

## Complex Network of sunspots

Mohammadi Gouneh, P.<sup>1</sup>  | Gheibi Fetrat, A.<sup>1</sup>  | Safari, H.<sup>1</sup>  | Mohammadi Gouneh, Z.<sup>2</sup> 

1. Department of Physics, Faculty of Science, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

2. Laboratory of nanometer devices, Faculty of Electrical and Computer Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

**Corresponding Author E-mail:** [safari@znu.ac.ir](mailto:safari@znu.ac.ir)

(Received: 29 Jan 2023, Revised: 25 Feb 2023, Accepted: 2 May 2023, Published online: 15 Nov 2023)

### Summary

The Sun is an external object that significantly impacts the earth's atmosphere and space weather conditions. Flares and coronal mass ejections are large-scale solar atmospheric features that mainly emerge at active regions above the sunspots and have influenced the earth. The sunspots, considered signatures of solar activity, are fascinating features related to the internal dynamics and activity of the Sun. The appearance of the sunspots in the photosphere shows the complexity of the magnetic field on the Sun. The frequency and size of sunspots change over time which show periods (e.g., eleven years periodicity) that may be a sign of the complex Sun. The time series of the sunspot numbers have been recorded for several centuries, and this time series is significantly changed over time. The complex network approach is a way to investigate the inherent property of complex time series, such as the sunspots time series.

In this study, the growing complex network with the visibility condition is constructed using the time series of the sunspots (time and numbers) for 1922 to 2016 collected by SILSO. We compute the complex network parameters such degree of nodes, shortest path length, and clustering coefficients. We examine the sunspot complex network's scale-free, small-world, and assortative properties.

We show that the degree distribution of the complex network for the time series of the sunspots obeys a power-law distribution function. We applied a method via maximum likelihood estimation in the Bayesian framework to obtain the power indicated. Therefore, the degree exponent is obtained larger than three, so the complex network for the time series of the sunspots is small-world and scale-free. The power-law behavior is an essential characteristic of self-organized or self-organized criticality systems. Limited productivity is a crucial property for these complex systems. The small world behavior indicates that the large sunspot numbers in the time series are clustered with several small values neighbors and linked with distinct large values in the time series.

The small-world network represents a small characteristic path length with a high clustering coefficient. The scale-free and small-world behavior for the network of the sunspots time series may imply that the sunspots and sunspot groups forming via complex non-linear dynamics. Changing the magnetic polarity of the sunspots during the solar cycle can be a characteristic of such complex systems. The limited predictability in sunspots' time series, e.g., the intensity of activity within a solar cycle, may also be another sign of the complex Sun.

The behavior of the degree of node distribution, clustering coefficient, and shortest path length indicates that the time series of sunspots is a non-random system. We showed that the degree of correlation is a function of the network size and can be considered as an assortative, dis-assortative, or neutral network.

**Keywords:** Sunspots, Small-world network, Scale-free network.

**Cite this article:** Mohammadi Gouneh, P., Gheibi Fetrat, A., Safari, H., & Mohammadi Gouneh, Z. (2023). Complex Network of sunspots. *Journal of the Earth and Space Physics*, 49(3), 765-779. DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2023.354203.1007497>

**E-mail:** (1) [z.mohammadi@grad.kashanu.ac.ir](mailto:z.mohammadi@grad.kashanu.ac.ir) | [akbar-gheibi@znu.ac.ir](mailto:akbar-gheibi@znu.ac.ir) (2) [z.mohammadigoneh@gmail.com](mailto:z.mohammadigoneh@gmail.com)



## شبکه پیچیده لک‌های خورشیدی

پریچهر محمدی گونه<sup>۱</sup> | اکبر غیبی فطرت<sup>۱</sup> | حسین صفری<sup>۱</sup> | زهره محمدی گونه<sup>۲</sup>

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران.

۲. آزمایشگاه افزاره‌های نانومتری، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

رایانامه نویسنده مسئول: [safari@znu.ac.ir](mailto:safari@znu.ac.ir)

(دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۹، بازنگری: ۱۴۰۱/۱۲/۶، پذیرش نهایی: ۱۴۰۲/۲/۱۲، انتشار آنلاین: ۱۴۰۲/۸/۲۴)

### چکیده

خورشید به‌عنوان جسم خارج از زمین در جو زمین و هوا-فضا تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای دارد. بروز لک‌ها شواهدی از دینامیک پیچیده خورشید بوده و نمایانگر فعالیت خورشید هستند. ظهور لک‌ها در شید سپهر نمایانگر پیچیدگی میدان مغناطیسی در خورشید است. سری زمانی تعداد لک‌های خورشید در طی چند صد سال گذشته ثبت شده و این سری زمانی دارای تغییرات معنی‌دار است. دوره‌های تناوب متنوعی از لک‌های خورشیدی ثبت شده است و دامنه فعالیت در بازه‌های مختلف زمانی دارای تغییرات بوده که بیانگر پیچیدگی در سری زمانی لک‌های خورشیدی است. در این پژوهش، با بهره‌گیری از داده‌های لک‌های خورشید (زمان و تعداد آنها) شبکه پیچیده در حال رشد با شرط پدیداری ساخته شده است. ما نشان دادیم که توزیع درجات شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی از یک تابع قانون توانی پیروی می‌کند. همچنین نمای درجه توانی توزیع درجات بزرگ‌تر از مقدار سه به‌دست آمده است که نشان‌دهنده شبکه‌ای بدون مقیاس و جهان-کوچک است. جهان کوچک بودن شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی نشانگر طول مشخصه کوچک با ضریب خوشه‌ای بالا است. در این مطالعه مشخص شد که همبستگی درجه شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی بسته به اندازه شبکه می‌تواند جور، ناجور یا خنثی در نظر گرفته شود.

واژه‌های کلیدی: لک‌های خورشیدی، شبکه جهان-کوچک، شبکه بدون مقیاس.

### ۱. مقدمه

لک‌ها با توجه به چرخه خورشیدی، متفاوت است. چرخش خورشید، لک‌ها را در میان صفحه خورشید جابه‌جا می‌کند. یکی از لک‌ها مقدم و جلوتر از بقیه در حرکت است و بقیه به دنبال آن هستند. به این دو، لقب لک پیشرو و لک دنباله‌رو را نسبت می‌دهند (پریست، ۲۰۱۴). میدان مغناطیسی قوی در هنگام بیرون آمدن از ناحیه تکوکلا این خورشید به سمت سطح سبب شکل‌گیری لک‌ها می‌شود. میدان مغناطیسی قوی و انبساط ستون شار مغناطیسی سبب تیره و سرد شدن همان بخشی می‌شود که میدان مغناطیسی از آن خارج شده است (اشواندن، ۲۰۰۶). از زمان‌های دور لک‌های خورشیدی با کمک تلسکوپ رصد می‌شدند و بسیاری از ویژگی‌های مغناطیسی آنها بررسی شده است. فعالیت خورشید به دلیل دینامیک پیچیده آن دارای چرخه‌های متنوعی است (صفری و

بدون تردید خورشید برای ما مهم‌ترین جسم در کیهان است. لک‌های مغناطیسی از پدیده‌های مهم خورشیدی هستند. لک‌های خورشیدی تحولات زمانی بسیار متنوعی دارند؛ در حقیقت این لک‌ها رویدادهای محلی با دینامیک مغناطیسی قوی و طول عمر متفاوت (از چند ساعت تا چند هفته)، مرتبط با دینامیک خورشید هستند. لک‌ها به علت دارا بودن شدت میدان مغناطیسی زیاد نسبت به مناطق اطراف در سطح خورشید دمای کمتری دارند. در حالت کلی، لک‌های خورشیدی ریشه در نواحی فعال خورشید دارند. این امر سبب تیره دیده شدن آنها نسبت به ناحیه اطرافشان می‌شود (حامدی و فاف، ۱۳۸۳). لک‌ها معمولاً به صورت جفت قطب مغناطیسی مخالف یا گروهی از نقاط روی سطح دیده می‌شوند. لک‌های تنها ممکن است از یک روز تا چند ماه عمر کنند. تعداد

شبکه پیچیده افقی و شبیه‌سازی تابش‌های نانوشراره‌ای ویژگی‌های خودسازمانده بحرانی پدیده‌های کوچک مقیاس جو خورشیدی را بررسی کردند. تاران و همکاران (۲۰۲۲) با رویکرد شبکه پیچیده برای شراره‌های خورشیدی در دو نیمکره رفتار نامتقارن فعالیت‌های خورشیدی را بررسی کرده‌اند. آنها با مطالعه کمیت‌های توپولوژیکی شبکه پیچیده شراره‌های بزرگ مقیاس نشان دادند که دو نیمکره شمالی و جنوبی خورشید دارای رفتار و فعالیت نامتقارن هستند.

