

The Methods of Teaching Mathematical Sciences and its Effectiveness from the Methods of Teaching Religious Sciences in Islamic Civilization in 3rd-5th AH

Tahereh Shrifzadeh[✉], Ahmad Badkubeh Hazaveh, Abdullah Farrahi, Hanif Ghalandari

Department of Islamic History, International University of Islamic Denominations, Tehran, Iran

tsharifz1982@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0004-7983-2113>

Department of Islamic History and Muslim Civilization, Faculty of Theology and Islamic Studies, University of Tehran, Tehran, Iran

hazaveh@ut.ac.ir

Department of Islamic History, International University of Islamic Denominations, Tehran, Iran

Farrahi.as@gmail.com

Institute for the History of Science, Faculty of Theology and Islamic Studies, University of Tehran, Tehran, Iran

hanif.ghalandari@ut.ac.ir, <https://orcid.org/0000-0002-4307-5809>

Article Info

Article type:

Research Article

Article history:

Received 6 September 2024

Accepted 26 October 2024

Published online 10 November 2024

Keywords:

History of Education in Islam, Learning methods, Mathematical Sciences, Religious Sciences, Teaching methods.

ABSTRACT

The discussion of educational methods within the Islamic educational system, particularly in mathematics and experimental sciences, can unveil new horizons in the history of science and technology. Nevertheless, examining educational methodologies in these sciences remains a relatively underexplored topic. This article, employing a descriptive-analytical approach, seeks to address the question of how much the educational systems of Muslims influenced the teaching methods of mathematics in the realm of religious sciences. Based on the research findings, it is evident that the teaching of mathematics initially drew from the methods used in religious education; some of these methods were adapted and modified to suit the structure of mathematical sciences, while others were discarded due to their inadequate efficacy for teaching these subjects. Furthermore, Muslim scholars developed specific techniques to present complex concepts and assist learners in visualizing principles and solving mathematical problems, which laid the groundwork for the advancement of mathematics within Islamic civilization.

Cite this article: Sharifzadeh, T., Badkubeh-Hazaveh, A., Farrahi, A., Ghalandari, H. (2024). The Methods of Teaching Mathematical Sciences and its Effectiveness from the Methods of Teaching Religious Sciences in Islamic Civilization in 3rd-5th AH. *Journal for the History of Science*, 22 (1), 47-67. DOI: <http://doi.org/10.22059/jihs.2024.381988.371802>

© The Author(s). Publisher: University of Tehran Press



روش‌های آموزش علوم ریاضی و تأثیرپذیری آن از روش‌های آموزش علوم دینی در تمدن اسلامی در سده‌های سوم تا پنجم هجری

طاهره شریف‌زاده[✉]، احمد بادکوبه هزاوه، عبدالله فرهی، حنیف قلندری

گروه تاریخ اسلام، دانشگاه بین‌المللی مذاهب اسلامی، تهران، ایران

رایانامه: tsharifz1982@gmail.com، <https://orcid.org/0009-0004-7983-2113>

گروه تاریخ و تمدن ملل اسلامی، دانشکده الهیات و معارف اسلامی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

رایانامه: hazaveh@ut.ac.ir

گروه تاریخ اسلام، دانشگاه بین‌المللی مذاهب اسلامی، تهران، ایران

رایانامه: Farrahi.as@gmail.com

پژوهشکده تاریخ علم، دانشکده الهیات و معارف اسلامی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

رایانامه: hanif.ghalandari@ut.ac.ir، <https://orcid.org/0000-0002-4307-5809>

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>نوع مقاله: مقاله پژوهشی</p> <p>تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۶/۱۶</p> <p>تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۸/۰۵</p> <p>تاریخ انتشار: ۱۴۰۳/۰۸/۲۰</p> <p>کلیدواژه‌ها: تاریخ آموزش در اسلام، روش‌های فرادهی، روش‌های فراگیری، علوم ریاضی، علوم دینی.</p>	<p>سخن گفتن از روش-های آموزشی در نظام تعلیم و تربیت در تمدن اسلامی به‌ویژه در علوم دقیقه و تجربی می-تواند افق-هایی تازه در تاریخ علم و فناوری بگشاید، باین-وجود بررسی روش-های آموزشی این علوم از موضوعاتی است که کمتر به آن پرداخته شده است. این مقاله با رویکرد توصیفی-تحلیلی درصدد پاسخگویی به این پرسش است که روش-های آموزش علوم ریاضی تا چه میزان متأثر از نظام آموزشی مسلمانان در حوزه-های علوم دینی بود؟ براساس یافته-های پژوهش، علوم ریاضی در آغاز از روش-های آموزش علوم دینی تأثیر پذیرفت؛ برخی از این روش-ها به فراخور ساختار این علوم با تغییراتی در ضوابط و شرایط مرسوم شدند و برخی دیگر از آنجاکه کارایی مناسب برای آموزش این علوم نداشتند، کنار گذاشته شدند. افزون-برآن دانشمندان مسلمان روش‌هایی را برای ارائه مفاهیم پیچیده و جهت کمک به دانش-پژوهان در تجسم اصول و حل مسائل ریاضی به‌کار گرفتند که پایه‌گذار توسعه ریاضیات در تمدن اسلامی شد..</p>
<p>استناد: شریف‌زاده، طاهره؛ بادکوبه هزاوه، احمد؛ فرهی، عبدالله؛ قلندری، حنیف. (۱۴۰۳). روش‌های آموزش علوم ریاضی و تأثیرپذیری آن از روش‌های آموزش علوم دینی در تمدن اسلامی در سده‌های سوم تا پنجم هجری. <i>تاریخ علم</i>، ۲۲ (۱)، ۴۷-۶۷</p> <p>DOI: http://doi.org/10.22059/JIHS.2024.381988.371802</p>	<p>ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران. © نویسندگان.</p>



مقدمه

سده‌های سوم تا پنجم هجری، دوره‌ای مهم در تاریخ تعلیم و تربیت اسلامی است که با شکوفایی دانش‌های گوناگون و توسعه مراکز آموزشی شناخته می‌شود. این دوره که در یک رویکرد تاریخ‌نگاری عصر طلایی اسلامی خوانده می‌شود، دوره پیشرفت فکری و علمی در تمدن اسلامی است. در این دوره علوم ریاضی به‌صورت بخشی از علوم گذشتگان با نام علوم اوائل وارد جهان اسلام شد و مورد توجه دانشمندان و دانش‌پژوهان مسلمان قرار گرفت. در این زمان دو سده از شکل‌گیری نظام آموزشی علوم دینی در تمدن اسلامی می‌گذشت و روش‌های آموزش در حلقه‌های درس علوم دینی تثبیت شده بودند.

پژوهش حاضر به دنبال پاسخگویی به این پرسش است که روش‌های آموزش ریاضیات و نجوم تا چه میزان متأثر از نظام آموزشی مسلمانان در حوزه‌های علوم دینی بود؟ به این منظور روش‌های آموزشی علوم ریاضی را در دو مبحث روش‌های فرادهی و روش‌های فراگیری بررسی می‌کنیم. فرادهی به معنای انتقال دانش، تجربه و مهارت از فردی به فرد دیگر در اینجا از استاد به شاگرد است و روش‌های فرادهی اثربخشی آموزش را در انتقال دانش و مهارت به فراگیران تعیین می‌کند. فراگیری به فرآیند کسب دانش و درک مفاهیم، اصول و نظریه‌های علمی اطلاق می‌شود. روش‌های فراگیری، روش‌هایی هستند که به دانش‌پژوهان در یادگیری و به‌دست آوردن درک عمیق‌تر از یک موضوع یا مفهوم علمی کمک می‌کند (قس. پناهی، قاعدی و دیگران، ۱۳۹۶: ۱۸۲).

اشاره به این نکته ضروری است که علوم ریاضی یا علوم تعلیمی، در طبقه‌بندی فیلسوفان مشایی به‌عنوان علم اوسط از حکمت نظری شناخته می‌شود و شامل چهار شاخه اصلی حساب، هندسه، نجوم و موسیقی است.^۱ در این پژوهش تمام شاخه‌های علوم ریاضی به‌جز موسیقی مدّ نظر خواهد بود.

در ارتباط با موضوع مقاله پیش‌رو پژوهش‌هایی چند در دست است؛ علی‌اکبر عابدینی در بخش اول پایان‌نامه ارشد خود با عنوان بررسی روش‌ها و فرایندهای آموزش ریاضی در تاریخ و تمدن دوره اسلامی و معرفی نوآوری‌های قطب‌الدین شیرازی در فصل ریاضیات کتاب *دره التاج*، روش‌های آموزش ریاضیات در تمدن اسلامی در بازه زمانی قرن سوم تا یازدهم هجری را بررسی کرده با این حال تمرکز وی بر روش‌های مختص ریاضیات به‌ویژه روش‌های حل مسأله بوده و به روش‌های مشترک با علوم دینی اشاره‌ای نکرده

۱. از نظر مشائیان حکمت نظری شامل سه علم مابعدالطبیعه (علم اعلی)، علم ریاضی (علم اوسط) و علم طبیعی (علم اسفل) بود.

(کدیور، ۱۳۸۷: ۱۰۷ و قطب‌الدین شیرازی، ۱۳۶۹: ۱/ ۱۰۵۴).

است. سونیا برنتیس در مقالات تدریس علوم ریاضی در جوامع اسلامی قرن هشتم تا هفدهم^۱ (۲۰۱۴)، آموزش ریاضیات و نجوم در جوامع اسلامی دوره کلاسیک و پسا کلاسیک^۲ (۲۰۲۰م) و کتاب آموزش و یادگیری علوم در جوامع اسلامی (۸۰۰-۱۷۰۰ میلادی)^۳ (۲۰۱۸) ضمن مطالعه ساختار آموزشی ریاضیات و نجوم در تمدن اسلامی، مبحثی را به روش‌های آموزش این علوم اختصاص داده اما از منظر پژوهش در این مقاله، یعنی تأثیرپذیری از نظام آموزشی علوم دینی، به موضوع پرداخته است.

