

Jittered Multidimension Seismic Data Regularization Using Non-uniquespace Fast Fourier Transform

Haghshenas Lari, H.¹  | Zarei, A.²  | Abbasi, M.²  | Hassanpour Motlagh, Y.²  | Saadatnia, H.² 

1. Department of Geophysics, Faculty of Earth Sciences, Institute for advanced studies in basic sciences, Zanjan, Iran.
2. Exploration Directorate, National Iranian Oil Company (NIOC), Tehran, Iran.

Corresponding Author E-mail: hojjat.lari@iasbs.ac.ir

(Received: 4 Feb 2024, Revised: 11 March 2024, Accepted: 11 Aug 2024, Published online: 5 Oct 2024)

Summary

Seismic data jitter sampling is one of the new seismic data acquisition methods developed recently to reduce seismic data acquisition costs. In this method, the number of seismic sources and receivers is less than the number determined by the Nyquist-Shannon Theorem. The Nyquist-Shannon theorem states that the sampling rate of a digital signal must be more than twice the bandwidth of the signal to avoid aliasing. To circumvent aliasing, the jitter sampling method uses compressed sensing technique. This technique is based on the principle that the sparsity of a signal can be used to recover it from fewer samples than required by the Nyquist-Shannon sampling theorem in two conditions. First, the signal needs to be sparse in some domains, like the frequency domain. Second, the signal must be randomly sampled in the main domain, like the time or space domain. In this type of data sampling method, the randomness of sampling appears as a white noise in the transform domain. Therefore, it can be said that the compressed sensing method plays the role of a denoising technique in the transformation domain. In conventional compressed sensing methods, it is assumed that the data is undersampled on a regular grid. Fourier transform, Curvelet transform, and wavelet transform are some of the transforms that are used in these types of compressed sensing methods. On the other hand, sometimes in real seismic data acquisition, the shots and receivers cannot have a regular geometry due to the natural and civil obstacles. Therefore, sampling on a regular grid is not always possible in seismic data acquisition. This means that using the conventional compressed sensing method for seismic data regularization doesn't seem to be an appropriate choice. To address this issue, some geophysicists have proposed to use discrete Fourier transform as the data transformation technique in compressed sensing. Discrete Fourier transform does not require sampling on a uniquespace grid. However, this transform is slow and needs a huge number of computations. In this paper, we used the non-uniquespace fast Fourier transform instead of the discrete Fourier transform. The method doesn't need a sampling scheme on a regular grid and is much faster than discrete Fourier transform. This method is based on the conventional fast Fourier transform and an interpolation technique. The method can be applied on multidimensional pre-stack seismic data. Therefore, it can consider correlation between traces in different dimensions while interpolating the lost traces. On the other hand, a problem with fully random sampling is that there is no control over the locations of the samples on a signal. This means that, if a signal is sampled randomly, some parts of the signal may be oversampled while the other parts may not be sampled with enough points. This phenomenon may have a bad impact on the regularized result if the signal changes erratically. To avoid this situation, in this paper, a sampling protocol will be introduced to improve the control over random sampling. In this protocol, the samples are picked randomly in small windows over the length of the signal. In this sampling technique, the size of the windows and the number of random samples can be controlled easily. Moreover, the sampling scheme doesn't need to be on a regular grid and the samples can be chosen anywhere along the signal. A set of 2D and 3D synthetic and 2D real seismic data were used to examine the performance of the proposed method. The results show that the method can regularize irregular seismic data properly.

Keywords: Compressed sensing, Non-uniquespace Discrete Fourier Transform, Jitter Sampling Seismic Data Acquisition.

Cite this article: Haghshenas Lari, H., Zarei, A., Abbasi, M., Hassanpour Motlagh, Y., & Saadatnia, H. (2024). Jittered Multidimension Seismic Data Regularization Using Non-uniquespace Fast Fourier Transform. *Journal of the Earth and Space Physics*, 50(3), 617-635. DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2024.372021.1007591>

E-mail: (2) zare.abbas@gmail.com | abbasi.mstfa@gmail.com | yousefhasanpour@yahoo.com | h_saadatnia@yahoo.com



منظم‌سازی داده‌های نامنظم لرزه‌ای چندبُعدی با استفاده از تبدیل فوریه سریع با فواصل نامساوی

حجت حق‌شناس لاری^۱ ✉ | عباس زارعی^۲ | مصطفی عباسی^۲ | یوسف حسن‌پورمطلق^۲ | حامد سعادت‌نیا^۲

۱. گروه ژئوفیزیک، دانشکده علوم زمین، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، ایران.

۲. مدیریت اکتشاف نفت، شرکت ملی نفت ایران، تهران، ایران.

رایانامه نویسنده مسئول: hojjat.lari@iasbs.ac.ir

(دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۱۵، بازنگری: ۱۴۰۲/۱۲/۲۱، پذیرش نهایی: ۱۴۰۳/۵/۲۱، انتشار آنلاین: ۱۴۰۳/۷/۱۴)

چکیده

یکی از روش‌های نوین عملیات لرزه‌نگاری روش لرزه‌نگاری نامنظم است. در این روش به‌منظور کاهش هزینه‌های لرزه‌نگاری، تعداد نقاط چشمه و گیرنده از تعداد نقاطی که توسط قانون نایکوئست تعیین می‌شود کمتر است و داده‌ها در مکان به‌صورت تصادفی و نامنظم نمونه‌برداری می‌شوند. از این رو نیاز است تا داده‌های نامنظم برداشت‌شده را قبل از انجام پردازش مرسوم، به داده‌های منظم تبدیل کرد. برای منظم‌سازی این‌گونه داده‌ها از روش نمونه‌برداری فشرده استفاده می‌شود. در روش‌های مرسوم نمونه‌برداری فشرده داده‌ها باید بر روی یک شبکه منظم، تصادفی برداشت شوند. اما در واقعیت نمی‌توان داده‌های لرزه‌ای را به‌علت وجود موانع بر روی یک شبکه منظم برداشت کرد و این مسئله چالش بزرگی برای مراحل پردازش به حساب می‌آید. از این‌رو، در این مقاله دستورالعملی برای برداشت داده‌های لرزه‌نگاری به‌صورت نامنظم و تصادفی معرفی شده است. در این روش لازم نیست داده‌ها بر روی یک شبکه با فواصل یکسان برداشت شوند. به‌علاوه، روشی نیز برای بازیابی این داده‌ها معرفی شده است که از تبدیل فوریه سریع با فواصل نامساوی به‌عنوان یک تبدیل تُنک‌کننده استفاده می‌کند. از این روش می‌توان علاوه‌بر منظم‌سازی داده‌های تصادفی، در منظم‌سازی داده‌هایی که به‌علت وجود موانع، برخی از درلرزه‌های آنها جابه‌جا یا حذف شده‌اند نیز استفاده کرد. نتایج آزمایش روش بر روی داده‌های لرزه‌ای مصنوعی و واقعی توانایی روش معرفی‌شده را در منظم‌سازی و درون‌یابی داده‌های لرزه‌نگاری که بر روی یک شبکه نامنظم با فواصل نامساوی که به‌صورت تصادفی برداشت شده‌اند را نمایش می‌دهند.

واژه‌های کلیدی: نمونه‌برداری فشرده، تبدیل فوریه سریع با فواصل نامساوی، لرزه‌نگاری نامنظم.

۱. مقدمه

(هرمن و هِنفِت، ۲۰۰۸؛ ژو و همکاران، ۲۰۰۵) را نام برد. در روش اول سعی می‌شود تا با استفاده از چند چشمه به‌صورت هم‌زمان، مدت زمان برداشت داده‌ها را کاهش داد. اما در روش دوم سعی می‌شود تا با استفاده از کاهش تعداد چشمه‌ها و گیرنده‌ها، هم مدت زمان و هم لوازم موردنیاز را تا حد بالایی کاهش داد و از این رو در وقت و هزینه عملیات لرزه‌نگاری صرفه‌جویی کرد. در هر دو روش معرفی‌شده در بالا، یک مرحله پردازشی برای تبدیل داده‌های برداشت‌شده به داده‌های منظم و قبل از انجام مراحل پردازشی مرسوم قرار می‌گیرد تا داده‌های ثبت‌شده را به‌صورت داده‌های مرسوم تبدیل کند.

کاهش هزینه‌های عملیات اکتشاف لرزه‌نگاری یکی از اصلی‌ترین دغدغه‌های شرکت‌های اکتشاف نفت است. با کاهش زمان و لوازم موردنیاز می‌توان هزینه‌های یک عملیات اکتشاف لرزه‌نگاری را کاهش داد. برخی از هزینه‌ها را می‌توان با مدیریت و بهینه‌سازی در پروژه و بعضی هزینه‌ها را می‌توان با تغییر شکل برداشت لرزه‌ای کاهش داد. برای کاهش هزینه با تغییر در نحوه برداشت داده‌ها در لرزه‌نگاری، روش‌های مختلفی معرفی شده است که از جمله آنها می‌توان به روش برداشت ترکیبی (Blending) (ونگ و هو، ۲۰۲۲؛ آبما و فستر، ۲۰۲۰) و روش برداشت لرزه‌نگاری نامنظم (Jitter Sampling)

استناد: حق‌شناس لاری، حجت؛ زارعی، عباس؛ عباسی، مصطفی؛ حسن‌پورمطلق، یوسف و سعادت‌نیا حامد (۱۴۰۳). منظم‌سازی داده‌های نامنظم لرزه‌ای چندبُعدی با استفاده از تبدیل فوریه سریع با فواصل نامساوی. مجله فیزیک زمین و فضا، ۵۰(۳)، ۶۱۷-۶۳۵. DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2024.372021.1007591>

رایانامه: (۲) abbasi.mstfa@gmail.com | zareei.abbas@gmail.com | yousefhasanpour@yahoo.com | h_saadatnia@yahoo.com

ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران.



DOI: <http://doi.org/10.22059/jesphys.2024.372021.1007591>

پیشنهادی آنها از تبدیل کرولت (کنندس و دونوهو، ۲۰۰۰) به‌عنوان فضای تُنک‌کننده در نظریه نمونه‌برداری فشرده استفاده شده است. دلیل استفاده کردن از تبدیل کرولت، توانایی بالای این روش در تُنک‌سازی داده‌های چندبُعدی شیب‌دار است. با این‌حال، اعمال تبدیل کرولت و عکس تبدیل آن در این روش نیاز به محاسبات بالایی دارد. به‌علاوه در روش معرفی‌شده توسط آنها، داده‌ها حتماً باید بر روی یک شبکه با فواصل مساوی، به‌صورت نامنظم نمونه‌برداری شوند. چیزی که در داده‌های لرزه‌ای به ندرت رخ می‌دهد. ونگ و همکاران (۲۰۱۰) روش تبدیل رادون ضد‌نشتی را برای بازیابی داده‌های لرزه‌ای معرفی کرده‌اند. هرچند این روش می‌تواند داده‌های نمونه‌برداری‌شده بر روی یک شبکه با فواصل نامساوی را بازیابی کند، اما به‌علت استفاده از عملگر تبدیل رادون از سرعت بالایی برخوردار نیست. لیو و همکاران (۲۰۱۵) روشی را با ترکیب دو روش نمونه‌برداری تصادفی محلی و تبدیل کرولت معرفی کرده‌اند که مشکل نمونه‌برداری بر روی یک شبکه منظم را ندارد. با این‌حال این روش همچنان به‌علت استفاده از تبدیل کرولت دارای حجم محاسبات بالایی است. هلندر و ایلماز (۲۰۱۹) روشی سریع برای بازیابی داده‌های لرزه‌ای با استفاده از روش تبدیل رادون ضد‌نشتی معرفی کرده‌اند که مانند روش ونگ و همکاران (۲۰۱۰) از تبدیل رادون استفاده می‌کند اما از سرعت بهتری نسبت به روش آنها برخوردار است. ونگ و همکاران (۲۰۱۹) از ترکیب تبدیل کرولت و تبدیل رادون روشی را برای افزایش وضوح و بهبود کیفیت داده‌های نامنظم بازیابی‌شده استفاده کرده‌اند. مزیت این روش وضوح به نسبت بالاتر آن نسبت به سایر روش‌ها و بازیابی بهتر داده‌های لرزه‌ای با وقایعی با دامنه‌های بالا است. با این‌حال استفاده همزمان از تبدیل رادون و کرولت باعث شده این روش از سرعت بالایی برخوردار نباشد. سان و همکاران (۲۰۱۹) برای بازیابی داده‌های لرزه‌ای نامنظم از روش یادگیری دیکنشتری تُنک استفاده کرده‌اند. این روش نیز مانند برخی از دیگر روش‌ها برای نمونه‌برداری‌هایی بر روی شبکه‌ای با فواصل نامساوی پاسخ‌گو نیست.