در این پژوهش، یک شبکه پیچیده برای سری زمانی لک‌های خورشیدی را ایجاد می‌کنیم. بسیاری از مشخصه‌های سامانه پیچیده لک‌ها، همچون جهان-کوچک و بدون مقیاس بودن را بررسی می‌کنیم. بدین منظور، از مقایسه شبکه پیچیده سری زمانی لک‌ها با شبکه تصادفی معادل آن، استفاده می‌کنیم. این مقاله بدین صورت بخش‌بندی شده است. در بخش ۲ (داده‌های لک‌های خورشیدی)، داده‌های استفاده شده را توضیح می‌دهیم. در بخش ۳ (شبکه‌های پیچیده و مفاهیم پایه‌ای آنها)، مفاهیم شبکه‌های پیچیده را به‌عنوان ابزار مورد بررسی سامانه‌های پیچیده توضیح می‌دهیم. در بخش ۴ (انواع شبکه‌های پیچیده) شبکه تصادفی، منظم، دنیای-کوچک، مقیاس آزاد و غیره را تعریف می‌کنیم. در بخش ۵ (آیا لک‌های خورشیدی خواص یک سامانه پیچیده را دارند؟) به بررسی ویژگی‌های سامانه لک‌های خورشیدی پرداخته می‌شود. در بخش ۶ (ساخت شبکه پیچیده لک‌های خورشیدی)، نحوه ایجاد شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی و خواص شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی بررسی می‌شوند. در بخش ۷ (نتایج)، و ۸ (بحث و جمع‌بندی) نتایج و جمع‌بندی آورده می‌شود.

## ۲. داده‌های لک‌های خورشیدی

ما از اطلاعات ۱۵۸۱۶ لک خورشیدی از ۳۱ فوریه ۱۹۲۲ تا ۳۱ فوریه ۲۰۱۶ که در پایگاه <https://www.sidc.be/silso/datafiles> قرار دارد، استفاده

همکاران، ۱۳۹۷)، از جمله چرخه یازده ساله تعداد لک‌های خورشیدی و چرخه بیست و دو ساله و چرخه هال بیست و دو ساله که قطبش میدان مغناطیسی لک‌ها در نیمکره‌ها وارون می‌شوند. تعداد لک‌های خورشیدی برای بیش از یازده هزار سال گذشته با استفاده از اطلاعات به‌دست آمده از ایزوتوپ‌های کربن-۱۴ بازتولید شده است. بر اساس این بازتولید فعالیت بالای مغناطیسی خورشید تنها برای ده درصد از بیش از یازده هزار سال تخمین زده می‌شود (یوسوسکین و همکاران، ۲۰۰۳؛ سولانکی و همکاران، ۲۰۰۴ و یوسوسکین و همکاران، ۲۰۰۷). چرخه گلزبرگ از جمله چرخه‌های مهم فعالیت خورشیدی با دوره تناوب ده تا صد سال است که نشان‌دهنده تلفیق دامنه‌های چرخه خورشیدی در هر هفت یا هشت چرخه لک خورشیدی است (سونت و فینی، ۱۹۹۰ و براون و همکاران، ۲۰۰۵). فعالیت‌های اتمسفری (جو خورشید) از جمله در شیدسپهر، رنگین‌سپهر و تاج به فعالیت‌های دیناموی خورشیدی ارتباط دارند (کوچمی و همکاران، ۲۰۲۲).

امروزه رهیافت سامانه‌های پیچیده برای بررسی ویژگی‌های بسیاری از سامانه‌ها از جمله زیست‌شناسی، اقتصاد، حمل‌ونقل، شیمی، ترافیک، وب و فیزیک خورشید به کار گرفته می‌شود (باریام، ۱۹۹۸؛ نیومن، ۲۰۰۳؛ هامفریس و گارنی، ۲۰۰۸؛ رویینوف و اسپورنز، ۲۰۱۰؛ لطفی و درونه، ۲۰۱۲؛ رضایی و همکاران، ۲۰۱۷؛ لطفی و همکاران، ۲۰۲۰؛ محمدی و همکاران، ۲۰۲۱). اخیراً، داعی و همکاران (۲۰۱۷) و غیبی و همکاران (۲۰۱۷) رهیافت سامانه‌های پیچیده را در زمینه بررسی پدیده‌های خورشید از جمله نواحی فعال و شراره‌ها استفاده کردند. داعی و همکاران (۲۰۱۷) نشان دادند که شراره‌های خورشیدی در موقعیت هاب‌های شبکه پیچیده نواحی فعال با احتمال بیشتری ظاهر می‌شوند. غیبی و همکاران (۲۰۱۷) نشان دادند که سامانه پیچیده شراره‌های خورشیدی یک سامانه خودسازمانده بحرانی است و محدودیت در پیش‌بینی آنها یکی از خواص مهم به‌شمار می‌رود. کاکای و همکاران (۲۰۲۲) با استفاده از رهیافت

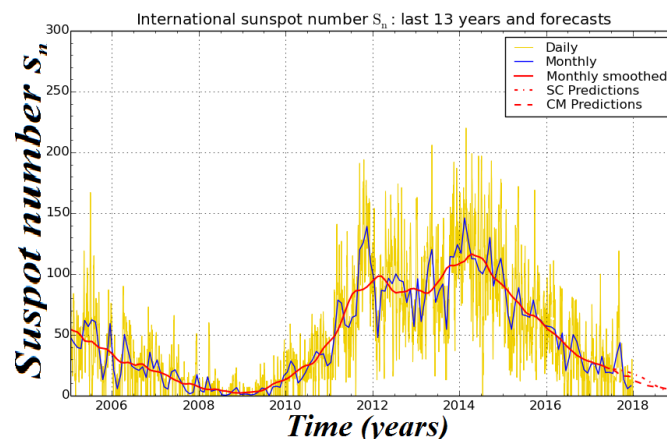
کلی به مجموعه‌ای از گره‌ها که به‌نوعی توسط یال‌ها با یکدیگر ارتباط دارند، گراف می‌گوییم. گراف‌ها به لحاظ اهمیت بررسی آنها دارای گونه‌های مختلفی هستند (لطفی، ۱۳۹۰). گراف‌ها می‌تواند جهت‌دار یا بدون جهت، وزن‌دار یا بدون وزن و یا حتی تهی باشند. برخی گراف‌ها شامل حلقه یا چندین یال هستند که یال‌ها می‌توانند جهت‌دار نیز باشند، به این نوع گراف‌ها، گراف چندگانه جهت‌دار گفته می‌شود. گراف ساده گرافی است، که در آن یال‌های چندگانه و حلقه وجود نداشته باشد. با کمک مفاهیم آمار و ماتریس همجواری ویژگی‌های شبکه از جمله، درجه میانگین، تابع توزیع درجات، ضریب خوشه‌بندی و طول مشخصه سامانه پیچیده بررسی می‌شود (وسپینانی و کالدارلی، ۲۰۰۷).

کلید تمامی محاسبات در شبکه برپایه ساخت ماتریس همجواری (همسایگی) است. برای هر گراف می‌توان ماتریس همجواری را تشکیل داد و با استفاده از آن ویژگی‌های شبکه را توصیف کرد. در حقیقت برای هر گراف جهت‌دار، ماتریس همجواری متقارن  $A_{ij} = A_{ji} = 1$  است. اگر دو گره با یکدیگر اتصال داشته باشند، درایه  $A_{ij}$  متناظر با ماتریس همجواری  $A$  برابر یک و در غیر این صورت مساوی با صفر است. برای گراف وزن‌دار به جای عدد یک در ماتریس همجواری، وزن یال‌ها را قرار می‌دهیم.

کردیم. این داده‌ها ثبت روزانه اطلاعات لک خورشیدی (تعداد لک‌ها، اندازه، موقعیت مکانی در سطح خورشید برحسب عرض و طول خورشیدی و...) بوده و در دسترس همگان قرار دارند. در شکل ۱، نمودار روزانه، ماهانه و سالانه تعداد لک‌های خورشیدی در مدت ۱۳ سال نمایش داده شده است. منحنی زرد، میانگین روزانه تعداد لک‌های خورشیدی، منحنی آبی، میانگین ماهانه تعداد لک‌های خورشیدی و قرمز منحنی هموارسازی شده تعداد ماهانه لک‌های خورشیدی برای بازه ۱۳ سال (شامل یک دوره کامل یازده‌ساله) نمایش داده شده است. در این نمودار از روش هموارسازی استفاده شده است. روش هموارسازی توسط ساویتزکی-گولای (۱۹۶۴) ابداع شده است. به این ترتیب که از چپ به راست، چند نقطه داده‌ای را از نمودار با افت‌وخیز بالا انتخاب کرده و یک چند جمله‌ای به آن برازش می‌شود. نقاط چند جمله‌ای به‌عنوان نقاط هموار شده در نمودار ثبت می‌شوند. این یکنوا سازی از چپ به راست ادامه می‌یابد و در هر بازه یک چند جمله‌ای به داده برازش می‌شود تا این که نقاط یکنواخت شده کامل شود.