۱- روش‌های فرادهی علوم ریاضی

۱-۱ املاء

املاء یکی از روش‌های فرادهی و انتقال دانش به‌ویژه نزد محدثان بود که نقش مهمی در حفظ میراث مکتوب اسلامی داشت. رونق انتقال شفاهی آموزش در سده‌های نخستین اسلامی، به تدریج نشان داد که در برخی موارد به سبب فراموشی فراگیران یا کمی دقت در ضبط سخنان شیخ، سند و یا متن حدیث دچار خدشه شده، افتادگی‌هایی به وجود می‌آمد؛ از همین رو، برای اجتناب از این‌گونه خطاها در ضبط، روش املاء به عنوان روشی نه چندان تازه به کار گرفته شد. (فاتحی نژاد و حاج منوچهری؛ ۱۳۸۰: ۱۳۲/۱۰-۱۳۳) در این روش شیخ املاء کننده (مُملی)، حدیث یا مطالب درسی را با تأنی می‌خواند و واژه‌ها و کلمات را با ضبط دقیق بیان می‌کرد و شاگردان با دقت به نوشتن و ثبت آن می‌پرداختند. اگر حلقه درس با حضور تعداد زیادی از افراد برگزار می‌شد، شاگردی با عنوان مُستملی^۴ انتخاب می‌شد تا مطالب را به گوش مخاطبان برساند. (نووی، ۱۹۸۶: ۷۲)

املاء به‌عنوان یکی از روش‌های آموزش در سده سوم هجری تثبیت شده و ارزشمندی آن قبول عام یافته بود؛ چندان که به حلقه‌های درس علوم ریاضی نیز راه یافت. ثابت بن قره حُرّانی (د. ۲۸۸ق) از نخستین

۱. *Teaching the Mathematical Sciences in Islamic Societies Eighth–Seventeenth Centuries.*

۲. *Teaching Mathematical and Astronomical Knowledge in Classical and Post-Classical Islamicate Societies*

۳. *Teaching And Learning The Sciences In Islamic Societies (1700-800).*

۴. مُعید از دیگر عناوین آموزشی در حلقه‌های درس بود. معید به دو معنی به کار می‌رفت یکی به معنی مستملی و دیگری دستیار استاد که درس را دوباره برای شاگردان تکرار می‌کرد و مشکلات درس شیخ را برای شاگردان حل می‌کرد و به ایشان در فهم بهتر و بهره بردن از مباحث یاری می‌رساند. سبکی پس از شرح وظایف معید می‌گوید: «وگرنه بین او و شیخ فرقی نبود.» (سبکی، ۱۹۸۶: ۸۵).

افرادی بود که از روش املاء در این علوم استفاده کرد. از چهار نسخه خطی کتاب *فی القُرْطُون*^۱ دو نسخه به املاء و یکی با سماع شروع و پایان یافته است. (Brentjes, 2020: 611) ابن وحشیه (د. اواخر سده سوم) از دیگر دانشمندانی است که روش املاء را در آموزش علوم اوائل به کار گرفت. وی بیشتر آثارش از جمله کتاب *اسرار الفلک* را از زبان نبطی ترجمه و بر شاگردش ابن زیات املاء کرده است (ابن- وحشیه، *اسرار الفلک*^۲، دایرة المعارف بزرگ اسلامی: نسخه خطی شماره ۲/ ۱۹۱۲: ۱۲۰).

عمر خیام از ریاضی دانان سده‌های پنجم و ششم هجری نیز از روش املاء بهره می‌برد. بیهقی در بیان استعداد ذاتی و قدرت حافظه عمر خیام می‌گوید که وی کتابی طولانی را در اصفهان خواند و زمانی که به نیشابور برگشت از حفظ آن را املاء نمود؛ چنان‌که وقتی دو نسخه- اصل و املاء- را باهم مقابله کردند تفاوتی ندیدند (بیهقی، ۱۳۹۰: ۱۱۲).

مقدمه و مؤخره‌های نسخ خطی از جمله منابع جهت شناسایی روش املاء هستند؛ برای نمونه نسخه‌ای خطی از شرح کتاب *الکافی* [فی الحساب] للکرجی تألیف ابو عبد الله شقاق بغدادی (د. ۵۱۱ هـ) - موجود در کتابخانه‌ای در استانبول - چنین شروع می‌شود: «و بعد فهذا شرح الکافی فی الحساب للکرجی املاء الشيخ الجلیل ابی عبد الله الحسین بن احمد شقاق» (قربانی، ۱۳۷۵: ۳۹۴-۳۹۵)

با این حال به نظر می‌رسد املاء روشی فراگیر در فرادهی ریاضیات و نجوم نبوده و به مرور جای خود را به روش‌هایی کارآمدتر داده است.

۱-۲ قرائت

روش «قرائت» از روش‌های فرادهی علم حدیث بود که به مرور به حوزه‌های علمی دیگر از جمله علوم ریاضی نیز راه یافت. این روش از پرکاربردترین روش‌های تخصصی حوزه آموزش مسلمانان بود و به دو گونه انجام می‌شد: گونه اول قرائتی بود که برای کسب اجازه روایت از کتاب صورت می‌گرفت. چنین قرائتی به شیوه‌های مختلف انجام می‌شد: یا استاد بر شاگرد قرائت می‌کرد که کمتر مرسوم بود و یا شاگرد بر استاد می‌خواند و استاد گوش می‌داد و تأیید می‌کرد. هدف از این قرائت دستیابی به اجازه استاد بود تا شاگرد بتواند مطابق ضوابط، کتاب خوانده شده را از استاد نقل کند. بدین‌منظور گاهی شاگرد تنها به خواندن

۱. این کتاب در باره تعادل وزنه‌ها در مکانیک است و به بررسی اصل تعادل اهرم‌ها و حالت‌های گوناگون آن مانند تعادل یک وزنه با چند وزنه می‌پردازد. (گیاهی یزدی و سراجی‌پور: ۱۳۹۳: ۲۰/۹) طی سده‌های میانه، مکانیک (منجانیقون) معادل صناعة الحیل و شاخه‌ای از هندسه بود. (خوارزمی، ۱۳۶۲: ۲۳۵).

۲. «قال ابوبکر بن ویس صوفی الکندی المعروف به ابن وحشیه، لابی طالب احمد بن الحسین بن علی بن احمد الزیات اعلم ان الحكماء القبط القدماء الذین کانوا یسکنون اقلیم بابل و هو الذی سمی بعدهم العراق، کانوا اعلم و افضل من جمیع انواع القبط...» این نسخه در قرن دهم هجری کتابت شده است.

بخشی از کتاب اکتفا می‌کرد. افزون بر آن قرائت کامل کتاب توسط شاگرد نزد استاد می‌توانست به جهت داشتن یک نسخه تصحیح شده از کتاب نیز باشد که مقدسی آن را «قرائت تصحیح و اتقان» می‌نامد. (Makdisi, 1981:142) این نوع قرائت از جنبه آموزشی حائز اهمیت نبود، چنان‌که یاقوت حموی در معجم‌الادباء عبارت «قرأ علی» را با «تعلم من» یا «أخذ عن» متفاوت می‌داند؛ چرا که ممکن است کسی مطلبی را بر استادی بخواند، ولی چیزی از او یاد نگیرد (یاقوت حموی؛ ۱۹۹۳: ۸۲۰/۲).

گونه دوم قرائت که می‌توان آن را «قرائت تفهیمی» نامید، جنبه آموزشی بسیار کارآمدی داشت. در قرائت تفهیمی استاد بخشی از متن را می‌خواند و سپس شروع به توضیح مطالب می‌کرد که گاه با پرسش و پاسخ همراه می‌شد. بدین ترتیب قرائت یک متن می‌توانست ماه‌ها به درازا بکشد. در متون متقدم وقتی «قرأ علی» یا «تعلم من»، «أخذ عن» و یا «درَس علی» همراه می‌شود به معنی قرائت تفهیمی است.

در این دوره علمی که نیاز به فهم دقیق داشت مانند فقه، فلسفه و علوم دقیقه از طریق قرائت تفهیمی تدریس می‌شد؛ قرائت تفهیمی از همان سده سوم هجری به علوم ریاضی راه یافت. محمدبن اسحاق ندیم هنگامی که از آموزش ثابت بن قره نزد محمدبن موسی بن شاکر (د. ۲۵۹ق) سخن می‌گوید از عبارت «قرأ علی و تعلم فی داره» استفاده می‌کند (ابن ندیم؛ ۱۴۳۰: ۲/۲۲۷) و نیز در مورد آموزش احمدبن طیب سرخسی (د. ۲۸۶ق) نزد کندی، جمله «و علیه قرأ و منه أخذ» را به کار می‌برد (همان؛ ۲/۱۹۵). در منابع متقدم واژه «فَهَمَّ» نیز نشان از قرائت تفهیمی دارد. ابن ابی اصیبعه در کیفیت آموزش ابوعثمان سعیدبن- محمدبن البغوش (د. ۴۴۴ق) می‌گوید که وی علم هندسه را بر مسلمة مجریطی قرائت کرد و با بررسی کتاب‌های ابن البغوش نتیجه می‌گیرد که وی هندسه را فهم کرده بود (ابن ابی اصیبعه، ۲۰۰۱/۲: ۲۲۹-۲۳۰).

در چنین قرائتی متنی که شاگرد نزد استاد می‌خواند، کتابی از خود استاد و یا از دانشمندان دیگر بود؛ چنان‌که یوحنا القس (د. ۳۷۰ ق) مترجم آثار یونانی به عربی، از جمله استادانی بود که کتاب *اصول اقلیدس* و سایر کتابهای هندسه را بر او قرائت می‌کردند (ابن ندیم، ۱۴۳۰: ۲/۲۵۷). علی بن احمد عمرانی موصلی (د. ۳۴۴ ق) شارح کتاب *الشامل فی الجبر و المقابله* ابوکامل مصری بود و مردم از مکان‌های دور و نزدیک برای قرائت کتاب نزد وی می‌آمدند (همان؛ ۲/۲۵۸). ابوالصقر قیسی از شاگردان عمرانی و معاصر با ابن ندیم بود و به گفته وی، متعلمین *مجسطی بطلمیوس* را بر او قرائت می‌کردند (همان؛ ۲/۲۰۸). ابوعبید جوزجانی *مجسطی* و منطلق را در جرجان بر ابن سینا قرائت کرد (قفطی، ۱۳۷۱: ۵۶۱) و شهردان بن ابی الخیر رازی، کتاب *اصول اقلیدس و حل اعمال زیج و فصول فرغانی* را بر استاد مختص ابوالحسن نسوی (د. ۴۷۲ ق) قرائت کرد (رازی، ۱۳۶۲: ۳۷۱).