در عملیات لرزه‌نگاری نامنظم، نمونه‌برداری داده‌ها به‌صورت تصادفی و با حذف بعضی نقاط چشمه و گیرنده انجام می‌گیرد. اگر این کار در یک عملیات لرزه‌نگاری متداول انجام شود و فاصله مکانی چشمه‌ها و گیرنده‌ها پس از حذف آنها از حدی بیشتر شود ممکن است باعث ایجاد دگرنامی مکانی در داده‌ها شود. بر اساس نظریه نایکوئست-شانون (Nyquist-Shannon) کاهش تعداد نقاط نمونه‌برداری و افزایش فاصله آنها از یک مقدار مشخص می‌تواند باعث ایجاد دگرنامی شود (شانون، ۱۹۴۹). پدیده دگرنامی می‌تواند بسیاری از روش‌های پردازش داده‌های لرزه‌ای را دچار اختلال کند. از این رو دو مسئله مهم در روش‌های لرزه‌نگاری نامنظم همواره مطرح می‌شود: اول این که چگونه و با چه روشی می‌توان داده‌های نامنظم را به‌خوبی بازیابی کرد و دوم این که نحوه نمونه‌برداری نامنظم باید چگونه باشد تا اطلاعات موجود در داده‌های ثبت‌شده پس از بازیابی از دست نروند.

به‌منظور بازیابی داده‌های لرزه‌نگاری نامنظم روش‌های متعددی معرفی شده‌اند. ژو و همکاران (۲۰۰۵) روشی را با نام تبدیل فوریه ضد‌نشتی (Anti-leakage Fourier Transform) به‌منظور منظم‌سازی داده‌های لرزه‌ای معرفی کرده‌اند. در روش معرفی‌شده توسط آنها از تعریف تبدیل فوریه برای به‌دست آوردن طیف دامنه یک سیگنال در حوزه فرکانس و یک فیلتر آستانه به‌منظور حذف داده‌های ناخواسته استفاده شده است. زوارتجس و ساچی (۲۰۰۷) روش نمونه‌برداری فشرده‌ای را بر اساس تبدیل فوریه گسسته (DFT) معرفی کرده‌اند. در روش معرفی‌شده توسط آنها از تعریف ریاضیاتی DFT برای تبدیل داده‌های نامنظم با فواصل نایکسان استفاده شده است. مزیت روش معرفی‌شده توسط آنها، مدیریت نوفه‌های دگرنام‌شده مانند امواج سطحی است. البته روش آنها این کار را به‌صورت خودکار انجام نمی‌دهد و برای این کار نیازمند تصمیم‌گیر می‌باشد. به‌علاوه اعمال تبدیل و عکس تبدیل DFT بر روی داده‌ها روش چندان سریعی نیست. هرمن و هنتفنت (۲۰۰۸) از نظریه نمونه‌برداری فشرده (دونوهو، ۲۰۰۶) برای بازسازی داده‌های نامنظم لرزه‌ای استفاده کرده‌اند. در روش

نمونه‌برداری غیر یکسان ثبت شده‌اند (دوت و رخلین، ۱۹۹۳). این روش در علوم کامپیوتر و تصویربرداری‌های پزشکی کاربرد زیادی داشته است (ژو و همکاران، ۲۰۰۵). این روش تبدیل فوریه نسبت به تبدیل فوریه گسسته به تعداد محاسبات کمتری برای تبدیل سیگنال نامنظم از حوزه زمان به حوزه فرکانس نیاز دارد.

پس از معرفی روش نمونه‌برداری فشرده، یک دستورالعمل نمونه‌برداری داده‌های لرزه‌ای بر اساس روش معرفی شده توسط هننفت و هرمن (۲۰۰۸) معرفی می‌شود. تفاوت روش معرفی شده در این مقاله با روش هننفت و هرمن (۲۰۰۸) این است که در این روش دیگر نیازی نیست داده‌ها بر روی یک شبکه منظم قرار گیرند. روش معرفی شده در مقاله بابی‌نظمی موجود در برداشت داده‌های لرزه‌ای همخوانی بیشتری دارد و در کنار روش نمونه‌برداری فشرده با تبدیل تُنک ساز NUFFT کمک می‌کند تا داده‌های لرزه‌ای نامنظم را در یک مرحله پردازشی به داده‌های منظم تبدیل کرد. می‌توان این روش را به صورت دو و سه بعدی بر روی داده‌های پیش از برابراش لرزه‌ای اعمال کرد. نتایج حاصل از اعمال روش بر روی داده‌های مصنوعی و واقعی دو و سه بعدی توانایی روش را در منظم‌سازی داده‌های لرزه‌ای نامنظم به خوبی نشان می‌دهد.

۲. روش پژوهش

۱-۲. روش نمونه‌برداری فشرده

روش‌های متعارف نمونه‌برداری در ثبت تصاویر، ضبط صدا و لرزه‌نگاری برای ثبت داده‌ها از تئوری معروفی با نام تئوری شانون (شانون، ۱۹۴۹) استفاده می‌کنند. بر اساس این تئوری کمینه نرخ نمونه‌برداری باید دوبرابر بیشترین فرکانس یک سیگنال باشد (بلک‌لدج، ۲۰۰۳). این مقدار را نرخ نمونه‌برداری نایکوئیست گویند. رعایت این اصل در روش‌های داده‌برداری مرسوم در ثبت صدا و تصویر، لرزه‌نگاری، تصویربرداری‌های پزشکی و در گیرنده‌های رادیویی لازم است. برای سیگنال‌هایی که به صورت طبیعی باند فرکانسی محدودی ندارند، این نوع نمونه‌برداری بر

نمونه‌برداری داده‌ها به صورت تصادفی یکی از شروط بازسازی داده‌ها توسط بیشتر روش‌های بازیابی داده‌های نامنظم است. با این حال برداشت داده‌ها به صورت کاملاً تصادفی برای داده‌های لرزه‌ای چندان مطلوب نیست (هننفت و هرمن، ۲۰۰۸). گاهی اوقات در نمونه‌برداری‌های کاملاً تصادفی، ممکن است نمونه‌ها به صورت یکنواخت در طول سیگنال ثبت نشوند. از این رو، برخی قسمت‌های سیگنال دارای نمونه‌های زیاد و برخی قسمت‌ها دارای نمونه‌های کمتری باشند و یا اصلاً نمونه‌برداری نشوند. این نحوه نمونه‌برداری برای داده‌های لرزه‌ای که دارای تغییرات سریعی هستند، چندان مطلوب نیست. برای رفع این مشکل هننفت و هرمن (۲۰۰۸) روشی را به عنوان دستورالعمل برای نمونه‌برداری داده‌های لرزه‌ای به صورت تصادفی ارائه کرده‌اند. روش معرفی شده توسط این افراد فرض می‌کند که داده‌ها بر روی یک شبکه منظم با یک فاصله نمونه‌برداری مشخص برداشت می‌شوند و درون آن شبکه تعدادی از نقاط به صورت نامنظم و تصادفی در پنجره‌هایی حذف می‌شوند. با این کار می‌توان اطمینان حاصل کرد که نمونه‌ها علاوه بر تصادفی بودن در تمام طول سیگنال پخش هستند. اما ایراد روش معرفی شده توسط آنها این است که در این روش فرض می‌شود داده‌ها بر روی یک شبکه با فواصل مشخص نمونه‌برداری می‌شوند. در صورتی که در واقعیت به علت وجود موانع، فرض برداشت بر روی شبکه منظم در بیشتر موارد نقض می‌شود و نقاط چشمه و گیرنده معمولاً دارای فواصل نمونه‌برداری نایکسانی هستند.

در این مقاله روشی برای منظم‌سازی و درون‌یابی داده‌های لرزه‌ای نامنظم معرفی خواهد شد. برای اینکار ابتدا روش نمونه‌برداری فشرده‌ای معرفی می‌شود که می‌تواند داده‌های برداشت شده به صورت نامنظم را، بدون نیاز به ثبت داده‌ها بر روی یک شبکه با فواصل یکسان، بازیابی کند. در روش معرفی شده از روش تبدیل فوریه سریع با فواصل نامساوی (Non-uniqueness Fast Fourier Transform) استفاده می‌شود. روش تبدیل فوریه سریع با فواصل نامساوی (NUFFT) روشی برای به دست آوردن ضرایب فوریه سیگنال‌هایی است که به صورت غیر منظم و با فواصل

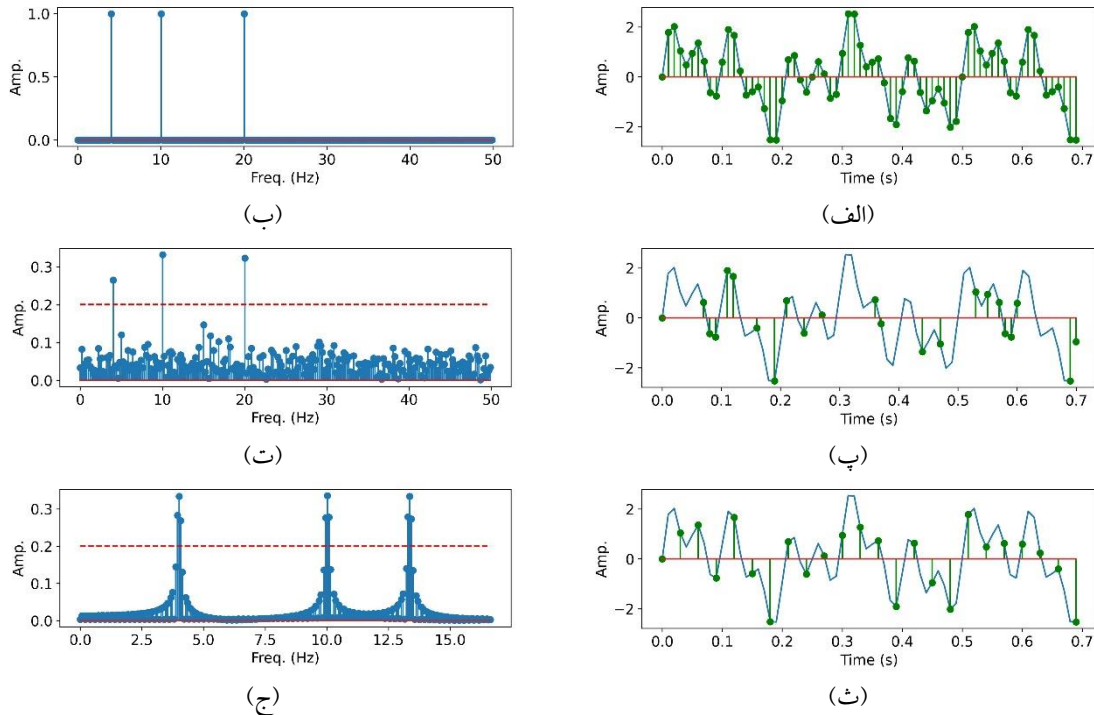
بازیابی داده‌ها استفاده شود. این تئوری که به آن تئوری نمونه‌برداری فشرده گویند با یک مثال ساده در شکل ۱ نمایش داده شده است.

شکل ۱-الف و ۱-ب به ترتیب یک سیگنال سینوسی که از حاصل جمع سه سیگنال سینوسی ۴، ۱۰ و ۲۰ هرتز به دست آمده و طیف دامنه آن را نمایش می‌دهد. این سیگنال با فاصله نمونه‌برداری 0.1 ثانیه به صورت منظم نمونه‌برداری شده است. شکل ۱-پ و ۱-ت به ترتیب همان سیگنال و طیف دامنه آن را زمانی که به صورت تصادفی نمونه‌برداری شده است را نمایش می‌دهند. همان‌طور که از روی این شکل‌ها پیدا است با وجود این که تعداد نمونه‌برداری به‌طور قابل توجهی کاهش یافته، به راحتی می‌توان بیشینه دامنه فرکانس‌های سیگنال را در طیف دامنه تشخیص داد. در شکل ۱-ب خط چین قرمز رنگ نشان‌دهنده آستانه‌ای است که اگر ضرایب کمتر از آن حذف شوند می‌توان با بازگرداندن سیگنال به فضای زمان، سیگنال اصلی را بازیابی کرد. در شکل ۱-ث این سیگنال به صورت منظم ولی با فاصله زمانی 0.3 ثانیه نمونه‌برداری شده است. از این رو فرکانس نایکوئیست آن به صورت تقریبی $16/67$ هرتز خواهد شد. لذا انتظار می‌رود فرکانس سیگنال 20 هرتز در شکل ۱-الف که بیشتر از فرکانس نایکوئیست سیگنال است، دچار دگرنامی شود و بر اساس رابطه $|kf_{samp} \pm f_{Harmonic}|$ که در آن $k \in \mathbb{N}$ اساس فرکانس نمونه‌برداری و $f_{Harmonic}$ محتوای فرکانسی سیگنال است، به فرکانس دیگری دگرنام شود. شکل ۱-ج این پدیده را به خوبی نمایش می‌دهد. در این شکل ملاحظه می‌شود که با وجود این که تعداد نقاط برداشت با سیگنال شکل ۱-پ به یک اندازه است، اولاً طیف دامنه دچار دگرنامی شده و فرکانس 20 هرتز سیگنال به فرکانس $13/34$ هرتز کاهش پیدا کرده و ثانیاً نمی‌توان به راحتی آستانه‌ای را تعریف کرد که بتوان با استفاده از آن ضرایب کمتر از آستانه را حذف کرده و سیگنال را بازیابی کرد.