### ۳. شبکه‌های پیچیده و مفاهیم پایه‌ای آنها

یکی از روش‌های نوین بررسی پدیده‌های فیزیکی با خواص خودسازمان‌ده بحرانی و سامانه پیچیده، استفاده از نظریه گراف و علم شبکه‌های پیچیده است. در حالت



شکل ۱. نمودار روزانه، ماهانه، سالانه و پیش‌بینی لک‌های خورشیدی برای ۱۳ سال را نمایش داده شده است. منحنی زرد، میانگین روزانه، منحنی آبی، میانگین ماهانه و قرمز منحنی هموارسازی شده تعداد ماهانه لک‌های خورشیدی هستند

معمولاً متقارن کنار یکدیگرند و درجه گره‌ها یکسان است. در این نوع شبکه هر گره با  $2z$  گره همسایه خود یال برقرار می‌کند، که در آن  $z$  را عدد همسایه شبکه می‌نامیم (فورتوناتو و همکاران، ۲۰۰۹). در واقع برای شبکه‌ای با  $N$  گره،  $Nz$  یال خواهیم داشت. ضریب خوشه‌ای ( $C_{reg}$ ) در این نوع از شبکه‌ها مستقل از تعداد گره‌ها بوده و به  $z$  وابسته است:

$$C_{reg} = \frac{3(z-1)}{2(2z-1)} \quad (6)$$

طول مشخصه  $\Lambda_{reg}$  برای چنین شبکه‌هایی طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود (لطفی، ۱۳۹۰):

$$\Lambda_{reg} = \frac{N}{4z} \quad (7)$$

شبکه‌های تصادفی نوع دیگری از شبکه‌های پیچیده هستند. این شبکه‌ها به‌طور عمومی دارای توزیع فراوانی درجات پواسونی بوده و کوتاه‌ترین طول مسیر آنها نسبت به شبکه‌های غیر تصادفی کوچک‌تر است. خوشه‌شدگی در شبکه پیچیده تصادفی دارای مقادیر بسیار کوچک نسبت به سایر شبکه‌ها است (غیبی و همکاران، ۲۰۱۷؛ محمدی و همکاران، ۲۰۲۱).

شبکه بدون مقیاس شامل تعدادی کمی گره که دارای اتصالات بالا با سایر گره‌های شبکه هستند. به این گره‌ها، قطب می‌گوییم. قطب‌ها مهم‌ترین ویژگی شبکه بدون مقیاس هستند. زمانی که اندازه شبکه رشد می‌کند؛ نسبت گره‌های با اتصال بالا به باقی گره‌های شبکه تقریباً ثابت باقی می‌ماند. در شبکه بدون مقیاس تابع توزیع احتمال درجات  $p(k)$  از قانون توانی پیروی می‌کند. زمانی که اندازه شبکه رشد می‌کند نسبت گره‌های با اتصال بالا به باقی گره‌های شبکه تقریباً ثابت باقی می‌ماند (بورنهورلت و شوستر، ۲۰۰۱).

میلگرام ساختار شبکه‌های اجتماعی را مطالعه کرد. هدف او مطالعه درجه جدایی بین دو نفر تصادفی در جامعه به‌عنوان شبکه اجتماعی بود او عدد متوسط شش را برای شبکه اجتماعی در برقراری ارتباط بین دو نفر دلخواه به‌دست آورد (سپینانی و کالداری، ۲۰۰۷). در یک شبکه جهان-کوچک یک گره مرکزی با تعدادی از گره‌های

کمیت دیگر ضریب خوشه‌ای یکی از مشخصه‌های گراف ساده بدون جهت است. در واقع ضریب خوشه‌ای تمایل ارتباط همسایگان یک گره، در ماتریس همجواری است. گره  $i$  که  $k_i$  همسایه دارد را در نظر بگیرید، بیشینه یال‌های بین همسایه‌ها  $\frac{k_i(k_i-1)}{2}$  است.  $c_i$  (ضریب خوشه‌ای موضعی) را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$c_i = \frac{N_i}{k_i(k_i-1)/2} \quad (1)$$

که  $N_i$  تعداد یال‌های موجود بین همسایگان گره  $i$  است (دوروگوتسف و مندس، ۲۰۰۳). ضریب خوشه‌ای به‌صورت میانگین ضریب خوشه‌ای موضعی روی کل شبکه به‌دست می‌آید:

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_i \quad (2)$$

که  $N$  تعداد کل گره‌های شبکه است. مقدار ضریب خوشه‌ای برای یک شبکه تصادفی خیلی کوچک‌تر از یک است و از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$C_{rand} \sim \frac{\langle k \rangle}{N} \quad (3)$$

که  $k$  در آن درجه هر گره است. ضریب خوشه‌ای شبکه جهان-کوچک خیلی بزرگ‌تر از ضریب خوشه‌ای شبکه تصادفی است (سپینانی و کالداری، ۲۰۰۷).

مجموعه‌ای از یال‌ها که دو گره دلخواه  $i$  و  $j$  را به هم متصل می‌کند، مسیر نامیده می‌شوند. در مسیر تعداد یال‌هایی که وجود دارد به‌عنوان طول مسیر تعریف می‌شود. طول مشخصه، میانگین کوتاه‌ترین مسیر بین تمام جفت گره‌های شبکه از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\langle L \rangle = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j} d_{i,j} \quad (4)$$

که  $d_{i,j}$  کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره  $i$  و  $j$  است. از طرفی قطر یک شبکه  $D$ ، بیشینه کوتاه‌ترین مسیر بین تمامی جفت گره‌ها است:

$$D = \max(d_{i,j}) \quad (5)$$

#### ۴. انواع شبکه‌های پیچیده

مهم‌ترین الگوهای شبکه‌های پیچیده عبارت‌اند از: شبکه منظم، شبکه تصادفی، شبکه جهان-کوچک و شبکه بدون مقیاس. در شبکه منظم، گره‌ها و یال‌ها به‌صورت منظم و

تأییدکننده وجود خودهمبستگی در سری زمانی لک‌های خورشید است. برای توضیح کامل از روش تفاضلی افت‌وخیزها علیپور و صفری (۲۰۱۵)، داعی و همکاران (۲۰۱۷) مراجعه شود.

- تا به امروز امکان پیش‌بینی دقیق از اندازه و محل ظهور لک‌ها در سطح خورشید فراهم نشده است که می‌تواند به معنای محدودیت در پیش‌بینی آنها بیان شود.

موارد (۱) تا (۴) شواهدی دال بر تشکیل سامانه پیچیده توسط لک‌های خورشیدی است. قابل ذکر است موارد (۲) و (۳) از شواهد خودسازمان‌ده بحرانی بودن سامانه لک‌ها است.

#### ۶. ساخت شبکه پیچیده لک‌های خورشیدی

شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی برای ۱۵۸۱۶ داده از لک‌ها بنا نهاده شده است. بدین‌منظور از گراف پدیداری برای ساخت شبکه سری زمانی لک‌ها استفاده می‌کنیم. نظریه گراف روش سودمند برای توصیف ویژگی‌های شبکه‌ای یک سامانه پیچیده است، در این نظریه نقاط گره با اعمال معیارهایی به یکدیگر توسط یال‌ها متصل می‌شوند. بدین ترتیب با استفاده از ویژگی‌های گراف یک سامانه پیچیده از جمله ویژگی‌های جایگزیده و سراسری (توپولوژیکی) به بررسی رفتار تجمعی و تحول زمانی یک سامانه به‌عنوان یک شبکه پیچیده پرداخته می‌شود (ون استین، ۲۰۱۰). لاکاسا و همکاران (۲۰۰۸) ابزار تجزیه تحلیل سری‌های زمانی را ارائه و آن را گراف پدیداری نامیدند. روش کار در این الگوریتم بدین‌صورت است که سری زمانی را به گرافی تبدیل می‌کنند که این گراف ویژگی‌های سری زمانی را داراست. در این گراف سری زمانی منظم به گراف منظم و سری تصادفی به گراف تصادفی تبدیل می‌شوند. در حقیقت گراف پدیداری گرافی است شامل نقاطی که از ناحیه منطبقه موردنظر قابل دید است. در این گراف ستون‌ها نماینده گره‌ها، نمایش‌دهنده مکانی در محیط است و اتصالات بین ستون‌ها نماینده یال‌ها، نشان‌دهنده ارتباط بین آن دو نقطه، یا دیده شدن یکی از نقاط با قرار گرفتن در نقطه

همسایه متصل می‌شوند و این گره مرکزی با سایر گره‌های مرکزی دور و نزدیک ارتباط برقرار می‌کنند. نمونه‌ای از این شبکه می‌تواند اتصال روستاها و زیر بخش‌های کوچک به مرکز یک استان بوده و ارتباط مراکز استان با همدیگر را در نظر گرفت. در یک سری زمانی به‌عنوان یک شبکه دنیای-کوچک، یک پیک بزرگ با پیک‌های متوسط اطراف ارتباط خواهد داشت و به‌عنوان گره مرکزی شبکه در نظر گرفته می‌شود. گره‌های مرکزی که عمدتاً پیک‌های بزرگ سری زمانی هستند با یکدیگر ارتباط خواهند داشت و ساختار یک شبکه دنیای-کوچک را درست می‌کنند (محمدی و همکاران، ۲۰۲۱).