«قرائت» متن نزد نویسنده آن و رفع اشکال توسط وی، برای شاگردان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بود؛ چنان‌که یحیی بن عجلان سرقسطی کتابی در فرائض تألیف نمود و مردم از او اخذ می‌کردند (ابن فرضی، ۱۴۰۸ق: ۲/ ۱۸۰). اخذ کردن در اینجا به معنای قرائت تفهیمی است. نمونه دیگر، علی بن سلیمان حاسب زهراوی، امام جامع غرناطه در هندسه و عدد متبحر بود و کتابی در معاملات بر طریق برهان تألیف نمود و مردم نزد وی قرائت می‌کردند (ابن بشکوال، غرناطی و ابن ابار، ۱۴۲۹: ۶/ ۲۰۵). همچنین در جلسه درس ابن سینا (د. ۴۲۸ق) در همدان- در دوره وزارتش- هر شب شاگردان به نوبت آثار استاد را نزد او می‌خواندند و وی رفع اشکال می‌کرد:

و ابتدا نمود به تصنیف طبیعیات از کتاب *شفا* و تألیف مجلدی از *قانون* و هر شب طلبه علم و حکما به خدمتش جمع آمدی و ابو عبید جرجانی از کتاب *شفا* یک نوبت و معصومی از کتاب *قانون* یک نوبت و ابن زبیه از کتاب *اشارات* یک نوبت و بهمنیار از کتاب *حاصل* و محصول یک نوبت بر وی خواندی (بیهقی، ۱۳۹۰: ۴۹)

روش قرائت تا دوره متأخر نیز مرسوم بود. در پایان نسخه خطی از *رساله الکبریة* منسوب به شیخ بهایی آمده است: «و کتبه من نسخه النی کتبت من نسخه التی قرئت علی الشیخ رحمه الله و فیها اجازه بخطه و ماسقط منها فکتب بخطه رحمه الله تعالی.»^۱ باینکه از چنین اجازه‌هایی نمی‌توان تفهیمی بودن قرائت را استنباط کرد، باین حال این نسخه نشان از رواج روش قرائت در علوم ریاضی تا سده یازدهم هجری دارد.

۱-۳ پرسش و پاسخ

روش پرسش و پاسخ از روش‌های آموزشی با سابقه‌ای بسیار طولانی است که قدمت آن به زمان سقراط، فیلسوف یونانی (د. ۳۹۹ ق.م) برمی‌گردد. سقراط این روش را به‌جای گفتار یک سوپه برگزید. روشی که او پیش گرفت، گونه‌ای گفت‌وگو بود. سقراط با استفاده از پرسیدن سؤال، یادگیرندگان را به فکر وامی‌داشت و بنیان ایده‌ها و دانسته‌های نادرست را متزلزل می‌کرد تا محصل به نتیجه درست رهنمون شود (آقازاده، ۱۳۸۴: ۳۴۱).

در سده‌های سوم تا پنجم هجری بخشی از آموزش در مجالس درس از طریق پرسش و پاسخ میان استاد و شاگرد انجام می‌شد. آموزش از این طریق بسیار ساده و قابل فهم بود و در عین سادگی و روانی بیان، مفاهیم عمیق و بنیادی ریاضیات گفته می‌شد و شاگرد با وجود احترام زیادی که برای استاد قائل بود، از طرح پرسش درباره درس خودداری نمی‌کرد (غنیمه، ۱۳۷۲: ۲۵۸). اگر پرسش و پاسخ از حالت

۱. در این سطور کاتب خاطر نشان می‌کند که متن را از روی نسخه‌ای که توسط یکی از شاگردان نزد شیخ بهایی قرائت شده و به خط شیخ اجازه دریافت کرده، نوشته است. (شیخ بهایی، *الکبریة*، قم: آیت‌الله گلبایگانی، نسخه خطی شماره: ۲/ ۳۸۵۴-۱۸۴ / ۱۹: ۷).

عادی خارج و با شور و حرارت علمی انجام می‌شد آن را مناقشه -منظور مناقشه علمی- می‌نامیدند. استفاده از این روش آموزشی در سایر علوم دوره اسلامی عمومیت داشت.

پرسش و پاسخ در جلسه‌های درس علوم ریاضی از سده سوم هجری رونق گرفت چنان‌که ابویوسف یعقوب کندی (د. ۲۵۶ق) رسائل متعددی در پاسخ به پرسش‌های حضوری احمدبن معتصم نوشت.^۱ کندی که معلم خصوصی (مؤدب) این خلیفه‌زاده عباسی بود، در پایان رساله فی استجابة الدعاء -در احکام نجوم- علاقه خود را به دانستن مسائل و پرسش‌های مطرح در محافل علمی بیان می‌کند و خطاب به احمدبن معتصم می‌نویسد:

خداوند شما را خوشحال کند هرگاه به حضور من بیایید و آنچه را که نزد اهل این مذهب از هر دو گروه مطرح است به من متذکر شوید، خداوند شما را از اعمال نیک برخوردار سازد^۲ (کندی، رساله فی استجابة الدعاء، مجلس شورا: نسخه خطی شماره ۳ / ۵۲۸۰: ۱۷ پ)

از دیگر نمونه‌های پرسش و پاسخ در حلقه‌های درس می‌توان به پرسش‌های شاذان بن بحر و پاسخ‌های ابومعشر بلخی (د. ۲۷۲ ق) در اسرار علم نجوم اشاره کرد که در کتاب مذاکرات ابی‌معشر البلخی آمده است (ابومعشر بلخی، مذاکرات ابی‌معشر البلخی، دائرة المعارف بزرگ اسلامی، نسخه خطی شماره ۳ / ۴۶۶: ۱۰۱ ر)^۳ همچنین ابن عراق (مق. ۳۹۶ق) رساله‌های متعددی در پاسخ به پرسش‌های شاگردش ابوریحان بیرونی تألیف کرد که تعدادی از این رسائل در مجموعه‌ای به نام رسائل ابی‌نصر منصور بن عراق الی بیرونی گرد آمده است. به نظر می‌رسد بخشی از این پرسش‌ها در دوره جوانی بیرونی و در جلسه‌های درس حضوری مطرح شده باشد. ابن عراق در مواردی به‌طور مستقیم بیرونی را خطاب قرار می‌دهد؛ برای نمونه در پایان رساله فی حل شبهة عرضت فی الثالثة عشر من کتاب الاصول می‌نویسد: «و ذلک جواب ما سألت عنه، السلام». (ابن عراق، ۱۹۹۸: ۶ / ۸) این رساله در پنج صفحه نگاشته شده است. به عبارتی پاسخ استاد به شاگرد می‌توانست در رساله‌ای بسیار کوتاه تدوین شود.

گاهی پرسش و پاسخ در نشست‌های علمی و نه لزوماً در حلقه درس مطرح می‌شد. ابوالوفاء بوزجانی

۱. از جمله این رسائل می‌توان به رساله الی احمدبن معتصم فی ان العناصر و الجرم الاقصی کره الشكل، اشاره کرد که میکرو فیلم نسخه آن در کتابخانه دانشگاه تهران موجود است. این نسخه در قرن هفتم هجری کتابت شده است.

۲. «فهذه اسعدک الله کما حضرنی و احضره الفکر مما ذهب الیه هذا المذهب من الطائفتین ینفعک الله بصالحه و تعمدک بقرانه و عقوه و الله ولی الاجابة» این نسخه در قرن دهم هجری کتابت شده است.

۳. «... و بعد هذه مذاکرات ابی‌معشر البلخی فی اسرار علوم النجوم و سؤال ابی‌سعید شاذان بن بحر عن ابی‌معشر و جوابات ابی‌معشر لشاذان بن بحر بما اجابه. قال شاذان: سمعت ابامعشر یقول: ...» این نسخه در سال ۷۶۰ قمری توسط نصیربن یحیی منجم لاریزی کتابت شده است.

در کتاب *النجاره* از مجلس پرسش‌وپاسخی یاد می‌کند که در آن صنعتگران و مهندسان در بارهٔ مسائل مشترک و راه حل آنها بحث و تبادل نظر می‌کردند و می‌نویسد: «من در مجلسی حاضر بودم و آنجا جماعتی از صنعتگران و مهندسان بودند، ایشان پرسیدند که سه مربع متساوی چگونه می‌توانند یک مربع بسازند؟» در ادامهٔ بحث هرکدام از گروه مهندسان و صنعتگران نظر خود را می‌گویند و در پایان بوزجانی راه‌حل خود را ارائه می‌کند (ابوالوفاء بوزجانی، بی تا: ۱۱۴).

همچنین ابوسعید سجزی در رساله‌ای با عنوان *جواب احمد بن محمد بن عبد الجلیل سجزی عن مسائل هندسیهٔ سئل عنه اهل خراسان* (تألیف ۱۲ شوال ۳۶۹ ق) به پرسش‌های علمای خراسان پاسخ می‌دهد. سجزی در پاسخ به پرسشی می‌نویسد که آن مسأله در مجلسی با حضور وی مطرح شد و از دو نفر از حاضران با نام‌های شیخ ابوالحسین مصری و ابومحمد سیفی^۱ نام می‌برد (سجزی، ۲۰۰۰ م: ۱۶۱). این مطلب نشان می‌دهد که دانشمندان خراسانی پرسش‌های خود از سجزی را به صورت حضوری مطرح کرده‌اند. شاید بتوان این دست پرسش‌وپاسخ‌ها بین صاحبان فن و دانشمندان برجسته را گونه‌ای از آموزش در سطوح بالای علمی دانست.

در مجموع می‌توان گفت که روش پرسش و پاسخ، روشی مرسوم در آموزش علوم ریاضی در تمدن اسلامی بود. این روش آموزشی نشان از دو سویه بودن حلقه‌های درس علوم ریاضی در تمدن اسلامی دارد به طوری که استاد در مجالس درس متکلم وحده نبود و معلومات وی توسط دانش‌پژوهان به چالش کشیده می‌شد. این مسأله نه تنها امری نکوهیده نبود که مورد استقبال اساتید قرار می‌گرفت و آثار ارزشمند علمی در نتیجه پرسش و پاسخ‌ها تدوین شده‌اند که جزو میراث علمی مسلمانان به شمار می‌آیند.