اساس اصل شانون کاربرد ندارد و بجای آن از نمونه‌برداری‌هایی با وضوح زمانی یا مکانی دلخواه استفاده می‌شود. به علاوه هنگام تبدیل داده‌های آنالوگ به دیجیتال، مبدل‌های تبدیل آنالوگ به دیجیتال (ADC) عموماً سیگنال را با نرخ نمونه‌برداری بالاتر از نرخ نایکوئیست نمونه‌برداری می‌کنند.

در این قسمت به بررسی یک روش دیگر نمونه‌برداری با نام روش نمونه‌برداری فشرده (CS) پرداخته خواهد شد که توسط آن تئوری نمونه‌برداری شانون نقض می‌شود. روش نمونه‌برداری فشرده بیان می‌کند که می‌توان یک سیگنال را با تعداد کمتری نمونه نسبت به آن‌چه تئوری نمونه‌برداری نایکوئیست-شانون ذکر می‌کند برداشت کرد بدون این که به اطلاعات سیگنال خللی وارد شود (دونوهو، ۲۰۰۶). برای این کار روش نمونه‌برداری فشرده به دو فرضیه وابسته است: تُتکی، که وابسته به نوع سیگنال مورد مطالعه است و ناهمدوسی که به روش سنجش سیگنال وابسته است. یک سیگنال طبیعی، تُتک یا قابل فشرده‌سازی است اگر بتوان آن را به صورت مختصر در فضایی غیر از فضای نمونه‌برداری آن نمایش داد. عبارت ناهمدوسی رابطه بین زمان و فرکانس را نشان می‌دهد و بیان می‌کند که اگر سیگنالی در یک فضا (مانند فضای نمونه‌برداری) تُتک باشد، باید در فضایی دیگر (مانند فضای تبدیل فوریه) گسترده شود و بالعکس. به عنوان مثال نمونه‌برداری تصادفی در فضای زمان، به صورت یک نوفه سفید در فضای فرکانس دیده می‌شود که در تمام فرکانس‌ها گسترده و پخش شده است.

به عبارت دیگر نمونه‌برداری فشرده بیان می‌دارد که یک سیگنال را می‌توان به خوبی از یک سیگنال با نرخ نمونه‌برداری پایین‌تر از نرخ نمونه‌برداری تعیین شده توسط تئوری شانون بازیابی کرد به شرط آن که: اولاً سیگنال در یک فضای تبدیل مشخص تُتک باشد، ثانیاً اثر نرخ نمونه‌برداری کمتر در فضای تبدیل دیگر به صورت نوفه تصادفی مشاهده شود و ثالثاً یک روش افزایش تُتکی برای



شکل ۱. الف) یک سیگنال حاصل از جمع سه سیگنال سینوسی با فرکانس‌های ۴، ۱۰ و ۲۰ هرتز که با فاصله نمونه‌برداری ۰/۰۰۱ ثانیه نمونه‌برداری شده است و (ب) طیف دامنه آن. پ) سیگنال قسمت (الف) که به صورت تصادفی نمونه‌برداری شده و (ت) طیف دامنه آن (خط چین قرمز رنگ نشان‌دهنده آستانه‌ای است که دامنه نوفه‌ها در فضای فرکانسی در زیر آن قرار می‌گیرند). در این شکل ملاحظه می‌شود که کاهش تعداد نمونه‌برداری، باعث ایجاد دگرنامی نشده است اما باعث شده تا نوفه‌های تصادفی به طیف دامنه افزوده شود. ث) سیگنال قسمت (الف) که به صورت منظم و با فاصله نمونه‌برداری ۰/۰۰۳ ثانیه نمونه‌برداری شده است و (ج) طیف دامنه آن (خط چین قرمز رنگ نشان‌دهنده آستانه‌ای است که دامنه نوفه‌ها در فضای فرکانسی در زیر آن قرار می‌گیرند). در این شکل نمونه‌برداری کمتر و منظم باعث ایجاد دگرنامی در محتوای فرکانس ۲۰ هرتز سیگنال شده است و این فرکانس به ۱۳/۳۴ هرتز کاهش یافته است. محورهای قائم در قسمت‌های (ب)، (ت) و (ج) به یک نرمال شده‌اند.

است که با آن می‌توان سیگنال را بدون وابستگی به آن، با نرخ پایین‌تر از نرخ نایکوئیست نمونه‌برداری کرد و بعداً با استفاده از یک روش بهینه‌سازی به بازسازی سیگنال مورد انتظار مبادرت ورزید. رابطه زیر را در نظر بگیرید.

$$y = R s_0 \quad (1)$$

که در آن $y \in \mathbb{R}^n$ داده برداشت شده با نمونه‌برداری کمتر را نشان می‌دهد و $s_0 \in \mathbb{R}^N$ ، با $N \gg n$ سیگنال با نمونه‌برداری مناسب و $R \in \mathbb{R}^{n \times N}$ عملگر نمونه‌برداری می‌باشد. در این رابطه فرض شده که s_0 سیگنال منظم با فواصل نمونه‌برداری مورد انتظار بوده که توسط عملگر R به صورت نامنظم در جهت محور مکانی نمونه‌برداری شده است. عملگر R می‌تواند باعث کاهش تعداد نمونه‌های موجود بر روی سیگنال s_0 شود. فرض کنید s_0 دارای تبدیل تُنک $x_0 \in \mathbb{C}^N$ در حوزه تبدیل F باشد. رابطه (۱)

از این مثال می‌توان استنباط کرد که با نمونه‌برداری تصادفی این سیگنال در فضای زمان مسئله دگرنامی در آن به صورت یک مسئله ساده تضعیف نوفه در فضای فرکانس تبدیل می‌شود (هرمن و هینفت، ۲۰۰۸؛ دونوهو و همکاران، ۲۰۱۲). از این رو با تضعیف نوفه‌های تصادفی در فضای فوریه باید بتوان سیگنال اولیه را با تقریب خوبی بازیابی کرد. روش‌های بهینه‌سازی بسیاری وجود دارند که می‌توانند به منظور تضعیف نوفه در فضای تبدیل استفاده شوند. از این رو به نظر می‌رسد با ایجاد یک پروتکل مشخص برای نمونه‌برداری فشرده از یک سیگنال، می‌توان آن را به گونه‌ای ثبت کرد که اطلاعات ارزشمند آن در سیگنال تُنک وجود داشته باشد و در حقیقت این اطلاعات را در داده‌های بسیار اندکی فشرده کرد. به عبارت دیگر، روش نمونه‌برداری فشرده یک پروتکل برداشت سیگنال

می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{F}^{\dagger}\mathbf{x}_0 \quad (2)$$

که در آن نماد \dagger نشان‌دهنده ترانهاد مزدوج عملگر است که در بیشتر توابع تبدیل ساز مانند تابع تبدیل فوریه برابر با معکوس آن است. در رابطه (۲) باید تبدیل تُنک \mathbf{s}_0 باشد تا شرط اول نمونه‌برداری فشرده برقرار شود. از این رو، برای تخمین مقدار \mathbf{s}_0 از مقدار ثبت شده \mathbf{y} باید از یک رابطه منظم‌سازی تُنک‌کننده استفاده کرد. روش‌های مختلفی برای این کار پیشنهاد می‌شود که در همه این روش‌ها عموماً از یک قید تُنک ساز در روابط منظم‌سازی استفاده می‌شود. در این قیود عمدتاً از نُرم‌های $\|\cdot\|_q$ با $0 < q \leq 1$ برای افزایش تُنکی استفاده می‌شود (کندهس و همکاران، ۲۰۰۸؛ فوکارت و لی، ۲۰۰۹). در این مقاله از نُرم مرتبه یک برای تُنک‌سازی سیگنال استفاده شده است:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \{ \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1 \} \quad (3)$$

در اینجا $\mathbf{A} = \mathbf{R}\mathbf{F}^{\dagger}$ ؛ نماد تقریب پارامتر، λ ضریب لاگراژ، $\|\cdot\|_1$ نُرم یک و $\|\cdot\|_2$ نُرم دوم یک بردار می‌باشند. در رابطه (۳) سعی می‌شود تا داده‌ای به دست آید که تبدیل آن دارای تُنکی مطلوبی بوده (اعمال شرط اول نمونه‌برداری فشرده) و از طرفی داده به دست آمده به داده ثبت شده \mathbf{y} نزدیک باشد (به عبارتی جمله $\|\mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{F}^{\dagger}\mathbf{x}\|_2^2$ برقرار شود). پس از انجام وارون‌سازی، سیگنال بازیابی شده می‌تواند با استفاده از رابطه $\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{F}^{\dagger}\tilde{\mathbf{x}}$ به دست آید که در آن $\tilde{\mathbf{s}} \approx \mathbf{s}_0$ است (برای مطالعه بیشتر به مقاله هرمن و هینفت (۲۰۰۸)

رجوع شود). تنها مجهول این رابطه ضریب لاگراژ است که برای تعیین آن می‌توان از روش‌های متعددی مانند منحنی ال (هنسن، ۲۰۰۰)، GCV (گلوب و همکاران، ۱۹۷۹) و یا روش‌های جدیدتری بر اساس هوش مصنوعی (AI) (هونگ و نگوین، ۲۰۲۲) استفاده کرد.

با کمینه کردن نُرم یک در رابطه (۳) میزان تُنکی \mathbf{x} افزایش یافته و شرط نزدیکی داده‌ها (جمله مربوط به نُرم دوم) تضمین می‌کند که داده به دست آمده به پاسخ نزدیک باشد. در میان تمامی پاسخ‌های یک سیستم نامعین خطی، رابطه بالا پاسخی را انتخاب می‌کند که تُنک‌ترین پاسخ در حوزه تبدیل مورد مطالعه و نزدیک‌ترین پاسخ به داده برداشت شده ورودی است. تابحال الگوریتم‌های مختلف و سریعی برای مسائل مشابه با مسئله رابطه (۳) معرفی شده‌اند. از جمله این الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم FISTA (بک و تبوله، ۲۰۰۹) و الگوریتم برگمن منشعب (گلدستین و اُشر، ۲۰۰۹) اشاره کرد. جدول ۱ الگوریتم FISTA مربوط به رابطه (۳) را نمایش می‌دهد. در این الگوریتم $\mathbf{T}(x, \alpha) = \operatorname{sgn}(x) \max(|x| - \alpha, 0)$ است که در آن نشان‌دهنده تابع علامت است. همچنین $\alpha > 0$ پارامتر آستانه، $\mu > 0$ گام‌های کاهش آستانه و $\varepsilon > 0$ سطح تحمل‌پذیری شرط تکرار در مسئله است. در مقاله بک و تبوله (۲۰۰۹) در مورد نحوه انتخاب مقادیر μ و α در اولین تکرار به صورت مفصل بحث شده است.

