
36. Lowe, S., & Warren, R. (2010). Post-Recession Inflation: An Emerging Risk for P&C Insurers, Emphasis 3, 24-29.

37. McClenahan, C.L. (2001). Ratemaking. 4th ed. Foundations of Casualty Actuarial Science, *Casualty Actuarial Science*.
38. Mourdoukoutas, F., Boonen, T., & Koo, B Pantelous, A I. (2021). Pricing in a competitive stochastic insurance market. *Insurance: Mathematics and Economics*, 97, 44-56.
39. Outreville, F. (1990). The economic significance of insurance markets in developing Countries.*The Journal of Risk and Insurance*, 57, 487–498.
40. Pantelous, A.A., & Passalidou, E. (2013). Optimal premium pricing policy in a competitive insurance market environment. *Annals of Actuarial Science*, 7(2), 175–191.
41. Pantelous, A.A., & Passalidou, E. (2015). Optimal premium pricing strategies for competitive general insurance markets. *Applied Mathematics and Computation*, 259, 858–874.
42. Pantelous, A.A., & Passalidou, E. (2015). Optimal Premium Pricing Strategy of General insurance in a competitive market with quadratic criteria 16th ASMDA Conference Proceedings, 30 June–4 July, Piraeus, Greece.
43. Pantelous, A.A., & Passalidou, E. (2016). Optimal strategies for a Non-linear premium-reserve model in a competitive insurance Market.*Annals of Actuarial Science*, 11(1), 1–19.
44. Park, S. C., & Lemaire, J. (2011a). The impact of culture on the demand for non-life insurance. Insurance and Risk Management. Working paper presented at The Wharton School, University of Pennsylvania.
45. Park, S. C., & Lemaire, J. (2011b). Culture matters: Long-term orientation and the demand for life insurance. Philadelphia, PA: Wharton School, University of Pennsylvania.
46. Pinquet, J. (1997). Allowance for Cost of Claims in Bonus-Malus Systems. *ASTIN Bulletin*, 27(1), 33-57.
47. Sherden, W. (1984). An analysis of the determinants of the demand for automobile insurance. *Journal of Risk and Insurance*, 51, 49–62.
48. Taylor, G.C. (1986). Underwriting strategy in a competitive insurance environment. *Insurance: Mathematics and Economics*, 5(1), 59–77.
49. Treerattanapun, A. (2011). The impact of culture on non-life insurance consumption. Paper presented at Wharton Research Scholars Project, The University of Pennsylvania.
50. https://www.cbi.ir/Inflation/Inflation_FA.aspx