#### ۵. آیا لک‌های خورشیدی خواص یک سامانه پیچیده را دارند؟

مطالعات سامانه‌های پیچیده به بررسی رفتار جمعی عناصر سامانه در برهم‌کنش با یکدیگر و محیط مربوطه می‌پردازد. سامانه‌های پیچیده در بسیاری از زمینه‌های اقتصاد، شبکه برق قدرت، زیست‌شناسی، فیزیک، شیمی و غیره توسعه یافته است. تعدادی از مشخصه‌های مشترک سامانه‌های پیچیده عبارت‌اند از: رفتارهای گوناگون در ظهور پدیده، محدودیت در پیش‌بینی، خود سازمانده بحرانی بودن و غیرخطی بودن سامانه (غیبی و همکاران، ۲۰۱۷؛ لطفی و همکاران، ۲۰۲۰). ویژگی‌های سامانه لک‌های خورشیدی به‌صورت زیر است (مراجع مقدمه را ملاحظه فرمایید):

- لک‌های خورشیدی با تعداد و اندازه‌های متفاوت در سطح خورشید، در طول زمان و در چرخه‌های خورشیدی ظاهر می‌شوند.

- بعضی از لک‌های بزرگ به لک‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شوند. در واقع بعضی از لک‌ها می‌توانند به دلیل پیدایش لک‌های دیگر باشند.

- با کاربست روش تحلیل تفاضلی افت و خیزها به سری زمانی لک‌های خورشیدی نمای هرست در محدوده ۰/۵ تا ۱ به دست آمد که نشان‌دهنده ارتباط بلندبرد زمانی در سری زمانی آن است (محدی‌گونه، ۱۳۹۶). همچنین

می‌دهد که به هرکدام از روزها به ترتیب یک شمارنده از ۱ تا ۱۰ برای نمایش بهتر در نمودار، نسبت داده شده است.

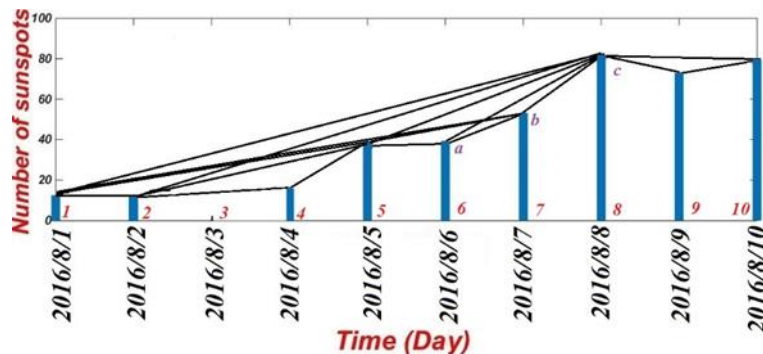
اکنون که گراف پدیداری مربوط به سامانه لک‌های خورشیدی را ایجاد کردیم، گام مهم بعدی استخراج کمیت‌های شبکه برای تعیین نوع و رفتار کمیت‌های شبکه است (نیومن، ۲۰۰۰). ماتریس هم‌جواری که نمایشی از ارتباط بین گره‌ها در کل شبکه است برای استخراج کمیت‌های جایگزیده و سراسری استفاده می‌شود. کمیت‌های جایگزیده شبکه از جمله تعداد اتصالات هر گره، خوشه‌شدگی بین گره‌های مختلف شبکه و کمترین مسیر اتصال بین هر دو نقطه شبکه با استفاده از تحلیل ماتریس هم‌جواری به دست می‌آید. تعداد اتصالات هر گره با مجموع اعداد هر سطر ماتریس هم‌جواری متناسب با آن گره (بسته به نوع شبکه از جمله جهت‌دار و بدون جهت، وزن‌دار یا بدون وزن) به دست می‌آید. توزیع فراوانی درجات به دست آمده به عنوان یک شاخص در تعیین نوع شبکه و رفتار آن استفاده می‌شود. با کمک ماتریس هم‌جواری و تحلیل‌های مربوطه، خوشه‌شدگی موضعی برای هر گره و متوسط آن به عنوان یک کمیت سراسری برای تحلیل شبکه استفاده می‌شود. کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره دلخواه بر اساس الگوریتم‌های مختلف از جمله دایجسترا (بازرگان و همکاران، ۲۰۱۹) و فلویید وارشال (داعی و همکاران، ۲۰۱۷) و مراجع آن) محاسبه می‌شود. متوسط کوتاه‌ترین طول مسیر برای شبکه به عنوان یک کمیت سراسری مطالعه می‌شود.

دیگر است. در حقیقت در صورتی این دو نقطه به یکدیگر متصل می‌شوند که مانعی برای دیده شدن انتهای این ستون وجود نداشته باشد (کالداری، ۲۰۰۷). روش کار در این گراف‌ها بدین صورت است که ستون‌هایی که یکدیگر را می‌بینند با شرط آن که ستون دیگری سد راه آن نباشد با یک خط به هم متصل می‌شود. هر ستون به ستون همسایه قبل و بعد خود نیز متصل می‌شود (باندی و مورتی، ۱۹۷۶). پس دو رأس به یکدیگر متصل می‌شوند اگر خط راستی بین دو ستون آن وجود داشته باشد، بدون این که به بقیه ستون‌ها برخورد داشته باشد. دو داده دلخواه  $(t_a, y_a)$  و  $(t_b, y_b)$  که در آن  $y$ ها معرف اندازه ستون‌ها در زمان  $t$  هستند، با یکدیگر پدیداری دارند، اگر داده‌ای مانند  $(t_c, y_c)$  ما بین دو نقطه  $a$  و  $b$  باشد، باید در شرط زیر صدق کند، در واقع اساس تشکیل شبکه در این نوع گراف‌ها رابطه خطی زیر است:

$$y_c < y_b + (y_a - y_b) \frac{t_b - t_c}{t_b - t_a} \quad (8)$$

قابل ذکر است سمت راست رابطه (۸) خط مستقیم از نقطه  $a$  به  $b$  در صفحه  $y$  و  $t$  را نشان می‌دهد که مقدار آن در نقطه  $t_c$  محاسبه می‌شود.

در گراف پدیداری لک‌های خورشیدی ستون‌ها نشان‌دهنده زمان وقوع لک و سطرها نشان‌دهنده تعداد لک‌های موجود روزانه است. در شکل ۲، بخش کوچکی از شبکه پیچیده لک‌های خورشیدی را با کمک گراف پدیداری رسم شده است. این گراف بدون حلقه، بدون جهت و بدون وزن می‌باشد. در این شکل محور افقی، زمان برحسب روز در تاریخ ۲۰۱۶ را نمایش



شکل ۲. گراف پدیداری به صورت شماتیک برای ده روز نمایش داده شده است. به هرکدام از روزها به ترتیب یک شمارنده از ۱ تا ۱۰، نسبت داده شده است.

## ۶-۱. ضریب خوشه‌ای

ضریب خوشه‌ای برای مقایسه شبکه با گراف تصادفی (شبکه تصادفی) متناظرش استفاده می‌شود. بخش کوچکی از ماتریس همجواری گراف پدیداری ساخته شده از شبکه سری زمانی لک‌های خورشیدی در ماتریس  $A_{ij}$  نشان داده شده است.

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

درایه‌های ماتریس A ارتباط گره‌های شبکه را نشان می‌دهند. به دلیل فرض عدم اتصال هر گره با خودش (حلقه بسته) درایه‌های قطری صفر قرار داده شده است. در صورتی که دو گره به هم متصل باشند مقدار یک و در صورت عدم اتصال مقدار صفر در نظر گرفته می‌شوند. در ایجاد ماتریس همجواری شبکه، ستون‌های شکل ۲ که به یکدیگر متصل شده‌اند، مقدار عددی یک را در ماتریس به خود اختصاص می‌دهند و در غیر این صورت صفر در نظر گرفته می‌شوند. ضریب خوشه‌شدگی با استفاده از معادله ۱ محاسبه می‌شود.

برای تعیین نوع گراف (در گراف ساده عناصر ماتریس همجواری صفر یا یک است) رفتار توزیع فراوانی درجات ( $k$ ) و خوشه‌شدگی گره‌های شبکه استفاده می‌کنیم. بدین منظور، توزیع درجات و توزیع خوشه‌شدگی را برای شبکه محاسبه کرده و تابع توزیع توانی را به آن برازش می‌کنیم تا الگوی مدنظر را برای شبکه به دست آوریم. در پاره‌ای از توزیع فراوانی کمیت‌های سامانه‌های مقیاس آزاد توزیع فراوانی توانی ایده‌آل به خوبی ارضا نمی‌شوند. دلایل متعددی برای این ناسازگاری در توزیع فراوانی این گونه سامانه‌ها از جمله کامل نبودن نمونه برداری (عدم وجود تعداد کافی از مقادیر ثبت شده) یا آستانه اندازه‌گیری به دلیل تفکیک ابزارها معرفی می‌شوند.