جدول ۱. الگوریتم بازیابی داده‌های نامنظم به روش افزایش تُنکی با استفاده از تبدیل فوریه.

```

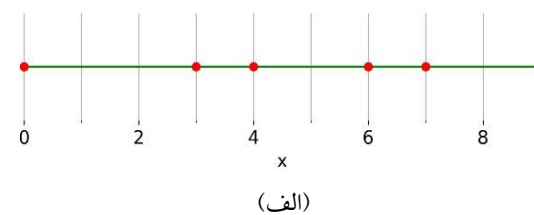
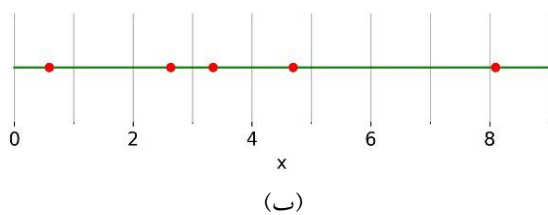
Take  $\alpha, 0 < \mu < 1$ , and  $\varepsilon$ 
Set:  $\mathbf{Y}_{k-1} = \mathbf{0}, \mathbf{x}_{k-1} = \mathbf{0}, t_{k-1} = 1$ 
while  $\|\mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{F}^{\dagger}\mathbf{x}_k\| > \varepsilon$  do:
 $\mathbf{Y}_k = \mathbf{Y}_{k-1} + \mathbf{F}\mathbf{R}^{\mathbf{T}}(\mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{F}^{\dagger}\mathbf{Y}_{k-1})$ ;
 $\mathbf{x}_k = \mathbf{T}(\mathbf{Y}_k, \alpha)$ ;
 $t_k = 1 + \frac{\sqrt{1 + 4t_{k-1}^2}}{2}$ 
 $\mathbf{Y}_k = \mathbf{x}_k + \left(\frac{t_{k-1} - 1}{t_k}\right)(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1})$ ;
 $\mathbf{x}_{k-1} = \mathbf{x}_k$ ;
 $t_{k-1} = t_k$ ;
 $\alpha = \alpha \times \mu$ ;
end
    
```

بنابراین، در رابطه (۳) نمی‌توان از هر عملگری به جای F برای بازیابی داده‌هایی که با فواصل نامنظم برداشت می‌شوند استفاده کرد. برای حل این مشکل زوارتجس و ساچی (۲۰۰۷) و ژو و همکاران (۲۰۰۵) از تبدیل فوریه گسسته (DFT) به صورت مستقیم با حل رابطه تبدیل فوریه استفاده کرده‌اند. در روش پیشنهادی آنها، که یک روش بر مبنای تکرار است، ابتدا تمامی ضرایب فوریه در هر بار تکرار با استفاده از رابطه تبدیل فوریه گسسته و برای تمامی نقاط محاسبه می‌شود. سپس یک آستانه بر روی ضرایب فوریه اعمال می‌شود و سیگنال با محاسبه عکس تبدیل فوریه به فضای زمان برگردانده می‌شود. پس از این مرحله، سیگنال به دست آمده با سیگنال مشاهده شده مقایسه می‌شود و در صورت عدم تطابق این چرخه تکرار می‌شود. مشکلی که در این روش وجود دارد سرعت محاسبه ضرایب فوریه با استفاده از DFT است که می‌تواند سرعت محاسبات را به شدت کاهش دهد.

در سال‌های اخیر روش تبدیل فوریه سریع با فواصل نایکسان به منظور محاسبه سریع ضرایب فوریه سیگنال‌هایی که با فواصل دلخواه ثبت شده‌اند معرفی شده است. در این روش‌ها ضرایب تبدیل فوریه با سرعت بالاتری نسبت به محاسبه آنها توسط DFT محاسبه می‌شود. در این مقاله از این عملگر به عنوان عملگر تبدیل A در رابطه (۳) استفاده شده است. به علاوه برای حل سریع تر رابطه (۳) از الگوریتم FISTA استفاده شده است. در بخش بعد به معرفی عملگر تبدیل فوریه سریع با فضای غیر منحصر به فرد پرداخته می‌شود.

آنچه که در رابطه (۳) مهم است پیدا کردن بهترین فضای تُنک سازی است که در آن بتوان داده‌ها را بسیار تُنک کرد. به عنوان مثال برای داده‌های لرزه‌ای روش‌هایی مانند تبدیل فوریه، تبدیل کرولت و تبدیل موجک پیشنهاد شده است (هرمن و هنففت، ۲۰۰۸). با این حال در اکثر کارهای انجام شده فرض می‌شود که داده‌ها بر روی یک شبکه منظم به صورت تصادفی برداشت می‌شوند (هرمن و هنففت، ۲۰۰۸ و ب؛ لی و ژنگ ۲۰۱۹). اما این شرایط همواره در برداشت‌های لرزه‌نگاری نمی‌تواند صادق باشد. در برداشت‌های لرزه‌ای گاهی به علت وجود موانع نیاز است تا برخی ایستگاه‌ها حذف یا جابه‌جا شوند. از این رو امکان برداشت داده‌ها بر روی یک شبکه منظم کمتر می‌شود. بنابراین، گاهی تصادفی بودن نقاط برداشت، به معنای جابه‌جایی نقاط ایستگاه‌ها نسبت به یک شبکه منظم است. شکل ۲ این مسئله را به خوبی نمایش می‌دهد. در شکل ۲-الف پنج نقطه به صورت تصادفی بر روی یک شبکه منظم برداشت شده است از این رو فاصله بین این نقاط مضرب صحیحی از فاصله بین دو نقطه شبکه است. با این وجود در شکل ۲-ب ملاحظه می‌شود که این نقاط دیگر بر روی شبکه منظم قرار ندارند و فاصله نقاط به صورت تصادفی تغییر می‌کند.

این نوع از برداشت در پردازش داده‌های لرزه‌ای می‌تواند چالش برانگیز باشد. زیرا در بیشتر روش‌های پردازشی فاصله بین ردلرزه‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شود. از سوی دیگر می‌دانیم که در بیشتر عملگرها مانند عملگر تبدیل فوریه سریع، تبدیل کرولت و تبدیل موجک فرض بر این است که فواصل بین نقاط نمونه برداری یکسان است.



شکل ۲. (الف) برداشت تصادفی بر روی یک شبکه با فواصل یکسان. (ب) برداشت به صورت تصادفی و با فواصل غیریکسان.

۲-۲. تبدیل فوریه با فواصل نامساوی

تبدیل فوریه گسسته با فواصل نامساوی (NUDFT) نوعی تبدیل فوریه گسسته است که در آن سیگنال ورودی به صورت نامنظم و با فواصل متفاوت برداشت شده است. این روش در پردازش سیگنال، تصویربرداری‌های پزشکی، حل معادلات دیفرانسیل جزئی و روش‌های عددی کاربردهای فراوانی دارد (باغچی و میترا، ۱۹۹۹؛ گرینگراد و لی، ۲۰۰۴). روش NUDFT کمک می‌کند تا بتوان سری ضرایب تبدیل فوریه را برای هر نوع سیگنال با نمونه‌برداری نامنظم و با طول محدود به دست آورد. یکی از دلایلی که از این روش برای تبدیل فوریه استفاده می‌شود این است که انرژی برخی سیگنال‌ها در تمام فرکانس‌ها به صورت یکسان توزیع نشده است. از این رو گاهی استفاده از این روش در پردازش سیگنال اجتناب ناپذیر می‌شود.

اگر سیگنال $s_n = [s_0, s_1, \dots, s_{n-1}]$ به صورت نامنظم در نقاط نمونه‌برداری $x_n = [x_0, x_1, \dots, x_{n-1}] \in [0, 1]$ ثبت شده باشد، آنگاه رابطه NUDFT به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$c_k = \sum_{n=1}^{N-1} s_n e^{-2\pi i x_n f_k}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (4)$$

که در آن s_n ضرایب سیگنال و c_k ضرایب فوریه در فرکانس‌های $f_k = [f_0, f_1, \dots, f_{N-1}] \in [0, N]$ می‌باشند. همان‌طور که از روی این رابطه پیدا است، در صورتی که نقاط x_n و f_k بر روی یک شبکه منظم برداشت شوند، رابطه (۴) به صورت تعریف مرسوم DFT تبدیل می‌شود. به علاوه باید دقت کرد که با توجه به این رابطه، تابع الحاقی این رابطه برابر با معکوس آن نخواهد بود مگر در حالتی که فاصله نمونه‌برداری در هر دو فضا به صورت منظم باشد. روش NUDFT سه نوع مختلف دارد (گرینگراد و لی، ۲۰۰۴):

نوع اول، که در آن نمونه‌برداری x_n به صورت یکنواخت اما ضرایب فوریه در فرکانس‌های f_k با مقادیر نامنظم به دست می‌آید.

نوع دوم، که در آن نمونه‌برداری x_n به صورت نامنظم اما ضرایب فوریه در فرکانس‌های f_k با مقادیر منظم به دست

می‌آید.

نوع سوم، که در آن نمونه‌برداری هر دو مقدار x_n و فرکانس‌های f_k با مقادیر نامنظم انجام می‌شود. عموماً، از الگوریتم FFT برای تسریع در اعمال روش DFT مرسوم استفاده می‌شود. این الگوریتم تعداد محاسبات عددی را از $O(N^2)$ به $O(N \log N)$ تقلیل می‌دهد. با این حال از این الگوریتم نمی‌توان به صورت مستقیم برای محاسبه رابطه NUDFT استفاده کرد. در سال‌های گذشته الگوریتم‌های زیادی برای افزایش سرعت محاسبات هر سه نوع NUDFT ارائه شده است (دوت و رخلین، ۱۹۹۳؛ فسler و ساتون، ۲۰۰۳؛ گرینگراد و لی، ۲۰۰۴؛ لی و گرینگراد، ۲۰۰۵). تمامی این روش‌ها ترکیبی از یک روش درونیابی و تبدیل فوریه سریع هستند و عموماً با نام تبدیل فوریه سریع با فواصل نامساوی (NUFFT) شناخته می‌شوند.

در این مقاله از نوع دوم روش NUFFT معرفی شده در مقاله بارنت و همکاران (۲۰۱۹) برای انجام این کار استفاده شده است. این روش به صورت خلاصه از سه مرحله تشکیل شده است: در مرحله اول یک تابع هموارسازی با پهنای w با داده‌ها بر روی یک شبکه با شبکه‌بندی بسیار کوچک هم‌میخت می‌شود. این کار به $w^d M$ تعداد محاسبه احتیاج دارد. در مرحله دوم تابع FFT بر روی شبکه به دست آمده اعمال می‌شود. در مرحله آخر تعداد N فرکانس از نتیجه به دست می‌آید و سپس تابع هموارساز از نتیجه و هم‌میخت می‌شود. اگر $w \approx c |\log \epsilon|$ در نظر گرفته شود آنگاه تعداد کل محاسبات برای NUFFT برابر با $O(M |\log \epsilon|^d + N \log N)$ خواهد شد که به مراتب کمتر از تعداد محاسبات برای DFT است.

۲-۳. روش نمونه‌برداری نامنظم

همان‌طور که پیشتر گفته شد، بر اساس روش نمونه‌برداری فشرده برای این که بتوان در نمونه‌برداری از یک سیگنال تئوری نایکوئیست-شانون را نادیده گرفت و سیگنال را با تعداد کمتری از نقاط نسبت به آنچه این تئوری بیان می‌دارد ثبت کرد و آن را بازیابی کرد وجود دو شرط لازم

$$y[i] = y_{Regular}[j] \quad \text{for } i = 1, \dots, n$$

$$\text{and } j = \frac{1-\gamma}{2} + \gamma \cdot i + \epsilon_i \quad (5)$$

در این رابطه، γ داده نمونه برداری شده به صورت تصادفی و $y_{Regular}$ داده نمونه برداری شده بر روی شبکه منظم است. مقادیر تصادفی و گسسته ϵ_i بر اساس توزیع یکنواخت در بازه $[(\xi - 1)/2]$ و $[(\xi - 1)/2]$ اعداد صحیح و یکتایی هستند و پارامتر نامنظم سازی γ $0 \leq \xi \leq \gamma$ به اندازه تغییرات در نزدیکی شبکه منظم بستگی دارد. تابع کمینه ساز اعداد حقیقی q که به صورت $[q]$ نشان داده می شود، بیشترین مقدار عدد صحیح کوچکتر یا مساوی q را باز می گرداند. رابطه بالا را می توان برای حالتی که γ عدد زوج است نیز تغییر داد. هنتفت و هرمن (۲۰۰۸) بیان داشتند که هنگامی که $\xi = \gamma$ در نظر گرفته می شود رابطه (۵) بهینه ترین حالت نمونه برداری را خواهد داشت. در حالت بهینه داده ها به صورت تصادفی و از درون پنجره های کنار هم و با طول $\gamma = \xi$ انتخاب می شوند. بنابراین، در تمام طول سیگنال نمونه ها به صورت یکنواخت برداشت می شوند و حداکثر فاصله بین نمونه ها بیشتر از 2γ نخواهد شد. از طرفی، با استفاده از این روش نمونه ها به صورت تقریباً تصادفی و با فواصل غیر یکسان نمونه برداری شده اند (شکل ۳-پ). با انتخاب مقادیر مختلفی از γ می توان طول این پنجره ها و در نتیجه فاصله نقاط نمونه برداری و تعداد آنها را تغییر داد. بدیهی است هرچه مقدار γ در حالت بهینه کمتر باشد، طول پنجره ها کوچکتر و در نتیجه حداکثر فاصله نمونه ها کمتر و تعداد نقاط نمونه برداری از روی سیگنال بیشتر خواهد بود. با این وجود رابطه (۵) زمانی صادق است که نمونه ها از روی یک شبکه منظم برداشته شوند. اما همان طور که پیشتر ذکر شد، عموماً در یک عملیات لرزه نگاری برداشت نمونه ها بر روی یک شبکه منظم، به علت وجود موانع امکان پذیر نیست.