۱-۴ مناظره

مناظره در لغت به معنی بحث کردن با یکدیگر در بارهٔ حقیقت و ماهیت چیزی یا سؤال و جواب کردن است. (دهخدا و دیگران؛ ۱۳۸۵: ۲/۲۸۱۹). در اصطلاح علمای مسلمان، منظور از مناظره آن است «که دو خصم نظر کنند در حکم و مسأله‌ای، به قصد آن که صواب پیدا شود» (مشکوٰه؛ ۱۳۲۴: ۱/۲۴). این سینا هدف از مناظره را حصول علم می‌داند و می‌نویسد:

مناظره از نظر گرفته شده است و هدف از آن بحث در باره دو رأی متقابل است، یعنی آنکه، هر یک از دو مخاطب متکفل یکی از آن دو رأی باشد، تا برای هردویشان، فرد محق مشخص شود و دومی او را در راه صواب یاری کند. پس هدف این دو نیز چیزی جز حصول علم نباشد (ابن سینا، ۱۴۰۵ ق: ۳/۱۵-۱۶).

۱. ابوریحان بیرونی از این فرد روشی در مبحث دوائر السموات در کتاب *استیعاب* آورده است. (ابوریحان بیرونی، ۱۳۸۹: ۵۵)

با این حال به نظر می‌رسد در فرهنگ اسلامی دو تلقی از مناظره وجود داشت: یکی آنچه در حکم جدل، روبه‌رو شدن دو عقیده متفاوت و برای نشان دادن برتری یکی بر دیگری بود؛ این گونه از مناظره، جنبه سیاسی - اجتماعی داشت و در آن اهداف تعلیمی دنبال نمی‌شد. نوع دیگر مناظره به‌رغم ماهیت جدلی‌اش عملاً روشی برای فرادهی نیز بود و معمولاً این گونه از مناظرات تعلیمی در نشست‌هایی به نام مجلس‌النظر یا مجلس‌المناظره برگزار می‌شد. طی سده‌های نخستین مجالس‌النظر در فقه بسیار مرسوم بود و در مناسبت‌های رسمی دیوان امرا و وزراء، منازل علما و حتی در مراسم عزاداری پس از خاکسپاری استادی فقیه برگزار می‌شد (Makdisi, 1981:133-134).

به مرور موضوعاتی با درون‌مایه فلسفه، منطق و علوم اوائل نیز به مناظره‌های مجالس‌النظر راه یافت. به گزارش ابن ابی‌اصیبعه، ابن سینا پس از پیوستن به علاءالدوله کاکویه (حک. ۳۹۸-۴۳۳ ق) در اصفهان، هرشب جمعه در مجلس‌النظری^۱ که علاءالدوله برگزار می‌کرد، حاضر می‌شد و هیچکدام از دانشمندان توانایی مناظره با وی را نداشتند. (ابن ابی‌اصیبعه، ۲۰۰۱: ۸۴/۳) چنین مناظره‌هایی که در بارها برگزار می‌شد، مختص اساتید بود و معمولاً دانشجویان به آن راه نداشتند.

در مجالس‌النظری که در منازل علما برگزار می‌شد، افراد با رده‌های مختلف علمی از دانشمندان و دانشجویان حضور داشتند؛ برای نمونه منزل ابوسلیمان سجستانی (د. ۳۹۱ ق) فیلسوف و منطقی در بغداد، محفل اندیشمندان بود. ابوحنیفان توحیدی از جلسه‌هایی که تحت اشراف سجستانی برگزار می‌شد با عنوان «مجلس انس» یاد می‌کند (توحیدی، ۱۹۲۹: ۲۹۵). در این مجالس در باره موضوعات متنوعی گفت‌وگو می‌شد و گاهی گفت‌وگوها در قالب مناظره برگزار می‌شد (کرمر، ۱۳۷۵: ۲۱۹). توحیدی از مناظره‌ای که در خصوص اعتبار و فواید علم نجوم در مجلس سجستانی صورت گرفت، گزارش می‌دهد. به‌گفته او ابوزکریا صیمری، ابوالفتح نوشجانی، ابومحمد عروزی، مقدسی، قومی و غلام زحل (د. ۳۷۶ ق)، که هر یک از ایشان در صنعت خود منحصر به فرد بودند، در جلسه حاضر بودند. علاوه بر ایشان، دانشجویانی نیز در مجلس حاضر بودند که در مرتبه پایین‌تر قرار داشتند. پرسش آغازین مناظره این بود: چرا علم نجوم بی‌فایده و بی‌ثمر است و حال آنکه علوم دیگر (مانند طب، نحو، فقه، شعر، حساب و بلاغت) نافع هستند؟ (توحیدی، ۱۹۲۹: ۱۲۰) در ادامه مناظره حاضرین در موافقت یا مخالفت با این گزاره اظهارنظر کردند. سپس پرسش دوم مطرح شد: آیا علمای احکام نجوم به صواب هستند و یا کاملاً بر خطا؟ غلام زحل از افاضل منجمان سده چهارم در این باره گفت: پاسخ محکمی از تمام وجوه وجود ندارد و توضیحاتی بیان

۱. «ثم إن رسم الأمير علاءالدوله ليأتي الجمعات، مجلس النظر بين يديه، بحضرة سائر العلماء على اختلاف طبقاتهم و الشيخ في جملتهم فما كان يطاق في شيء من العلوم.»

داشت. در آخر سجستانی گفته‌های غلام زحل را تأیید کرد و گفت: سخنان وی بهترین پاسخ ممکن در این باب بود. (همان: ۱۳۴-۱۳۵)

در واقع مدیریت جلسه در مجلس‌النظر با استاد - در اینجا ابوسلیمان سجستانی - بود. استاد مباحثه را هدایت و در آخر جمع‌بندی می‌کرد. به نظر می‌رسد چنین مناظره‌های در مجالس‌النظر از سویی زمینه هم‌افزایی علمی اساتید را فراهم می‌کرد و از سویی دیگر، از آنجا که دانشجویان امکان حضور در این مجالس را داشتند و از مستمعان و گاهی شرکت‌کننده در بحث بودند، روشی در فرادهی نیز محسوب می‌شد.

۱-۴-۱ مناظره مکتوب

مناظره میان دانشمندان منحصر به گفت‌ووشنودهای حضوری نبود و گاه از این حد فراتر می‌رفت و به مکاتبات و ارسال نامه می‌انجامید. این نوع مناظرات مکتوب، خارج از نظام تعلیم رسمی بود و میان دو استاد رخ می‌داد و البته مانند مناظره استاد در مجالسی که دانشجویان حضور داشتند، می‌توانست فایده علمی بسیار داشته باشد. از بارزترین مناظرات مکتوب در تمدن اسلامی، مکاتبه علمی بین ابوریحان بیرونی و ابن‌سینا است. سه نامه با سؤالات فلسفی، نجومی و فیزیکی بین بیرونی و ابن‌سینا مبادله شد که شامل کنجکاوی، چالش، اعتراض و انتقاد می‌شوند (Glick, 2005: 334).

نامه اول شامل هجده پرسش بیرونی از ابن‌سینا است که ده پرسش اول، ایراداتی است بر کتاب *السما والالعالم* ارسطو و هشت پرسش بعد، پرسش‌های خود بیرونی از ابن‌سینا است؛ نامه دوم شامل پاسخ‌های ابن‌سینا به بیرونی است (محقق و نصر، ۱۳۵۲: ب-ج-د) و نامه سوم را بیرونی به ابن‌سینا نوشت و در آن اعتراضاتی به پاسخ‌های ابن‌سینا کرد و چون نسبت به ابن‌سینا الفاظی موهن به کار برد، ابن‌سینا پاسخ وی را نداد و یکی از شاگردانش به نام ابوعبدالله معصومی پاسخ اعتراضات بیرونی را داد و برای او نوشت: «ای ابوریحان اگر در گفت‌وگو با حکیم غیر این الفاظ به کار می‌پردی به عقل و علم لایق‌تر بود» (بیهقی، ۱۳۹۰: ۹۵).

خصوصیت کلی پرسش‌های بیرونی و پاسخ‌های ابن‌سینا مناظره علمی است. این مناظره هم خصلت جدلی و هم جنبه آموزش دارد و از این حیث می‌توان نامه‌های بیرونی و ابن‌سینا را اسنادی از آموزش‌های غیر رسمی در سطوح عالی دانش دانست (Brentjes, 2015:31). جنبه جدلی مناظره بیرونی و ابن‌سینا بیشتر به سبب تفاوت روش علمی این دو عالم اسلامی است؛ بیرونی بیشتر تجربه‌گرا و پایبند به استقرا و آزمایش بود و ابن‌سینا فلسفه طبیعی را با روش ارسطویی و برپایه استدلال قیاسی بیان می‌کرد و این تفاوت روش علمی، سبب نگاه متفاوت این دو دانشمند به موضوعات مشابه بود.

جنبه آموزشی مناظره مکتوب بیرونی و ابن سینا را از متن نامه‌ها می‌توان استخراج کرد. بیرونی در نامه سوم - در اعتراض به پاسخ ابن سینا درباره جهات سطوح - به صراحت می‌گوید که هدفش جدل نیست و به دنبال معانی است. (محقق و نصر، ۱۳۵۲: ۵۸) همچنین ابن سینا در انتهای نامه دوم خطاب به ابوریحان بیرونی عبارتی دارد که نشان از علاقه‌مندی وی به ادامه گفت‌وگو و رفع شبهات علمی بیرونی دارد:

اینک این پاسخ مسائلی است که از من پرسیده بودی و دوست دارم که اگر از آنها چیزی بر فهم تو پوشیده ماند، بر من لطف کنی و رفع اشکال و کشف شبهه خود را از من طلب کنی و به رد و اعتراض مبادرت نکنی. (همان: ۴۹)

از دیگر شواهد تعلیمی بودن این نامه‌ها اعتراض بیرونی به پاسخ ابن سینا در پرسش چهاردهم است. ابن سینا دلیل مسکونی نبودن سه ربع زمین را گرما و سرمای شدید دانسته و آن را مرتبط با تأثیر زوایای تابش خورشید به آن مناطق زمین می‌داند. بیرونی از او درخواست رسم شکل برای نشان دادن تأثیر زوایای تابش در سرما و گرمای زمین می‌کند (همان: ۵۷). این درخواست نشان از اشتیاق بیرونی به یادگیری دارد. به هر روی چنین مناظره‌هایی نه فقط از جنبه جدلی که از لحاظ آموزشی نیز برای طرفین مناظره و نیز برای آیندگان حائز اهمیت بوده‌اند.