استفاده از توزیع توانی آستانه‌دار برای استنتاج الگوی درست چنین سامانه‌هایی توصیه می‌شود. اشواندن (۲۰۱۵) و فرهنگ و همکاران (۲۰۱۸) برای توزیع انرژی شراره‌های خورشیدی، توزیع توانی دارای آستانه را معرفی کردند:

$$p(k) \propto (k + k_0)^{-\gamma} \quad (10)$$

$k_0$  و  $\gamma$  به ترتیب درجه آستانه و توان درجه هستند. فرهنگ و همکاران (۲۰۱۸)، با استفاده از رهیافت‌های کمینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک و استنتاج پارامترها برای بیشینه تابش شباهت در چهارچوب بیز پارامترهای تابع توزیع توانی آستانه‌دار را ارائه دادند. در کمینه‌سازی الگوریتم ژنتیک تابع کای-مربع (اختلاف مدل و داده در حضور عدم دقت داده‌ها) برای توزیع فراوانی یک کمیت و توزیع توانی آستانه‌دار کمیت‌های نما و مقدار آستانه در حضور قیود مقادیر آنها محاسبه می‌شوند. در رهیافت بیز برای تخمین پارامترها با بیشینه تابع شباهت از اطلاعات پیشین با در نظر گرفتن احتمال شرطی ارضا داده‌های تابع توزیع توانی و استخراج تابع پسین به دست می‌آوریم. تابع توانی با آستانه می‌تواند توصیف بهتری نسبت به توزیع توانی بریده شده (توزیع توانی ایده‌آل برای مقادیر انتها یا دم توزیع مدنظر است) به دلیل عدم وجود اطلاعات در ابتدای توزیع باشد (فرهنگ و همکاران، ۲۰۱۸). در توزیع فراوانی درجات برای یک شبکه جهان-کوچک نمای توزیع توانی بزرگ‌تر از ۳ معرفی شده است (محمدی و همکاران، ۲۰۲۱).

## ۶-۲. شبکه‌های جور و ناجور

زوج‌های سرشناس در دنیای سینما که عمدتاً با یکدیگر ازدواج کرده‌اند، به عنوان شبکه جور شناخته می‌شوند. همان‌طور که انتظار می‌رود، شانس ازدواج افراد مشهور و هم‌صنف با یکدیگر زیاد است. در مواردی که فردی دارای شهرت زیاد با فرد نامشهوری ازدواج کند، انتظار می‌رود ازدواج آنها دوامی نداشته باشد و جدا شوند که ناجور بودن آن‌را نشان می‌دهد. برای مثال افراد سینما،



(لاکاسا و همکاران، ۲۰۰۸):

$$\sum p(k|k') = 1 \quad (12)$$

از طرفی با استفاده از ماتریس هم‌جواری (A) میانگین درجات همسایگان ( $k_{(nn)}(k_i)$ ) برای یک گره که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$k_{(nn)}(k_i) = \frac{1}{k_i} \sum_{j=1}^N A_{ij} k_j \quad (13)$$

بنابراین تابع همبستگی ( $K_{(nn)}(k_i)$ ) را به صورت زیر برای گره‌های با درجه  $k$  به دست می‌آوریم:

$$K_{(nn)}(k_i) = \frac{1}{N_k} \sum_{k_i=K}^N k_{(nn)}(k_i) \quad (14)$$

$N_k$  تعداد گره‌هایی با درجه  $k$  است. برای معین کردن روند صعودی یا نزولی یا ثابت بودن تابع همبستگی برای گره‌های یک شبکه آن را با رابطه توانی زیر مقایسه می‌کنیم ( $k_{(nn)}$ ) (غیبی و همکاران، ۲۰۱۷):

$$k_{(nn)}(k) \propto k^\mu \quad (15)$$

که  $\mu$  شاخص همبستگی است. برای  $K_{(nn)}$  تابعی افزایشی از  $k$ ، توان همبستگی مقدار مثبت ( $\mu > 0$ ) نمایانگر شبکه جور است. برای  $K_{(nn)}$  تابعی کاهش‌ی از  $k$ ، نمای همبستگی منفی ( $\mu < 0$ )، نشان دهنده شبکه ناجور است. برای موردی که  $\mu = 0$  باشد،  $K_{(nn)}$  مستقل از  $k$  است و تابع همبستگی برای شبکه معین نیست و شبکه را خنثی یا متعادل می‌نامیم (پاستور ساتوراس و وسپینانی، ۲۰۰۱؛ وازکز و همکاران، ۲۰۰۲).

## ۷. نتایج

در این پژوهش، شبکه پدیداری سری زمانی لک‌های خورشیدی ساخته شده است. بدین منظور، از نظریه گراف و مفاهیم آن برای بررسی مشخصات شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی استفاده می‌کنیم. گراف پدیداری با استفاده از سری زمانی تعداد لک‌ها ایجاد شده است. تابع توزیع احتمال برای درجه گره‌های شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی در شکل ۳ نشان داده شده است. این نمودار برای اندازه شبکه‌های متفاوت و در مقیاس تمام لگاریتمی آورده شده‌اند. برازش تابع توانی آستانه دار نمایش داده شده است. همان‌طور که در

رهبران سیاسی، مدیران اجرایی از شرکت‌های بزرگ و غیره با هم سطح خود، پیوند ایجاد می‌کنند. البته واضح است که این ویژگی در تمام شبکه‌ها وجود ندارد (براباسی، ۲۰۰۳). به بیان رهیافت شبکه، در یک شبکه گره‌ها با تعداد اتصالات نزدیک به هم تمایل به اتصال با یکدیگر خواهند داشت. ضریب همبستگی گره‌ها کمی است که با مطالعه ویژگی‌های آن، شبکه جور و ناجور تشخیص داده می‌شود. می‌دانیم که لک‌های خورشیدی در دو نیمکره شمالی و جنوبی عمدتاً به صورت گروه لک‌ها ظاهر می‌شوند. جهت‌گیری مغناطیسی لک‌ها در هر نیمکره دارای ترتیب معینی است. بدین معنا که لک‌ها با قطب مغناطیسی  $N$  به لک‌های با قطب مغناطیسی  $S$  در راستای شرق به غرب خورشید به همدیگر متصل می‌شوند. این اتصال زوج لک‌های با قطب مخالف و در عرض‌های خورشیدی نزدیک به هم نمایشی از جور بودن شبکه لک‌های خورشیدی است. قابل ذکر است جهت‌گیری مغناطیسی در دو نیمکره مخالف یکدیگر بوده و در طی یک چرخه خورشیدی وارون می‌شوند. در ادامه با محاسبات مربوط به همبستگی درجات در شبکه سری زمانی لک‌ها به درک جور یا ناجور بودن آنها می‌پردازیم.

## ۳-۶. همبستگی درجات

کمیت مهم دیگر در شبکه، همبستگی درجات گره‌ها (مجموع عناصر یک سطر ماتریس هم‌جواری متناسب با درجه آن گره است) در یک شبکه است. ضریب همبستگی کمی است که همبستگی بین دو درجه دلخواه  $k$  و  $k'$  را نشان می‌دهد. همبستگی گره‌ها تابع احتمال شرطی را در یک گراف تعیین می‌کند. تابع احتمال شرطی، بیان‌کننده این است که گره‌ای با درجه  $k$  با چه احتمالی به گره‌ای با درجه  $k'$  متصل می‌شود. تابع احتمال شرطی به صورت زیر تعریف می‌شود (دککینگ و همکاران، ۲۰۰۵):