از آنجایی که در مقاله پیش رو از روش تبدیل فوریه با فواصل نامساوی استفاده شده است، نیازی نیست فواصل بین نقاط نمونه برداری مضرب صحیحی از فاصله نقاط شبکه باشد. از این رو، در این مقاله شرط محدودیت استفاده از اعداد صحیح تصادفی برای ϵ_i برداشته شده است. بنابراین

است. اول این که داده ها باید در فضایی غیر از فضای ثبت داده تُنک باشند و دوم این که سیگنال به صورت تصادفی نمونه برداری شود. از طرفی کاملاً تصادفی بودن نمونه برداری ممکن باعث شود که گاه بخشی از سیگنال با تعداد نقاط بیشتر و بخشی از سیگنال با تعداد نقاط کمتری نمونه برداری شود. این رخداد زمانی که سیگنال تغییرات زیاد و سریعی دارد می تواند باعث از دست رفتن بخشی از سیگنال هنگام بازیابی آن شود. در برداشت های لرزه نگاری، به علت تغییرات خواص زمین به صورت افقی و عمودی سیگنال های برداشت شده در طول زمان و مکان دچار تغییر می شوند. این تغییرات فیزیکی زمین می تواند باعث تغییر در دامنه و فاز موج شود. از این رو نمی توان انتظار داشت با برداشت های کاملاً تصادفی بتوان سیگنال های لرزه ای را به خوبی بازیابی کرد.

برای حل این مشکل هنتفت و هرمن (۲۰۰۸) روشی را معرفی کرده اند که بر مبنای آن داده ها به صورت تقریباً تصادفی و به گونه ای نمونه برداری می شوند که نقاط برداشت در تمامی فضای نمونه برداری به صورت یکنواخت پخش شده اند. با این کار هم شرط تصادفی بودن نقاط برداشت داده ها برقرار خواهد بود و هم نقاط نمونه برداری در تمام طول سیگنال به صورت یکنواخت گسترده است. اساس ایده نمونه برداری نامنظم معرفی شده توسط آنها طراحی یک شبکه منظم برای درون یابی و سپس برداشت نامنظم بر روی آن شبکه در پنجره هایی با طول مشخص است. همانند روش برداشت تصادفی بر روی یک شبکه منظم، در این روش آشفتگی ایجاد شده بر روی این شبکه منظم و با فواصل نقاط مساوی ایجاد می شود.

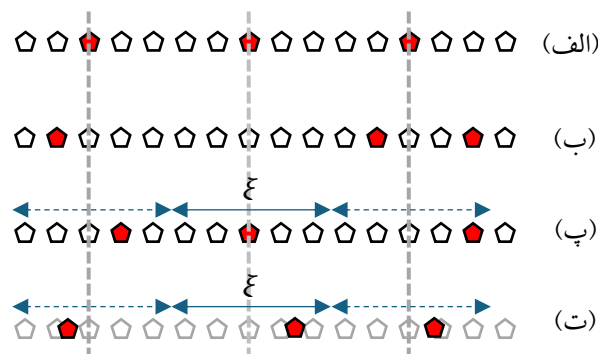
برای به دست آوردن رابطه ای برای نحوه نمونه برداری نامنظم، هنتفت و هرمن (۲۰۰۸) فرض کرده اند که فاکتور نمونه برداری γ عددی فرد است و تعداد نقاط شبکه N مضرب صحیحی از γ است. بنابراین، داده های به دست آمده $n = N/\gamma$ یک عدد صحیح خواهد شد. با این فرضیات، نقاط نمونه برداری نامنظم از رابطه زیر به دست می آید:

پیدا است نمونه‌ها درون پنجره‌هایی به طول ۵ نمونه قرار دارند. با این حال محدودیت قرارگیری نمونه‌ها بر روی یک شبکه مشخص وجود ندارد و نمونه‌ها می‌توانند در هر جایی از خط برداشت قرار بگیرند.

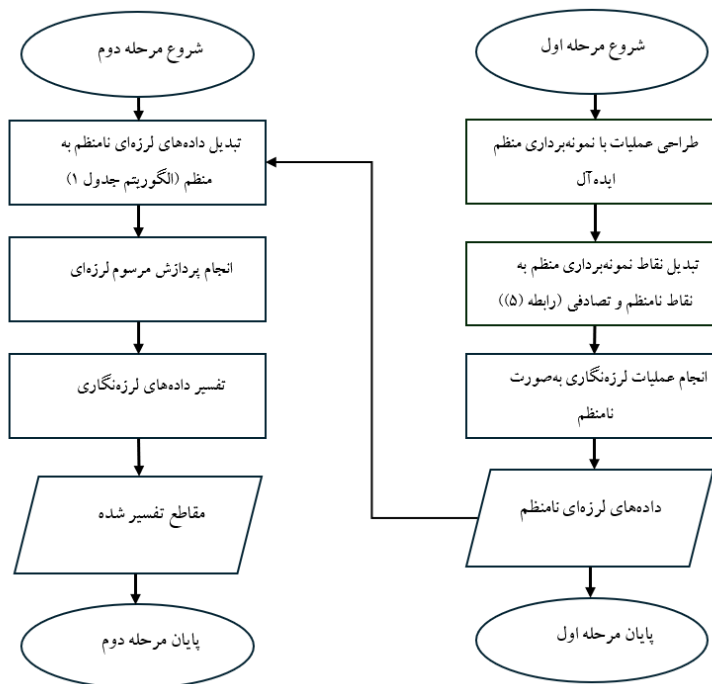
دلیل استفاده از اعداد صحیح ϵ_i برای رابطه (۵) در مقاله هننفت و هرمن (۲۰۰۸) استفاده از عملگر تبدیلی است که نمی‌توانست داده‌هایی با نمونه‌هایی در خارج از نقاط یک شبکه با فواصل مساوی را در نظر بگیرد. از آنجایی که این مشکل در این مقاله با استفاده از عملگر تبدیل فوریه با فواصل نامساوی بر طرف شده است، می‌توان بدون محدودیت قرارگیری ایستگاه‌های داده‌برداری بر روی یک شبکه مشخص داده‌ها را بازیابی کرد. تنها محدودیتی که در این مقاله در نظر گرفته می‌شود، نمونه‌برداری در پنجره‌هایی با طول محدود است. این کار به علت پخش یکنواخت نقاط نمونه‌برداری با فواصل نامساوی در تمام طول برداشت است. در قسمت بعد نتایج به دست آمده از این روش به نمایش گذاشته خواهد شد. استفاده از این روش در عمل محدودیت‌های نمونه‌برداری به صورت منظم را ندارد. در این روش، جابه‌جایی و یا حذف نقاط ایستگاه‌ها تا زمانی که باعث کاهش قابل ملاحظه داده‌های ثبت شده نشود و شرط تصادفی بودن نمونه‌برداری را نقض نکند، نمی‌تواند باعث کاهش وضوح داده‌های منظم بازیابی شده شود. شکل ۴ نحوه اعمال روش نمونه‌برداری نامنظم را به ترتیب مراحل و به صورت شماتیک در یک عملیات لرزه‌نگاری نمایش می‌دهد.

ϵ_i می‌تواند هر عدد تصادفی صحیح و یا اعشاری در بازه $[-(1-\xi)/2, (1-\xi)/2]$ باشد. این کار باعث می‌شود تا محدودیت نمونه‌برداری بر روی یک شبکه منظم با فواصل یکسان از بین رفته و نقاط نمونه‌برداری سطحی با هر فاصله‌ای از یکدیگر قرار گیرند.

شکل ۳، تفاوت چهار روش نمونه‌برداری معرفی شده را نمایش می‌دهد. شکل ۳-الف نحوه نمونه‌برداری به صورت منظم ولی با نمونه‌های کمتر را نمایش می‌دهد. شکل ۳-ب نحوه نمونه‌برداری به صورت کاملاً تصادفی را نمایش می‌دهد. همان‌طور که از روی این شکل پیدا است به علت کاملاً تصادفی بودن نمونه‌برداری فاصله بسیار زیادی در میانه‌های نقاط نمونه‌برداری وجود دارد. این فاصله برای برداشت داده‌های لرزه‌ای که به صورت افقی تغییر می‌کنند چندان مطلوب نیست. از این رو نمی‌توان از این روش برای برداشت‌های لرزه‌نگاری استفاده کرد. شکل ۳-پ نحوه نمونه‌برداری به صورت تصادفی معرفی شده در رابطه (۵) زمانی که ϵ_i اعدادی صحیح است و مقدار پارامترهای $\xi = 5 = \gamma$ است را نمایش می‌دهد. همان‌طور که در این شکل پیدا است نمونه‌ها به صورت تصادفی در پنجره‌هایی مشخص داده‌برداری شده‌اند. از این رو فاصله نمونه‌ها از یکدیگر چندان زیاد نیست. به علاوه این فاصله را می‌توان با تغییر پارامترها کمتر و یا بیشتر کرد. شکل ۳-ت نحوه نمونه‌برداری به صورت تصادفی معرفی شده در رابطه (۵) زمانی که ϵ_i اعدادی اعشاری است و مقدار پارامترهای $\xi = 5 = \gamma$ است را نمایش می‌دهد. همان‌طور که در این شکل



شکل ۳. الف) نمونه‌برداری منظم. ب) نمونه‌برداری کاملاً تصادفی. پ) نمونه‌برداری تصادفی با رابطه (۵) و ϵ_i صحیح با $\xi = \gamma = 5$. ت) نمونه‌برداری تصادفی با رابطه (۵) و ϵ_i اعشاری با $\xi = \gamma = 5$.



شکل ۴. جایگاه مراحل مختلف روش نمونه‌برداری داده‌های لرزه‌ای به صورت نامنظم در لرزه‌نگاری.

۳. اندازه‌گیری، مشاهده و محاسبه

در این قسمت نتایج حاصل از اعمال روش معرفی شده در بخش قبل بر روی داده‌های لرزه‌ای مصنوعی و واقعی به منظور نمایش توانایی این روش در بازیابی داده‌های از دست رفته نمایش داده خواهد شد. برای این کار روش معرفی شده بر روی داده‌های مصنوعی دو و سه بعدی و یک داده واقعی به صورت دو بعدی اعمال می‌شود. برای داده‌های مصنوعی، سعی شده تا مکان ردلرزه‌ها بر روی یک شبکه منظم قرار نگیرد. برای داده واقعی این رخداد هنگام برداشت داده‌ها کمی اتفاق افتاده است. به علاوه به منظور بررسی توانایی روش بخشی از ردلرزه‌های هر داده حذف شده است.