۵-۱ روش‌های کمکی فرادهی در علوم ریاضی

دانشمندان اسلامی به منظور آموزش کاربردی‌تر علوم ریاضی خود را منحصر به روش‌های فرادهی علوم دینی نکردند؛ چراکه اساس و ساختار دو علم تفاوت‌های بنیادینی با یکدیگر داشت. علمای ریاضی طی سده‌های سوم تا پنجم هجری روش‌هایی برای ارائه مفاهیم پیچیده و جهت کمک به دانشجویان در تجسم اصول و حل مسائل ریاضی به کار گرفتند.

استفاده از شکل و نمودار از جمله روش‌های اثبات مسائل هندسی و علوم وابسته به آن بود؛ چراکه هندسه علمی ترسیمی بود و حل موفقیت‌آمیز مسائل آن، نیاز به درک روابط موجود در مسأله و استفاده از بازنمایی ذهنی - بصری داشت. توانایی انتخاب شکل / تصویری که مناسب با موقعیت مسأله باشد و به-کارگیری درست آن، می‌توانست ابزاری قدرتمند برای ارتقای تفکر ریاضی و بهبود یادگیری باشد. (حق - وردی و گویا، ۱۳۹۸: ۲۶۲ و ۲۶۴) علمای مسلمان این روش را از یونانیان اخذ کردند. ابوالحسن نسوی در مقدمه تفسیر *مأخوذات* در اهمیت استفاده از شکل‌های مناسب در کتب هندسی می‌نویسد:

این کتاب منسوب به ارشمیدس است و دارای اشکال مناسب ولی اندک، با فواید فراوان در اصول

هندسی با نهایت حسن و ظرافت است.^۱ (نصیرالدین طوسی؛ *تحریرات*، مجلس شورا، نسخه شماره ۱۰-۶۸۳۹: ۱۷۳)

همچنین نسخه‌ای خطی از رساله *الدوائر والدولیب* هرقل یونانی موجود در کتابخانه آیت‌الله مرعشی نجفی دارای سیزده تصویر دقیق فنی است که به طرز ماهرانه‌ای ترسیم شده‌اند. این رساله درباره چرخ چاه‌ها و حرکت‌های دورانی دایره‌های چوبی می‌باشد و خواص دایره‌ها و ساختمان پیچیده آن را شرح می‌دهد. (هرقل یونانی، رساله *الدوائر والدولیب*، مرعشی نجفی، نسخه خطی شماره ۲/ ۱۳۸۴۷: ۹۹-۱۸).

رسم شکل در شاخه‌های ریاضیات کاربردی مانند علم حیل، علم مناظر، علم مساحی و نقشه‌کشی^۳ نیز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بود؛ چنان‌که در کتاب *الحیل* بنوموسی که نخستین اثر مدون در زمینه ابزارها و دستگاه‌های مکانیکی است، صد دستگاه به همراه رسم شکل معرفی شده‌اند. (بنوموسی، ۱۹۸۱: ۳۷۲) ابوبکر کرجی (د. ۴۲۰ق) نیز در کتاب *استخراج آبهای پنهانی* در توضیح مباحث گوناگون از رسم شکل استفاده می‌کند، این کتاب دارای چهارده شکل است (کرجی، ۱۳۴۵: ۱۵۴). همچنین مقاله پنجم کتاب *مناظر ابن هیثم* (د. ۴۳۰ق) به تنهایی دارای چهل و هفت ترسیم هندسی دقیق است (ابن هیثم، ۱۹۸۳: ۲۲۲). هر سه اثر یاد شده، طی سده‌های میانه جزو متون آموزشی بوده‌اند (ابن اکفانی، ۱۹۹۰: ۱۹۷ و ۲۰۱).

تصاویر در فهم و یادگیری نجوم نیز به کار می‌رفتند؛ برای نمونه عبدالرحمن صوفی (د. ۳۷۶ق) در کتاب *صور الكواكب* جهت معرفی کواکب و ستارگان از تصاویر اسطوره‌ای و یا جانوری استفاده کرد. عبدالرحمن صوفی در مقدمه کتاب می‌گوید:

قبل از آنکه منجم به رصد کواکب اقدام کند باید نسبت به اشکال و صور کواکب معرفت عینی و نظری و از سر بصیرت داشته باشد (صوفی رازی، ۱۳۸۱: ۲۸).

از دیگر روش‌های فرادهی ریاضیات طی سده‌های سوم تا پنجم هجری استفاده از مثال بود. مثال در ساده‌سازی و شبیه‌سازی مطالب در ذهن مخاطب تأثیرگذار بود و فهم بهتر ریاضیات مستلزم تمرین و تکرار بود و ارائه مثال‌های متنوع از سوی استاد به یادگیری دانش‌پژوهان کمک می‌کرد. ابوالوفا بوزجانی در مقدمه کتاب *المجسطی* می‌نویسد:

۱. «... قال الاستاد المختص هذه مقاله منسوبه الی ارشمیدس فیها اشکال حسنه قلیله العدد کثیره الفوائد فی اصول الهندسة فی غایت الجوده و الطافه...»

۲. دایره: چرخ آبی که به دست کشند.

۳. چنان‌که در بنای مسجد ابن طولون مصر در سال ۲۶۴ قمری طرح مسجد را بر روی پوست کشیدند و سلطان آن را به روشنی دید. (بلوی، بی‌تا: ۱۸۲).

برای هریک از موضوعات مثال آوردیم تا مبتدی از آن کمک بگیرد و کسی که در اعمال حساب کارآموده نیست، آن را نقطه اتکایی قرار دهد؛ همچنین جداول را با دقت فراهم آوردیم و آنچه را که اهل این فن قبلاً تهیه کرده بودند، تصحیح کردیم. (ابوالوفاء بوزجانی، ۲۰۱۰: ۸۹)

سجزی در رساله روش‌های حل مسائل هندسی استفاده از مثال را شیوه توضیح روشن و تشریح کافی که به بررسی دقیق قضایا می‌انجامد، می‌داند و در این باره می‌نویسد:

چون این موارد را به‌طور گذرا ذکر کردیم، اکنون برای هریک مثال‌هایی می‌آوریم تا پژوهشگر به ماهیت واقعی آنها پی ببرد. زیرا درباره این فن به دو صورت می‌توان سخن گفت: یکی سخن انتزاعی بر سیل ابهام و تخیل و دیگری به صورت عمقی، با توضیحات روشن و عرضه مثال‌ها به‌طوری که کاملاً درک و احساس شود (سجزی، ۱۳۷۵: ۵).

۲- روش‌های فراگیری

۲-۱ سماع^۱

سماع به معنی شنیدن، نوعی یادگیری شنیداری و از نخستین روش‌های تحمل و دریافت حدیث بود. سماع عبارت بود از شنیدن مستقیم راوی از دهان استاد و فرقی نمی‌کرد که استاد این الفاظ را از روی کتابی بخواند یا از حفظ ادا کند (قاضی عیاض، ۲۰۰۹: ۱۷۱). در روش سماع، یادگیری در جلسه درس صرفاً با دقت شنیدن حاصل می‌شد، اما این مانع از آن نبود که شاگرد پس از ترک جلسه درس شنیده‌های خود را بنویسد تا دچار فراموشی نشود، از این‌رو نگارش و ثبت و ضبط مطالب پس از سماع در حلقه درس امری رایج و کهن در نظام تعلیمی مسلمانان بود و همین امر یکی از زمینه‌های تحول نظام آموزش شفاهی در صدر اسلام به نظام آموزشی کتبی از سده دوم هجری به بعد بود (قس: قاضی عیاض، ۲۰۰۹: ۱۷۲).

روش سماع از علم حدیث به علوم دیگر راه یافت. طی سده‌های سوم تا پنجم هجری از این روش در یادگیری علوم ریاضی استفاده می‌شد. به‌گفته سمعانی، ابن‌ابی‌شریک حاسب بغدادی (د. ۴۷۲ ق) در حساب و هندسه سرآمد بود و ابوالحسن عبدالودود نوه مهتدی‌بالله هاشمی نزد او سماع کرد. همچنین ابوسعدمحمد مشکول بین سال‌های ۳۳۰ تا ۳۴۷ قمری در طلب حدیث به عراق، حجاز و ماوراءالنهر سفر کرد سپس به یادگیری حساب پرداخت و آن را در نیشابور سماع نمود (سمعانی، ۱۴۰۲: ۴ / ۱۵-۱۶).

این روش آموزشی به‌ویژه در فراگیری حساب فرائض کاربرد داشت؛ چنان‌که ابوغالب حباب‌بن‌عبادة

۱. باید اشاره شود که روش سماع در بیشتر پژوهش‌های معاصر به اشتباه به‌عنوان روش فرادهی بیان شده است. اگر بخواهیم سماع را روش فرادهی بدانیم باید از اصطلاح دیگری مانند سخنرانی یا الفاء استفاده کنیم؛ زیرا واضح است که شنیدن (سماع) توسط دانشجو انجام می‌شد نه استاد از این‌رو صحیح است که سماع را از روش‌های فراگیری به‌شمار آوریم.

فرضی عالم به حساب بود و احمد بن عبدالله بن عبد الرحیم کتاب *فرائض* را از وی شنید (ابن فرضی، ۱۴۰۸ ق: ۱ / ۱۲۶). علی بن محمد بن اسماعیل بن بشر (د. ۳۷۷ ق) از اهالی انطاکیه محدث و بصیر به حساب بود و مردم از او می‌شنیدند و بر وی قرائت می‌کردند (همان: ۱ / ۳۶۱). ابو عبدالله الونی (د. ۴۵۱ ق) حاسب و عالم به فرائض بود و ابو حکیم الخبری نزد او حساب فرائض را سماع نمود (ابن خلکان، بی‌تا، ۲ / ۱۳۸). در این دوره مرسوم بود که در صورت درخواست شاگرد، استاد برای وی اجازه سماع صادر می‌کرد؛ چنان‌که در پایان نسخه‌ای خطی از کتاب جامع‌شاهی تألیف عبدالجلیل سجزی (د. ۴۱۴ ق)، موجود در کتابخانه حکیم محمد نبی خان لاهور، آمده است:

با اجازه سماع عزالدین ابونظر محمود بن فرج الجنزی نزد صدقه‌بن ایزد داد بن نظر و با گواهی مقابله [از خود همین مجیز] در مدرسه نظامیه [بغداد یا موصل] به تاریخ شعبان ۵۵۴ یا ۵۵۵. (بیگ بابا پور، ۱۳۹۴: ۲ / ۹۲۸)

با این حال به نظر نمی‌رسد که روش سماع، شیوه‌ای کافی برای یادگیری علوم ریاضی بوده باشد. زیرا این علوم فراتر از شنیدن نیاز به تمرین و تکرار و شناخت روش‌های حل مسأله داشتند.