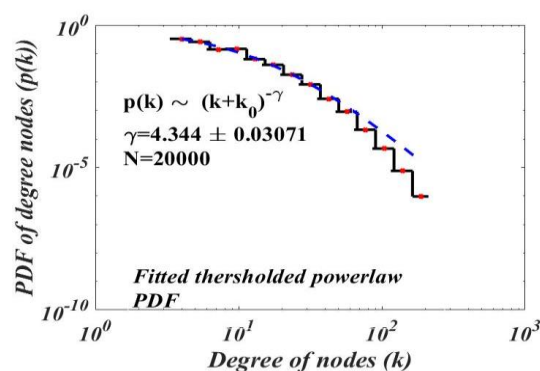
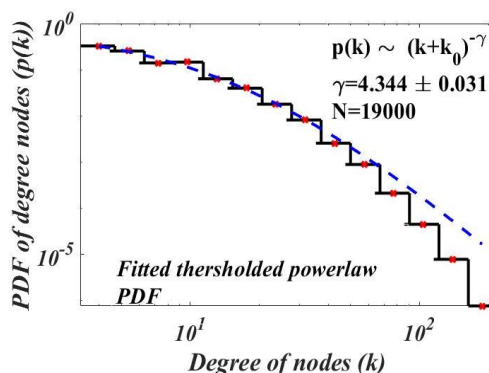
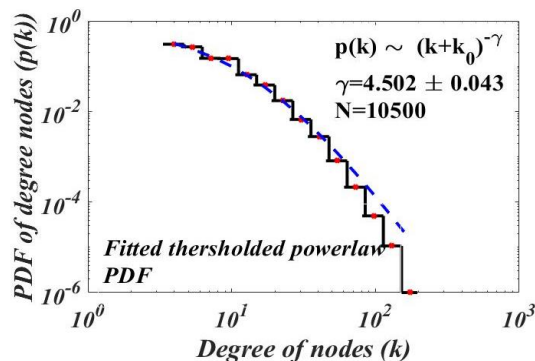
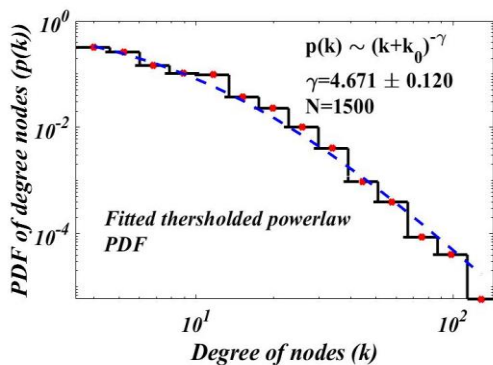
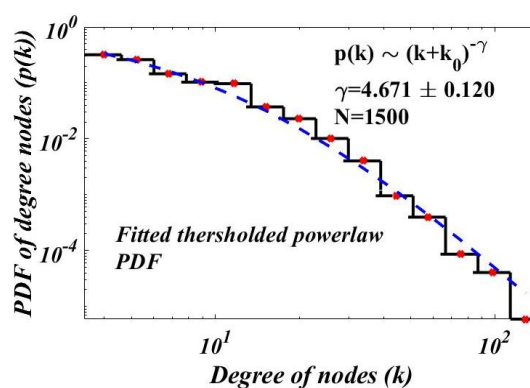
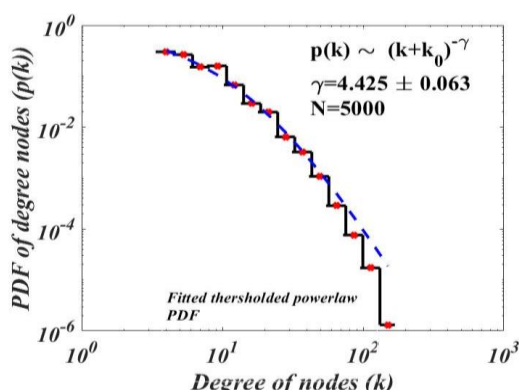
$$p(k|k') = \frac{p(k \cap k')}{p(k')} \quad (11)$$

تابع احتمال شرطی در شرط بهنجارش صدق می‌کند

اندازه شبکه‌ها نمایش داده شده‌اند. در حقیقت محور عمودی احتمال توزیع درجه گره‌ها (PDF) و محور افقی درجه گره‌ها را نشان می‌دهد. بنابراین شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی شبکه‌ای بدون مقیاس است. همچنین با توجه به این که درجه توانی شیب نمودار تابع توزیع درجات در مقیاس لگاریتمی است و مقدار آن بیش از ۳ است، این موضوع تأکیدی بر جهان-کوچک بودن شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی دارد.

شکل ۳ می‌بینیم، تابع توزیع احتمال در شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی از قانون آستانه‌دار توانی پیروی می‌کند و این امر نشان از بدون مقیاس بودن این سامانه دارد. توان درجه برای شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی بزرگ‌تر از ۳ است. این نشان‌دهنده یک شبکه جهان-کوچک است.

در شکل ۳ توزیع درجات شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی در مقیاس تمام لگاریتمی (مربع) و برازش تابع توانی آستانه‌دار (خط چین) برحسب

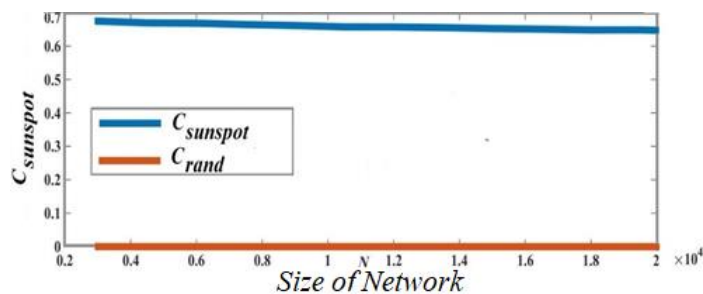


شکل ۳. نمایش توزیع درجات شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی در مقیاس تمام لگاریتمی (مربع) و برازش تابع توانی آستانه‌دار (خط چین) با اندازه‌های شبکه‌های ۱۵۰۰ تا ۲۰۰۰۰.

سری زمانی لک‌های خورشیدی (محور آبی) و شبکه تصادفی متناظرش (محور قرمز)، و محور عمودی مقدار ضریب خوشه‌ای در همان شبکه‌ها را نمایش می‌دهند. برای ضریب خوشه‌ای برحسب اندازه شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی در شکل ۵ نشان داده شده است. یک تابع توانی به ضریب خوشه‌ای برازش شده است.

$$C \propto N^{-\xi} \quad (17)$$

و می‌توان تناسب را با استفاده از ضریب  $\alpha$  به مساوی تبدیل کرد که آنگاه مقدار  $\alpha = 0.8101$  و  $\xi = 0.02247 \pm 0.0225$  به دست آمده است. همچنین چون مقدار خطا با مقدار به دست آمده توان در یک مرتبه است بنابراین ضریب خوشه‌ای شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی ثابت است و پارامتری است که به اندازه شبکه بستگی ندارد.



شکل ۴: نمودار ضریب خوشه‌ای شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی و ضریب خوشه‌ای شبکه تصادفی متناظرش. ضریب خوشه‌ای شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی از شبکه تصادفی نظیرش کاملاً متفاوت است. این نشان‌دهنده غیر تصادفی بودن شبکه مربوطه است.

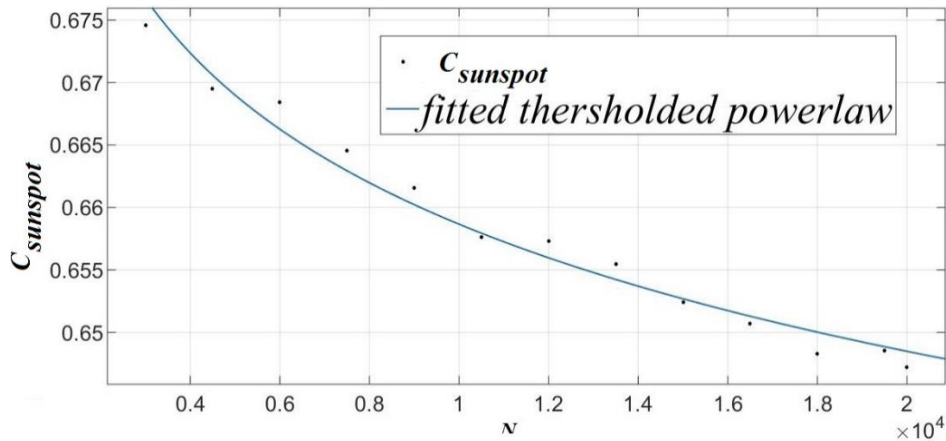
جدول ۱: مشخصات شبکه پیچیده لک‌های خورشیدی (ابعاد شبکه، ضریب خوشه‌ای و ضریب خوشه‌ای شبکه تصادفی معادل).

$C_{rand}$	$C_{sunspots}$	$N$
۰/۰۰۰۲۲۴۸	۰/۶۷۴۵	۳۰۰۰
۰/۰۰۰۰۰۹۷۷۸	۰/۶۶۹۴	۴۵۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۵۵	۰/۶۶۸۴	۶۰۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۳۶	۰/۶۶۴۵	۷۵۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۲۵۵۶	۰/۶۶۱۵	۹۰۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۱۹۰۵	۰/۶۵۷۵	۱۰۵۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۱۵۰۰	۰/۶۵۷۳	۱۲۰۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۱۱۸۵	۰/۶۵۵۴	۱۳۵۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۰۹۳۳	۰/۶۵۲۴	۱۵۰۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۰۷۸۸	۰/۶۵۰۷	۱۶۵۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۰۶۷۷	۰/۶۴۸۲	۱۸۰۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۰۵۶۴	۰/۶۴۸۵	۱۹۵۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰۰۵۵۰	۰/۶۴۷۲	۲۰۰۰۰

با بررسی ضریب خوشه‌ای برای شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی و ضریب خوشه‌ای شبکه تصادفی متناظرش نشان داده شد که مقدار ضریب خوشه‌ای برای شبکه پیچیده سری زمانی لک‌ها بسیار بزرگ‌تر از ضریب خوشه‌ای شبکه تصادفی متناظرش با همان تعداد یال و گره است (شکل ۴) که:

$$C_{sunspots} \gg C_{rand} \quad (16)$$

باتوجه به جدول ۱، درمی‌یابیم که ضریب خوشه‌ای شبکه پیچیده لک‌های خورشیدی تقریباً مقدار ثابتی است که این مقیاس در بازه ۰/۶۵ تا ۰/۶۷ تغییر می‌کند. بنابراین ضریب خوشه‌ای شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی تقریباً از اندازه شبکه مستقل است. نمودار ضریب خوشه‌ای لک‌های خورشیدی و ضریب خوشه‌ای شبکه تصادفی متناظرش در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل محور افقی تعداد گره‌ها در شبکه پیچیده



شکل ۵. نمودار ضریب خوشه‌ای برحسب اندازه شبکه. ضریب خوشه‌ای برحسب اندازه شبکه ( $N$ ) تغییرات جزئی دارد و با افزایش اندازه شبکه به آرامی کاهش می‌یابد.