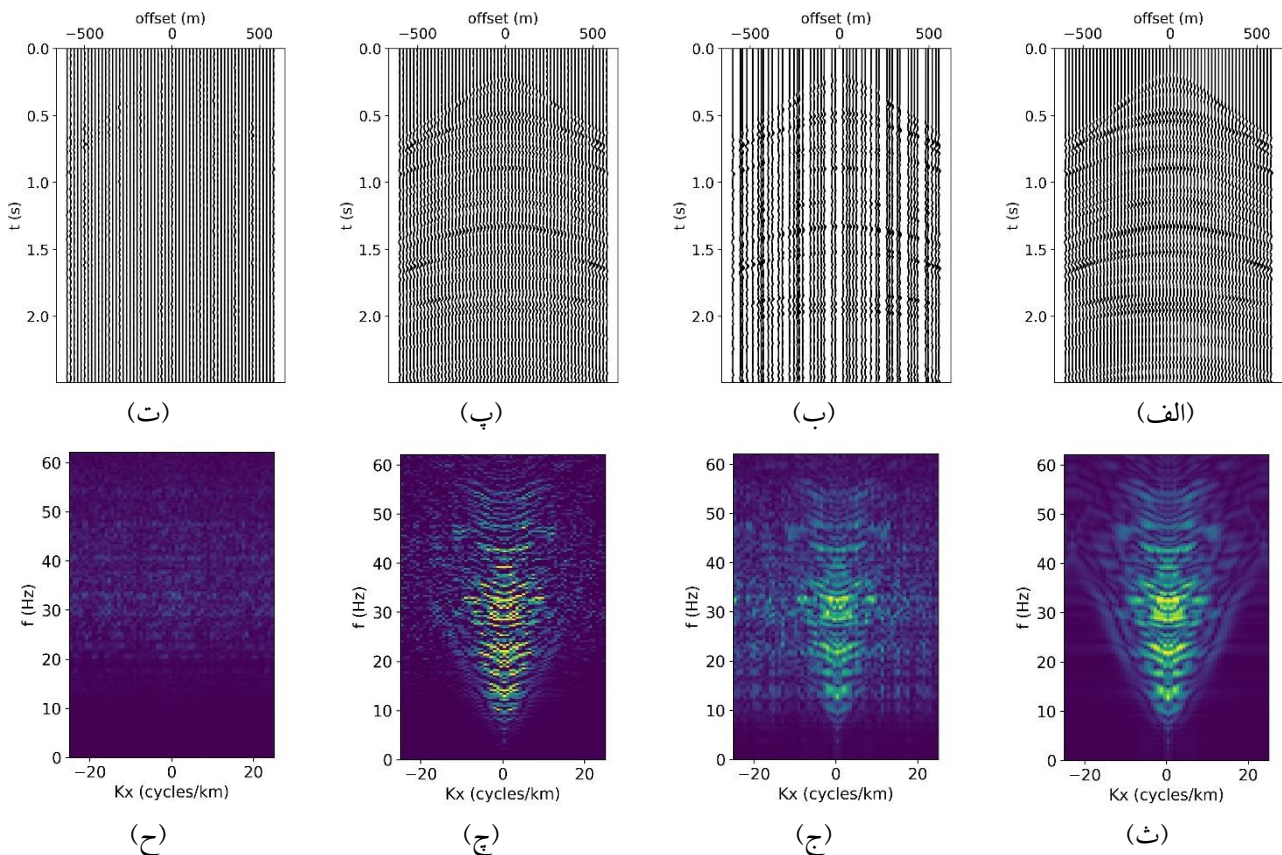
شکل‌های ۵-الف و ۵-ب به ترتیب یک داده مصنوعی دو بعدی با ۶۰ ردلرزه و طیف دامنه آن را که بر روی یک شبکه منظم نمونه‌برداری شده نمایش می‌دهند. فاصله نمونه‌برداری مکانی و زمانی ردلرزه‌ها در این شکل به ترتیب ۲۰ متر و ۴ میلی ثانیه در نظر گرفته شده است. شکل ۵-ب همین داده را با فواصل نامنظم در طول محور دورآفت نشان می‌دهد. در این شکل اجازه داده شده تا ردلرزه‌ها به فاصله $6\pm/67$ متر از محل قرارگیری‌شان بر روی شبکه منظم در

شکل ۵-الف به صورت تصادفی فاصله داشته باشند. به علاوه، تقریباً یک پنجم ردلرزه‌ها در این شکل حذف شده‌اند و بنابراین تعداد ردلرزه‌های نامنظم در این شکل برابر با ۴۸ است. طیف دامنه این داده در شکل ۵-ج نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود طیف دامنه این داده شامل دامنه‌های هذلولی شکل مربوط به وقایع داده اصلی است که همان‌طور که گفته شد به علت برداشت به صورت نامنظم و تصادفی نوفه‌های تصادفی به آن افزوده شده است. شکل ۵-پ و ۵-چ به ترتیب داده‌های منظم بازیابی شده و طیف دامنه این داده‌ها را نمایش می‌دهند. همان‌طور که از روی این شکل‌ها پیدا است پس از منظم سازی داده‌ها طیف دامنه واضح‌تر شده و نوفه‌های تصادفی در آن به مقدار قابل توجهی کاهش یافته است. شکل ۵-ت نیز تفاضل داده‌های نشان داده شده در شکل ۵-الف و شکل ۵-پ را به نمایش گذاشته است. طیف دامنه این شکل در شکل ۵-ح نشان داده شده است. از روی این شکل پیدا است که روش توانسته بخش زیادی از داده‌های اصلی را منظم‌سازی و بازیابی کند. با این حال بخش کمی از داده‌های اصلی همچنان درون مقطع تفاضل نشان داده شده در شکل ۵-ت قابل مشاهده است. برای مقایسه بهتر نتیجه

شکل ۶-ت میزان اختلاف شکل ۶-الف و شکل ۶-پ را نمایش می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، داده به‌دست آمده با توجه به شرایط آن نسبتاً خوب بازیابی شده است. البته نه به‌خوبی داده نمایش داده‌شده در شکل ۵. بخشی از داده‌های اصلی در مقطع تفاضل در شکل ۶-ت قابل مشاهده است. برای مقایسه عملکرد این روش، نتیجه حاصل از روش معرفی‌شده در این مقاله با یک روش درون‌یابی دیگر در حوزه زمان، که در مقالات آلفلد (۱۹۸۴) و فارین (۱۹۸۶) معرفی شده است، مقایسه شده است. دلیل انتخاب این روش زمانی، توانایی آن در درون‌یابی داده‌هایی است که بر روی یک شبکه نامنظم داده‌برداری شده‌اند. از این رو، این روش با روش معرفی‌شده در این مقاله قابل مقایسه است. نتیجه حاصل از اعمال این روش درون‌یابی بر روی داده شکل ۶-ب و مقطع تفاضل آن به‌ترتیب در شکل‌های ۶-ث و ۶-ج آمده است.

به‌دست آمده خطای میانگین مربعات (MSE) داده شکل ۵-الف و داده به‌دست آمده در شکل ۵-پ با رابطه $MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2$ به‌دست آمده است. در این رابطه y_i داده قابل انتظار، \tilde{y}_i داده پیش‌بینی‌شده و n تعداد دراپه‌های داده‌ها است. مقدار $MSE = 0.014$ برای این دو شکل به‌دست آمده است.

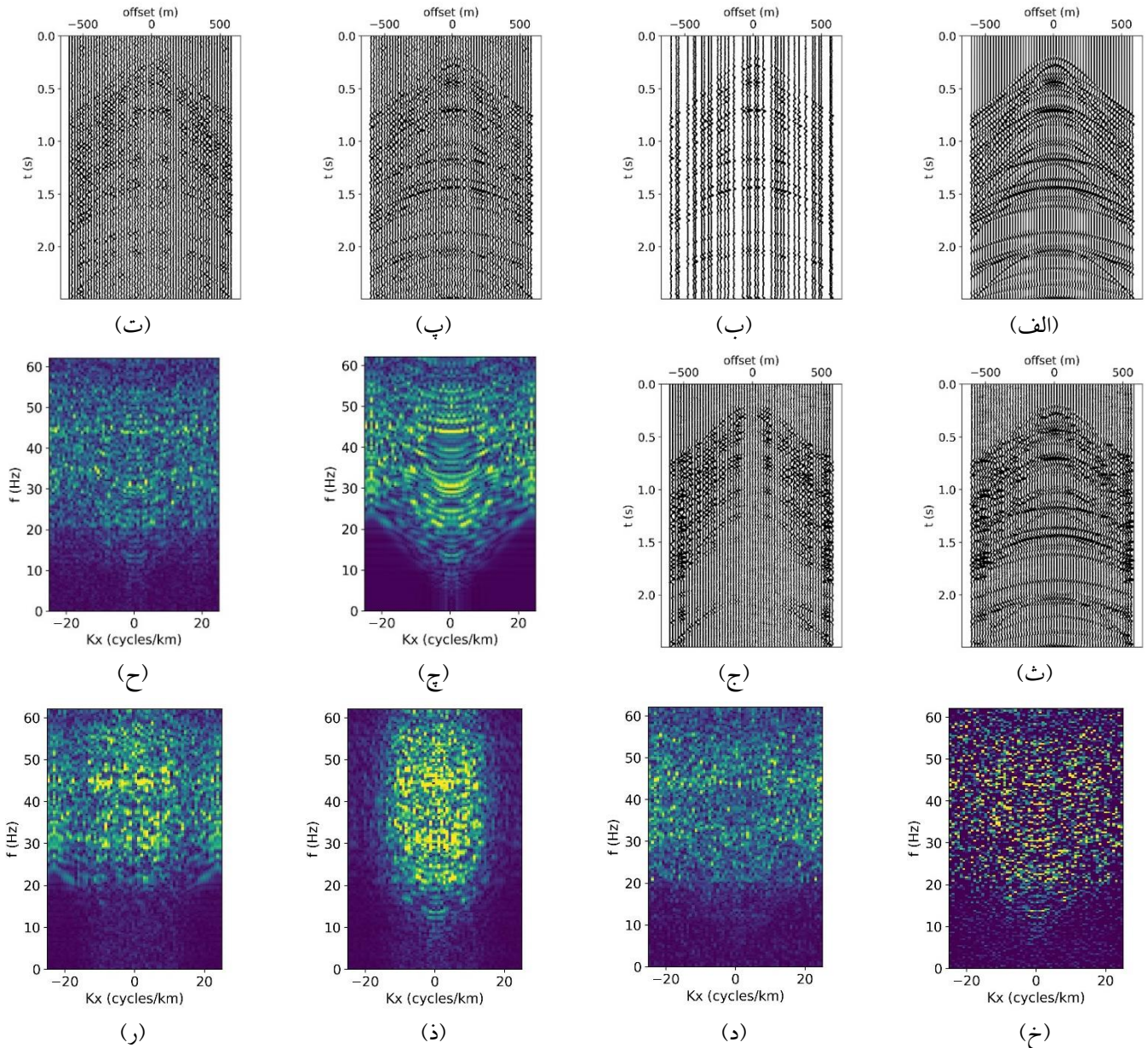
برای بررسی میزان پایداری روش معرفی‌شده در برابر نوفه، مقداری نوفه تصادفی با میانگین صفر و انحراف معیار ۰/۱ به شکل ۶-الف افزوده شده است. این داده دارای ۶۰ ردلرزه است که برای مقایسه بهتر در شکل ۶-ب فقط ۳۶ ردلرزه آن نگاه داشته شده است. ردلرزه‌ها بر روی یک شبکه مکانی نامنظم با مشخصات ذکرشده برای شکل ۵ ثبت شده‌اند. برای این شکل پس از افزایش نوفه میزان $MSE = 6.12$ شده است. شکل ۶-پ داده به‌دست آمده از اعمال روش معرفی‌شده در این مقاله را نمایش می‌دهد. برای این شکل میزان $MSE = 0.092$ به‌دست آمده است.



شکل ۵. الف) یک داده مصنوعی دو بعدی بر روی یک شبکه منظم با فاصله نمونه‌برداری مکانی ۲۰ متر. ب) همان داده زمانی که به‌صورت نامنظم برداشت شده و یک پنجم ردلرزه‌های آن حذف شده است. پ) داده بازیابی‌شده با استفاده از روش معرفی‌شده. ت) تفاضل داده‌های قسمت (الف) و (پ). ث) طیف دامنه شکل (الف). ج) طیف دامنه شکل (ب). چ) طیف دامنه شکل (پ). ح) طیف دامنه شکل (ت).

شکل‌های ۶-الف، ب، پ، ت، ث و ج به ترتیب در شکل‌های ۶-چ، ح، خ، د، ذ و ر نمایش داده شده‌اند. با مقایسه مقاطع طیف دامنه پیدا است که داده پس از بازیابی نشت دامنه داشته است. از طرفی این شکل‌ها نشان می‌دهد که روش معرفی شده در این مقاله کمی بهتر از روش درونیابی معرفی معرفی شده در مقالات آلفلد (۱۹۸۴) و فارین (۱۹۸۶) عمل کرده است.