۲-۲ حفظ

حفظ کردن و اعتماد بر نیروی حافظه از روش‌هایی بود که دانشجویان مسلمان در تحصیل دانش به آن تکیه داشتند. حفظ کردن با علوم دینی (قرآن و حدیث) و علوم ادبی آغاز می‌شد (غنیمه، ۱۳۷۲: ۲۴۷). حفظیات با تمرین و تکرار و روش‌هایی مانند پرسش و پاسخ، در ذهن دانش‌آموز ماندگار می‌شدند. شهید ثانی در این باره می‌گوید:

معلم بهتر است شاگردان را به اشتغالات علمی در تمام اوقات و اعاده و تکرار محفوظات در اوقات مناسب، تشویق و تحریص نماید و راجع به مسائل مهمی که برای آنها بیان کرده، پرسش-هایی مطرح کند (شهید ثانی، ۱۴۲۷ ق / ۱۳۷)

زرنوجی دانشجویان را به تکرار محفوظات سفارش می‌کند و این کار را مناسب‌ترین راه به‌منظور به خاطر سپردن حفظیات معرفی می‌کند. با این حال وی فهم مطلب را مهم‌تر از حفظ درس می‌داند (زرنوجی، ۲۰۰۴: ۳۷ و ۵۰). در واقع «حفظ» به‌عنوان روشی در یادگیری با فهم و درک تقویت می‌شد؛ بنا بر این بین آن دسته از افرادی که تنها قادر به رونویسی از متنی بودند و کسانی که علاوه بر آن می‌توانستند آن مطلب را فهم کنند، تمایز وجود داشت. این‌سینا تفاوت حفظ و فهم مطالب را در مراحل مختلف علمی خود چنین بیان می‌کند:

و چون به سن هجده سالگی رسیدم از همه علوم فارغ گردیده بدم و آن روز حفظ من علوم را بیشتر بود و امروز پخته‌تر است و گرنه علم یکی است و چیزی تازه بر علم من افزوده نشده است.

(قفطی، ۱۳۷۱: ۵۵۹)

افراط در حفظ و بی‌توجهی به فهم همواره منتقدانی داشت. ابن‌خلدون از کسانی که بیش از حد به حفظ کردن می‌پردازند اما در محافل خاموشی می‌گزینند، انتقاد می‌کند. او مناظره را ملکه تصرف در دانش می‌داند (ابن‌خلدون، ۱۹۸۸: ۱/ ۵۴۵). از دیگر اشکالات روش «حفظ» آن بود که کوشش‌ها را به سوی حفظ کتب کلاسیک و پذیرش آن سوق می‌داد و در جهت تصحیح نقاط ضعف این آثار برنمی‌آمد (توبی، ۱۳۸۴: ۲۰۴).

برخلاف علوم دینی که حفظ در آن جایگاه مهم و مستحکمی داشت، در علوم ریاضی کمتر از حفظیات سخن گفته شده است. با این حال برای فهم بهتر مسائل، حل و یافتن براهین و استدلال‌های ریاضی نیاز به تقویت نیروی حافظه بود. ضمن اینکه یکی از شاخه‌های ریاضیات به نام حساب هوایی متکی بر حافظه و محاسبات ذهنی بود.

۲-۳ مذاکره

مذاکره علمی که در روایات هم به آن اشاره شده، سنتی کهن در تمدن اسلامی بوده است.^۱ مذاکره از روش‌های یادگیری علم حدیث به معنای یادآوردن روایتی یا گفتاری و یا امثال آن توسط شخصی در گفت‌وگو با شخص دیگر بود (Makdisi, 1981:103). زرنوجی از مذاکره علمی تعبیر به مشاوره علمی می‌کند و آن را از مطالعه مکرر در پیشرفت متعلمان مؤثرتر می‌داند. او معتقد است که یک ساعت مذاکره از یک ماه مطالعه مکرر مفیدتر است (زرنوجی، ۲۰۰۴: ۵۱-۵۲). در دوره متأخر در نظام آموزشی حوزوی از مذاکره با عنوان مباحثه یاد می‌شود.

مذاکره در معنای عام به دو بخش مذاکره استادان با یکدیگر و مذاکره دانشجویان با یکدیگر تقسیم می‌شد. مذاکره معمولاً در محافل خصوصی انجام می‌شد و اگر در محافل رسمی صورت می‌گرفت به مفهوم مناظره و مجادله نزدیک می‌شد و دیگر روشی در یادگیری نبود. روش مذاکره از علوم دینی به علوم اوائل راه یافت. شاید بتوان جلسه‌های هم‌اندیشی اخوان‌الصفا که منتهی به تألیف رسائل ایشان شد را نمونه‌ای موفق از مذاکره علمی میان دانشمندان دانست. ابوسلیمان مقدسی، ابوالحسن زنجانی، ابومحمد نهرجوری، عوفی و زیدبن‌رفاعه حکمایی بودند که در بصره‌ی سده چهارم هجری گردهم جمع شدند و درباره آرا فلسفی به مذاکره علمی پرداختند تا آنکه برای خود طریقه علمی مخصوصی پدید آوردند. ایشان پنجاه رساله مشتمل بر کلیه علوم ریاضی، فلسفی، عقلی و الهی تصنیف و آن را *رسائل اخوان‌الصفا* نام

۱. در روایتی از پیامبر اسلام (ص) خطاب به ابوذر، ایشان یک ساعت مذاکره علم را از هزار رکعت نماز و هزار غزوه بالاتر می‌دانند. (شعیری، بی‌تا: ۳۷) همچنین در روایتی امام باقر (ع) مذاکره علم را هم مرتبه با تسبیح الهی می‌دانند (حلوانی، ۱۴۰۸: ق: ۱۰۴).

نهادند (قفطی، ۱۳۷۱: ۱۱۸). به هر روی نمی‌توان برای مذاکره علمی میان علما کاربرد آموزشی قائل شد. یادگیری ریاضیات توسط علی‌بن شاهک قزاری ضرب‌ریاضی‌دان نایینای سده چهارم هجری نمونه‌ای از مذاکره علمی توسط دانشجویان ریاضی است. ابن‌شاهک در نُه سالگی به آبله مبتلا و نابینا شد. مهم‌ترین گروه از معلولان که آموزش آن‌ها مشکلاتی به همراه داشت و برخی از ایشان در سده‌های متقدم اسلامی به مراتب بالای علمی در ریاضیات دست یافتند، نابینایان بودند. بیهقی درباره یادگیری ریاضیات و نجوم توسط وی می‌نویسد:

بعد از آن به تحصیل ریاضیات مشغول شد و همچنین یکی را می‌فرمود شرح شکل بر وی خواندن و از آنجا تعقل آن و تشکل می‌کرد و تخیل می‌نمود تا به مقصود می‌رسید و بدین ترتیب بر اقسام ریاضیات مطلع شد. پس آغاز اعمال نجومی نهاد تا بر استخراج طوابع محاسبات دقیق فلکی توانا شد. (بیهقی، ۱۳۹۰: ۱۷۱)

بیهقی درباره فرد هم بحث با ابن‌شاهک اطلاعاتی بدست نمی‌دهد. این فرد با استفاده از ابزار کلام و شرح شکل موفق به ایجاد اشکال هندسی و تصاویر نجومی در ذهن ابن‌شاهک شد و به وی کمک کرد تا تصویر ذهنی دقیق‌تری از مفاهیم ریاضی به دست آورد.

۲-۴ خودآموزی

خودآموزی به معنای یادگیری مستقل در نظام تعلیم و تربیت مسلمانان بسیار مذموم بود و مثل‌های معروفی برای کسانی که استاد ندیده بودند و ادعای علم داشتند رواج داشت. در این دوره خودآموزی به‌عنوان روش یادگیری استثنا بود و فقط برای نوابغ موضوعیت داشت. به‌ویژه در علوم ریاضی که به دلیل نیاز به یادگیری روش‌ها و مهارت‌های حل مسأله، وجود استاد ضروری بود و مطالعه خودآموز مختص افراد مستعد و با توانایی ذهنی بالا بود؛ چنان‌که ابن‌سینا در نوجوانی / اصول اقلیدس و مجسطی بطلمیوس بر استادش ناتلی قرائت کرد اما وقتی به مبحث مخروطات رسید، استاد توانایی علمی ارائه درس را نداشت و از ابن‌سینا خواست که خود به حل مسائل بپردازد. بنا بر این ابن‌سینا به خودخوانی و حل مسائل پرداخت و درس را بر استاد عرضه کرد. وی در این باره می‌گوید: «بسا از مشکلات آن کتاب که او [ناتلی] ندانسته بود مگر بعد از آنکه من بر وی عرض کردم.» (بیهقی، ۱۳۹۰: ۲۲ و قفطی، ۱۳۷۱: ۵۵۶)

آموزش خودآموز فقط به دلیل عدم دسترسی به استاد مناسب نبود گاهی برخی از افراد با داشتن موقعیت مناسب و دسترسی به اساتید برجسته، این شیوه علمی را ترجیح می‌دادند و در این امر موفق بودند از جمله این افراد حسن بن موسی بن شاکر (د. قرن سوم هجری) بود. وی با اینکه در مرکز علمی بغداد حضور داشت و امکان استفاده از برترین اساتید را داشت، فقط شش مقاله اول / اصول اقلیدس را نزد استاد

قرائت کرد و باقی را به صورت خودآموز یاد گرفت. او از مرحله یادگیری فراتر رفت و به تحلیل مسائلی پرداخت که کسی از پیشینیان موفق به حل آن نشده بود مثل قسمت زاویه به سه قسم متساوی و طرح خطین ذی‌توالی بر نسبت. (قفطی، ۱۳۷۱: ۵۹۲)

در آن دوره دانشی که با روش خودآموزی حاصل می‌شد، نزد دانشمندان معتبر نبود؛ چنان‌که وقتی در حضور مأمون بین حسن بن موسی بن شاکر و مرورودی از ریاضیدانان بزرگ مناظره‌ای درگرفت. مرورودی که در خود، توانایی بحث با حسن را نمی‌دید به مأمون گفت که وی تنها شش مقاله از اقلیدس را قرائت کرده است و مأمون با تعجب، درستی این حرف را جویا شد. حسن در پاسخ گفت: «نخواندن [قرائت نکردن نزد استاد] برای من چه ضرری دارد وقتی قوت فکر من در این درجه است؟ و قرائت آن چه فایده‌ای دارد برای کسی که به دلیل ضعف فکر، توانایی استخراج آسان‌ترین مسئله از مسائل هندسه را ندارد؟» (همان: ۵۹۳)

به نظر می‌رسد باتوجه به اینکه خودآموزی به‌ویژه در ریاضیات و نجوم نیاز به توانایی ذهنی بالا برای استنباط و حل مسائل داشت، بیشتر نوابع مسلمان از این روش بهره می‌بردند؛ هرچند در این دوره آموزش حضوری بسیار پربرتر و ارزشمندتر از آموزش خودآموز محسوب می‌شد و همین مسأله سبب رحله‌های علمی و سفرهای طولانی و مشقت بار برای یافتن اساتید و استفاده حضوری از محضر ایشان بود.