نتیجه می‌تواند ناشی از رفتار سامانه‌ای بخش‌های درونی خورشید بوده و ارتباط آن با دیناموی خورشید به‌عنوان عاملی برای بروز لک‌های خورشیدی با تنوع مختلف را نشان می‌دهد.

در شکل ۶ رفتار طول مشخصه شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی نسبت به اندازه شبکه آن نمایش داده شده است. رابطه طول مشخصه با لگاریتم اندازه شبکه به‌صورت زیر ارتباط دارد (ناشی از برازش):

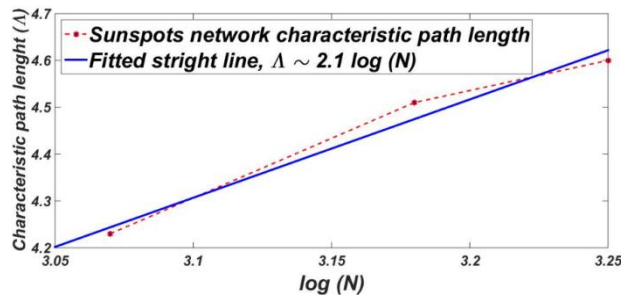
$$\Lambda \propto 2.1 \log(N) \quad (18)$$

به‌علاوه هنگامی که اندازه شبکه از ۱۰۰۰ به ۲۰۰۰ متغیر است، قطر شبکه به میزان کمی در بازه ۹-۱۱ تغییر می‌کند که این موضوع باز هم تأییدی بر جهان-کوچک بودن شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی است.

در جدول ۲، حداکثر قطر شبکه پیچیده لک‌های خورشیدی تقریباً مقدار ۱۰ به‌دست آمده است. یعنی هرگره در این شبکه حداکثر با ۱۰ پیوند به‌گره دلخواه دیگر ارتباط دارد. طول مشخصه درجات شبکه لک‌های خورشیدی به‌طور متوسط در حدود ۴/۵ است؛ پس، به‌طور میانگین همه لک‌ها با ۴/۵ پیوند با هم در ارتباط هستند. همچنین با مقایسه  $\Lambda_{reg}$  و  $\Lambda_s$  در جدول ۲ درمی‌یابیم که تقریباً این دو کمیت از یک مرتبه می‌باشند که این مقادیر جهان-کوچک بودن شبکه سری زمانی لک‌های خورشیدی را نشان می‌دهد. این نتایج معید آن است که لک‌های خورشیدی می‌توانند در گروه‌های مرتبط با یکدیگر قرار گیرند که شاهد آن ظهور گروه لک‌های خورشیدی در طی چرخه‌های مختلف است. این

جدول ۲. طول مشخصه شبکه پیچیده لک‌های خورشید ( $\Lambda_s$ )، شبکه منظم ( $\Lambda_{reg}$ ) و شبکه تصادفی ( $\Lambda_{rand}$ ) به‌همراه اندازه شبکه ( $N$ ) و قطر شبکه پیچیده لک‌های خورشیدی ( $D$ ). لگاریتم اندازه شبکه ( $\log N$ ) برای مقایسه نشان داده شده است.

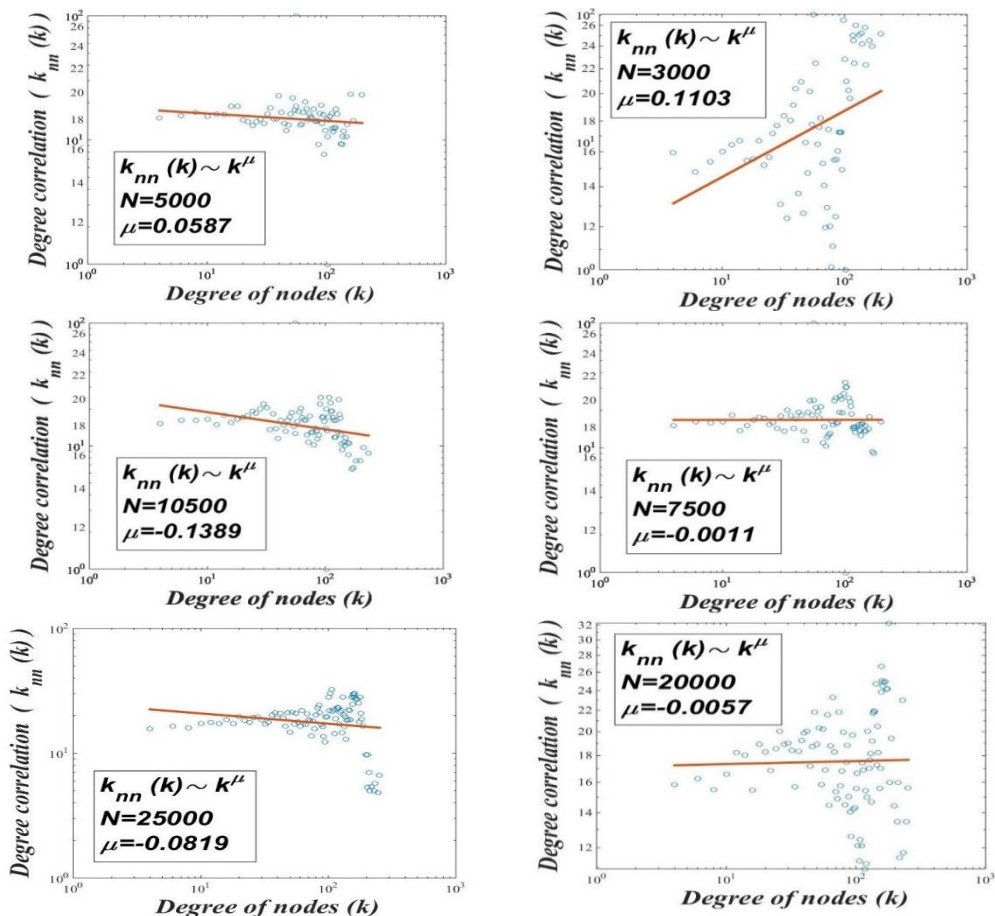
$\log N$	$\Lambda_{rand}$	$\Lambda_{reg}$	$\Lambda_s$	$D$	$N$
۳	۲/۴	۲۷/۲	۴/۴۶	۱۱	۱۰۰۰
۳/۰۷	۲/۵	۳۱/۹	۴/۲۳	۹	۱۲۰۰
۳/۱۳	۲/۵	۳۶/۳	۴/۲	۱۱	۱۳۵۰
۳/۱۸	۲/۶	۴۰/۴	۴/۵۱	۱۰	۱۵۰۰
۳/۲۵	۲/۶	۴۷/۴	۴/۶۰	۱۰	۱۸۰۰
۳/۳۰	۲/۶	۵۱/۸	۴/۵۳	۱۰	۲۰۰۰



شکل ۶. طول مشخصه شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی نسبت به اندازه شبکه (خط) و برازش تابع خطی (خط‌چین).

باشد، این شبکه ناجور است. در حقیقت اگر تعداد داده‌ها کم باشد حتی می‌تواند نتیجه عکس هم داشته باشد. بدین ترتیب با استفاده از داده‌های به اندازه کافی زیاد لک‌های خورشیدی، شبکه جور را تشکیل خواهند داد. این بدین معنی است که لک‌های خورشیدی با قطبش‌های مختلف با یکدیگر می‌توانند ارتباط داشته باشند که در دو نیمکره جهت‌گیری قطبش لک‌ها مخالف یکدیگر بوده و می‌تواند شاهدی بر جور بودن شبکه لک‌ها در طول یک چرخه خورشیدی باشد.

در شکل ۷، تابع همبستگی درجه برحسب  $k$  برای شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی با اندازه‌های مختلف نشان داده شده است. شیب خط برازش در نمودار لوگ-لوگ در میانگین درجه همسایگان  $K_{nn}$  نشان می‌دهد که شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی می‌تواند برای اندازه‌های مختلف شبکه جور، ناجور و یا خنثی باشد. پس جور یا ناجور بودن شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی بستگی به اندازه شبکه دارد. اگر نتیجه‌گیری اصلی بر اساس بزرگ‌ترین اندازه شبکه



شکل ۷. نمایش تابع همبستگی درجه شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی (دایره) و تابع خطی برازش شده در نمایش تمام لگاریتمی در اندازه شبکه ( $N$ ) ۳۰۰۰ تا ۲۵۰۰۰.

## ۸. بحث و جمع‌بندی

سامانه لک‌های خورشیدی دارای محدودیت در پیش‌بینی، غیرهمگن بودن در دو نیمکره خورشیدی و خودسازمانده بحرانی است. این ویژگی‌ها به ما اجازه دادند که لک‌های خورشیدی را به عنوان یک سامانه پیچیده مورد مطالعه قرار دهیم. با اطلاعات ۱۵۸۱۶ داده موجود از لک‌های خورشیدی از ۳۱ فوریه ۱۹۲۲ تا ۳۱ فوریه ۲۰۱۶ همچون زمان و تعداد لک‌ها و با کمک گراف پدیداری شبکه پیچیده مربوطه ساخته شد. بدین صورت که تعداد روزانه لک‌های خورشیدی را گره در نظر گرفته شد و به‌ازای آن در نمودار گراف پدیداری یک ستون نسبت دادیم.