برای این روش میزان $MSE = 0.13$ به دست آمده است که کمی بیشتر از مقدار MSE برای روش معرفی شده در این مقاله است. همان‌طور که از روی این شکل پیدا است، این روش زمانی نتوانسته به خوبی داده‌های لرزه‌ای را بازیابی کند و اثرات ناخواسته‌ای را در قسمت‌هایی که فاصله ردلرزه‌ها زیاد بوده بر روی داده ایجاد کرده است. تصاویر مقطع طیف دامنه دو بعدی برای

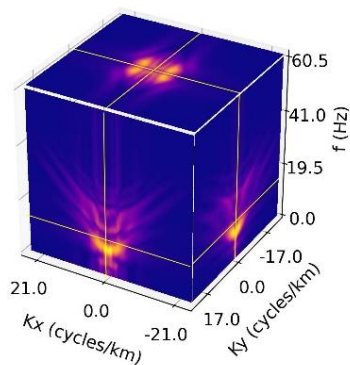


شکل ۶. الف) یک داده مصنوعی دو بعدی بر روی یک شبکه منظم با فاصله نمونه‌برداری مکانی ۲۰ متر، ب) همان داده زمانی که به صورت نامنظم برداشت شده و دو پنجم ردلرزه‌های آن حذف شده است و به آن نوفه‌های تصادفی با میانگین صفر و انحراف معیار ۰/۱ افزوده شده است. پ) داده بازیابی شده با استفاده از روش معرفی شده. ت) تفاضل داده‌های قسمت (الف) و (پ). ث) نتیجه بازیابی داده با استفاده از روش درونیابی در حوزه زمان-مکان. ج) تفاضل داده‌های (الف) و (ث). چ) طیف دامنه شکل (الف). ح) طیف دامنه شکل (ب). خ) طیف دامنه شکل (پ). د) طیف دامنه شکل (ت). ذ) طیف دامنه شکل (ث). ر) طیف دامنه شکل (ج).

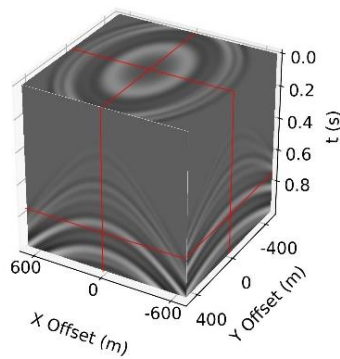
برای داده سه‌بعدی بازیابی شده $MSE = 0.003$ به دست آمده است.

شکل ۸ به منظور آزمایش روش معرفی شده بر روی یک داده واقعی دوبعدی نمایش داده شده است. شکل ۸-الف یک مقطع چشمه مشترک با نمونه‌برداری تقریباً منظم و شکل ۸-ب طیف دامنه آن را نمایش می‌دهند. فاصله ردلرزه‌ها از یکدیگر تقریباً $12/5$ متر و فاصله نمونه‌برداری زمانی $0/002$ ثانیه است. به منظور آزمایش روش معرفی شده، در شکل ۸-ب نیمی از ردلرزه‌های آن با استفاده از رابطه (۵) حذف شده است. شکل ۸-ج طیف دامنه داده نامنظم را نشان می‌دهد. همان‌طور که از روی این شکل پیداست، با حذف ردلرزه‌ها به صورت نامنظم در فضای زمان، نوفه‌های تصادفی در فضای فرکانسی به داده افزوده شده است. شکل ۸-پ و شکل ۸-چ به ترتیب داده درون‌یابی شده توسط روش معرفی شده در این مقاله و طیف دامنه آن را نمایش می‌دهند. از روی این شکل‌ها پیداست که روش به میزان مطلوبی توانسته ردلرزه‌های حذف شده در فضای زمان را با تضعیف نوفه‌های تصادفی در فضای فرکانس بازیابی کند. شکل ۸-ت تفاضل داده‌های شکل ۸-الف و ۸-پ را نمایش می‌دهد. طیف دامنه این مقطع در شکل ۸-ح نمایش داده شده است. واضح است که روش توانسته به میزان زیادی داده‌های حذف شده را درون‌یابی کند. با این حال بخش کمی از داده‌ها همچنان در مقطع تفاضل آنها مشخص هستند. برای این داده‌ها میزان $MSE = 0.0003$ به دست آمده است.

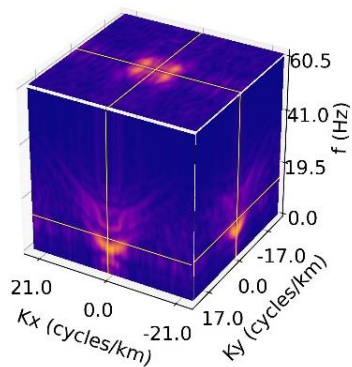
شکل ۷-الف و ب به ترتیب یک داده سه‌بعدی بر روی یک شبکه منظم و طیف دامنه آن را نمایش می‌دهند. فاصله نمونه‌برداری در این شکل برای محورهای افقی x و y برابر با 20 متر و برای محور زمان 8 میلی‌ثانیه است. در این شکل‌ها خطوط قرمز و زردرنگ بر روی وجوه مکعب داده‌ها و طیف دامنه آنها نشان‌دهنده مکانی است که تصویر آن بر روی وجه مکعب نمایش داده شده است. شکل ۷-ب شبکه منظم (نقاط سیاه رنگ) و محل نمونه‌برداری به صورت نامنظم (نقاط آبی رنگ) را بر روی سطح افقی مکعب نمایش می‌دهد. در این داده، علاوه بر جابه‌جایی نقاط نمونه‌برداری از روی شبکه منظم، 20 درصد از داده‌ها نیز حذف شده‌اند. از آنجایی که داده‌ها در فضای سه‌بعدی به صورت نامنظم برداشت شده‌اند امکان نمایش آنها به صورت دو بعدی وجود ندارد. از این رو فقط طیف دامنه داده‌های نامنظم در شکل ۷-ت نمایش داده شده است. همان‌طور که از روی این شکل مشخص است، برداشت نامنظم داده‌ها باعث شده طیف دامنه آلوده به نوفه باشد. شکل ۷-ث و ج داده‌های منظم شده و طیف دامنه آن را نمایش می‌دهد. در این شکل واضح است که با منظم‌سازی، نوفه‌های تصادفی حاصل از نمونه‌برداری تصادفی بر روی طیف دامنه از بین رفته‌اند. شکل ۷-چ و ح نیز به ترتیب تفاضل داده‌های شکل ۷-الف و ث و تفاضل طیف دامنه شکل ۷-ب و ج را نمایش می‌دهند. از روی این شکل‌ها واضح است که داده‌های منظم با تقریب خوبی از روی داده‌های نامنظم بازیابی شده است.



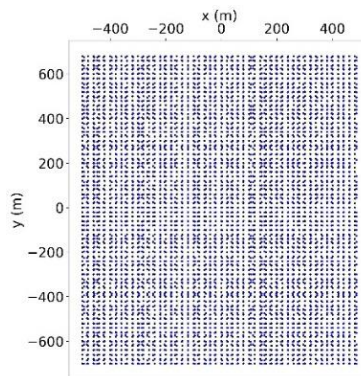
(ب)



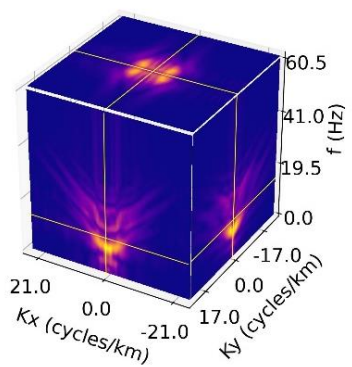
(الف)



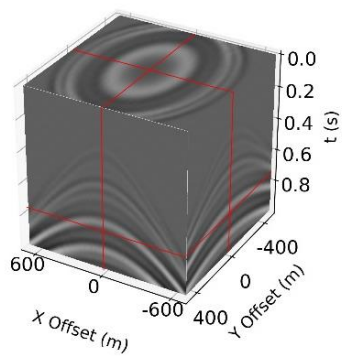
(ت)



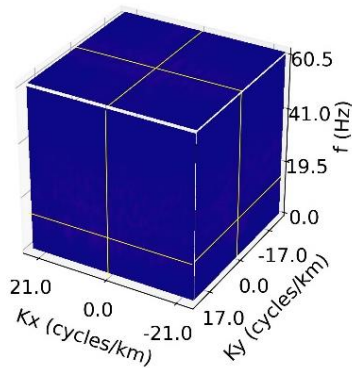
(پ)



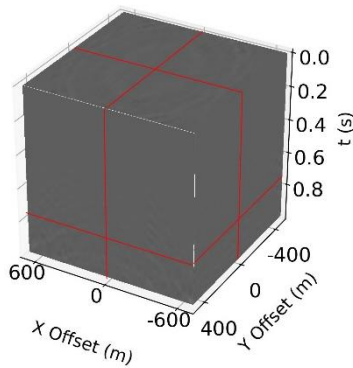
(ج)



(ث)

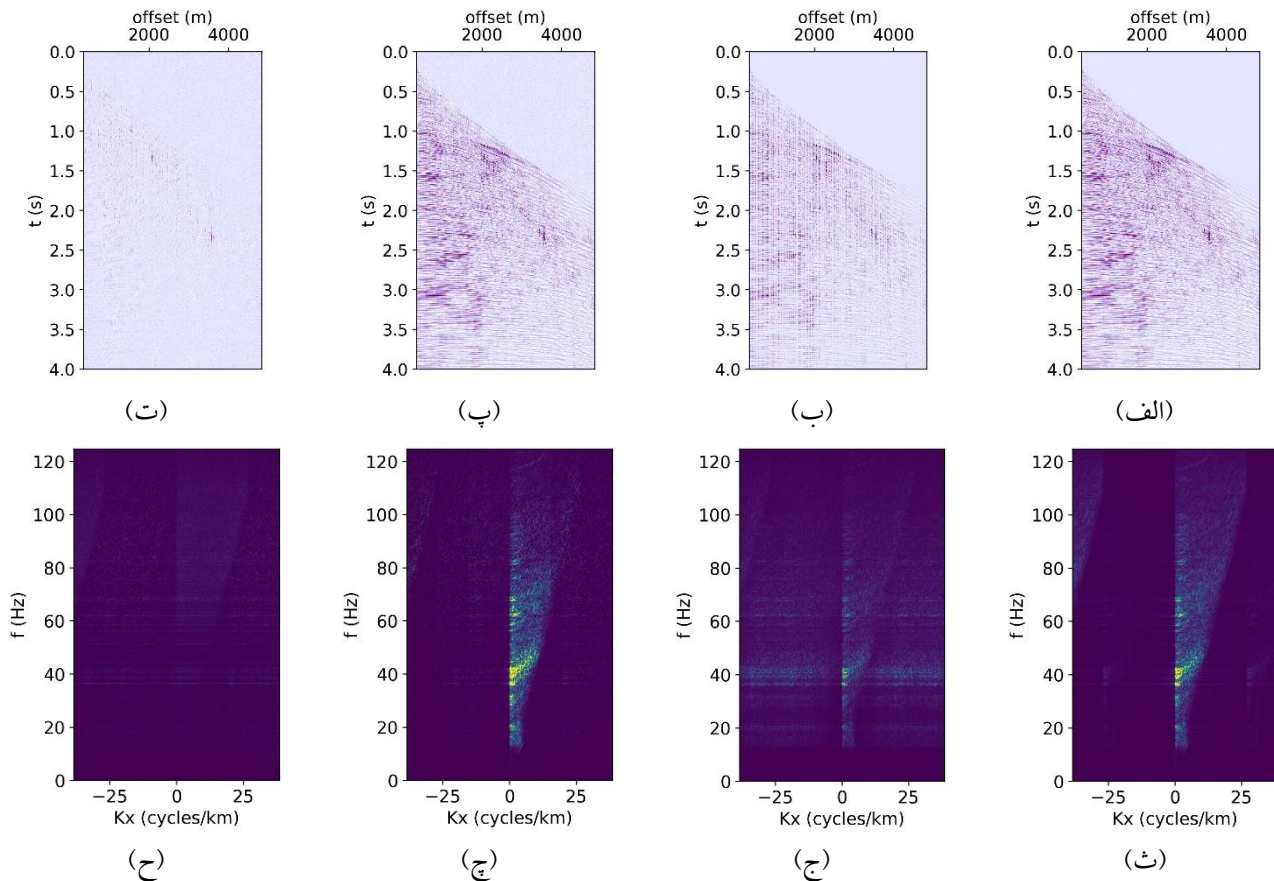


(ح)



(چ)

شکل ۷. الف) یک داده سه بعدی با فاصله نمونه برداری ۲۰ متر در جهت X و Y و ب) طیف دامنه آن. پ) مکان ردلرزه‌ها بر روی یک شبکه منظم (نقاط سیاه) و نامنظم (نقاط آبی). ت) طیف دامنه داده نامنظم. ث) داده منظم بازیابی شده و ج) طیف دامنه آن. چ) تفاضل داده‌های منظم و نامنظم. ح) تفاضل طیف دامنه داده بازیابی شده و داده منظم. خطوط قرمز بر روی مکعب‌های داده‌ها و زرد رنگ بر روی مکعب‌های طیف دامنه نشان‌دهنده برش نمایش داده شده بر روی وجوه مکعب است.