نتیجه

در این مقاله تأثیرپذیری روش‌های فرادهی و فراگیری علوم ریاضی از علوم دینی بررسی شد. به نظر می‌رسد روش‌های آموزش ریاضیات و نجوم در آغاز تحت تأثیر روش‌های مرسوم در نظام آموزشی علوم دینی بود؛ چرا که ساختار آموزشی علوم ریاضی دو سده پس از نظام آموزشی علوم دینی شکل گرفت و در این هنگام روش‌های آموزشی علوم دینی در حلقه‌های درس تثبیت شده بودند. برخی از این روش‌ها به فراخور ساختار علوم ریاضی با تغییراتی در ضوابط و شرایط مرسوم شدند و برخی دیگر از آنجا که کارایی مناسب برای آموزش این علوم نداشتند، کنار گذاشته شدند.

در این دوره روش «قرائت» از پرکاربردترین روش‌های فرادهی حوزه‌ی آموزش مسلمانان بود و علمی که نیاز به فهم دقیق داشت مانند فقه، فلسفه و علوم دقیقه از طریق قرائت تفهیمی تدریس می‌شدند. شواهد متعددی از رونق قرائت تفهیمی در ریاضیات و نجوم طی سده سوم تا پنجم هجری وجود دارد. پرسش و پاسخ میان استاد و شاگرد از دیگر روش‌های فرادهی علوم ریاضی بود که قدمت آن به دوره یونانی می‌رسید. اگر پرسش و پاسخ از حالت عادی خارج و با شور و حرارت علمی انجام می‌شد آن را مناقشه علمی می‌نامیدند. این روش آموزشی نشان از دو سویه بودن حلقه‌های درس علوم ریاضی در تمدن اسلامی دارد؛

به طوری که استاد در مجالس درس متکلم وحده نبود و معلومات وی توسط دانشجویان به چالش کشیده می‌شد.

مناظره در مجلس‌النظر را نیز می‌توان از بُعد روش آموزشی تحلیل نمود. این گونه از مناظره‌ها در وهله اول مختص اساتید بود ولی از آنجا که دانشجویان نیز امکان حضور در این مجالس را داشتند و گاهی از شرکت کنندگان در بحث بودند، روشی در فرادهی نیز محسوب می‌شد. مناظره منحصر به گفت‌ووشنودهای حضوری نبود و گاه از این حد فراتر می‌رفت و به مکاتبات و ارسال نامه می‌انجامید. مناظرات مکتوب، خارج از نظام تعلیم رسمی بود و میان دو استاد رخ می‌داد و البته مانند مناظره استاد در مجالسی که دانشجویان حضور داشتند، می‌توانست فایده علمی بسیار داشته باشد؛ چنان‌که برتیس نامه‌های بیرونی و ابن‌سینا را اسنادی از آموزش‌های غیررسمی در سطوح عالی دانش می‌داند.

دانشمندان مسلمان به منظور آموزش کاربردی‌تر علوم ریاضی خود را منحصر به روش‌های فرادهی علوم دینی نکردند؛ ایشان روش‌های را برای ارائه مفاهیم پیچیده و جهت کمک به دانش‌پژوهان در تجسم اصول و حل مسائل ریاضی به کارگرفتند که این روش‌های آموزشی، پایه‌گذار توسعه ریاضیات در تمدن اسلامی شدند. برخی از این روش‌ها مانند استفاده از اشکال، نمودارها، جداول و یا استفاده از مثال‌های متنوع برای تمرین و فهم بهتر مطالب برگرفته از روش یونانیان بود.

افزون‌بر روش‌های فرادهی که از سوی اساتید اتخاذ می‌شد، روش‌های فراگیری ویژه دانشجویان وجود داشت؛ سماع، حفظ، مذاکره و مطالعه خودآموز از جمله روش‌های یادگیری دانشجویان بود. در روش سماع، یادگیری در جلسه درس صرفاً با دقت شنیدن حاصل می‌شد. این روش آموزشی به‌ویژه در فراگیری حساب فرائض کاربرد داشت. حفظیات با تمرین و تکرار و مذاکره علمی با دیگر دانشجویان در ذهن ماندگار می‌شدند. روش خودآموزی در ریاضیات و نجوم نیاز به توانایی ذهنی بالا برای استنباط و حل مسائل داشت و معمولاً نوابغ مسلمان از این روش بهره می‌بردند، هرچند در این دوره آموزش حضوری بسیار پررتر و ارزشمندتر از آموزش خودآموز محسوب می‌شد و همین مسأله سبب رحله‌های علمی و سفرهای طولانی و مشقت بار برای یافتن اساتید و استفاده حضوری از محضر ایشان بود.

منابع

- آقازاده، محرم (۱۳۸۴)؛ راهنمای روش‌های نوین تدریس (برپایه پژوهش‌های مغز محور، ساخت‌گرایی، یادگیری از طریق همیاری، فراشناخت و...)، تهران: آبیژ.
- ابن ابی‌اصیبه، احمد بن قاسم (۲۰۰۱م)؛ *عیون الانباء فی طبقات الأطباء*، مصحح عامر نجار، قاهره: الهيئة المصرية العامة للكتاب.
- ابن اکفانی، محمد بن ابراهیم (۱۹۹۰م)؛ *إرشاد القاصد إلى أسنى المقاصد فی أنواع العلوم*، مصحح عبدالمنعم محمد عمر و محمد حلمی عبدالرحمن، قاهره: دارالفکر العربی.
- ابن بشکوال، خلف بن عبدالملک و غرناطی، احمد بن ابراهیم و ابن ابار، محمد بن عبدالله؛ *الصلة مع التکملة و صلة الصلة*، لبنان: دارالکتب العلمیه، منشورات محمد علی بیضون، ۱۴۲۹ ق.
- ابن خلدون، عبدالرحمن بن محمد (۱۹۸۸م / ۱۴۰۸ ق)؛ *تاریخ ابن خلدون*، مصحح سهیل زکار و خلیل شحادة، بیروت: دارالفکر.
- ابن خلکان، احمد بن محمد (بی تا)؛ *وفیات الأعیان و أنباء أبناء الزمان*، مصحح احسان عباس، بیروت: دارالفکر.
- ابن سینا، حسین بن عبدالله (۱۴۰۵ق)؛ *الشفاء المنطق*، مصحح احمد فؤاد اهوانی و ابراهیم بیومی مدکور و طه حسین و دیگران، قم: مکتبه آیه الله العظمی المرعشی النجفی.
- ابن عراق، ابونصر منصور (۱۴۱۸ق / ۱۹۹۸م)؛ *رسائل ابی نصر منصور بن علی بن عراق الی بیرونی*، مصحح فؤاد سزگین، فرانکفورت: جامعه فرانکفورت: معهد تاریخ العلوم العربیة و الإسلامیة.
- ابن فرضی، عبدالله بن محمد (۱۴۰۸ق)؛ *تاریخ العلماء و الرواة العلم بالاندلس*، مصحح عزت عطار حسینی، قاهره: مکتبه الخانجی.
- ابن ندیم، محمد بن اسحاق (۱۴۳۰ق)؛ *الفهرست للندیم*، مصحح ایمن فؤاد سید، لندن: مؤسسه الفرقان للتراث الإسلامی.
- ابن وحشیه، ابوبکر احمد بن ویس؛ نسخه خطی *اسرار الفلک*، تهران: دایرة المعارف بزرگ اسلامی: کد نسخه ۱۹۱۲/۲.
- ابن هیثم، حسن بن حسن (۱۹۸۳م / ۱۴۰۴ ق)؛ *کتاب المناظر*، کویت: المجلس الوطنی للثقافة و الفنون و الآداب، قسم التراث العربی، محقق عبدالحمید صبره.
- ابو حیان توحیدی، علی بن محمد (۱۹۲۹م / ۱۳۴۷ ق)؛ *المقابسات*، مصحح حسن سندوبی، مصر: المطبعة الرحمانیة
- ابوالوفاء بوزجانی، محمد بن محمد (بی تا)؛ ترجمه *کتاب النجاره (در هندسه عملی)*، مترجم و مصحح جعفر آقایی چاوشی و برنارد ویتراک، تهران: مرکز پژوهشی میراث مکتوب.
- ابوالوفا بوزجانی، محمد بن محمد (۲۰۱۰م)؛ *مجسطی ابی الوفاء البوزجانی*، مصحح موسی علی و رشدی راشد، بیروت: مرکز دراسات الوحده العربیة.
- ابوریحان بیرونی، محمد بن احمد (۱۳۸۹)؛ *استیعاب الوجوه الممكنة فی صنعة الأصرطلاب*، مصحح حسن حسن زاده آملی و محمد جوادی حسینی، مشهد: آستان قدس رضوی: بنیاد پژوهش‌های اسلامی.
- ابومعشر بلخی، جعفر بن محمد؛ نسخه خطی *مذاکرات ابی معشر البلخی*، تهران: دائرة المعارف بزرگ اسلامی، شماره نسخه: ۳/۴۶۶ (کاتب نصیر بن یحیی منجم لارندی، ۷۶۰ ق).
- بلوی، عبدالله بن محمد (بی تا)، *سیره احمد بن طولون*، مصحح محمد کردعلی، قاهره: مکتبه الثقافیة الدینیة.
- بنوموسی، احمد بن موسی (۱۹۸۱م)؛ *کتاب الحیل*، مصحح احمد یوسف حسن، محمد علی خیاطه، مصطفی تعمری، حلب: جامعه حلب: معهد التراث العلمی العربی.