طبیعت توانی توزیع درجه با درجه توان بزرگ‌تر از ۳ نشان داد که شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی بدون مقیاس است. از طرفی بزرگ بودن ضریب خوشه‌ای، کوچک بودن طول مشخصه و تغییرات آرام قطر شبکه از ویژگی‌های دیگر این شبکه است که نشان از جهان-کوچک بودن شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی دارد. ما همچنین نشان دادیم که جور و یا ناجور بودن شبکه پیچیده سری زمانی لک‌های خورشیدی به اندازه شبکه بستگی دارد و ضریب خوشه‌ای مستقل از اندازه شبکه است.

بدون مقیاس بودن شبکه قبلاً در زو و همکاران (۲۰۱۴) نشان داده شده است. هر چند مقادیر به دست آمده برای نما با نتایج این مقاله متفاوت است. دلیل تفاوت به نوع ساخت

شبکه و داده‌های استفاده شده و تحلیل نمودار مربوطه (برازش تابع توانی) در نمودار لگاریتمی است. در گام بعدی با استفاده از شبکه ساخته شده برای سامانه لک‌های خورشیدی به مطالعه چگونگی تغییرات فعالیت خورشیدی در طول دوره‌های خورشیدی و ارتباط آن با سایر پدیده‌های ایجاد شده در لایه‌های بالاتر جو خورشید پرداخته خواهد شد.

## تشکر و قدردانی

نویسندگان از داده‌های فراهم شده در مرکز داده sidc کمال تشکر را دارند. همچنین از نظرات ارزشمند و سازنده داوران برای بهبود مقاله حاضر قدردانی می‌شود.

## مراجع

حامدی‌وفا، ه. (۱۳۸۳). مطالعه‌ای در ساختارهای ریز لک‌های خورشیدی. رساله دکتری، دانشگاه صنعتی شریف، ایران.

صفری، ح؛ قنادی، ر؛ علیپور راد، ن. و فرهنگ، ن. (۱۳۹۷). *مغناطوسه‌رودینامیک خورشید*. زنجان: مؤسسه انتشارات دانشگاه زنجان.

لطفی، ن. (۱۳۹۰). شبکه پیچیده زلزله‌های ایران. *پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد*، دانشگاه زنجان، ایران.

محمدی‌گونه، پ. (۱۳۹۶). ساختار شبکه سری زمانی لک‌های خورشیدی. *پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد*، دانشگاه زنجان، ایران.

Alipour, N., & Safari, H. (2015). Statistical properties of solar coronal bright points. *The Astrophysical Journal*, 807(2), 175.

Aschwanden, M. (2006). *Physics of the solar corona: an introduction with problems and solutions*. Springer Science & Business Media.

Aschwanden, M. J. (2015). Thresholded power law size distributions of instabilities in astrophysics. *The Astrophysical Journal*, 814(1), 19.

Bar-Yam, Y., McKay, S. R., & Christian, W. (1998). Dynamics of complex systems (Studies in nonlinearity). *Computers in Physics*, 12(4), 335-336.

Barabási, A. L. (2003). *Linked: The new science of networks*.

Bazargan, S., Safari, H., & Kaashisaaz, H. (2019). Classification of mini-dimmings associated with extreme ultraviolet eruptions by using graph theory. *Iranian Journal of Physics Research*, 16(2), 217-223.

Bondy, J. A., & Murty, U. S. R. (1976). *Graph theory with applications* (Vol. 290). London: Macmillan.

Newman, M. E. (2000). Models of the small world. *Journal of Statistical Physics*, 101(3), 819-841.

Bornholdt, S., & Schuster, H. G. (2001). *Handbook of graphs and networks. From Genome to the Internet*, Wiley-VCH (2003 Weinheim).

Braun, H., Christl, M., Rahmstorf, S., Ganopolski,

- A., Mangini, A., Kubatzki, C., Roth, K., & Kromer, B. (2005). Possible solar origin of the 1,470-year glacial climate cycle demonstrated in a coupled model. *Nature*, 438(7065), 208-211.
- Caldarelli, G. (2007). *Large Scale Structure and Dynamics of Complex Networks*, World Scientific.
- Daei, F., Safari, H., & Dadashi, N. (2017). Complex network for solar active regions. *The Astrophysical Journal*, 845(1), 36.
- Dekking, F. M., Kraaikamp, C., Lopushaä, H. P., & Meester, L. E. (2005). *A Modern Introduction to Probability and Statistics: Understanding why and how* (Vol. 488). London: Springer.
- Dorogovtsev, S. N., & Mendes, J. F. (2003). *Evolution of networks: From biological nets to the Internet and WWW*. Oxford university press.
- Farhang, N., Safari, H., & Wheatland, M. S. (2018). Principle of minimum energy in magnetic reconnection in a self-organized critical model for solar flares. *The Astrophysical Journal*, 859(1), 41.
- Fortunato, S., Mangioni, G., Menezes, R., & Nicosia, V. (Eds.). (2009). *Complex Networks: Results of the 2009 International Workshop on Complex Networks (CompleNet 2009)*. Springer Berlin Heidelberg.
- Gheibi, A., Safari, H., & Javaherian, M. (2017). The solar flare complex network. *The Astrophysical Journal*, 847(2), 115.
- Humphries, M. D., & Gurney, K. (2008). Network 'small-world-ness': a quantitative method for determining canonical network equivalence. *PLoS one*, 3(4), e0002051.
- Kaki, B., Farhang, N., & Safari, H. (2022). Evidence of Self-Organised Criticality in Time Series by the Horizontal Visibility Graph Approach.
- Koutchmy, S., Filipov, B., Tavabi, E., Noëns, J. C., & Wurmser, O. (2022). Polar regions activity and the prediction of the height of the solar cycle 25. arXiv preprint arXiv:2205.09089.
- Lacasa, L., Luque, B., Ballesteros, F., Luque, J., & Nuno, J. C. (2008). From time series to complex networks: The visibility graph. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 105(13), 4972-4975.
- Mohammadi, Z., Alipour, N., Safari, H., & Zamani, F. (2021). Complex network for solar protons and correlations with flares. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 126(7), e2020JA028868.
- Newman, M. E. (2003). The structure and function of complex networks. *SIAM review*, 45(2), 167-256.
- Rezaei, S., Darooneh, A. H., Lotfi, N., & Asaadi, N. (2017). The earthquakes network: Retrieving the empirical seismological laws. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 471, 80-87.
- Rubinov, M., & Sporns, O. (2010). Complex network measures of brain connectivity: uses and interpretations. *Neuroimage*, 52(3), 1059-1069.
- Lotfi, N., & Darooneh, A. H. (2012). The earthquakes network: the role of cell size. *The European Physical Journal B*, 85(1), 1-4.
- Lotfi, N., Javaherian, M., Kaki, B., Darooneh, A. H., & Safari, H. (2020). Ultraviolet solar flare signatures in the framework of complex network. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 30(4), 043124.
- Pastor-Satorras, R., & Vespignani, A. (2001). Epidemic spreading in scale-free networks. *Physical review letters*, 86(14), 3200.
- Priest, E. (2014). *Magnetohydrodynamics of the Sun*. Cambridge University Press.
- Solanki, S. K., Usoskin, I. G., Kromer, B., Schüssler, M., & Beer, J. (2004). Unusual activity of the Sun during recent decades compared to the previous 11,000 years. *Nature*, 431(7012), 1084-1087.
- Sonett, C. P., & Finney, S. A. (1990). The spectrum of radiocarbon. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 330(1615), 413-426.
- Taran, S., Khodakarami, E., & Safari, H. (2022). Complex network view to solar flare asymmetric activity. *Advances in Space Research*, 70(8), 2541-2550.
- Usoskin, I. G., Solanki, S. K., Schüssler, M., Mursula, K., & Alanko, K. (2003). Millennium-scale sunspot number reconstruction: Evidence for an unusually active Sun since the 1940s. *Physical Review Letters*, 91(21), 211101.
- Usoskin, I. G., Solanki, S. K., & Kovaltsov, G. A. (2007). Grand minima and maxima of solar activity: new observational constraints. *Astronomy & Astrophysics*, 471(1), 301-309.
- Vázquez, A., Pastor-Satorras, R., & Vespignani, A. (2002). Large-scale topological and dynamical properties of the Internet. *Physical Review E*, 65(6), 066130.
- Van Steen, M. (2010). *Graph theory and complex networks. An introduction*, 144.
- Vespignani, A., & Caldarelli, G. (Eds.). (2007). *Large scale structure and dynamics of complex networks: from information technology to finance and natural science* (Vol. 2). World scientific.
- Zou, Y., Small, M., Liu, Z., & Kurths, J. (2014). Complex network approach to characterize the statistical features of the sunspot series. *New Journal of Physics*, 16(1), 01305.