شکل ۸. الف) یک داده واقعی دو بعدی بر روی یک شبکه منظم با فاصله نمونه‌برداری مکانی ۱۲/۵ متر. ب) همان داده زمانی که به صورت نامنظم نیمی از ردلرزه‌های آن حذف شده. پ) داده بازبازی شده با استفاده از روش معرفی شده. ت) تفاضل داده‌های قسمت (الف) و (پ). ث) طیف دامنه شکل (الف). ج) طیف دامنه شکل (ب). چ) طیف دامنه شکل (پ). ح) طیف دامنه شکل (ت).

۴. بحث

این رو تمامی مشکلات یک مسئله تضعیف نوفه در این روش نیز وجود دارد. به عنوان مثال، از آنجایی که نمونه‌برداری نامنظم در فضای زمان باعث افزایش خطای نوفه تصادفی در فضای فوریه می‌شود هرچه این خطا بیشتر باشد بازبازی داده برای روش مشکل‌تر خواهد بود. از طرفی وجود نوفه‌های تصادفی نیز می‌تواند به این خطا افزوده شود و حل مسئله را دشوارتر کند. به علاوه، وجود داده‌های دگرنام‌شده با دامنه بالا در فضای با نمونه‌برداری نامنظم، مانند امواج سطحی، نیز می‌تواند بر روی عملکرد روش تاثیر داشته باشد. این مسئله توسط زوارتجس و ساچی (۲۰۰۷) بررسی شده و راه حلی برای آن در نظر گرفته شده است. با این حال روش معرفی شده در مقاله زوارتجس و ساچی (۲۰۰۷) روش خودکاری نیست و نیازمند تصمیم و دخالت کاربر برای تعیین پارامترهای آن است. از این رو پیشنهاد می‌شود تا نوفه‌های موجود بر روی داده‌ها قبل از

همان‌طور که در بخش قبل نشان داده شد از روش نمونه‌برداری فشرده معرفی شده در این مقاله می‌توان به صورت دو و سه بعدی استفاده کرد. تعداد ابعاد را می‌توان از این هم فراتر برد. به عنوان مثال می‌توان از این روش برای بازبازی داده‌های لرزه‌ای دوبعدی در فضای چشمه-گیرنده-زمان استفاده کرد. می‌توان چپ‌نشان داده‌های لرزه‌ای را به گونه‌ای مرتب کرد که داده‌های پیش از برانبارش به داده‌ای با ابعادی فراتر از سه بعد تبدیل شوند. همین کار را می‌توان برای داده‌هایی با برداشت سه بعدی انجام داد. بنابراین، اعمال روش معرفی شده محدودیت ابعاد ندارد. از سوی دیگر، پیشتر اشاره شد که روش نمونه‌برداری فشرده روشی است که مسئله منظم‌سازی و درون‌یابی داده‌های لرزه‌ای در یک فضا را به یک مسئله تضعیف نوفه در یک فضای دیگر مانند فضای فوریه تقلیل می‌دهد. از

به دست آمده از آن معرفی شده است. در این روش نیازی نیست تا داده‌ها بر روی یک شبکه منظم و با فواصل مساوی نمونه‌برداری شوند و می‌توانند با هر فاصله‌ای از یکدیگر قرار گیرند. پدیده‌ای که در واقعیت هنگام ثبت داده‌های لرزه‌ای به علت وجود موانع به گرات رخ می‌دهد. در روش معرفی شده که بر اساس نمونه‌برداری فشرده بنا شده است، تعداد محاسبات برای بازیابی داده‌ها از بیشتر روش‌های پیشین که عموماً بر تعریف تبدیل DFT مبتنی بودند، کمتر است. برای کاهش تعداد محاسبات در این روش از تبدیل NUFFT به عنوان یک تبدیل تُنک کننده استفاده شده است. این روش قابلیت این را دارد که بر روی داده‌های چند بُعدی و در فضاهای مختلفی اعمال شود. به عنوان مثال از این روش می‌توان بر روی داده‌های پیش از برانبارش در فضای چشمه-گیرنده-زمان استفاده کرد. از آنجایی که روش‌های مبتنی بر نمونه‌برداری فشرده نیازمند ثبت داده‌ها به صورت تصادفی هستند و از طرفی کاملاً تصادفی بودن نمونه‌برداری در داده‌های لرزه‌ای ممکن است باعث از دست رفتن بخشی از اطلاعات درون زمین شود، در این مقاله دستورالعملی به منظور برداشت داده‌های لرزه‌نگاری به صورت تصادفی نیز ارائه شده است که در آن اولاً داده‌ها با پراکندگی یکنواخت و به صورت تصادفی در طول سیگنال نمونه‌برداری می‌شوند و ثانیاً نیازی نیست داده‌ها از روی یک شبکه منظم با فواصل یکسان نمونه‌برداری شوند. با اعمال روش بر روی چند مثال عددی مصنوعی به صورت دوبعدی و سه‌بعدی و واقعی دوبعدی نشان داده شد که این روش تا حد بالایی می‌تواند داده‌های لرزه‌ای نامنظم را منظم‌سازی و درون‌یابی کند.

مراجع

- Abma, R., Foster, M. S. (2020). *Simultaneous Source Seismic Acquisition*, Society of Exploration Geophysics.
- Alfeld, P. (1984). A trivariate Clough-Tocher scheme for tetrahedral data. *Computer Aided Geometric Design*, 1 (2), 169-181.
- Bagchi, S., & Mitra, S. K. (1999). *The nonuniform discrete Fourier transform and its applications in signal processing*: Boston, MA: Springer

اعمال روش تا جای ممکن تضعیف گردند تا پاسخ روش صحت بالاتری داشته باشد.

نکته مهم دیگری که ممکن است بر روی نتیجه منظم‌سازی تاثیر بالایی بگذارد، تعداد نقاط نمونه‌برداری در طول سیگنال است. طبیعی است که هرچه تعداد نقاط نمونه‌برداری بیشتر باشد کیفیت داده به دست آمده بیشتر خواهد بود. تعیین تعداد نقاط نمونه‌برداری تا حد زیادی تابع سیگنال می‌باشد (دونوهو، ۲۰۰۶). هرچه تغییرات سیگنال شدیدتر باشد و کیفیت سیگنال کمتر باشد، طبیعتاً به تعداد نقاط بیشتری برای نمونه‌برداری احتیاج است. به علاوه تعداد نقاط نمونه‌برداری مطلوب برای بازیابی سیگنال به فضای نمونه‌برداری و فضای تبدیل نیز وابسته است. از این رو پیشنهاد می‌شود این پارامترها به صورت آزمایش و خطا و یا با استفاده از روش‌هایی مانند مطالعه روش‌شنایی (Illumination Study) تعیین شوند.

علاوه بر این‌ها، دامنه یک سیگنال در طول یک داده لرزه‌ای تغییرات زیادی می‌کند. از این رو ممکن است برخی اوقات دامنه‌های کوچک به همراه نوفه‌های تصادفی توسط روش حذف شوند و روش فقط دامنه‌های بزرگ را در فضای فوریه بازیابی کند. بنابراین پیشنهاد می‌شود برای بهبود کیفیت نتیجه، از پنجره‌های کوچکی بر روی داده استفاده شود. اندازه پنجره‌ها باید به گونه‌ای تعیین شود که دامنه داده‌ها تغییرات محسوسی درون آن پنجره نداشته باشد. این روش می‌تواند به منظور مدیریت حافظه سیستم پردازشی نیز بکار گرفته شود.

۵. نتیجه گیری

در این مقاله یک روش جدید به منظور نمونه‌برداری مکانی داده‌های لرزه‌ای به صورت نامنظم و بازیابی داده‌های

US. ISBN 978-1-4615-4925-3.

- Barnett A. H., Magland J. F., & Klinteberg L. af (2019). A parallel non-uniform fast Fourier transform library based on an "exponential of semicircle" kernel.. *SIAM J. Sci. Comput.* 41(5), C479-C504.
- Beck, A., & Teboulle, M. (2009). A Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems. *SIAM J. IMAGING*

- SCIENCES, 2, 183–202.
- Blackledge, J. M. (2003). *Digital Signal Processing: Mathematical and Computational Methods, Software Development and Applications*, Horwood Publishing.
- Candès, E.J., & Donoho, D. (2000). Curvelets – a surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges, A. Cohen, C. Rabut and L. Schumaker, Editors, *Curves and Surface Fitting: Saint-Malo 1999*, Vanderbilt University Press, Nashville, pp. 105–120.
- Candès, E.J., Wakin, M.B., & Boyd, S.P. (2008). Enhancing Sparsity by Reweighted ℓ_1 Minimization. *J Fourier Anal Appl*, 14, 877–905. <https://doi.org/10.1007/s00041-008-9045-x>
- Donoho, D. L., (2006), Compressed Sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 52, 1286–1306.
- Donoho, D. L., Tsai, Y., Drori, I., & Starck, J. -L. (2012). Sparse Solution of Underdetermined Systems of Linear Equations by Stagewise Orthogonal Matching Pursuit. *IEEE Transactions on Information Theory*, 58(2), 1094–1121. doi: 10.1109/TIT.2011.2173241.
- Dutt, A., & Rokhlin, V. (1993). Fast Fourier transform for nonuniformly spaced data. *SIAM Journal of Scientific Computing*, 14, 1368–1393.
- Farin, G. (1986). Triangular Bernstein-Bezier patches. *Computer Aided Geometric Design*, 3(2), 83–127.
- Fessler, J.A., & Sutton, B.P. (2003). Nonuniform fast fourier transforms using min-max interpolation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 51(2), 560–574.
- Foucart, S., & Lai, M. J. (2009). Sparsest solutions of underdetermined linear systems via ℓ_q -minimization for $0 < q \leq 1$, *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 26(3), 395–407.
- Goldstein, T., & Osher, S. (2009). The Split Bregman Method for L_1 -Regularized Problems. *SIAM J. Imaging Sci.*, 2(2), 323–343.
- Golub, G. H., Heath, M., & Wahba, G. (1979). Generalized Cross-Validation as a Method for Choosing a Good Ridge Parameter. *Technometrics*, 21(2), 215–223.
- Greengard, L., & Lee, J.-Y. (2004). Accelerating the Nonuniform Fast Fourier Transform. *SIAM Review.*, 46(3), 443–454.
- Hansen, P. C. (2000). The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems. In *InviteComputational Inverse Problems in Electrocardiology* WIT Press.
- Hennenfent, G., & Herrmann, F. J. (2008). Simply denoise: Wavefield reconstruction via jittered undersampling. *Geophysics*, 73, V19–V28.
- Herrmann, F. J., & Hennenfent, G. (2008). Non-parametric seismic data recovery with curvelet frames. *Geophys. J. Int.*, 173, 233–248.
- Hong, W. K., & Nguyen, M. C. (2022). AI-based Lagrange optimization for designing reinforced concrete columns. *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*, 21(6), 2330–2344.
- Hollander, Y., & Yilmaz, O. (2019). An acceleration method for the anti-leakage parabolic Radon transform for seismic data interpolation, SEG Technical Program Expanded Abstracts, 4480–4484.
- Lee, J.-Y., & Greengard, L. (2005). The type 3 nonuniform FFT and its applications. *Journal of Computational Physics*. 206(1), 1–5.
- Li, P., & Zhang, J. Q. (2019). Using jittered sampling in designing geometry and imaging in shallow 3D seismic surveys. *Near Surface Geophysics*, 17, 479–486.
- Shannon, C. E. (1949). Communication in the presence of noise. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, 37(1), 10–21.
- Sun, H. M., Jia, R. H., Zhang, X. L., Peng, Y. J., & Lu, X. M. (2019). Reconstruction of missing seismic traces based on sparse dictionary learning and the optimization of measurement matrices. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 175, 719–727.
- Wang, K., & Hu, T. (2022). Deblending of Seismic Data Based on Neural Network Trained in the CSG. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60, 1–12.
- Wang, J., Ng, M., & Perz, M. (2010). Seismic data interpolation by greedy local Radon transform. *Geophysics*, 75, WB225–WB234.
- Wang, H., Tao, C., Chen, S., Wu, Z., Du, Y., Zhou, J., Qiu, L., Shen, H., Xu, W., & Liu, Y. (2019). High-precision seismic data reconstruction with multi-domain sparsity constraints based on curvelet and high-resolution Radon, transforms. *Journal of Applied Geophysics*, 162, 128–137.
- Xu, S., Zhang, Y., Pham, D., & Lambare, G. (2005). Antileakage Fourier transform for seismic data regularization. *Geophysics*, 70, V87–V95.
- Zwartjes, P. M., & Sacchi, M. D. (2007). Fourier reconstruction of nonuniformly sampled, aliased seismic data. *Geophysics*, 72(2), V21–V32.