- بهایی، بهاء‌الدین محمدبن‌عزالدین حسین؛ نسخه خطی الکرية، قم: کتابخانه عمومی آیت‌الله گلپایگانی، شماره نسخه: ۱۲ / ۳۸۵۴ - ۱۸۴ / ۱۹.
- بیگ باباپور، یوسف (۱۳۹۴)؛ کتابشناسی دست‌نوشته‌های نجوم و علوم وابسته (موجود در کتابخانه‌های ایران و برخی از کشورها)، تهران: ارمغان تاریخ.
- بیهقی، علی‌بن‌زید (۱۳۹۰)؛ *تممة صوان الحکمة*، مصحح محمد شفیع، تهران: دانشگاه علوم پزشکی ایران، موسسه مطالعات پزشکی طب اسلامی و مکمل.
- پناهی، غلامحسین و یحیی قاعدی و سعید ضرغامی و محمدحسین عبداللهی (۱۳۹۶)؛ «تبیین فلسفه یادگیری با تأکید بر نظریه یادگیری وینچ»، پژوهشی در نظام‌های آموزشی، شماره ۳۶.
- توبی، ای‌هاف؛ *خاستگاه نخست علم جدید اسلام*، چین و غرب (۱۳۸۴)، مترجم حمید تقوی‌پور، تهران: مؤسسه تحقیقات و توسعه انسانی.
- حق‌وردی، مجید و زهرا گویا (۱۳۹۸)؛ «تأثیر استفاده از راهبرد رسم شکل در حل مسائل کلامی ریاضی»، نظریه و عمل در برنامه درسی، سال هفتم، شماره ۱۴۰.
- حلوانی، حسین‌بن‌محمد (۱۴۰۸ق)؛ *نزهة الناظر و تنبیه الخاطر*، قم، مدرسة الإمام المهدی.
- خوارزمی، محمدبن‌احمدبن‌یوسف کاتب (۱۳۶۲)؛ *مفاتیح‌العلوم*، ترجمه حسین خدیوچم، تهران: مرکز انتشارات علمی و فرهنگی.
- دهخدا، علی‌اکبر و جعفر شهیدی و ایرج مهرکی و دیگران (۱۳۸۵-۱۳۹۰)؛ *لغتنامه دهخدا*، تهران، دانشگاه تهران: مؤسسه انتشارات و چاپ.
- رازی، شهردان‌بن‌ابی‌الخیر (۱۳۶۲)؛ *نزهت‌نامه علائی*، مصحح فرهنگ جهان‌پور، تهران: مؤسسه مطالعات و تحقیقات فرهنگی.
- زرنجی، برهان‌الاسلام (۱۴۲۵ق / ۲۰۰۴م)؛ *تعلیم المتعلم طریق‌التعلم*، خرطوم: الدار السودانية للکتب.
- سبکی، عبدالوهاب‌بن‌علی (۱۹۸۶م / ۱۴۰۷ق)؛ *معید‌النعم و معید‌النقم*، بیروت: مؤسسه الکتب الثقافية.
- سجزی، ابوسعیداحمدبن‌عبدالجلیل (۱۳۷۵)؛ *رساله سجزی در روش‌های حل مسائل هندسی*، مصحح یان پیتر هوخندایک، مترجم محمد باقری، تهران: انتشارات فاطمی.
- سجزی، ابوسعیداحمدبن‌عبدالجلیل (۲۰۰۰م)؛ *مجموعه من رسائل الهندسیة*، چاپ عکسی نسخه استانبول ۱۱۹۱، به کوشش فؤاد سزگین و با مقدمه یان پیتر هوخندایک، فرانکفورت.
- سمعانی، عبدالکریم‌بن‌محمد (۱۳۸۲-۱۴۰۲ق)؛ *الانساب*، مصحح عبدالرحمن معلمی، هند: حیدرآباد: مطبعة مجلس دائرة المعارف العثمانیة.
- شعیری، محمدبن‌محمد (بی‌تا)؛ *جامع الأخبار للشعیری*، نجف، مطبعة حیدریة.
- شهیدثانی، زین‌الدین‌بن‌علی (۱۴۲۷ق)؛ *منیة المرید فی آداب المقید و المستفید*، قم: جامعه مدرسین حوزه علمیه قم: دفتر انتشارات اسلامی.
- صوفی رازی، عبدالرحمن‌بن‌عمر (۱۳۸۱)؛ *صورالکواکب*، ترجمه خواجه نصیرالدین طوسی، به کوشش بهروز مشیری، تهران: ققنوس.
- غنیمه، عبدالرحیم (۱۳۷۲)؛ *تاریخ دانشگاه‌های بزرگ اسلامی*، تهران: انتشارات دانشگاه تهران.

فاتیح نژاد: عنایت و فرامرز حاج منوچهری (۱۳۸۰): مدخل «امالی» در دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج ۱۰، تهران: مرکز دایرةالمعارف بزرگ اسلامی.

قاضی عیاض، عیاض بن موسی (۲۰۰۹): *الإلماع إلى معرفة اصول الرواية و تقييد السماع*، مصحح احمد فرید مزیدی، بیروت: دارالکتب العلمیة.

قربانی، ابوالقاسم (۱۳۷۵): *زندگی نامه ریاضیدانان دوره اسلامی از سده سوم تا یازدهم هجری*، تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

قطب‌الدین شیرازی، محمود بن مسعود (۱۳۶۹): *درة التاج لغرة الدباج*، مصحح محمد مشکوه، حکمت.

قفطی، علی بن یوسف (۱۳۷۱): *تاریخ الحکما قفطی*، ترجمه بهین دارابی، تهران: انتشارات دانشگاه تهران.

کدیور، محسن (۱۳۸۷): «ابن سینا و طبقه‌بندی حکمت: تحلیل، تحقیق و تصحیح رساله اقسام الحکمة»، *دوفصلنامه جاویدان خرد*، ۵ (۱).

کرجی، ابوبکر محمد بن حسن (۱۳۴۵): *استخراج آیهای پنهانی*، ترجمه حسین خدیوچم، تهران: انتشارات بنیاد فرهنگ ایران.

کرمر، جوئل لی (۱۳۷۵): *احیای فرهنگی در عصر آل بویه: انسان‌گرایی در عصر رنسانس اسلامی*، مترجم سعید حنایی کاشانی، تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

کندی، یعقوب بن اسحاق، نسخه خطی *رساله فی استجابة الدعاء*، تهران: کتابخانه مجلس شورای اسلامی: شماره نسخه: ۳/۵۲۸۰.

کندی، یعقوب بن اسحاق، نسخه خطی *رساله الی احمد بن معتصم فی ان العناصر و الجرم الاقصى کره الشكل*، تهران: دانشگاه تهران، شماره نسخه ۴۳۷/۴۸ فیلم.

گیاهی یزدی، حمیدرضا و نسرین سراجی‌پور (۱۳۹۳): «ثابت بن قره: ابوالحسن»، *دانشنامه جهان اسلام*، ج ۹.

محقق، مهدی و سیدحسین نصر (۱۳۵۲): *الاسئلة و الاجوبه: پرسش‌های ابوریحان بیرونی و پاسخ‌های ابن سینا: بانضمام پاسخ‌های دوباره ابوریحان و دفاع ابوسعید معصومی از ابن سینا*، تهران: شورای عالی فرهنگ و هنر، مرکز مطالعات و هماهنگی فرهنگی، چاپخانه دانشگاه تهران.

مشکوة، محمد (۱۳۲۴): «آداب البحث»، *سالنامه پارس*، تهران.

نصیرالدین طوسی، محمد بن محمد؛ نسخه خطی *تحریرات*، تهران: کتابخانه مجلس شورا، شماره نسخه: ۶۸۳۹-۱۰.

نوی، یحیی بن شرف (۱۴۰۶ق / ۱۹۸۶م): *التقريب و التيسير لمعرفة سنن البشير النذير فی اصول الحدیث*، مصحح عبدالله عمر بارودی، بیروت: دارالجنان.

هرقل یونانی، نسخه خطی *رساله الدوائر و الدوالیب*، قم، کتابخانه آیت‌الله مرعشی نجفی، شماره نسخه ۱۳۸۴۷/۲. (کاتب ابوالقاسم خراسانی، ۱۲۷۷ق.)

یاقوت حموی، یاقوت بن عبدالله (۱۹۹۳م): *معجم الادباء*، مصحح احسان عباس، دارالغرب الاسلامی، بیروت.

Brentjes, Sonja (2014): “*Teaching the Mathematical Sciences in Islamic Societies Eighth–Seventeenth Centuries.*” In *Handbook on the History of Mathematics Education*, edited by A. Karp and G. Schubring, 85–108. New York: Springer.

Brentjes, Sonja (2015): “*Abu Nasr Mansur b. 'Ali b. 'Iraq (lived circa 950-1036) and Abu l-Rayhan alBiruni (lived from 973-after 1050) as students, teachers, and companions*”, *Models & Optimisation and Mathematical Analysis Journal* Vol.03

Issue 01.

Brentjes, Sonja (2020); ‘*Teaching Mathematical and Astronomical Knowledge in Classical and Post-Classical Islamicate Societies*’ in Knowledge and Education in Classical Islam ,Volume\; Editorial Board Hinrich Biesterfeldt, Sebastian Günther , Brill, Leiden: Boston .

Brentjes, Sonja (2018): *Teaching And Learning The Sciences In Islamicate Societies (800-1700)*, Brepols Publishers n.v., Turnhout, Belgium.

Glick, Thomas (۲۰۰۵) ‘*al- Biruni in Medieval Science, Technology, and Medicine. An Encyclopedia*’, Steven J. Livesey, and Faith Wallis, New York and Milton Park: Francis and Taylor Group.

Makdisi, George (۱۹۸۸); *The Rise of Colleges (Institutions Of Learning in islam and the west)*, Ediburgh University press.